

НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Ткачова Тетяна Іванівна

УДК 537.86, 537.87

ДИСЕРТАЦІЯ
ЕЛЕКТРОННО-ХВИЛЬОВА ВЗАЄМОДІЯ В МЕТАЛЕВИХ ВАКУУМНИХ
РЕЗОНАТОРАХ З ПОЗДОВЖНИМИ ГОФРАМИ ДЛЯ ГІРОТРОНІВ НА
ДРУГІЙ ЦИКЛОТРОННІЙ ГАРМОНІЦІ

01.04.20 – фізика пучків заряджених частинок

Природничі науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Т.І. Ткачова

Науковий керівник: Ткаченко Віктор Іванович, доктор фізико-математичних наук,
професор

Харків – 2025

АНОТАЦІЯ

Ткачова Т.І. Електронно-хвильова взаємодія в металевих вакуумних резонаторах з поздовжніми гофрами для гіротронів на другій циклотронній гармоніці. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.20 «Фізика пучків заряджених частинок» (104 – Фізика та астрономія). – Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, 2025.

Дисертаційна робота присвячена детальному теоретичному аналізу селективних властивостей циліндричних резонаторів, що мають металеву поверхню із поздовжніми гофрами та призначені для використання у гіротронах на другій гармоніці циклотронної частоти. Інтерес до таких гіротронів викликаний потребою сучасних терагерцових технологій у потужних джерелах випромінювання в діапазоні частот від 0.3 до 1 ТГц, який належить до так званого «терагерцового провалу». Основне обмеження по частоті неперервного гіротрона пов'язане з величиною робочого магнітного поля, що створюється надпровідним магнітом. Тому в субтерагерцовому діапазоні частот особливе значення мають гіротрони, що працюють на другій (або вищій) гармоніці циклотронної частоти електронного пучка. Їх практичну реалізацію, однак, ускладнює той факт, що зі зростанням номера циклотронної гармоніки ККД гіротрона падає через зниження інтенсивності взаємодії гвинтового пучка електронів з робочою модою. З цієї ж причини робоча мода у гіротроні на другій циклотронній гармоніці зазвичай має більш високий поріг генерації (стартовий струм) в порівнянні з конкуруючими модами на першій (фундаментальній) циклотронній гармоніці. У такій ситуації конкуруючі моди можуть служити істотною перешкодою для роботи гіротрона.

Проблема конкуренції мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці вимагає розробки методів оптимізації, щоб зменшити вплив конкуренції мод на

ефективність та стабільність гіротронів. Дана обставина призводить до необхідності розробки вдосконалених типів резонаторів з поліпшеною селекцією мод для субтерагерцових гіротронів на другій циклотронній гармоніці.

В дисертаційній роботі теоретично показано, що селективні властивості резонаторів гіротронів можуть бути поліпшені за рахунок використання поздовжніх гофрів з конверсією мод. Такі гофри здатні істотно змінити власні частоти, поля та омічні втрати фундаментальних конкуруючих мод в субтерагерцових гіротронах на другій гармоніці циклотронної частоти.

За допомогою строгого методу просторових гармонік отримано дисперсійне рівняння для поперечно-електричних (ТЕ) мод у металевому циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами. В даному рівнянні враховано зв'язок базисних мод (просторових гармонік), який виникає внаслідок гофрування поверхні резонатора. Продемонстрована збіжність власних полів резонатора і визначені похибки обчислення власних значень в залежності від числа врахованих просторових гармонік.

Досліджена можливість застосування спрощених методів аналізу гофрованих структур: імпедансної моделі, в якій не враховується взаємодія між просторовими гармоніками, і методу Блохівських гармонік, в якому нехтується внеском вищих Фур'є гармонік всередині гофрів. Проаналізовано умови застосовності спрощеної імпедансної моделі, яка широко використовується для розрахунку характеристик гофрованих хвилевідних структур. Було показано, що ця модель може призводити до некоректних результатів для циліндричних хвилеводів з гофрованими стінками, навіть якщо кількість гофрів є досить великою і задовольняє відомому емпіричному критерію застосовності цієї моделі.

Для невеликого числа гофрів більш висока точність може бути отримана за допомогою методу Блохівських гармонік. Показано, однак, що даний метод придатний лише для опису нижчих радіальних мод і вузьких гофрів, ширина яких мала в порівнянні з половиною довжини хвилі власної моди хвилеводу. Таким чином, при довільних розмірах і кількості гофрів необхідно використовувати строгий метод просторових гармонік для розрахунку власних значень ТЕ мод в

циліндричному хвилеводі з гофрованою металевною стінкою. Показано, що цей метод додатково забезпечує високу точність розрахунку розподілу полів за поперечним перерізом гофрованого хвилеводу. Винятки можуть становити околиці ребер гофрів.

Отримано дисперсійне рівняння, розраховані власні значення і власні поля для поперечно-магнітних (ТМ) мод в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником на базі вдосконаленого методу просторових гармонік. В рамках цього методу поля на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів перерозкладаються через ортогональні поліноми Гегенбауера. Це дозволяє врахувати особливість поля поблизу ребер гофрів, відому як крайова умова Мейкснера. Виявлено, що, у порівнянні із стандартним методом просторових гармонік, кількість базисних мод (поліномів Гегенбауера) в удосконаленому методі може бути обрана набагато меншою, щоб гарантувати таку ж точність розрахунку власних значень і полів резонатора. Внаслідок цього розмір матриці, що входить в дисперсійне рівняння, може бути помітно зменшений. В такий спосіб можна уникнути труднощів при обчисленні детермінантів матриць великого розміру і значно скоротити час обчислень, необхідний для чисельного розв'язку задачі на власні значення резонатора гіротрона.

Отримано аналітичний вираз для омічної добротності у резонаторі із поздовжніми гофрами, за допомогою якого визначено вплив гофрів на омічні втрати ТЕ мод. Показано, що омічні втрати залежать від частоти моди, геометричних параметрів гофрів і можуть бути самостійно застосовані для селективного придушення фундаментальних конкуруючих мод у гіротроні на другій циклотронній гармоніці. Визначено параметри гофрів, які дозволяють в декілька разів збільшити відношення омічних добротностей робочої і конкуруючих мод у резонаторі гіротрона. Омічні втрати зазвичай є великими для ТЕ мод у випадку, коли глибина гофрів є близькою до чверті їхньої довжини хвилі. Крім того, встановлено, що для обраної глибини гофра частотне розділення між робочою модою на другій гармоніці циклотронної частоти та конкуруючими модами на першій гармоніці залежить від кількості гофрів, а, отже, за необхідності, може бути збільшено.

Виявлено, що конверсія ТЕ мод в вищі просторові гармоніки у металевому циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами істотно залежить від кількості гофрів та їх розміру. Знайдені співвідношення між глибиною гофрів та довжиною хвилі, при яких спостерігається слабка та сильна конверсія мод в вищі просторові гармоніки. Показано, що конверсія мод є зазвичай малою, якщо глибина гофрів є близькою до половини довжини хвилі. Тому така глибина є доцільним вибором для робочої моди гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Встановлено, що вона додатково забезпечує відносно високу омічну добротність для робочої моди, яка збільшується зі зменшенням кількості гофрів. Разом з високою модовою чистотою вона також здатна забезпечити відносно низькі омічні втрати для робочої моди, які зменшуються зі зменшенням кількості гофрів. Ця глибина гофра відповідає приблизно чверті довжини хвилі конкуруючих мод на першій циклотронній гармоніці. Показано, що за такої умови конкуруючі моди зазнають конверсії у просторові гармоніки з високими азимутальними індексами і радіусами каустики, навіть якщо кількість гофрів є достатньо великою. Тому зв'язок пучка з конкуруючими модами на першій циклотронній гармоніці слабшає через конверсію мод.

Розроблено нелінійну самоузгоджену теорію для опису стаціонарної стадії взаємодії гвинтового пучка електронів з власними ТЕ модами гофрованого резонатора гіротрона. Для електронно-хвильової взаємодії у резонаторі отримано умову балансу потужностей. Виявлено, що наявність гофрів на поверхні резонатора впливає не тільки на власні значення та омічні втрати, але й на зв'язок ТЕ мод з електронним пучком. Для гофрів з глибиною, яка дорівнює половині довжини хвилі, цей вплив виявляється незначним, навіть за умови невеликої кількості гофрів. Показано, що при такій глибині гофрів у резонаторі гіротрона спостерігається лише неістотне зміщення стартового струму ТЕ моди, яке викликане переважно омічними втратами у гофрованій стінці резонатора. Коли глибина гофрів дорівнює чверті довжини хвилі, конверсія мод в вищі азимутальні гармоніки Блоха стає сильною, а отже, істотно впливає на власні значення, власні поля та омічні втрати ТЕ моди. Показано, що така конверсія мод призводить до ослаблення зв'язку ТЕ моди з

електронним пучком. Завдяки цьому гофри у резонаторі гіротрона дозволяють в кілька разів збільшити стартовий струм для TE моди резонатора з частотою, що відповідає чвертьхвильовій глибині гофрів.

Продемонстровано поліпшення селективних властивостей резонатора гіротрона на другій циклотронній гармонії за рахунок використання поздовжніх гофрів. Для визначеної конструкції резонатора 0.3-ТГц гіротрона отримані оптимальні параметри гофрів, які забезпечують найбільш ефективну селекцію мод. Проведено розрахунок стартових струмів для робочої і конкуруючих мод гіротрона. Показано, що використання гофрованого резонатора з визначеними параметрами дозволяє розширити діапазон одномодової генерації робочої моди і забезпечує можливість збільшення вихідної потужності гіротрона на другій циклотронній гармонії.

Ключові слова: гіротрон, гофрований резонатор, конверсія мод, стартовий струм, власне значення, добротність, омічні втрати.

ABSTRACT

Tkachova T.I. Electron-wave interaction in metal cavities with longitudinal corrugations for second-harmonic gyrotrons. – Qualifying scientific paper, manuscript copyright.

Thesis for the scientific degree of candidate of physical and mathematical sciences by specialty 01.04.20 «Physics of charged particles beams» (104 – Physics and astronomy). – National Science Center «Kharkiv Institute of Physics and Technology» NAS of Ukraine, Kharkiv, 2025.

The thesis is devoted to a detailed theoretical analysis of the selective properties of cylindrical cavities having a metal surface with longitudinal corrugations and intended for use in the second-harmonic gyrotrons. Interest in such gyrotrons is caused by the need of modern terahertz technologies for powerful radiation sources in the frequency range from 0.3 to 1 THz, which belongs to the so-called “terahertz gap”. The main limitation on the frequency of a continuous gyrotron is associated with the magnitude of the working magnetic field created by a superconducting magnet. Therefore, in the subterahertz frequency range, gyrotrons operating at the second (or higher) harmonic of the cyclotron frequency of the electron beam are of particular importance. Their practical implementation, however, is complicated by the fact that as the cyclotron harmonic number increases, the gyrotron efficiency decreases due to a decrease in the intensity of interaction of the helical electron beam with the operating mode. For the same reason, the operating mode in a gyrotron at the second cyclotron harmonic usually has a higher generation threshold (starting current) compared to competing modes at the first (fundamental) cyclotron harmonic. In such a situation, competing modes can serve as a significant obstacle to the operation of the gyrotron.

The problem of mode competition in gyrotrons at the second cyclotron harmonic requires the development of optimization methods to reduce the effect of mode competition on the efficiency and stability of gyrotrons. This circumstance leads to the

need to develop improved types of resonators with improved mode selection for subterahertz gyrotrons at the second cyclotron harmonic.

The thesis theoretically shows that the selective properties of gyrotron cavities can be improved through the use of longitudinal corrugations with mode conversion. Such corrugations are capable of significantly changing the eigen frequencies, fields, and ohmic losses of fundamental competing modes in subterahertz gyrotrons at the second cyclotron harmonic.

Using the rigorous method of spatial harmonics, a dispersion equation for transverse electric (TE) modes in a metal cylindrical cavity with longitudinal corrugations is obtained. This equation takes into account the coupling of basis modes (spatial harmonics), which arises due to corrugation of the cavity surface. The convergence of the cavity's eigenfields is demonstrated and the errors in calculating the eigenvalues are determined depending on the number of spatial harmonics taken into account.

The possibility of using simplified methods for analyzing corrugated structures is investigated: the impedance model, which does not take into account the interaction between spatial harmonics, and the Bloch harmonics method, which neglects the contribution of higher Fourier harmonics inside the corrugations. The conditions for the applicability of the simplified impedance model, which is widely used to calculate the characteristics of corrugated waveguide structures, are analyzed. It has been shown that this model can lead to incorrect results for cylindrical waveguides with corrugated walls, even if the number of corrugations is large enough to satisfy the known empirical criterion for the applicability of this model.

For a small number of corrugations, higher accuracy can be obtained using the Bloch harmonic method. It was shown, however, that this method is only suitable for describing lower radial modes and narrow corrugations, the width of which was small compared to half the wavelength of the waveguide eigenmode. Thus, for arbitrary sizes and numbers of corrugations, it is necessary to use a rigorous method of spatial harmonics to calculate the eigenvalues of TE modes in a cylindrical waveguide with a corrugated metal wall. It is shown that this method additionally provides high accuracy in calculating

the field distribution over the cross section of a corrugated waveguide. Exceptions may be around the corrugation edges.

A dispersion equation is obtained, and the eigenvalues and eigenfields for transverse magnetic (TM) modes in a coaxial gyrotron cavity with a corrugated inner conductor are calculated based on the improved method of spatial harmonics. Within the framework of this method, the fields at the aperture between the waveguide channel and corrugations are re-expanded through orthogonal Gegenbauer polynomials. This makes it possible to take into account the peculiarity of the field near the edges of the corrugations, known as the Meixner's edge condition. It was revealed that, compared to the standard spatial harmonics method, the number of basis modes (Gegenbauer polynomials) in the improved method can be chosen much less in order to guarantee the same accuracy in calculating the eigenvalues and fields of the cavity. As a result, the size of the matrix included in the dispersion equation can be noticeably reduced. Thus, it is possible to avoid difficulties in calculating the determinants of large matrices and significantly reduce the computation time required to numerically solve the gyrotron cavity eigenvalue problem.

An analytical expression for the ohmic quality factor in the cavity with longitudinal corrugations is obtained, with the help of which the influence of corrugations on the ohmic losses of the TE modes is determined. It is shown that ohmic losses depend on the frequency of the mode, the geometric characteristics of the corrugations and can be independently used to selectively suppress the fundamental competing modes in the second-harmonic gyrotron. The parameters of the corrugations have been determined, making it possible to increase the ratio of the ohmic quality factors of the operating and competing modes in the gyrotron cavity several times. Ohmic losses are usually high for TE modes when the depth of the corrugations is close to a quarter of their wavelength. In addition, it was found that for a selected corrugation depth, the frequency separation between the operating mode at the second harmonic of the cyclotron frequency and competing modes at the first harmonic depends on the number of corrugations and, therefore, can be increased if necessary.

It has been revealed that the conversion of TE modes to higher spatial harmonics in a metal cylindrical cavity with longitudinal corrugations depends significantly on the

number of corrugations and their size. Ratios between the depth of the corrugations and the wavelength were found, at which weak and strong conversion of modes to higher spatial harmonics is observed. It is shown that mode conversion is usually small if the corrugation depth is close to half the wavelength. Therefore, such a depth is an appropriate choice for the operating mode of the second-harmonic gyrotron. It has been determined that it additionally provides a relatively high ohmic quality factor for the operating mode, which increases with a decrease in the number of corrugations. Together with high mode purity, it is also able to provide relatively low ohmic losses for the operating mode, which decreases with a decrease in the number of corrugations. This corrugation depth corresponds to approximately a quarter of the wavelength of the competing modes at the first cyclotron harmonic. It is shown that under this condition, competing modes undergo conversion into spatial harmonics with high azimuthal indices and caustic radii, even if the number of corrugations is quite large. Therefore, the coupling of the beam with competing modes at the first cyclotron harmonic is weakened due to mode conversion.

A nonlinear self-consistent theory has been developed to describe the stationary stage of interaction of a helical electron beam with the eigen TE modes of a corrugated gyrotron cavity. For the electron-wave interaction in the cavity, a power balance condition was obtained. It has been determined that the presence of corrugations on the cavity surface affects not only the eigenvalues and ohmic losses, but also the coupling of TE modes with the electron beam. For corrugations with a depth equal to half the wavelength, this effect is negligible, even with a small number of corrugations. It is shown that at such a depth of corrugations in the gyrotron cavity, only an insignificant shift in the starting current of the TE mode is observed, caused mainly by ohmic losses in the corrugated wall of the cavity. When the corrugation depth is equal to a quarter of the wavelength, mode conversion to higher azimuthal Bloch harmonics becomes strong, hence significantly affecting the eigenvalues, eigenfields and ohmic losses of the TE mode. It is shown that such mode conversion leads to a weakening of the coupling between the TE mode and the electron beam. Due to this, the corrugations in the gyrotron cavity make it possible to increase the starting current for the TE mode of the cavity several times with a frequency corresponding to the quarter-wave depth of the corrugations.

An improvement in the selective properties of the gyrotron cavity at the second cyclotron harmonic through the use of longitudinal corrugations has been demonstrated. For a specific design of the 0.3-THz gyrotron cavity, the optimal parameters of the corrugations were obtained, providing the most effective mode selection. The starting currents for the operating and competing modes of the gyrotron were calculated. It is shown that the use of a corrugated cavity with certain parameters makes it possible to expand the range of generation of a single-mode operating mode and provides the possibility of increasing the output power of the second-harmonic gyrotron.

Key words: gyrotron, corrugated cavity, mode conversion, starting current, eigenvalue, Q-factor, ohmic losses.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Efficient approach to analysis of TM modes in coaxial gyrotron cavity with corrugated insert. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2018. No 4. P. 62-66. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
2. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *Problems Atomic Science and Technology*. 2018. No 6. P. 67-70. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
3. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode selection by ohmic losses in longitudinally corrugated cavities of sub-THz second-harmonic gyrotrons. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2019. No 4. P. 31-34. <https://doi.org/10.46813/2019-122-031> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
4. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Selectivity properties of cylindrical waveguides with longitudinal wall corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2019. Vol. 40, No 10. P. 1021-1034. <https://doi.org/10.1007/s10762-019-00623-y> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних

розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q2)

5. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I., Ioannidis Z. C., Thumm M., Jelonnek J. Starting currents of modes in cylindrical cavities with mode-converting corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2021. Vol. 42, No 3. P. 260-274. <https://doi.org/10.1007/s10762-021-00772-z> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q2)

6. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for cavities of second-harmonic gyrotrons with improved performance. *East European Journal of Physics*. 2021. No 2. P. 89-97. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2021-2-05> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q4, та до списку фахових видань України категорії «А»)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

7. Ткачева Т. И., Ткаченко В. И., Щербинин В. И. Эффективный метод расчета собственных значений ТМ мод в резонаторе коаксиального гиротрона с гофрированной вставкой. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, Украина, 21-24 марта 2017 г.). Харьков, 2017. С. 114. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

8. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Максименко А. В., Ткаченко В. И. Влияние конверсии мод в резонаторе с распределенными гофраами на КПД гиротрона для ЯМР-спектроскопии. *XIII Міжнародна науково-технічна конференція молодих*

вчених та фахівців «Проблеми сучасної ядерної енергетики» (Харків, Україна, 18-20 жовтня 2017р.). Харків, 2017. С. 41-42. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

9. Tkachova T. I., Tkachenko V. I., Shcherbinin V. I. Electromagnetic field calculation for tm modes of coaxial gyrotron cavity. *2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF)* (Lviv, Ukraine, October 17-20, 2017). Lviv, 2017. P. 126. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

10. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Validity of surface impedance model for electromagnetic analysis of a corrugated gyrotron cavity. *2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)* (Kyiv, Ukraine, July 2-5, 2018). Kyiv, 2018. P. 238-241. <https://doi.org/10.1109/MMET.2018.8460433> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

11. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion* (Kharkiv, Ukraine, September 10-13, 2018). Kharkiv, 2018. P. 56. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

12. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Селекция мод омическими потерями в гофрированных резонаторах гиротрона на второй циклотронной гармонике. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 26-29 марта 2019г.). Харьков, 2019. С. 80-81. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

13. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Влияние конверсии пространственных гармоник в гофрированном резонаторе на стартовый ток гиротрона. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 24-27 марта 2020г.). Харьков, 2020. С. 76-77. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*
14. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for mode selection in cavities of second-harmonic gyrotrons. *The 8th International Workshop on Far-Infrared Technologies (IW-FIRT)* (Fukui, Japan, March 8-9, 2021). Fukui, 2021. P-23. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*
15. Tkachova T. Effect of high Fourier harmonics on characteristics of corrugated cylindrical waveguides. *2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* (Kharkiv, Ukraine, November 14-18, 2022). Kharkiv, 2022. P. 254-257. <https://doi.org/10.1109/UkrMW58013.2022.10037155> *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, аналізі та презентації результатів)*

ЗМІСТ

ВСТУП.....	18
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	27
1.1. Проблема конкуренції мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці	32
1.2. Вдосконалені типи резонаторів з поліпшеною селекцією мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці.....	34
1.3. Методи аналізу власних мод резонаторів гіротронів з гофрованими поверхнями.....	37
1.3.1. Імпедансна модель	38
1.3.2. Метод Блохівських гармонік.....	41
1.3.3. Метод просторових гармонік.....	42
1.3.4. Метод перерозкладання власних полів	44
1.3.5. Метод сингулярних інтегральних рівнянь.....	49
1.4. Висновки до розділу 1	51
РОЗДІЛ 2 МЕТОД ПРОСТОРОВИХ ГАРМОНІК ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ВЛАСНИХ МОД ХВИЛЕВОДІВ З МЕТАЛЕВИМИ ГОФРОВАНИМИ ПОВЕРХНЯМИ	53
2.1. Представлення електромагнітних полів в високочастотних вакуумних структурах	53
2.2. TE моди в циліндричних гофрованих хвилеводах.....	56
2.2.1. Математична модель	56
2.2.2. Збіжність розрахунків методом МПП при розв'язку задачі на власні значення для гофрованих хвилеводів.....	61
2.2.3. Вплив просторових гармонік Фур'є на власні поля гофрованого хвилеводу	68
2.3. TM моди в коаксіальних резонаторах з гофрованим внутрішнім провідником	73
2.3.1. Математична модель.....	73

	17
2.3.2. Власні значення і поля ТМ мод в коаксіальному резонаторі гіротрона.....	79
2.4. Висновки до розділу 2	83
РОЗДІЛ 3 СЕЛЕКЦІЯ МОД У РЕЗОНАТОРАХ З ПОЗДОВЖНИМИ ГОФРАМИ ДЛЯ ГІРОТРОНІВ НА ДРУГІЙ ЦИКЛОТРОННІЙ ГАРМОНІЦІ.....	85
3.1. Селекція мод омічними втратами у гофрованому резонаторі.....	86
3.2. Конверсія мод в циліндричних гофрованих резонаторах	94
3.3. Селективні властивості гофрованого резонатора гіротрона	101
3.4. Висновки до розділу 3	106
РОЗДІЛ 4 САМОУЗГОДЖЕНА НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОННО- ХВИЛЬОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ У РЕЗОНАТОРАХ З ПОЗДОВЖНИМИ ГОФРАМИ	109
4.1. Рівняння гіротрона при взаємодії електронного пучка з власними модами резонатора з поздовжніми гофрами	109
4.1.1. Рівняння збудження ТЕ моди гвинтовим електронним пучком у гофрованому резонаторі гіротрона.....	110
4.1.2. Рівняння руху електронів пучка у гофрованому резонаторі гіротрона	116
4.2. Умова балансу потужностей у резонаторі гіротрона з поздовжніми гофрами.....	120
4.3. Зв'язок азимутальних гармонік.....	122
4.4. Вплив конверсії мод на стартові струми гіротрона	129
4.4.1. Власні значення і омічні втрати у гофрованому резонаторі.....	132
4.4.2. Вплив параметрів гофрування на стартові струми гіротрона	137
4.5. Висновки до розділу 4	140
ВИСНОВКИ.....	142
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	144
ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	159

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. На сьогоднішній день терагерцове (ТГц) випромінювання в діапазоні частот від 0.3 до 3 ТГц є предметом активних теоретичних і експериментальних досліджень у всьому світі. Такий інтерес зумовлений низкою особливостей терагерцових хвиль. По-перше, ТГц хвилі здатні проходити через матеріали, які є непрозорими у видимому та інфрачервоному спектрах. При цьому вони дозволяють отримувати зображення досліджуваних зразків із кращою роздільною здатністю, у порівнянні із мікрохвильовим випромінюванням. По-друге, терагерцове випромінювання є безпечним та неіонізуючим, на відміну від рентгенівських хвиль. По-третє, за допомогою терагерцових хвиль можна отримати унікальну інформацію про структуру та хімічний склад багатьох молекул, обертальні і вібраційні частоти яких лежать в терагерцовому діапазоні частот. Такі особливості терагерцових хвиль визначають основні напрямки їх використання. Сфери застосування ТГц хвиль включають в себе високороздільну спектроскопію, виявлення прихованої зброї, вибухових речовин і радіоактивних матеріалів, хімічне зондування, контроль якості матеріалів, медичну томографію і діагностику, високошвидкісний супутниковий зв'язок, атмосферні і космічні дослідження та багато іншого.

Найбільш потужним джерелом неперервного когерентного випромінювання в субтерагерцовому діапазоні частот від 0.3 до 1 ТГц є гіротрон, принцип роботи якого заснований на вимушеному випромінюванні електронів, що обертаються в однорідному сталому магнітному полі. Його частота пропорційна циклотронній частоті електронів пучка і, як наслідок, є обмеженою через обмеженість магнітних полів, які здатні створювати сучасні надпровідні магніти. У зв'язку з цим, особливий інтерес представляють гіротрони на другій (та більш високих) гармоніках циклотронної частоти, в яких необхідне магнітне поле може бути зменшено в два (та більше) рази. Їх практична реалізація, однак, часто пов'язана з проблемою конкуренції робочої моди гіротрона з модами на першій (фундаментальній) циклотронній гармоніці. Така проблема загострюється зі зростанням номера

циклотронної гармоніки і може призвести до скорочення області генерації робочої моди, а також зниження ККД і вихідної потужності гіротрона. Це призводить до необхідності розробки вдосконалених типів резонаторів, які забезпечують селективне придушення конкуруючих мод у гіротронах на вищих циклотронних гармоніках.

Одним з представників вдосконалених резонаторів може бути циліндричний резонатор гіротрона, що має металеву поверхню з поздовжніми гофрами. Така гофрована поверхня є частотно-селективною і тому має різний вплив на моди, що збуджуються на різних гармоніках циклотронної частоти. Ця особливість гофрованої поверхні може бути використана для селекції мод та пояснює важливість та актуальність розробки гофрованих резонаторів для гіротронів на вищих циклотронних гармоніках. Темою досліджень є детальне вивчення електронно-хвильової взаємодії у резонаторах з поздовжніми гофрами з метою визначення параметрів гофрів, що забезпечують найбільш ефективно селективне придушення фундаментальних конкуруючих мод у резонаторах гіротронів на другій гармоніці циклотронної частоти.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Результати, що становлять основу дисертаційної роботи, отримані в ННЦ «ХФТІ» НАНУ в рамках виконання планових бюджетних науково-дослідних робіт: «Розвиток наукових основ використання структурно складних функціональних матеріалів і середовищ у альтернативній енергетиці та ресурсозбереженні» Програми робіт з атомної науки і техніки ННЦ «ХФТІ» (термін виконання 2016-2020 рр., шифр теми III-1-16 (НВК ВДЕРТ), № держреєстрації 0116U005362), «Дослідження і розробки ресурсозберігаючих пристроїв і процесів створення та удосконалення властивостей інноваційних функціональних матеріалів відновлюваної, нетрадиційної та атомної енергетики нового покоління» Програми робіт з атомної науки і техніки ННЦ «ХФТІ» (термін виконання 2021-2025 рр., шифр теми III-25-21 (НВК ВДЕРТ), № держреєстрації 0121U107860), у рамках проєкту НДР молодих учених НАН України «Оптимізація циліндричного резонатора з розподіленими поздовжніми гофрами для терагерцового гіротрона на другій гармоніці циклотронної частоти»

(термін виконання 2017-2018 рр., № держреєстрації 0117U001668) та у рамках гранту НАН України дослідницьким лабораторіям/групам молодих вчених НАН України для проведення досліджень за пріоритетними напрямками розвитку науки і техніки «Хвильові процеси в дисипативних структурах з різними граничними умовами» (термін виконання 2022-2023 рр., № держреєстрації 0122U002145). Робота також підтримувалася стипендією НАН України для молодих вчених (2019-2021 рр.).

В зазначених роботах дисертантка виступала в якості виконавця.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є встановлення фізичних закономірностей електронно-хвильової взаємодії в вакуумних резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці, що призводить до поліпшеної селекції мод.

Для досягнення поставленої мети необхідно було розв'язати наступні задачі:

1. Розрахувати частоти і поля для власних мод вакуумних резонаторів з гофрованими поверхнями та провести аналіз точності розрахунків.
2. Визначити вплив глибини, ширини і кількості гофрів на власні частоти і власні поля гофрованого резонатора.
3. Обчислити омічну добротність резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами та визначити її зміну в залежності від параметрів гофрів.
4. Розробити нелінійну самоузгоджену теорію для опису стаціонарної стадії взаємодії гвинтового пучка електронів з власними поперечно-електричними модами гофрованого резонатора гіротрона та встановити вплив гофрів на коефіцієнти зв'язку пучка електронів із власними модами резонатора гіротрона.
5. Розрахувати пороги генерації (стартові струми) робочої та конкуруючих мод у резонаторі з поздовжніми гофрами для гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

Об'єктом дослідження є власні моди вакуумних резонаторів з гофрованими поверхнями для гіротронів.

Предметом дослідження є вплив гофрів у резонаторі гіротрона на частоти, поля, омічні втрати і стартові струми власних мод резонатора.

Методи дослідження. Для розв'язку задач, визначених темою дисертаційної роботи, використовувалися стандартні, добре апробовані аналітичні та чисельні методи, а також методи фізики пучків заряджених частинок. В якості основного аналітичного метода обрано метод просторових гармонік, який використовувався для визначення власних частот та полів резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами. Використана вдосконалена модифікація даного метода, заснована на перерозкладанні полів на апертурі гофра в ряд по ортогональним поліномам Гегенбауера, для розрахунку власних значень і власних полів поперечно-магнітних (ТМ – **transverse magnetic**) мод. В основі цих аналітичних методів лежить метод часткових областей, в якому поперечний переріз гофрованого резонатора розділяється на області всередині і зовні гофрів. У кожній з цих областей поле представляється у вигляді розкладання в ряд по відомим базисним модам (гармонікам) та задовольняє умові неперервності полів на границі поділу областей і граничним умовам на ідеально-провідній поверхні резонатора. Для врахування омічних втрат у гофрованому резонаторі гіротрона зі скінченною провідністю стінок використовувався метод теорії збурень, який можна застосовувати при малому імпедансі металевій поверхні резонатора. Розв'язок дисперсійних рівнянь для власних мод резонаторів з гофрованими поверхнями знаходилися за допомогою ітераційного чисельного методу Мюллера. Для опису стаціонарної стадії генерації випромінювання у гофрованому резонаторі гіротрона використовувалася стандартна процедура зведення хвильового рівняння і рівнянь руху електронів пучка до системи звичайних диференціальних рівнянь. Дана процедура передбачає, що електрони пучка мають нульовий розкид за початковими швидкостями і ведучими центрами, малі ларморівські радіуси і об'ємний заряд, та взаємодіють з єдиною поперечно-електричною (ТЕ – **transverse electric**) модою резонатора на одній з гармонік циклотронної частоти. Отримана система диференціальних рівнянь розв'язувалася за допомогою чисельного методу Рунге-Кутти 4-го порядку з постійним кроком.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що:

1. Вперше отримано дисперсійне рівняння та аналітичний вираз омичної добротності для ТЕ мод у металевому циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами, в яких враховується вплив вищих просторових гармонік на власні частоти і власні поля резонатора.

2. Вперше запропоновано вдосконалений метод розрахунку власних значень і власних полів для ТМ мод в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником, що дозволяє врахувати умову Мейкснера на ребрах гофрів.

3. Вперше встановлено, що конверсія мод, викликана азимутальною періодичністю резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами, залежить не тільки від кількості гофрів, але і від їх розміру.

4. Вперше виявлено, що гофри мають слабкий вплив на ТЕ моди циліндричного резонатора із довжиною хвилі, що дорівнює подвоєній глибині гофрів. Показано, що гофри із глибиною, близькою до чверті довжини хвилі, викликають значну конверсію ТЕ мод циліндричного резонатора в вищі просторові гармоніки, яка супроводжується зміною їх частот, омичних добротностей та коефіцієнтів зв'язку з електронним пучком.

5. Вперше розроблено нелінійну самоузгоджену теорію для опису стаціонарної стадії взаємодії гвинтового пучка електронів з власними ТЕ модами гофрованого резонатора гіротрона. Для електронно-хвильової взаємодії у резонаторі отримано умову балансу потужностей.

6. Вперше продемонстровано поліпшення селективних властивостей резонаторів для гіротронів на другій циклотронній гармоніці при використанні поздовжніх гофрів з глибиною, близькою до половини довжини хвилі робочої моди.

Практичне значення одержаних результатів. Індукція магнітного поля 10 Тл є поточною межею для порівняно недорогих надпровідних магнітів, що використовуються у неперервних гіротронах. При оснащенні таким магнітом частота гіротрона на першій циклотронній гармоніці не може перевищувати 280 ГГц. Сучасні терагерцові технології потребують гіротронів у діапазоні частот

від 0.3 до 1 ТГц. Це пояснює зростаючий інтерес до субтерагерцових гіротронів, які працюють на вищих гармоніках циклотронної частоти. Однак зі зростанням номера циклотронної гармоніки ККД гіротрона падає, що викликано зниженням інтенсивності взаємодії гвинтового пучка електронів з робочою модою у резонаторі гіротрона. З цієї ж причини робоча мода в такому гіротроні зазвичай має більш високий поріг генерації (стартовий струм) у порівнянні з конкуруючими модами на нижчих циклотронних гармоніках. У такій ситуації конкуруючі моди можуть служити істотною перешкодою для роботи гіротрона. Цим пояснюється практичне значення вдосконалених методів селекції мод у резонаторах гіротронів на вищих циклотронних гармоніках. У даній роботі теоретично показано, що поліпшені селективні властивості можуть мати резонатори гіротронів з поздовжніми гофрами. Такі резонатори можуть бути використані для придушення фундаментальних конкуруючих мод в субтерагерцових гіротронах на другій гармоніці циклотронної частоти.

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертації, відображені в роботах [1-15], отримані автором особисто. Дисертантка приймала безпосередню участь у постановці мети і завдань досліджень, аналізі отриманих результатів, обговоренні проблемних моментів та висновків. Самостійно отримала всі аналітичні та чисельні результати, що представлені в опублікованих роботах.

Особистий внесок здобувача в роботах [1-14], опублікованих за темою дисертації у співавторстві, полягає в наступному.

В роботах [1, 7, 9] здобувачем досліджені власні ТМ моди в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником. Розв'язана задача на власні значення методом перерозкладання власних полів на апертурі гофрів по поліномам Гегенбауера, що враховує особливості електромагнітного поля поблизу ребер гофрів. Знайдено вид дисперсійного рівняння для власних мод резонатора та розроблено чисельний код для його розв'язку. Досліджена точність методу, що використовується в роботі, для розрахунку власних значень і полів резонатора гіротрона в залежності від числа поліномів Гегенбауера.

В роботах [2, 10, 11] здобувач розв'язала задачу на власні значення для циліндричного резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами методом просторових гармонік. Отримала дисперсійне рівняння для знаходження власних значень ТЕ мод резонатора. Дослідила збіжність власних полів і похибки обчислення власних значень в залежності від числа врахованих просторових гармонік. Провела порівняння результатів точного методу просторових гармонік зі спрощеним методом поверхневого імпедансу, а також проаналізувала умови застосовності останнього.

В роботах [3, 4, 12] дисертантка отримала вираз для омічної добротності ТЕ мод в циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами, визначила вклад азимутальних гармонік Блоха в потік енергії через поперечний переріз хвилевідного каналу резонатора. В роботі [3] визначила параметри гофрів, при яких відношення омічних добротностей робочої та фундаментальної конкуруючої мод гіротрона на другій циклотронній гармоніці є максимальним, а конкуруюча мода схильна до найбільш ефективного придушення омічними втратами. Знайшла необхідне число гофрів, при якому конверсія робочої моди у вищі Блохівські гармоніки є малою. В роботі [4] дослідила власні частоти, омічні добротності, зв'язок азимутальних гармонік Блоха і розподіл поля у гофрованому резонаторі для робочої моди і найближчої фундаментальної моди гіротрона на другій циклотронній гармоніці в залежності від числа та глибини гофрів. Визначила параметри гофрів, що забезпечують селективне зростання омічних втрат фундаментальної конкуруючої моди та її конверсію в вищі гармоніки Блоха.

В роботах [5, 13] здобувач отримала нелінійну самоузгоджену систему рівнянь, що описують стаціонарну стадію електронно-хвильової взаємодії в циліндричному резонаторі гіротрона з поздовжніми гофрами. Отримала коефіцієнти зв'язку ТЕ мод резонатора з електронним пучком. Дослідила залежність коефіцієнтів зв'язку від числа та розмірів гофрів. Розрахувала стартовий струм ТЕ моди резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами. Показала, що гофри мають слабкий та сильний вплив на стартовий струм ТЕ мод, коли глибина гофрів близька до половини та чверті довжини хвилі, відповідно. Визначила, що при сильному впливі

гофрів стартовий струм ТЕ моди істотно збільшується через великі омичні втрати та значну конверсію мод у гофрованому резонаторі гіротрона.

В роботах [6, 14] дисертантка отримала аналітичний вид закону балансу потужностей для взаємодіючих пучка електронів і ТЕ моди резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами. Дослідила вплив числа та розмірів гофрів на селективні властивості резонатора для гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці знайшла параметри гофрів, що дозволяють розширити область одномодової генерації робочої моди гіротрона. Показала, що для цих параметрів вихідна потужність 0.3-ТГц гіротрона може бути збільшена. Встановила, що конверсія робочої моди гіротрона у вищі гармоніки Блоха призводить до погіршення модової чистоти у вихідному поперечному перерізі резонатора з поздовжніми гофрами.

В роботі [8] дисертанткою, в рамках наближення фіксованої структури поля, досліджено вплив амплітуди ТЕ моди у резонаторі з поздовжніми гофрами на динаміку гвинтового пучка електронів.

Роботу [15] виконано без співавторів. Здобувачем самостійно досліджено вплив просторових гармонік Фур'є на власні значення і власні поля резонаторів гіротронів з поздовжніми гофрами. Здобувач розрахувала власні значення ТЕ моди в залежності від глибини гофрів для нижчих та більш високих радіальних мод, визначила розузгодження власних полів на апертурі гофрів та провела порівняння методу Блохівських гармонік з методом просторових гармонік. Проаналізувала вплив просторових гармонік Фур'є на власні значення в залежності від ширини гофрів.

Здобувач брала участь в отриманні та аналізі результатів досліджень, а також їх оформленні у вигляді наукових публікацій.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації доповідалися, обговорювалися і отримали позитивну оцінку на наступних наукових конференціях і семінарах:

– XV Конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики і прискорювачів (Харків, Україна, 21-24 березня 2017 р.) [7];

- XIII Міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених та фахівців «Проблеми сучасної ядерної енергетики» (Харків, Україна, 18-20 жовтня 2017 р.) [8];
- 2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF-2017) (Lviv, Ukraine, October 17-20, 2017) [9];
- 2018 IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2018) (Kyiv, Ukraine, July 2-5, 2018) [10];
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (ICPPCF-2018) (Kharkiv, Ukraine, September 10-13, 2018) [11];
- XVII Конференція з фізики високих енергій і ядерної фізики (Харків, Україна, 26-29 березня 2019 р.) [12];
- XVIII Конференція з фізики високих енергій і ядерної фізики (Харків, Україна, 24-27 березня 2020 р.) [13];
- The 8th International Workshop on Far-Infrared Technologies (IW-FIRT 2021) (Fukui, Japan, March 8-9, 2021) [14];
- 2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW-2022) (Kharkiv, Ukraine, November 14-18, 2022) [15].

Публікації. За темою дисертації опубліковано 15 наукових робіт: 6 статей [1-6] і 9 робіт у збірниках наукових праць, в матеріалах та тезах доповідей на наукових конференціях [7-15]. Всі зазначені статті опубліковано у спеціалізованих фахових наукових виданнях. Статті [1-6] опубліковані в журналах, що включені до міжнародних наукометричних баз Scopus і Web of Science, серед них 3 статті [1-3] опубліковані в журналах, що входять до Q3, 2 статті [4, 5] – в журналах, що входять до Q2, 1 стаття [6] – в журналі, що входить до Q4 за Scimago Journal & Country Rank.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотацій, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних літературних джерел та одного додатку. Обсяг дисертації складає 162 сторінки. Дисертація містить 58 рисунків і 1 таблицю. Список використаних джерел, викладений на 15 сторінках, становить 138 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Терагерцовий частотний діапазон від 0.3 до 3 ТГц має ряд важливих особливостей, які роблять ТГц хвилі вкрай привабливими для багатьох застосувань у науці, медицині, зв'язку, безпеці та промисловості [16-18]. Зокрема, цей діапазон частот має значний інтерес для різних методів спектроскопії, оскільки в нього потрапляють обертальні рівні енергії молекул. Серед них можна зазначити **ЕСР-спектроскопію** (на основі електронного спіну-резонансу) та **ЯМР-ДЯП** спектроскопію (на основі ядерного магнітного резонансу з посиленням сигналу за рахунок динамічної ядерної поляризації).

ЕСР-спектроскопія, також відома як ЕПР-спектроскопія (спектроскопія на основі електронного парамагнітного резонансу), є універсальним, неруйнівним і дуже чутливим аналітичним методом, що використовується для вивчення структури та динаміки молекул, радикалів, парамагнітних іонів та інших речовин з неспареними електронними спінами. В ньому використовується мікрохвильове випромінювання для дослідження матеріалів, які розміщують у зовнішнє статичне магнітне поле. Цей метод дозволяє вимірювати Зееманівське енергетичне розщеплення електронних спінових рівнів і досліджувати, наприклад, спін-спінову взаємодію електронів, спін-решіткову релаксацію, а також вплив оточуючих речовин на спінову систему.

Ядерний магнітний резонанс (ЯМР) подібний до ЕПР, фундаментальна відмінність яких полягає в тому, що останній заснований на магнітно-індукованому розщепленні електронних спінових станів, тоді як у ЯМР відбувається розщеплення ядерних спінових станів. ЯМР-спектроскопія – потужний аналітичний інструмент, що використовується для вивчення різних матеріалів (наприклад, складних біомолекул, ліків, полімерів та багатьох інших) та дозволяє отримати розширену інформацію про їх зміст, структуру, фазові перетворення, хімічні реакції і т.д. Сучасні ЯМР-спектрометри є складними і дорогими системами із потужними магнітами, які в даний час можуть досягати напруженості поля до 28 Тл. Однак,

крім зазначених переваг ЯМР спектроскопії, існує ряд недоліків. Найбільш важливим серед них є низьке відношення сигнал/шум, що призводить до низької чутливості і, як наслідок, тривалого часу отримання спектру.

Всі ці недоліки були усунені за допомогою революційної технології, вперше розробленої Гріффіном та співавт. у Массачусетському технологічному інституті [19]. Ця технологія забезпечує різке посилення сигналу за рахунок динамічної ядерної поляризації (ДЯП) і має назву ЯМР-ДЯП спектроскопія [20]. Її основна особливість полягає у використанні поляризуючого агента, спіни електронів якого легко поляризується. Створена таким чином велика поляризація передається від електронів навколишнім ядрам досліджуваного матеріалу шляхом опромінення на частоті, близькій до частоти ЕПР-переходу. З переходом до вищих магнітних полів і, відповідно, вищих частот, ця методика вимагає потужних джерел випромінювання ТГц діапазону.

Сучасний прогрес у розвитку цих застосувань в основному обмежений через недостатній розвиток джерел випромінювання, здатних генерувати неперервне ТГц випромінювання з високою вихідною потужністю від ват до кількох десятків кіловат. Ця проблема виникає через природне падіння вихідної потужності електронних і фотонних пристроїв з їх наближенням до ТГц частот з боку мікрохвильового та інфрачервоного діапазонів, відповідно. Саме з цієї причини ТГц діапазон частот широко відомий як «ТГц провал».

Серед джерел НВЧ-випромінювання, що працюють у ТГц діапазоні частот, найбільш потужними є вакуумні електронні пристрої [21], які можна розділити на пристрої на повільних та швидких хвилях. До пристроїв на повільних хвилях відносяться генератори зворотної хвилі, клінотрони, оротрони, клістри розширеної взаємодії, лампи біжучої хвилі [22-25]. Вони засновані на перетворенні кінетичної енергії лінійного електронного пучка в енергію електромагнітної хвилі. Електромагнітна хвиля підтримується уповільнюючою структурою, розміри якої є співмірними із довжиною хвилі і тому потрапляють до субміліметрового діапазону при наближенні частоти випромінювання до 1 ТГц. Така мініатюризація структури взаємодії вимагає дуже високої точності виготовлення і накладає суворі обмеження

на вихідну потужність генератора через високі омичні втрати, потенційний електричний пробій і малий струм пучка. З цієї причини вихідна потужність наявних електронних пристроїв на повільних хвилях є в даний час значно нижчою за 1 Вт в діапазоні від субтерагерцових до терагерцових частот [21].

У порівнянні з пристроями повільної хвилі, електронні пристрої на швидких хвилях використовують структури взаємодії набагато більших розмірів і, отже, краще сумісні з вимогами генерації потужного ТГц випромінювання. Серед них найбільш розвинутими є лазери на вільних електронах (ЛВЕ) [26] та гіротони [27]. Перевагами ЛВЕ є широка смуга частот і висока вихідна потужність до кількох сотень ват у ТГц діапазоні частот. Однак для їх роботи необхідні електронні пучки з релятивістською енергією до 100 МеВ, яку здатні забезпечувати лише прискорювачі частинок. З цієї причини ЛВЕ є складними, великогабаритними і дуже дорогими експериментальними установками, які сьогодні знаходять обмежене використання.

Гіротрони були вперше експериментально реалізовані у 1960х [28-30] і на даний час широко досліджуються, удосконалюються та виготовляються у дослідницьких інститутах та промислових компаніях по всьому світу [27, 31-40], у тому числі в Технологічному інституті Карлсруе (Німеччина), Thales Group (Франція), Массачусетському технологічному інституті (США), Університеті Меріленду (США), Communications and Power Industries (США), Університеті Фукуї (Японія), Національному інституті квантової науки та технологій (Японія), Корейському науково-дослідному інституті електротехнології (Республіка Корея), Пекінському університеті (Китай), Університеті електронних наук та технологій Китаю (Китай). У міліметровому діапазоні гіротрони є найбільш потужними джерелами неперервного випромінювання з вихідною потужністю до 2 МВт і ККД до 40%.

Основним застосуванням таких потужних гіротронів є нагрів плазми в установках керованого термоядерного синтезу. Прикладом є міжнародний термоядерний реактор ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) – найбільший експериментальний термоядерний реактор, який будується в рамках спільного міжнародного проєкту з метою дослідження можливостей термоядерного

синтезу як джерела енергії майбутнього. Головне використання гіротронів в ITER полягає в нагріванні плазми до високих температур, необхідних для початку термоядерної реакції. В реакторі ITER передбачається використання 24-х неперервних гіротронів з потужністю 1 МВт і робочою частотою 170 ГГц [30, 41-43], які виготовлятимуться в різних країнах світу.

На відміну від ЛВЕ, у гіротронах використовуються слаборелятивістські електронні пучки, створювані магнетронними інжекційними гарматами та прискорювані прикладеною напругою до 100 кВ. Всередині відкритого резонатора електрони пучка рухаються за гвинтовими траєкторіями під дією зовнішнього магнітного поля і зазнають циклотронної резонансної взаємодії з поперечною електричною (ТЕ) модою, близькою до частоти відсічки (рис. 1.1). По закінченню взаємодії робоча мода випромінюється з резонатора з частотою, пропорційною електронній циклотронній частоті, яка визначається величиною зовнішнього магнітного поля.

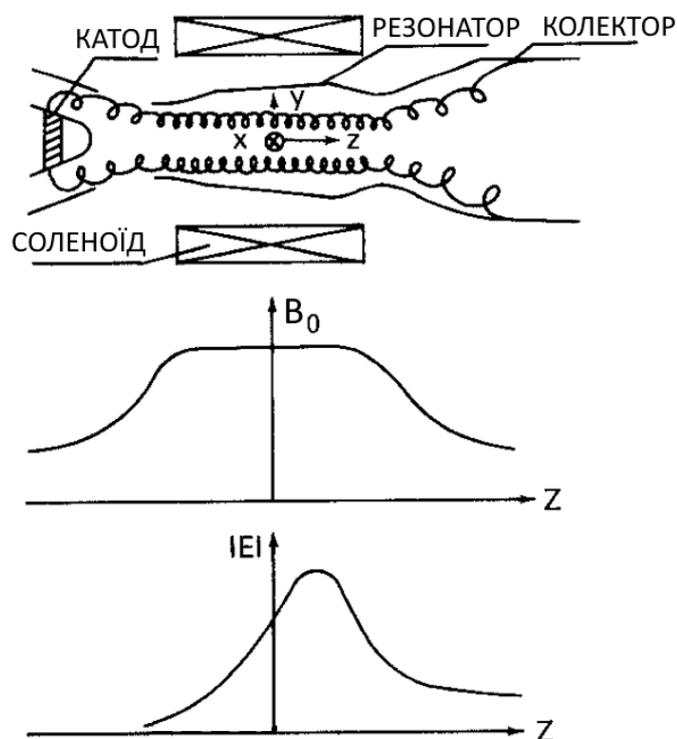


Рис. 1.1. (а) Спрощена конфігурація традиційного гіротрона, (б) розподіл зовнішнього магнітного поля та (в) типовий вигляд амплітуди першої аксіальної ТЕ моди в резонаторі [29].

Поточне обмеження по частоті неперервних гіротронів пов'язане із величиною максимального магнітного поля близько 12 Тл, яке сьогодні можуть створювати доступні надпровідні комерційні магніти на базі NbTi. Для такого поля частота гіротрона, що працює близько до фундаментальної циклотронної частоти, обмежена значенням 0.3 ТГц. Частоту гіротрона можна збільшити в s разів за умови збудження робочої моди електронним пучком на s -й гармоніці електронної циклотронної частоти. Саме тому робота на високих гармоніках ($s > 1$) є єдиним способом для неперервних гіротронів із відносно малогабаритними та недорогими магнітами подолати «ТГц провал».

Однак із збільшенням номера гармоніки s зменшується сила взаємодії слаборелятивістського електронного пучка з робочою модою [44]. Це призводить до збільшення стартового струму робочої моди і загострює дві пов'язані між собою фундаментальні проблеми. Цими проблемами є омичні втрати і конкуренція мод у традиційному металевому резонаторі гіротрона, який утворений однорідним циліндричним резонатором, з'єднаним зі конічними вхідною та вихідною циліндричними секціями (рис. 1.2).

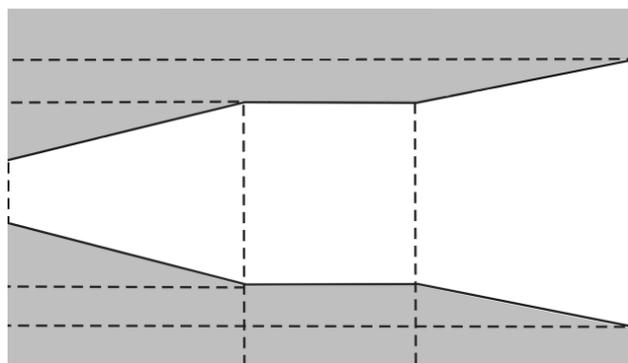


Рис. 1.2. Схематичний вигляд традиційного резонатора [45].

Традиційним способом підвищення інтенсивності взаємодії пучка з робочою модою на високій циклотронній гармоніці є збільшення довжини резонатора. Це викликає збільшення дифракційної добротності відкритого резонатора. У той же час, щоб уникнути гострої конкуренції з боку мод на низьких гармоніках, гіротрони на високих циклотронних гармоніках зазвичай оснащуються резонаторами малого

радіусу, що мають розріджений частотний спектр конкуруючих мод. Зі зменшенням радіуса стінок омічна добротність металевого резонатора зменшується. Тому, як збільшення довжини, так і зменшення радіусу металевого резонатора призводять до збільшення вкладу омічної добротності в загальну добротність і, як наслідок, викликають збільшення омічних втрат потужності гіротрона. У кращих сучасних субтерагерцових гіротронах на другій циклотронній гармоніці [46-49] такі втрати потужності перевищують 80% і значно знижують ефективність взаємодії [50], що призводить до низького вихідного ККД нижче 3%.

Деякі терагерцові застосування висувають додаткові вимоги до неперервних гіротронів. Крім високого ККД і вихідної потужності, спектроскопічні застосування [46, 47, 49, 51] потребують неперервної широкосмугової перебудови частоти гіротрона. Така перебудова частоти забезпечується послідовними переходами між аксіальними резонансами робочої моди зі зміною зовнішнього магнітного поля або прикладеною напругою, і може бути спрощена за рахунок модифікацій конструкції резонатора [52-54]. Однак, на відміну від фундаментальної аксіальної моди, близької до частоти відсічки, аксіальні моди високого порядку у резонаторі гіротрона мають низькі дифракційні добротності. Тому їхнє збудження електронним пучком вимагає подальшого збільшення довжини резонатора. Зрозуміло, що для терагерцових гіротронів із перебудовою частоти, це ще більш ускладнює проблему омічних втрат у резонаторі. Крім того, негативний вплив розкиду швидкостей електронів пучка на інтенсивність електронно-хвильової взаємодії посилюється зі збільшенням аксіального хвильового числа робочої моди. Отже, це накладає додаткові обмеження на смугу перебудови частот неперервних терагерцових гіротронів для спектроскопічних застосувань.

1.1. Проблема конкуренції мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці

Як зазначено вище, основне обмеження по частоті неперервного гіротрона пов'язане з величиною робочого магнітного поля, що створюється надпровідним магнітом. Тому в субтерагерцовому діапазоні частот особливе значення мають гіротрони, що працюють на другій (або вищій) гармоніці циклотронної частоти

електронного пучка. Однак чим вище номер циклотронної гармоніки, тим слабкіше зв'язок електронного пучка з робочою ТЕ модою гіротрона. Це призводить до неминучого збільшення порогу генерації (стартового струму), а також зниження ефективності та вихідної потужності гіротрона зі зростанням номера s циклотронної гармоніки.

У субтерагерцовому діапазоні частот досить високу ефективність і потужність можуть мати гіротрони на другій ($s = 2$) циклотронній гармоніці. Однак їх реалізація часто пов'язана з проблемою конкуренції між робочою модою і модами на першій ($s = 1$) гармоніці циклотронної частоти. Така конкуренція мод виникає внаслідок того, що резонансні частоти декількох мод є близькими до циклотронної частоти електронів пучка та її другої гармоніки. Її наслідками можуть бути повне придушення або зменшення ефективності генерації робочої моди. Додатково вона може призводити до зміни спектрального складу випромінювання гіротрона, що ускладнює використання цього сигналу для конкретних застосувань, а також до погіршення стабільності роботи гіротрона, оскільки розподіл енергії між різними модами може змінюватися з часом. Таким чином, конкуренція мод становить одну із головних перешкод для практичної реалізації високоефективної та стабільної роботи гіротронів на другій або вищих циклотронних гармоніках.

У порівнянні з робочою модою на другій циклотронній гармоніці, конкуруючі моди на першій гармоніці за своєю природою мають більш сильний зв'язок з електронним пучком і, як наслідок, більш низькі стартові струми. Ця обставина може бути пояснена за допомогою простої наближеної формули [55, 56]:

$$\frac{I_1}{I_2} \approx 4\beta_{\perp 0}^2 \frac{Q_2}{Q_1} \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^2 \frac{C_{m,2}^2}{C_{l,1}^2}, \quad (1.1)$$

де I_s , Q_s , L_s і $C_{m,s}^2$ – мінімальний стартовий струм, повна добротність, ефективна довжина резонатора гіротрона і коефіцієнт зв'язку з електронним пучком для ТЕ $_{m,p}$ моди на s -ій циклотронній гармоніці, відповідно, $\beta_{\perp 0} = v_{\perp 0}/c = \sqrt{(1 - \gamma_0^{-2})/(1 + \alpha^{-2})}$, c

– швидкість світла в вакуумі, $v_{\perp 0}$, γ_0 і α – початкова поперечна швидкість, початковий релятивістський фактор і пітч-фактор електронів пучка, відповідно.

У гіротронах з традиційними циліндричними резонаторами $L_1 \approx L_2$, а відношення повних добротностей Q_2/Q_1 близьке до максимального значення 4 [57] за умови, що омичні втрати у резонаторі малі. Незважаючи на це, мінімальні стартові струми для мод на першій циклотронній гармоніці зазвичай в кілька разів нижче, ніж для мод на другій гармоніці [55, 58-63]. Основна причина полягає в слабкому релятивізмі електронів пучка в традиційних гіротронах. Це неминуче призводить до обмеження $\beta_{\perp 0}^2 \ll 1$ [55, 56], яке стає більш жорстким зі зменшенням напруги пучка. Додатковий обмежуючий фактор пов'язаний із співвідношенням $C_{m,2}^2/C_{l,1}^2$. Це відношення часто помітно менше одиниці, оскільки максимальні значення коефіцієнтів зв'язку електронного пучка з модами на першій циклотронній гармоніці, як правило, в кілька разів вище, ніж з модами на другій гармоніці. Крім того, в компактних гіротронах на другій гармоніці з неперервною широкосмугового перебудовою частоти використовуються наддовгі резонатори, які забезпечують неперервне збудження послідовності аксіальних мод при малому робочому струмі і напрузі пучка [46, 54, 55, 64, 65]. У таких резонаторах внесок омичних втрат в повну добротність є великим [50]. Ці втрати викликають зменшення величини Q_2/Q_1 , тим самим забезпечуючи подальше зниження відношення стартових струмів I_1/I_2 . Внаслідок малості I_1/I_2 , для слабкострумових низьковольтних гіротронів на другій циклотронній гармоніці з традиційними резонаторами особливо важливим є вибір робочої моди, яка повинна бути добре ізольована по частоті від конкуруючих мод на першій циклотронній гармоніці. Зі збільшенням частоти гіротрона і власного значення робочої моди ця умова стає все більш важкою для виконання.

1.2. Вдосконалені типи резонаторів з поліпшеною селекцією мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці

Зменшення омичних втрат в традиційних резонаторах гіротронів вимагає збільшення їхніх поперечних розмірів, що знижує їхню спроможність забезпечувати

одномодову генерацію обраної робочої мод. Дана обставина призводить до необхідності розробки вдосконалених типів резонаторів з поліпшеною селекцією мод для субтерагерцових гіротронів на другій циклотронній гармоніці.

Серед вдосконалених типів резонаторів з поліпшеною селекцією мод можна виділити клас резонаторів, в яких для селекції мод використовуються втрати. До них відносяться резонатори, що дозволяють селективно знизити дифракційні втрати робочої моди на другій гармоніці або збільшити такі втрати для конкуруючих мод, і тим самим збільшити відношення Q_2/Q_1 разом з I_1/I_2 в (1.1). Прикладами є резонатори, навантажені діафрагмою [66, 67], коаксіальні резонатори з конічними гофрованими [68] або гладкими [61] вставками, резонатори з вихідними відбивачами [69], резонатори з розподіленим діелектричним покриттям [70] або імпедансними гофрами [71]. Омичні втрати, однак, помітно обмежують ефективність селекції мод в цих резонаторах при їх використанні у гіротронах на другій циклотронній гармоніці субтерагерцового діапазону. В теорії поліпшені селективні властивості можуть мати резонатори гіротронів з коаксіальними резистивними стрижнями [68, 72], які дозволяють збільшити омичні втрати конкуруючих мод. З практичної точки зору, їх основним недоліком є дуже низька провідність стрижнів, яка потрібна для ефективного придушення низькодобротних аксіальних конкуруючих мод, що представляють часто найбільшу загрозу для роботи гіротронів на другій циклотронній гармоніці [58-63]. Така провідність може бути недосяжна для реальних матеріалів, особливо в субтерагерцовому діапазоні [63]. В якості альтернативи для селекції мод омичними втратами у резонаторах субтерагерцових гіротронів на другій циклотронній гармоніці можуть бути використані коаксіальні вставки з широкодоступної поглинаючої кераміки [63]. Практичне використання таких діелектричних вставок, однак, вимагає подальших досліджень матеріальних властивостей поглинаючої кераміки в субтерагерцовому діапазоні і вибору відповідного матеріалу з необхідними вакуумними, тепловими, механічними і зарядовими властивостями.

Згідно (1.1), високоефективна селекція мод може бути досягнута в удосконалених резонаторах гіротронів, що забезпечують зменшення ефективної

довжини резонатора L_1 для конкуруючих мод на першій циклотронній гармоніці. Це пов'язано з тим, що в відношення I_1/I_2 стартових струмів конкуруючої і робочої мод входить квадрат величини L_2/L_1 . Більш того, зменшення ефективної довжини резонатора L_1 для конкуруючих мод значно знижує їх дифракційну добротність [57], тим самим сприяючи додатковому зростанню I_1/I_2 . Така поліпшена селекція може бути реалізована в удосконалених резонаторах гіротронів з різкими поздовжніми неоднорідностями особливого виду, які слабо впливають на робочу моду гіротрона, але при цьому викликають відбиття конкуруючих мод. До таких резонаторів відносяться зв'язані резонатори з трансформацією мод [73, 74], резонатори з поперечними (кільцевими) селективними гофрами [62], коаксіальні резонатори зі східчастими внутрішніми провідниками [60], а також резонатори з коаксіальними металевими вставками, що мають часткове діелектричне покриття [61] або розподілені поздовжні гофри [63]. Однак, на відміну від традиційних циліндричних резонаторів, різка зміна поздовжньої структури в цих резонаторах може викликати конверсію радіальних мод. Незважаючи на те, що така конверсія мод у резонаторах гіротронів детально досліджена в «холодному випадку» (за відсутності електронного пучка) [75-79], її вплив на взаємодію електронного пучка з модами на першій і другій циклотронній гармоніці все ще залишається маловивченим [80] і, отже, може бути прихованим фактором при проектуванні вдосконалених поздовжньо-неоднорідних резонаторів для гіротронів на другій гармоніці циклотронної частоти.

Принципово інший метод селекції мод може бути потенційно застосований в циліндричних резонаторах гіротронів з поздовжніми гофрами. Такі гофри по-різному впливають на власні частоти TE мод, які збуджуються у резонаторі на різних гармоніках циклотронної частоти [68, 71, 81]. Крім того, вони можуть викликати конверсію конкуруючих мод в вищі азимутальні моди (гармоніки Блоха) [82-85]. Якщо кількість гофрів є достатньо великою, гармоніки Блоха високого порядку мають радіуси каустики, які помітно перевищують радіус електронного пучка у резонаторі гіротрона. В цьому випадку поздовжні гофри можуть викликати

зменшення коефіцієнтів зв'язку $C_{l,1}^2$ пучка з конкуруючими модами на першій гармоніці i , як наслідок, призвести до зростання відношення I_1/I_2 стартових струмів для мод на першій і другій циклотронних гармоніках (див. (1.1)). Крім того, такі гофри здатні збільшити омичні втрати конкуруючих мод [86]. Вказані властивості поздовжніх гофрів роблять перспективним їх застосування для селективного придушення конкуруючих мод в циліндричних резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці в субтерагерцовому діапазоні частот. Це викликає необхідність у детальному дослідженні власних частот і полів таких резонаторів.

1.3. Методи аналізу власних мод резонаторів гіротронів з гофрованими поверхнями

Аналіз власних мод резонаторів гіротронів з гофрованими поверхнями є ключовим для розуміння основних особливостей їхньої взаємодії із електронним пучком. Він базується на розв'язанні задачі на власні значення, складність якої пов'язана із складністю форми поперечного перерізу таких резонаторів. Для власних мод резонатора цей аналіз дозволяє визначити власні значення, омичні втрати у гофрованій стінці та розподіл поля за поперечним перерізом резонатора. Детальне вивчення цих характеристик спрощує вибір робочої моди гіротрона та визначення конструкції гофрованого резонатора, яка має забезпечити ефективну взаємодію електронного пучка із робочою модою та селективне придушення конкуруючих мод.

Розв'язання вищезазначеної задачі може бути здійснено за допомогою суто числових методів кінцевих елементів або кінцевих різниць [87-91]. Такі методи використовують дискретну апроксимацію системи рівнянь Максвелла разом із необхідними граничними умовами. Як правило, для отримання збіжності та достатньої точності розрахунків крок дискретизації має бути набагато меншим за частоту електромагнітної хвилі. Тому зі зростанням частоти використання методів кінцевих елементів або кінцевих різниць призводить до зростання машинного часу та вимагає збільшення комп'ютерних ресурсів. Особливо це стосується об'ємних електромагнітних хвиль у високочастотних структурах, поперечні розміри яких

значно перевищують довжину хвилі. З цієї причини, суто числові методи є малоприматними для задач оптимізації об'ємних резонаторів гіротронів, які працюють у субтерагерцевому та терагерцевому діапазонах частота, та в основному використовуються в якості додаткового інструменту перевірки достовірності теоретичних результатів [92-95].

На даний час відомі кілька наближених і строгих теоретичних методів, що найчастіше застосовуються для аналізу електромагнітних характеристик хвилевідних структур з гофрованими поверхнями. Вони відіграють важливу роль в удосконаленні та розробці нових типів резонаторів, які відповідають вимогам сучасних технологій мікрохвильової електроніки. Узагальнення результатів такого аналізу для гофрованих резонаторів дозволяє розробляти та оптимізувати їх для певних застосувань у гіротронах.

Розглянемо основні особливості теоретичних методів на прикладі задачі на власні значення для ТЕ мод однорідного ідеально-провідного хвилеводу:

$$(\Delta_{\perp} + k_{\perp}^2)\Psi = 0, \quad (1.2)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right|_C = 0, \quad (1.3)$$

де C – контур поперечного перерізу хвилеводу, Ψ і k_{\perp} – мембранна функція і поперечне хвильове число моди, відповідно. Для обраного поперечного перерізу резонатора гіротрона з контуром C задача (1.2)-(1.3) дозволяє визначити власні значення нормальних (хвилевідних) ТЕ мод резонатора і розподіл їх полів.

1.3.1. Імпедансна модель

Для розрахунку характеристик хвилевідних структур з гофрованими поверхнями найбільш широко використовується спрощена імпедансна модель (ІМ) [81, 96-103].

Ця модель базується на одномодовому наближенні, в рамках якого поле всередині хвилеводу описується за допомогою пари зв'язаних мод у хвилевідному каналі та гофрах. В цьому випадку двосторонні умови для тангенціальних компонент електромагнітного поля на поверхні поділу хвилевідного каналу та гофрів можуть бути зведені до односторонніх граничних умов імпедансного типу. Використання даного наближення є обґрунтованим за умови, якщо період гофрів є набагато меншим за довжину хвилі.

Таким чином, в рамках ІМ гофровану поверхню представляють як однорідну поверхню з усередненим (ефективним) імпедансом, який залежить від параметрів гофра і частоти хвилі. Таке представлення може бути застосовано у випадку, коли кількість гофрів на одиницю площині поверхні є досить великою. Для коаксіального хвилеводу з гофрованим внутрішнім провідником (рис. 1.3) загальноприйнятим критерієм застосовності ІМ вважається умова [81]:

$$s < \frac{\pi R_i}{m}, \quad (1.4)$$

де R_i – радіус внутрішнього провідника, $s = 2\pi R_i / N$ – період гофрів, N – кількість гофрів на внутрішньому провіднику. Умова (1.4) передбачає малість періоду гофрування в порівнянні з періодом зміни поля ТЕ моди в азимутальному напрямку. З умови (1.4) можна легко отримати співвідношення $N > 2m$ між числом гофрів N та азимутальним індексом m моди.

Нормований імпеданс гофрованої поверхні (див. рис. 1.3б) має наступний вигляд:

$$w_z(\chi) = \frac{l}{s} \tan(k_{\perp} d), \quad (1.5)$$

де d і l – глибина і ширина гофрів, відповідно.

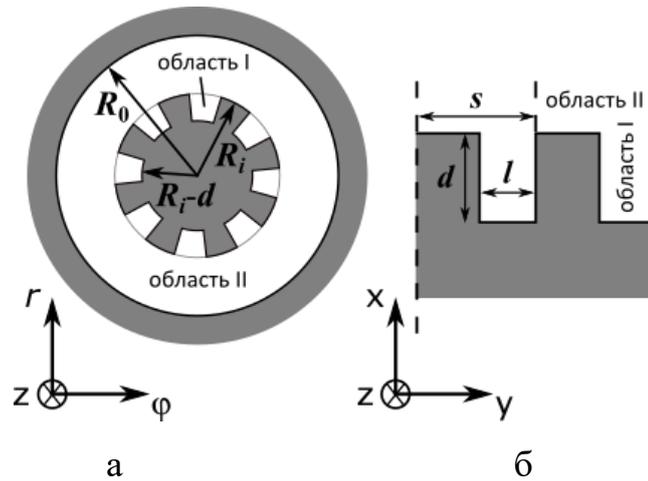


Рис. 1.3. (а) Поперечний переріз коаксіального резонатора гіротрона і (б) область поблизу гофрів [81].

Для коаксіального хвильоводу розв'язок рівняння (1.2) в полярних координатах $\{r, \varphi\}$ має вигляд

$$\Psi = (AJ_m(k_{\perp}r) + BN_m(k_{\perp}r)) \exp(im\varphi), \quad (1.6)$$

де $J_m(x)$ і $N_m(x)$ – функції Бесселя і Неймана m -го порядку, відповідно.

Зв'язок між константами A і B встановлюють граничні умови на поверхнях $r = R_i$ і $r = R_0$. Підставляючи (1.6) в ці умови, можна отримати дисперсійне рівняння для ТЕ мод в коаксіальному хвильоводі з гофрованим внутрішнім провідником:

$$J'_m(\chi) \left[N'_m\left(\frac{\chi}{C_i}\right) + w_z N_m\left(\frac{\chi}{C_i}\right) \right] - N'_m(\chi) \left[J'_m\left(\frac{\chi}{C_i}\right) + w_z J_m\left(\frac{\chi}{C_i}\right) \right] = 0, \quad (1.7)$$

де $\chi = k_{\perp}R_0$ – власне значення ТЕ моди, R_0 – радіус стінки хвильоводу, $C_i = R_0/R_i$, $J'_m(x) = dJ_m(x)/dx$, $N'_m(x) = dN_m(x)/dx$.

Імпедансна модель не враховує зв'язок азимутальних мод (гармонік), викликану неоднорідністю гофрованої поверхні. Це може призводити до помилок в розрахунку як власних значень ТЕ мод, так і їх полів, особливо поблизу

гофрованого провідника [104-106]. Крім того, для циліндричного хвилеводу з гофрованою стінкою (рис. 1.4) застосовність ІМ залишається недослідженою.

1.3.2. Метод Блохівських гармонік

Разом із методом ІМ, до наближених методів аналізу гофрованих хвилеводів відноситься метод Блохівських гармонік (МБГ) [107]. У цьому методі враховується зв'язок азимутальних мод (гармонік Блоха) всередині хвилевідного каналу (область I), однак поле всередині гофрів (область II) наближено описується єдиною модою (фундаментальною Фур'є-гармонікою). Так, наприклад, для циліндричного хвилеводу з поздовжніми гофрами (рис. 1.4) розв'язок рівняння (1.2) в області I (Ψ_1) і області II (Ψ_2) записується у вигляді [107, 108]:

$$\Psi_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n J_{k_n}(k_{\perp} r) \exp(ik_n \varphi), \quad (1.8)$$

$$\Psi_2 = X_0 \left(J_0(k_{\perp} r) - \frac{J'_0(k_{\perp} b)}{N'_0(k_{\perp} b)} N_0(k_{\perp} r) \right), \quad (1.9)$$

де A_n і $k_n = m + nN$ – амплітуда і азимутальний індекс n -ої Блохівської гармоніки, відповідно, X_0 – амплітуда фундаментальної Фур'є-гармоніки.

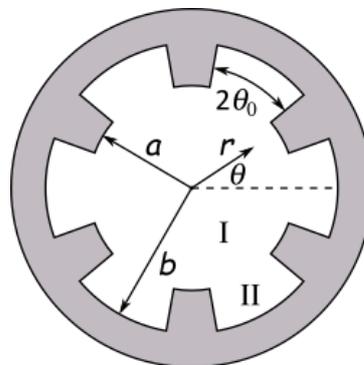


Рис. 1.4. Поперечний переріз циліндричного хвилеводу з поздовжніми гофрами [107].

Використовуючи ортогональність гармонік Блоха, умову неперервності полів на границі областей I і II, а також граничну умову (1.3) на ідеально-провідній поверхні гофрованого хвилеводу, можна отримати дисперсійне рівняння для ТЕ мод хвилеводу:

$$\frac{N\theta_0}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sin(k_n \theta_0)}{k_n \theta_0} \right]^2 \frac{J_{k_n}(\chi)}{J'_{k_n}(\chi)} = \frac{J_0(\chi)N'_0(\chi b/a) - J'_0(\chi b/a)N_0(\chi)}{J'_0(\chi)N'_0(\chi b/a) - J'_0(\chi b/a)N'_0(\chi)}. \quad (1.10)$$

Метод МБГ не враховує внесок вищих Фур'є-гармонік у власне поле гофрованого хвилеводу всередині гофрів. Область застосування такого наближення на даний час залишається невивченою.

1.3.3. Метод просторових гармонік

Одним із строгих методів розв'язання задачі на власні значення (1.2) для хвилеводів з гофрованими поверхнями є метод просторових гармонік (МПГ) [105, 109]. Даний метод активно використовується для розрахунку характеристик резонаторів гіротронів з коаксіальною гофрованою вставкою. Поперечний переріз такого резонатора показано на рис. 1.5.

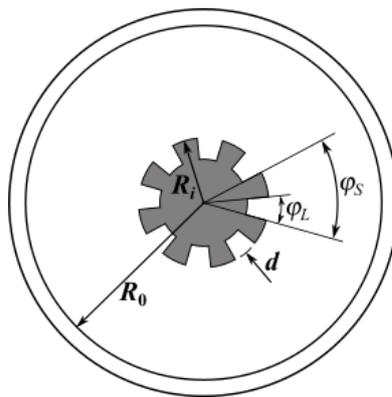


Рис. 1.5. Поперечний переріз резонатора гіротрона з коаксіальною гофрованою вставкою [106].

Для такої структури розв'язок рівняння (1.2) в областях над гофрами (Ψ_1) і всередині гофрів (Ψ_2) представляються у вигляді суперпозиції просторових гармонік Блоха і Фур'є, відповідно:

$$\Psi_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n G_{k_n}(\chi, \chi/C_i, \chi r/R_0) \exp(ik_n \varphi), \quad (1.11)$$

$$\Psi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} X_n G_{\xi_n}(\chi/C_i', \chi/C_i, \chi r/R_0) \cos(\xi_n(\varphi + \varphi_L/2)), \quad (1.12)$$

де $G_v(a, b, c) = \frac{J'_v(a)N_v(c) - N'_v(a)J_v(c)}{J'_v(a)N'_v(b) - N'_v(a)J'_v(b)}$, $\xi_n = \pi n/\varphi_L$, $C_i' = R_0/(R_i - d)$.

Мембранні функції Ψ_1 і Ψ_2 задовольняють граничним умовам (1.3) на ідеально провідній стінці резонатора і поверхні гофрів, відповідно. Крім того, на неоднорідній поверхні $r = R_i$ внутрішнього провідника мембранна функція Ψ_1 повинна задовольняти умовам неперервності $\Psi_1 = \Psi_2$ і $d\Psi_1/dr = d\Psi_2/dr$ всередині гофрів ($j\varphi_S < \varphi < \varphi_L + j\varphi_S$, $j = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$) і граничній умові $d\Psi_1/dr = 0$ зовні гофрів ($\varphi_L + j\varphi_S < \varphi < (j+1)\varphi_S$, $j = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$). Використовуючи ортогональність азимутальних гармонік, з цих умов може бути знайдена однорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих амплітуд гармонік A_n і X_n . Отримана система рівнянь має нетривіальний розв'язок, коли детермінант її матриці дорівнює нулю. Ця умова становить дисперсійне рівняння для ТЕ мод в коаксіальній структурі з гофрованим внутрішнім провідником.

Основним недоліком методу МПГ є нескінченність порядку детермінанта в дисперсійному рівнянні. Тому його строгий чисельний розв'язок є неможливим. Разом з тим, ряди (1.11) і (1.12), як правило, досить швидко збігаються зі зростанням числа врахованих азимутальних гармонік [105]. Це дозволяє знаходити власні значення хвилевідної структури з необхідною точністю із спрощеного дисперсійного рівняння, в якому враховується лише невелике число гармонік Блоха і Фур'є. Суперпозиція цих гармонік досить добре описує розподіл поля за

поперечним перерізом структури. Винятки можуть становити околиці поблизу ребер гофрів [110].

1.3.4. Метод перерозкладання власних полів

Метод перерозкладання власних полів (МПП) є удосконаленим варіантом методу МПГ. Необхідність використання даного методу виникає у випадках, коли гранична поверхня хвилеводу має геометрично сингулярні точки, наприклад, гострі ребра [111-113]. У таких випадках при наближенні до сингулярної точки деякі компоненти поля електромагнітної хвилі зростають до нескінченності. Допустимий порядок невизначеності розв'язку системи рівнянь Максвелла визначається умовою, за якої хвиля має кінцевий запас енергії в околиці сингулярної точки.

У випадку ВЧ структури із дифракційним ребром для забезпечення єдиності розв'язку необхідно вводити додаткове фізичне обмеження, відоме як умова на ребрі. Воно полягає у вимозі скінченності енергії електромагнітного поля, що запасена в будь-якому скінченному об'ємі в околиці ребра. Це рівнозначно умові:

$$\int_V (\varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \mu |\mathbf{H}|^2) dv \rightarrow 0 \quad (1.13)$$

при наближенні до нуля об'єму V в околиці ребра.

Якщо ввести локальні циліндричні координати (ρ, φ, z) з віссю z на ребрі, то з умови (1.13) випливає, що в околиці ребра жодна компонента електромагнітного поля (\mathbf{E}, \mathbf{H}) не може зростати швидше, ніж $\rho^{-1+\tau}$ ($\tau > 0$) при $\rho \rightarrow 0$.

Розглянемо двовимірну задачу для провідного ребра (рис. 1.6). Ця задача допускає розв'язок у вигляді поперечних електричних (ТЕ, $E_z \equiv 0$) та поперечних магнітних (ТМ, $H_z \equiv 0$) хвиль, які розповсюджуються вздовж z за законом $\exp(-ik_z z)$. Для ТМ та ТЕ хвиль всі компоненти електромагнітного поля можуть бути виражені через E_z та H_z , відповідно.

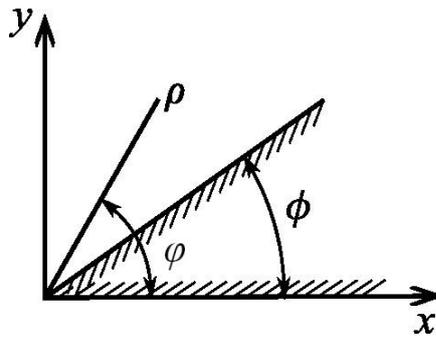


Рис. 1.6. Провідний клин [112].

Відповідний розв'язок для E_z має вигляд [112]:

$$E_z = J_\nu(k_\perp \rho) \sin \nu (\varphi - \phi),$$

та задовольняє граничній умові Діріхле $E_z = 0$ при $\varphi = \phi$. Тут $k_\perp = \sqrt{k^2 - k_z^2}$, значення ν в загальному випадку нецілим числом для довільного кута φ у діапазон від 0 до 2π . Параметр ν визначається граничною умовою $E_z = 0$ при $\varphi = 2\pi$. Таким чином, з умови $\sin \nu (2\pi - \phi) = 0$ отримуємо наступні допустимі значення ν :

$$\nu = \frac{n\pi}{2\pi - \phi}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.14)$$

Найменше допустиме значення ν дорівнює $\pi / (2\pi - \phi)$. Для ребра з нульовим внутрішнім кутом ϕ , тобто для напівплощини, $\nu = 1/2$, тоді як для прямокутного ребра $\nu = \pi / (2\pi - \pi/2) = 2/3$. Коли $\phi = 180^\circ$, $\nu = 1$. Згідно рівнянь Максвела компоненти поля E_ρ та E_φ є пропорційними $\partial E_z / \partial \rho$ та $\partial E_z / \rho \partial \varphi$, відповідно. Таким чином, можна зробити висновок, що компонента E_z залишається скінченою на ребрі, в той час як компоненти E_ρ та E_φ необмежено зростають як $\rho^{1-\nu} = \rho^{\nu-1}$ при наближенні ρ до нуля, оскільки функція Бесселя $J_\nu(k_\perp \rho)$ при малому аргументі має залежність від ρ у вигляді ρ^ν . Наприклад, для напівплощини компоненти E_ρ та E_φ мають сингулярність $\rho^{-1/2}$ на ребрі. Таку ж саму сингулярність мають компоненти поля H_ρ та H_φ , які для ТМ та ТЕ хвиль пропорційні E_φ та E_ρ , відповідно.

Для ТЕ хвиль граничні умови Неймана на поверхні ідеально провідного ребра мають наступний вигляд:

$$\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = 0, \quad \varphi = \phi, 2\pi.$$

Розв'язок для H_z записується у вигляді [112]:

$$H_z = J_\nu(k_\perp \rho) \cos \nu(\varphi - \phi).$$

Таким чином, з граничних умов отримуємо $\sin \nu(\varphi - \phi) = 0$, а отже допустимі значення ν для ТЕ хвиль збігаються із (1.14). Однак, у цьому випадку існує додаткове допустимиме значення $\nu = 0$, яке відповідає нетривіальному розв'язку $H_z = J_0(k_\perp \rho)$ крайової задачі. Для нього H_z та компоненти поля H_ρ та E_φ , які пропорційні $J_1(k_\perp \rho)$, не мають сингулярності на ребрі.

Підсумовуючи вищенаведені результати, варто зазначити, що в загальному випадку поблизу поверхні ідеально провідного клина із внутрішнім кутом, меншим ніж π , нормальні компоненти полів \mathbf{E} та \mathbf{H} стають сингулярними, а тангенціальні компоненти залишаються скінченими.

З рівнянь Максвелла можна встановити значення τ для різних конфігурацій ребра [114]. Так, наприклад, як показано вище, для ідеально провідного прямокутного клина, зображеного на рис. 1.7, мають місце наступні співвідношення:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t &= O\left(\rho^{-1/3}\right), \\ E_z, H_z &= O\left(\rho^{2/3}\right), \end{aligned} \right\} \rho \rightarrow 0. \quad (1.15)$$

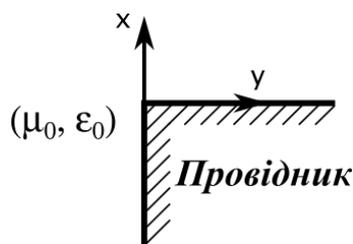


Рис. 1.7. Геометрія структури із прямокутним ребром [113].

В роботі [110] метод МПП був застосований до задачі на власні значення (1.2) для коаксіального резонатора гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником (рис. 1.5). Як і в методі МПГ, мембранна функція представляється у вигляді розкладання по азимутальним гармонікам і має вигляд (1.11) і (1.12).

Умови неперервності поля на границі областей всередині і зовні гофрів призводять до наступних співвідношень:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n f_n \exp(il_n t) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n g_n \cos(q_n(t+1)), \quad (1.16)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(il_n t) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \cos(q_n(t+1)) \equiv F(t), \quad (1.17)$$

де $t = 2\varphi/\varphi_L$, $l_n = k_n \varphi_L/2$, $q_n = \pi n/2$, $f_n \equiv G_{k_n}(\chi, \chi/C_i, \chi/C_i)$, $g_n \equiv G_{\xi_n}(\chi/C_i', \chi/C_i, \chi/C_i)$, $F(t)$ – функція, яка пропорційна азимутальному електричному полю ТЕ моди на апертурі гофрів ($-1 < t < 1$).

Як показано в [110], для врахування особливості поля на ребрах гофрів (1.15) невідома функція $F(t)$ має бути представлена у вигляді розкладання в ряд за новими ортогональними функціями – поліномами Гегенбауера:

$$F(t) = (1-t^2)^{-1/3} \sum_{k=0}^M a_k P_k^{1/6}(t), \quad (1.18)$$

де $P_k^{1/6}(t)$ – поліноми Гегенбауера.

Таке розкладання має низку переваг:

1) поліноми Гегенбауера є ортогональними на інтервалі $-1 < t < 1$ з вагою $(1-t^2)^{-1/3}$, що має таку ж особливість, як і невідома функція $F(t)$ на ребрах гофрів;

2) на інтервалі $-1 < t < 1$ функція $F(t)(1-t^2)^{1/3}$ та її похідна є гладкими функціями, які можна досить точно апроксимувати поліномами Гегенбауера. Це також забезпечує швидку збіжність рядів в (1.18).

3) амплітуди азимутальних гармонік A_n і X_n можуть бути легко виражені через нові шукані коефіцієнти a_k , що спрощує комп'ютерні обчислення;

4) кількість поліномів може бути змінена в залежності від необхідної точності і збіжності ряду в (1.18).

Використовуючи (1.17) і (1.18), а також ортогональність поліномів Гегенбауера, можна отримати систему рівнянь для коефіцієнтів a_k :

$$\sum_{k=0}^M D_{jk} a_k = 0, \quad j = 0, 1, \dots, M, \quad (1.19)$$

$$\text{де } D_{jk} = \frac{\varphi_L}{2\varphi_S} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n t_{nj}^* t_{nk} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_n s_{nj} s_{nk}}{(1 + \delta_{0n})}, \quad s_{nk} = \cos(q_n + q_k) J_{k+1/6}(q_n) q_n^{-1/6},$$

$$t_{nk} = i^{-k} J_{k+1/6}(l_n) l_n^{-1/6}, \quad \delta_{0n} - \text{символ Кронекера.}$$

Система рівнянь (1.19) має нетривіальний розв'язок, коли детермінант матриці D_{jk} дорівнює нулю:

$$\det \|D_{jk}\| = 0. \quad (1.20)$$

Рівняння (1.20) являє собою дисперсійне рівняння для визначення власних значень ТЕ мод в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником.

Метод МПП дозволяє з високою точністю розрахувати як власні значення, так і поля гофрованої структури. Такий розрахунок вимагає врахування меншого числа невідомих коефіцієнтів в розкладанні полів і меншу розмірність детермінанта в дисперсійному рівнянні, ніж в методі МПГ. Завдяки цьому метод МПП дозволяє скоротити час комп'ютерних розрахунків. У той же час точність цього методу залежить від співвідношення між числом поліномів Гегенбауера і числом азимутальних гармонік Блоха і Фур'є. Оптимальна величина даного співвідношення заздалегідь невідома і може залежати від розмірних параметрів гофрованої структури.

1.3.5. Метод сингулярних інтегральних рівнянь

До строгих методів аналізу хвилеводів з гофрованими поверхнями також відноситься метод сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) [106, 115]. Він заснований на чисельному розв'язку системи інтегральних рівнянь першого роду, до яких еквівалентно зводиться крайова задача (1.2). В [106, 115] метод СІР був застосований для розрахунку власних частот і полів коаксіального резонатора гіротрона з гофрованою внутрішньою вставкою, поперечний переріз якого представлений на рис. 1.5.

Основна ідея методу СІР полягає у введенні нової невідомої функції $F(\varphi)$:

$$F(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(ik_n \varphi). \quad (1.21)$$

Використовуючи граничні умови (1.3) на контурі поперечного перерізу резонатора і умови неперервності полів на границі областей всередині і зовні гофрів, з (1.11) і (1.12) можна отримати зв'язок функції $F(\varphi)$ з амплітудами просторових гармонік A_n і X_n :

$$A_n = \frac{1}{\varphi_S} \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} F(\theta) \exp(-ik_n \theta) d\theta, \quad (1.22)$$

$$X_n = \frac{2\varepsilon_n}{\varphi_L} \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} F(\theta) \cos(\xi_n(\theta + \varphi_L/2)) d\theta, \quad (1.23)$$

де

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1/2, & n = 0 \\ 1, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

а також співвідношення:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n W_{k_n}(\chi, \chi/C_i) \exp(ik_n \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n W_{\xi_n}(\chi/C'_i, \chi/C_i) \cos(\xi_n(\varphi + \varphi_L/2)), \quad (1.25)$$

де $W_\nu(a, b) = (1/b) G_\nu(a, b, b)$.

Підставляючи коефіцієнти (1.22), (1.23) в (1.25) і змінюючи порядок підсумовування та інтегрування, можна отримати шукане інтегральне рівняння першого роду на відрізку:

$$\int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} H(\varphi, 0) F(\theta) d\theta = 0, \quad -\varphi_L/2 < \varphi < \varphi_L/2, \quad (1.26)$$

де

$$H(\varphi, \theta) = G_1(\varphi - \theta) + G_2(\varphi - \theta) + G_2(\varphi + \theta + \varphi_L),$$

$$G_1(x) = (1/\varphi_S) \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_{k_n}(\chi, \chi/C_i) \exp(ik_n x),$$

$$G_2(x) = -(1/\varphi_L) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n W_{\xi_n}(\chi/C'_i, \chi/C_i) \cos(\xi_n x).$$

Функція $F(\varphi)$ і власне значення χ знаходяться з (1.26) строгими чисельними методами, які враховують сингулярність ядра інтегрального рівняння. Знаючи $F(\varphi)$ і χ , можна знайти амплітуди A_n і X_n азимутальних гармонік з (1.22) і (1.23) та, використовуючи (1.11) і (1.12), визначити структуру полів ТЕ мод в обраному поперечному перерізі коаксіального резонатора гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником.

Метод СІР є найбільш строгим методом аналізу хвилевідних структур з гофрованими поверхнями, оскільки в ньому враховується повний нескінченний набір зв'язаних азимутальних гармонік Блоха і Фур'є. Завдяки цьому, поряд з високою точністю розрахунку власних значень, він забезпечує рівномірну збіжність результуючих власних полів всюди всередині обраного поперечного перерізу структури, включаючи області поблизу ребер гофрів. Разом з тим даний метод вимагає тривалих чисельних обчислень [110]. З цієї причини його застосування при проєктуванні і оптимізації резонаторів гіротронів зі змінним поперечним перерізом представляється досить складним.

1.4. Висновки до розділу 1

1. На підставі аналізу робіт можна зробити висновок, що існує нагальна потреба у створенні гіротронів на другій циклотронній гармоніці для сучасних застосувань у субтерагерцовому діапазоні частот. Одну із основних перешкод на цьому шляху складають конкуруючі моди на першій (фундаментальній) гармоніці циклотронної частоти, збудження яких електронним пучком в традиційних резонаторах не дозволяє досягти бажаних робочих характеристик гіротронів на другій циклотронній гармоніці. У зв'язку з цим особливо важливим для створення таких гіротронів стає розробка вдосконалених типів резонаторів, які мають забезпечити селективне придушення фундаментальних конкуруючих мод.

2. Беручи до уваги частотовибіркові властивості поздовжніх гофрів, зроблено висновок про перспективність їхнього застосування для поліпшення селекції мод в циліндричних резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці в

субтерагерцовому діапазоні частот. Таке застосування гофрів потребує детального дослідження селективних властивостей резонаторів з гофрованими поверхнями. Завданнями цього дослідження є визначення впливу гофрів на власні частоти, поля та омічну добротність резонатора, конверсію азимутальних базисних мод, зв'язок власних мод резонатора з гвинтовим електронним пучком, стартові струми власних мод. Дана дисертаційна робота присвячена вирішенню цих завдань.

3. На даний момент основними математичними методами, що найчастіше використовуються для розв'язання задачі на власні значення резонаторів з гофрованими поверхнями, є імпедансна модель, метод Блохівських гармонік, метод просторових гармонік, метод перерозкладання полів і метод сингулярних інтегральних рівнянь. Проведено порівняння даних методів, наведено їх сильні та слабкі сторони. Виходячи з цього, в якості основного математичного методу в дисертаційній роботі обрано метод просторових гармонік, який дозволяє досягти розумного компромісу між точністю обчислення і часом комп'ютерних розрахунків.

РОЗДІЛ 2

МЕТОД ПРОСТОРОВИХ ГАРМОНІК ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ВЛАСНИХ МОД ХВИЛЕВОДІВ З МЕТАЛЕВИМИ ГОФРОВАНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

Гофрування може застосовуватися для поліпшення селективних властивостей резонаторів гіротронів. Одним із строгих методів аналізу електромагнітних характеристик в хвилеводах з гофрованими поверхнями є метод просторових гармонік (МПГ). В даному розділі метод МПГ використовується для знаходження власних значень і власних полів ТЕ і ТМ мод в циліндричних хвилеводах з гофрованими поверхнями. Досліджується збіжність розрахунків методом МПГ в залежності від параметрів хвилеводів і кількості врахованих просторових гармонік. Для порівняння наводяться результати інших методів – імпедансної моделі (ІМ), методу Блохівських гармонік (МБГ), і також методу перерозкладання власних полів (МПП).

2.1. Представлення електромагнітних полів в високочастотних вакуумних структурах

Розглянемо електромагнітні хвилі в високочастотних вакуумних структурах, які мають металеві поверхні і є однорідними вздовж осі Z . Поширення таких хвиль в системах, де відсутні вільні заряди і струми, описується рівняннями Максвелла, що мають вигляд [116]:

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\vec{B} = 0, \quad \operatorname{div}\vec{E} = 0. \quad (2.1)$$

Напруженість електричного поля \vec{E} та індукцію магнітного поля \vec{B} в циліндричній системі координат (r, φ, z) будемо шукати у вигляді:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E(r, \varphi) \exp(-i\omega t + ik_z z), \quad (2.2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B(r, \varphi) \exp(-i\omega t + ik_z z), \quad (2.3)$$

де ω та k_z – кругова частота і поздовжнє хвильове число електромагнітної хвилі, відповідно. Надалі опустимо експонентний множник $\exp(-i\omega t + ik_z z)$.

Для аналізу високочастотної структури скористаємося представленням поздовжніх компонент поля $B_z(r, \varphi)$ і $E_z(r, \varphi)$ через мембранні функції $\Psi(r, \varphi)$ та $\Phi(r, \varphi)$

$$B_z(r, \varphi) = k_{\perp}^2 \Psi(r, \varphi), \quad (2.4)$$

$$E_z(r, \varphi) = k_{\perp}^2 \Phi(r, \varphi), \quad (2.5)$$

а також виразимо через них поперечні компоненти поля електромагнітної хвилі:

$$E_r = \frac{ik}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + ik_z \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad (2.6)$$

$$E_{\varphi} = -ik \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{ik_z}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad (2.7)$$

$$B_r = ik_z \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{ik}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad (2.8)$$

$$B_{\varphi} = \frac{ik_z}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + ik \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (2.9)$$

де $k_{\perp} = \sqrt{k^2 - k_z^2}$, $k = \omega/c$ – хвильове число в вакуумі.

Використовуючи представлення для полів (2.4) та (2.5), з системи рівнянь (2.1) знаходимо двомірні хвильові рівняння (рівняння Гельмгольца) для мембранних функцій:

$$(\Delta_{\perp} + k_{\perp}^2) \Psi = 0, \quad (2.10)$$

$$(\Delta_{\perp} + k_{\perp}^2) \Phi = 0. \quad (2.11)$$

Спочатку поверхню хвилеводу будемо вважати ідеально провідною. На такій поверхні тангенціальна складова електричного поля хвилі повинна дорівнювати нулю ($E_t = 0$) [117]. Використовуючи це, визначимо умови для мембранних функцій Ψ та Φ на границі ідеально провідного хвилеводу. Для цього введемо на контурі поперечного перерізу C хвилеводу напрямки l і n : l направлено вздовж контуру, n направлено по нормалі до поверхні металу. У поздовжньо-однорідному хвилеводі тангенціальними складовими електричного поля на границі хвилеводу є компоненти E_l та E_z , які відповідно до (2.7) і (2.5) мають вигляд:

$$E_l = \left(-ik \frac{\partial \Psi}{\partial n} + \frac{ik_z}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial l} \right), \quad (2.12)$$

$$E_z = k_{\perp}^2 \Phi. \quad (2.13)$$

В результаті граничні умови для мембранних функцій на поверхні ідеально провідного хвилеводу приймають такий вигляд [117]:

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right|_C = 0 \text{ (гранична умова Неймана),} \quad (2.14)$$

$$\Phi|_C = 0 \text{ (гранична умова Діріхле).} \quad (2.15)$$

Таким чином, задача на власні значення поздовжньо-однорідного вакуумного хвилеводу з ідеально провідними стінками зводиться до незалежних задач для мембранних функцій Ψ та Φ . Як наслідок, в такому хвилеводі можливе поширення хвиль двох типів: поперечно-електричних хвиль (ТЕ-хвиль) і поперечно-магнітних хвиль (ТМ-хвиль). Для ТЕ-хвиль $\Phi = 0$ ($E_z = 0$), $\Psi \neq 0$, а їх поперечні хвильові числа k_{\perp} знаходяться з рівняння (2.10) з граничною умовою (2.14). Для ТМ-хвиль $\Psi = 0$ ($B_z = 0$), $\Phi \neq 0$, а їх поперечні хвильові числа задовольняють рівнянням (2.11) і (2.15).

Врахуємо скінченність провідності металеві поверхні хвилеводу. Для металів в міліметровому та субміліметровому діапазонах довжин хвиль придатним є метод теорії збурень [118], який встановлює зв'язок між поперечними хвильовими числами k_{\perp} та $k_{\perp a}$ для електромагнітної хвилі, що розповсюджується в ідеально провідному хвилеводі і хвилеводі з металеві поверхнею, відповідно. Для ТЕ і ТМ хвиль цей зв'язок має такий вигляд [118]:

$$k_{\perp a}^2 \approx k_{\perp}^2 - \frac{(1+i)}{2} \delta_s \frac{\oint_C \left(k^2 |\Psi|^2 + (k_z^2/k_{\perp}^2) |\partial\Psi/\partial l|^2 \right) dl}{\int_S |\Psi|^2 dS} \quad (\text{ТЕ-мода}), \quad (2.16)$$

$$k_{\perp a}^2 \approx k_{\perp}^2 - \frac{(1+i)}{2} \delta_s \left(\frac{\omega}{k_{\perp} c} \right)^2 \frac{\oint_C |\partial\Phi/\partial n|^2 dl}{\int_S |\Phi|^2 dS} \quad (\text{ТМ-мода}), \quad (2.17)$$

де $\delta_s = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma}$ – глибина скін-шара, σ – питома електропровідність матеріалу хвилеводу, S та C – площа та контур поперечного перерізу хвилеводу, відповідно.

Загасання моди у металевому вакуумному хвилеводі можна характеризувати за допомогою омічної добротності Q_{ohm} , обернено пропорційної до величини омічних втрат. Поблизу частоти відсічки омічна добротність резонатора обчислюється за такою формулою:

$$Q_{ohm} = \frac{\text{Re}(k_{\perp a})}{|2\text{Im}(k_{\perp a})|}. \quad (2.18)$$

2.2. ТЕ моди в циліндричних гофрованих хвилеводах

2.2.1. Математична модель

Розглянемо ТЕ-моду циліндричного хвилеводу постійного перерізу з ідеально провідною гофрованою поверхнею (рис. 2.1). З урахуванням умови $\Phi = 0$,

компоненти електромагнітного поля (2.4)-(2.9) для ТЕ-моди приймають наступний вигляд:

$$E_r = \frac{ik}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, \quad E_\varphi = -ik \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad E_z = 0, \quad (2.19)$$

$$B_r = ik_z \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad B_\varphi = \frac{ik_z}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, \quad B_z = k_\perp^2 \Psi. \quad (2.20)$$

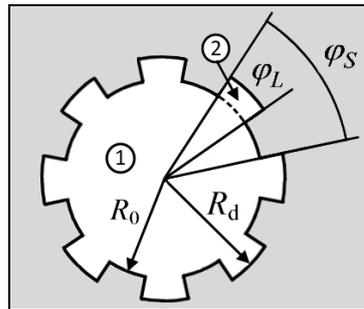


Рис. 2.1. Поперечний переріз циліндричного хвильоводу з поздовжніми гофрами на стінках.

Для розв'язку задачі на власні значення (2.10) та (2.14) скористаємося методом просторових гармонік (МПГ) [105, 109]. Поперечний переріз хвильоводу розділимо на дві області (див. рис. 1.4) – канал хвильоводу (область 1) та область всередині гофрів (область 2). Мембранна функція Ψ в областях 1 та 2 може бути представлена як суперпозиція азимутальних гармонік Блоха та Фур'є, відповідно:

$$\begin{cases} \Psi_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n f_n(r) e^{ik_n \varphi}, & 0 < r < R_0 \\ \Psi_2 = \sum_{l=0}^{\infty} X_l g_l(r) \cos\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), & R_0 < r < R_d \end{cases} \quad (2.21)$$

де $f_n(r) = \frac{J_{k_n}(k_\perp r)}{J'_{k_n}(k_\perp R_0)}$, $k_n = m + nN$, m – азимутальний індекс моди, N – кількість

поздовжніх гофрів, $R_d = R_0 + d$, d – глибина гофра,

$$g_l(r) = \frac{J_{\xi_l}(k_{\perp}r)N'_{\xi_l}(k_{\perp}R_d) - J'_{\xi_l}(k_{\perp}R_d)N_{\xi_l}(k_{\perp}r)}{J'_{\xi_l}(k_{\perp}R_0)N'_{\xi_l}(k_{\perp}R_d) - J'_{\xi_l}(k_{\perp}R_d)N'_{\xi_l}(k_{\perp}R_0)}, \quad \xi_l = \frac{\pi l}{\varphi_L}, \quad J_m(\cdot) \text{ та } N_m(\cdot) - \text{ функції}$$

Бесселя та Неймана m -го порядку, відповідно. Варто зауважити, що циліндричні функції входять в (2.21) у вигляді відношень $f_n(r)$ та $g_l(r)$. Як буде показано нижче, такий вибір вигляду розкладань (2.21) дозволяє уникнути труднощів, пов'язаних із числовим розрахунком функцій Бесселя та Неймана високого порядку.

Мембранна функція (2.21) автоматично задовольняє хвильовому рівнянню (2.10), умові Блоха в каналі хвилеводу та граничним умовам на поверхні гофрів. Крім того, на границі $r = R_0$ мають виконуватися умови неперервності та граничні умови для компонент поля B_z та E_{φ} :

$$B_{z1}|_{r=R_0} = B_{z2}|_{r=R_0}, \quad |\varphi| < \varphi_L/2 \quad (2.22)$$

$$E_{\varphi 1}|_{r=R_0} = \begin{cases} E_{\varphi 2}|_{r=R_0}, & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.23)$$

З урахуванням (2.19)-(2.20) ці умови приймають наступний вигляд:

$$\Psi_1|_{r=R_0} = \Psi_2|_{r=R_0}, \quad |\varphi| < \varphi_L/2, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial r}|_{r=R_0} = \begin{cases} \frac{\partial \Psi_2}{\partial r}|_{r=R_0}, & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.25)$$

Використовуючи представлення (2.21), отримуємо:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n f_n e^{ik_n \varphi} = \sum_{l=0}^{\infty} X_l g_l \cos\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), \quad (2.26)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{ik_n \varphi} = \begin{cases} \sum_{l=0}^{\infty} X_l \cos\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.27)$$

де $f_n = f_n(R_0)$, $g_l = g_l(R_0)$.

Помножуючи рівняння (2.26) та (2.27) на функції $\cos(\xi_j(\varphi + \varphi_L/2))$ і $e^{-ik_q\varphi}$ та інтегруючи результат по змінній φ на інтервалі $(-\varphi_L/2, \varphi_L/2)$ і $(-\varphi_S/2, \varphi_S/2)$, відповідно, отримуємо:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n f_n \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} e^{ik_n\varphi} \cos\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) d\varphi = \\ & = \sum_{l=0}^{\infty} X_l g_l \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \cos\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \cos\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) d\varphi. \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \int_{-\varphi_S/2}^{\varphi_S/2} e^{ik_n\varphi} e^{-ik_q\varphi} d\varphi = \sum_{l=0}^{\infty} X_l \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \cos\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) e^{-ik_q\varphi} d\varphi. \quad (2.29)$$

Базисні азимутальні функції задовольняють умовам ортогональності:

$$\int_{-\varphi_S/2}^{\varphi_S/2} e^{ik_n\varphi} \cdot e^{-ik_q\varphi} d\varphi = \begin{cases} \varphi_S, & n = q \\ 0, & n \neq q \end{cases} \quad (2.30)$$

$$\int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \cos\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \cos\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) d\varphi = \begin{cases} (1 + \delta_{l0}) \cdot \frac{\varphi_L}{2}, & l = j \\ 0, & l \neq j \end{cases} \quad (2.31)$$

Використовуючи (2.28)-(2.31), отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих коефіцієнтів A_n та X_l :

$$\begin{cases} \varphi_S \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \delta_{nq} = \sum_{l=0}^{\infty} X_l R_l(k_q) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n f_n R_j(-k_n) = \frac{\varphi_L}{2} \sum_{l=0}^{\infty} X_l g_l \delta_{jl} (1 + \delta_{l0}), \end{cases} \quad (2.32)$$

де $R_l(k_q) = \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \cos\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \cdot e^{-ik_q\varphi} d\varphi$, δ_{ij} – символ Кронекера.

Враховуючи в (2.32) скінченне число просторових гармонік, отримаємо систему рівнянь для $(2N_B + 1)$ та $(N_F + 1)$ невідомих амплітуд A_n та X_l гармонік Блоха і Фур'є, відповідно:

$$\begin{cases} \varphi_s \sum_{n=-N_B}^{N_B} A_n \delta_{nq} = \sum_{l=0}^{N_F} X_l R_l(k_q) \\ \sum_{n=-N_B}^{N_B} A_n f_n R_j(-k_n) = \frac{\varphi_L}{2} \sum_{l=0}^{N_F} X_l g_l \delta_{jl} (1 + \delta_{l0}) \end{cases} \quad (2.33)$$

Система рівнянь (2.33) має нетривіальний розв'язок, якщо детермінант її матриці дорівнює нулю. Ця умова являє собою дисперсійне рівняння для знаходження власних значень $\chi = k_{\perp} R_0$ ТЕ-мод гофрованого хвилеводу. Знайдені власні значення дозволяють встановити вид мембранних функцій і електромагнітних полів ТЕ-мод. Результати імпедансної моделі ІМ можуть бути отримані з (2.33) в граничному випадку $N_B = N_F = 0$. В цьому випадку дисперсійне рівняння для ТЕ-мод гофрованого хвилеводу приймає вид [105]

$$\frac{N}{\pi} \frac{\varphi_L}{2} \left[\frac{\sin(m\varphi_L/2)}{m\varphi_L/2} \right]^2 f_0 = g_0. \quad (2.34)$$

Точність методу просторових гармонік визначається кількістю членів, які враховуються в сумах (2.21), тобто величинами N_B і N_F . При цьому збільшення N_B і N_F неминуче призводить до появи в (2.21) і (2.33) функцій Бесселя і Неймана високого порядку ($|k_n| = |m + nN| \gg 1$, $|\xi_l| = |\pi l / \varphi_L| \gg 1$), що викликає труднощі в чисельних розрахунках. Для вирішення даної проблеми скористаємося розкладаннями циліндричних функцій в ряд по степеневим функціям [119]. Для

функцій Бесселя і Неймана, а також їх похідних, ці розкладання мають наступний вигляд:

$$J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(\nu+1)}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \right], \quad (2.35)$$

$$J'_\nu(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu-1} \frac{1}{\Gamma(\nu)} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(\nu+1)}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \left(1 + \frac{2k}{\nu}\right) \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \right], \quad (2.36)$$

$$N_\nu(x) = -\frac{1}{\pi} \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \Gamma(\nu) \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(-\nu+1)}{k! \Gamma(-\nu+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \right], \quad (2.37)$$

$$N'_\nu(x) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu-1} \Gamma(\nu+1) \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma(-\nu+1)}{k! \Gamma(-\nu+k+1)} \left(1 - \frac{2k}{\nu}\right) \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \right]. \quad (2.38)$$

Оскільки циліндричні функції входять в (2.21) і (2.33) як відношення, їх представлення у вигляді (2.35)-(2.38) дозволяють уникнути труднощів, пов'язаних з обчисленням функцій Бесселя і Неймана високого порядку.

2.2.2. Збіжність розрахунків методом МПГ при розв'язку задачі на власні значення для гофрованих хвилеводів

Дослідимо точність методу просторових гармонік на прикладі моди $TE_{8,3}$, що розповсюджується у гофрованому хвилеводі з наступними параметрами: $N = 20$, $R_0 = 0.215$ см, $\varphi_L/\varphi_S = 0.5$, $d = 0.02$ см. Залежність величини власного значення $\chi = k_\perp R_0$ від кількості врахованих просторових гармонік $N_h = N_B = N_F$ представлена на рис. 2.2.

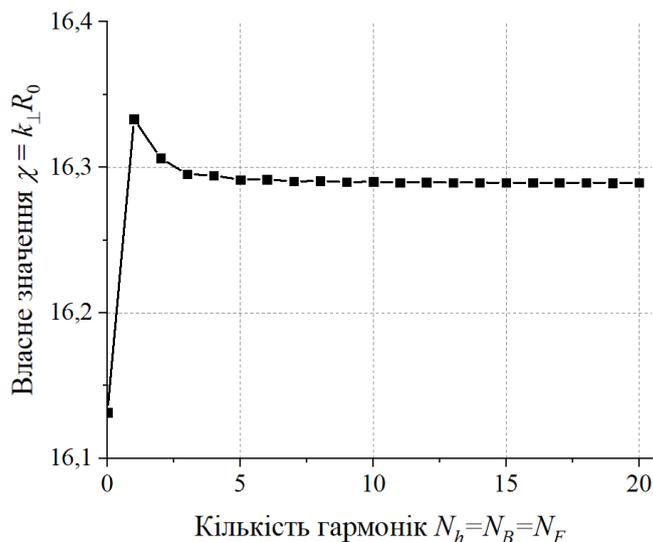


Рис. 2.2. Власне значення χ в залежності від N_h для моди $TE_{8,3}$ в циліндричному хвилеводі з поздовжніми гофрами на стінці.

Для оцінки збіжності розрахунків введемо відносну похибку обчислення власного значення χ досліджуваної моди $TE_{8,3}$ в залежності від N_h :

$$\zeta_{\chi}(N_h) = \frac{\chi(N_h + 1) - \chi(N_h)}{\chi(N_h)}, \quad (2.39)$$

Залежність $\zeta_{\chi}(N_h)$ представлена на рис. 2.3. При $N_F = 0$ розрахунок власного значення χ відповідає спрощеній моделі поверхневого імпедансу ІМ (див. (2.34)) і має максимальну похибку ($\zeta_{\chi}(0) = 10^{-2}$). Збільшення кількості просторових гармонік N_B і N_F помітно підвищує точність методу МПГ. Відносна похибка обчислення власного значення χ стає нижче 10^{-4} при $N_h > 5$.

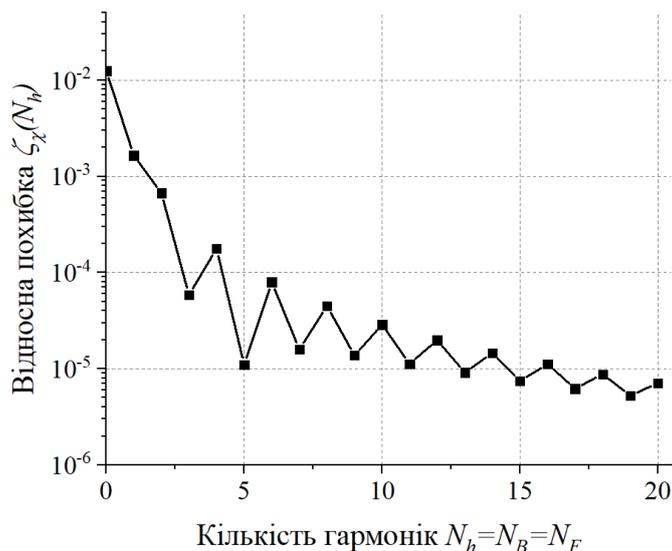


Рис. 2.3. Відносна похибка обчислення власного значення в залежності від N_h для моди $TE_{8,3}$ в циліндричному хвилеводі з поздовжніми гофрами на стінці.

Разом з високою точністю розрахунку власного значення, метод МПГ забезпечує хорошу збіжність розрахунків для власних полів гофрованого хвилеводу. Для моди $TE_{8,3}$ це можна побачити з рис. 2.4, на якому показано розузгодження для компонент поля E_φ і B_z на границі поділу $r = R_0$ між областями 1 і 2 (див. рис. 2.1):

$$\delta_{E_\varphi}(\varphi) = \left| \frac{E_{\varphi 1}(R_0, \varphi) - E_{\varphi 2}(R_0, \varphi)}{E_{\varphi 1}(R_0, \varphi)} \right|, \quad (2.40)$$

$$\delta_{B_z}(\varphi) = \left| \frac{B_{z1}(R_0, \varphi) - B_{z2}(R_0, \varphi)}{B_{z1}(R_0, \varphi)} \right|. \quad (2.41)$$

Підписи, показані на рис. 2.4 (наприклад, $N_h = 20$), позначають кількість $N_h = N_B = N_F$ врахованих просторових гармонік. Випадок $N_h = 0$ відповідає результатам для методу ІМ. Як можна побачити, даний наближений метод, разом з високою відносною похибкою ζ_χ обчислення власного значення для моди $TE_{8,3}$, демонструє максимальне розузгодження компонент поля E_φ і B_z на границі поділу $r = R_0$ між областями 1 і 2. Таким чином, метод ІМ забезпечує найменшу точність

виконання умови неперервності полів на даній границі. Як видно з рис. 2.4, метод МПГ дозволяє помітно підвищити цю точність зі збільшенням N_h .

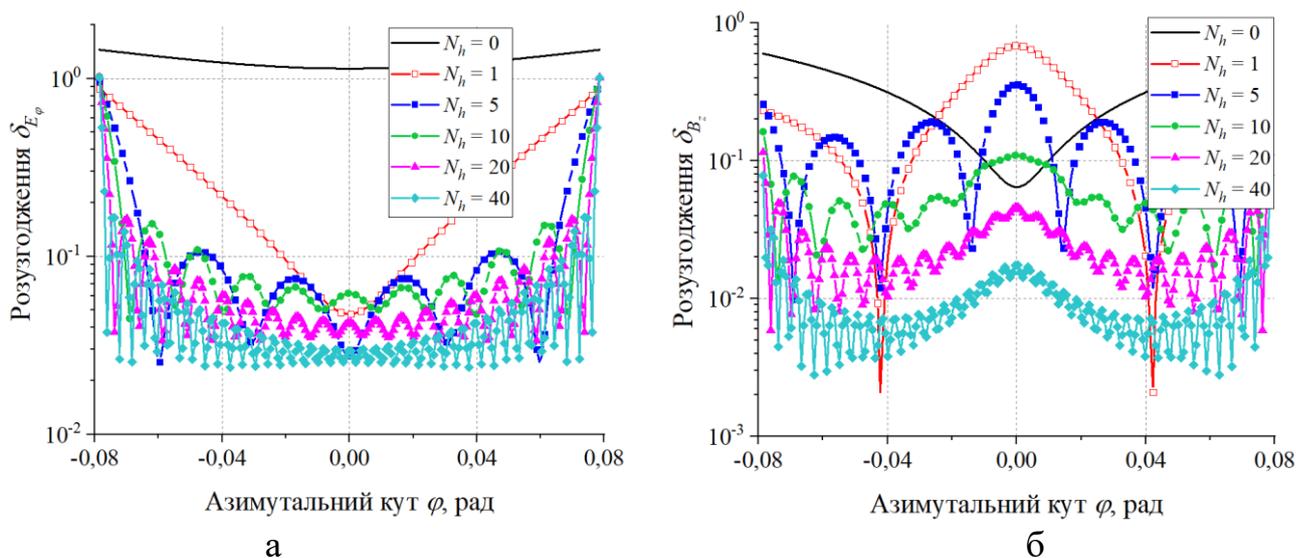


Рис. 2.4. Розузгодження полів (а) $\delta_{E_\varphi}(\varphi)$ та (б) $\delta_{B_z}(\varphi)$ на апертурі гофра для різних N_h .

В теорії, точність широкоживаного методу ІМ можна необмежено збільшити за рахунок збільшення числа гофрів на одиниці поверхні гофрованої структури. Однак, на практиці число гофрів N на поверхні циліндричної структури завжди обмежено ($N < 2\pi/\varphi_L$) і має бути мінімально можливим, щоб спростити їх виготовлення. Це призводить до необхідності визначення мінімального числа гофрів, яке гарантує необхідну високу точність методу ІМ.

На сьогоднішній момент відомо два критерії застосовності ІМ для хвилеводів з гофрованими поверхнями. Вони використовуються для аналізу ТЕ хвиль в коаксіальних хвилеводах з гофрованою вставкою. Найбільш часто застосовується критерій [120]

$$N > 2|m|, \quad (2.42)$$

згідно якого число гофрів N у хвилеводі має в два і більше разів перевищувати азимутальний індекс моди. У випадку $TE_{8,3}$ моди умова (2.42) дає $N > 16$.

Однак критерій (2.42) не залежить від радіального індексу $TE_{m,p}$ моди і тому не завжди дозволяє правильно оцінити мінімальну кількість гофрів, що забезпечують необхідну точність методу ІМ. Покращений критерій застосовності ІМ, який враховує величину власного значення χ TE моди, має такий вигляд [105]:

$$N > |m| + \chi. \quad (2.43)$$

Оскільки власне значення χ $TE_{m,p}$ моди завжди перевищує абсолютну величину азимутального індексу m і зростає при переході до більш високих радіальних мод, відмінність між критеріями (2.42) та (2.43) збільшується із зростанням p . У випадку $TE_{8,3}$ моди критерій (2.43) приводить до умови $N > 26$.

Важливо відзначити, що критерії (2.42) та (2.43) були отримані емпіричним шляхом для оцінки порогу застосування ІМ при описі TE хвиль в коаксіальних хвилеводах з гофрованою внутрішньою вставкою. Тому їх використання для циліндричних хвилеводів з гофрованими стінками може бути неправомірним.

Розглянемо кількість гофрів $N = 20$ і $N = 30$, які задовольняють критеріям (2.42) і (2.43), відповідно. Для такого числа гофрів залежності власного значення χ $TE_{8,3}$ моди від глибини гофрів d показані на рис. 2.5, де інші параметри ($R_0 = 0.215$ см, $\varphi_L/\varphi_S = 0.5$) гофрованого хвилеводу залишені без змін. Побудовані залежності отримані за допомогою строгого методу МПГ при $N_h = 2$. Додатково на рис. 2.5 представлені результати спрощеної моделі ІМ. Як видно, для $N = 20$ має місце помітна розбіжність результатів МПГ та ІМ у всьому діапазоні d , за винятком околу $d = 0$. Збільшення числа гофрів до $N = 30$ дозволяє поліпшити узгодження спрощеного і строгого методів. Однак така кількість гофрів, як і раніше, не гарантує високу точність ІМ для всіх значень d , незважаючи на виконання умови (2.43). Таким чином, обидва відомих емпіричних критерії (2.42) і (2.43) застосовності ІМ не завжди придатні для коректного опису TE хвиль в циліндричних хвилеводах з гофрованими стінками. Для збільшення точності даного методу потрібне подальше збільшення числа гофрів N на стінці хвилеводу (див. випадок $N = 60$ на рис. 2.5).

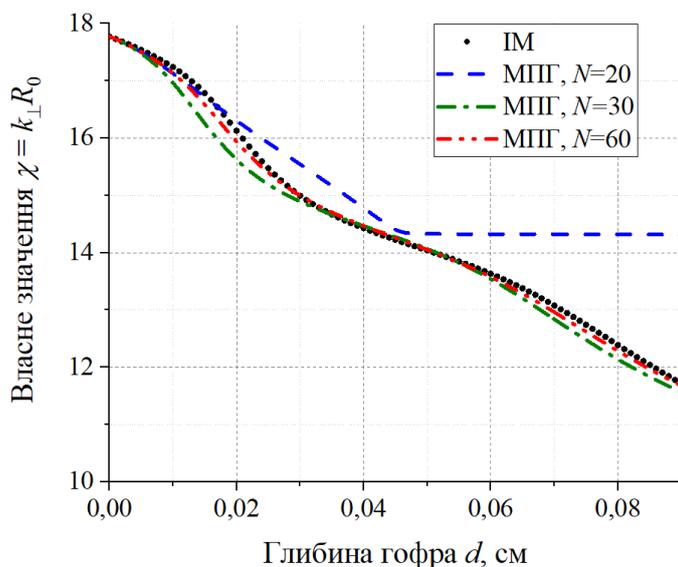


Рис. 2.5. Залежність власного значення $\chi = k_{\perp}R_0$ від глибини гофра d для моди $TE_{8,3}$ в циліндричному гофрованому хвилеводі.

Залежність точності методу ІМ від числа гофрів N можна оцінити за допомогою виразу

$$\delta_{\chi}(N) = \left| \frac{\chi_{SHM}(N) - \chi_{SIM}}{\chi_{SIM}} \right|, \quad (2.44)$$

де χ_{SHM} та χ_{SIM} – власні значення ТЕ моди гофрованого хвилеводу, отримані за допомогою методів МПГ та ІМ, відповідно.

Для $TE_{8,3}$ моди гофрованого хвилеводу з $d = 0.02$ см, $R_0 = 0.215$ см, $\varphi_L/\varphi_S = 0.5$ залежність δ_{χ} від числа гофрів показана на рис. 2.6. Як можна побачити, зі збільшенням числа гофрів результати методів МПГ та ІМ монотонно сходяться один до одного, починаючи з $N = 22$. Однак ця збіжність в даному випадку є досить повільною. Тому точність спрощеного методу ІМ залишається достатньо низькою ($\delta_{\chi} > 0.01$) аж до $N = 65$. Таким чином, в циліндричних хвилеводах з гофрованими стінками критерій застосовності ІМ залежить від розміру гофрів, і тому є значно жорсткішим у порівнянні з (2.42) і (2.43).

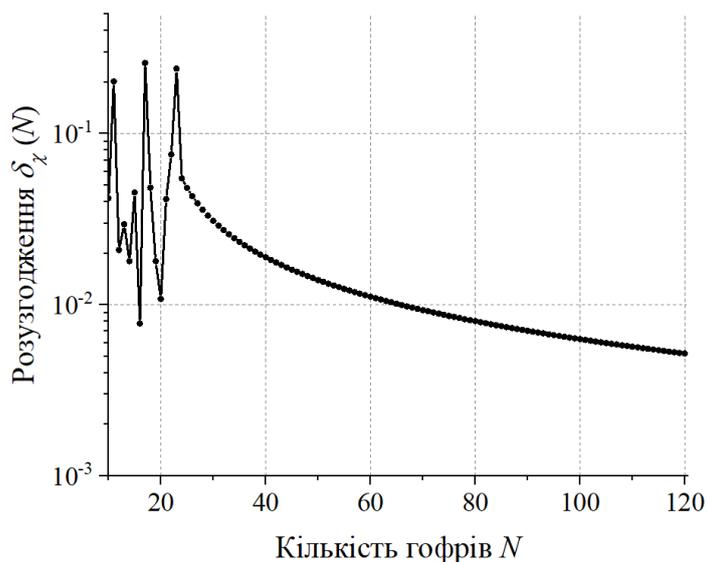


Рис. 2.6. Розугодження $\delta_z(N)$ для власних значень моди $TE_{8,3}$ гофрованого хвилеводу в залежності від кількості гофрів N .

Крім того, при виконанні умов (2.42) і (2.43) метод ІМ не завжди дозволяє коректно розрахувати загасання ТЕ моди у гофрованому хвилеводі. Покажемо це на прикладі $TE_{8,3}$ моди гофрованого хвилеводу ($R_0 = 0.215$ см, $\varphi_L/\varphi_S = 0.5$) з числом гофрів $N = 20$ і $N = 30$ (рис. 2.7). Хвилевід вважаємо виготовленим з міді, що має зменшену провідність $2.9 \cdot 10^7$ См/м внаслідок шорсткості поверхні хвилеводу. Як видно з рис. 2.7, при $N = 20$ ІМ та МПГ дають абсолютно різні залежності омичних втрат $TE_{8,3}$ моди від глибини гофра у гофрованому металевому хвилеводі. Цю розбіжність легко пояснити, оскільки при $N = 20$ ІМ призводить не тільки до помилок у визначенні власного значення моди (рис. 2.6), але і до некоректного обчислення поля поблизу поверхні хвилеводу (рис. 2.4). Залежності втрат від глибини гофра, отримані за допомогою наближеного і строгого методів, зближуються при збільшенні кількості гофрів до $N = 30$ (рис. 2.7б). Однак, незважаючи на виконання критерію (2.43) в цьому випадку, розбіжність результатів ІМ і МПГ все ще залишається досить помітною. При цьому ІМ не дозволяє точно визначити положення мінімумів і максимумів загасання $TE_{8,3}$ моди.

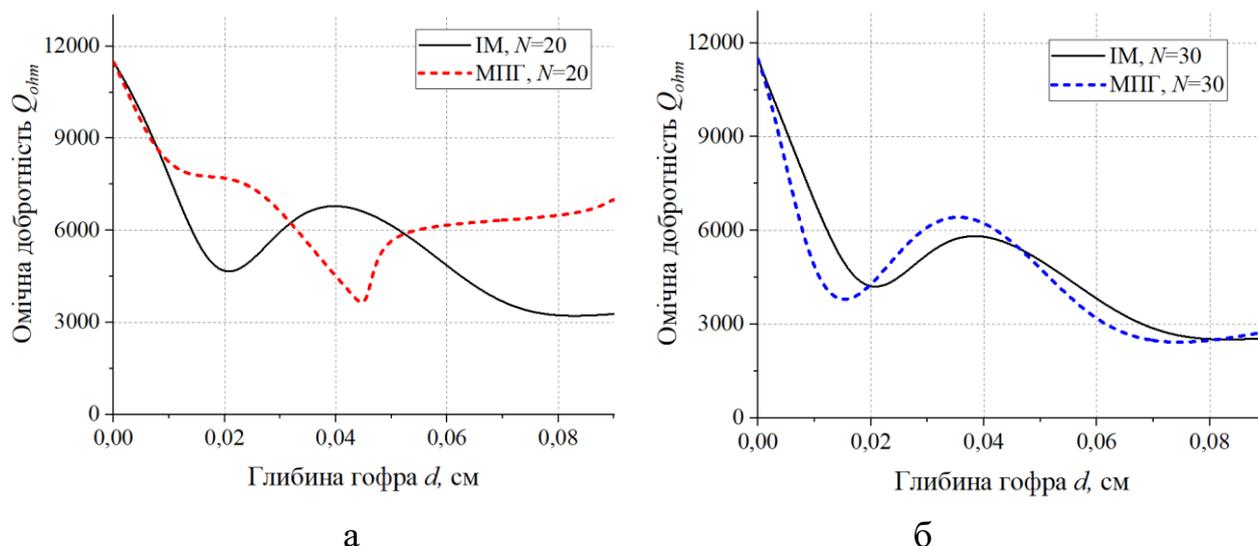


Рис. 2.7. Загасання моди $TE_{8,3}$ гофрованого хвилеводу зі скінченною провідністю в залежності від глибини гофра d для (а) $N = 20$ і (б) $N = 30$.

Таким чином, у випадку циліндричного хвилеводу з поздовжніми гофрами застосовність наближеного методу ІМ є досить обмеженою і вимагає наявності великого числа гофрів, виготовлення яких може представляти доволі складне технологічне завдання.

2.2.3. Вплив просторових гармонік Фур'є на власні поля гофрованого хвилеводу

Для перевірки чисельних результатів методом МПГ скористаємося підходом МБГ, описаним в 1.2.2, і, використовуючи наведені вище позначення, перепишемо дисперсійне рівняння (1.10) в наступному вигляді:

$$\frac{N}{\pi} \frac{\varphi_L}{2} \sum_{n=-N_B}^{N_B} \left[\frac{\sin(k_n \varphi_L / 2)}{k_n \varphi_L / 2} \right]^2 f_n = g_0. \quad (2.45)$$

Для гофрованого хвилеводу з $N = 6$ і $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$ на рис. 2.8 представлені результати розрахунків за допомогою методу МПГ ($N_F = 3$) (суцільні лінії), а також результати, які були отримані в [108] із використанням комерційного коду HFSS і

метода МБГ (маркери). Можна побачити добру узгодженість проведених розрахунків методом МПГ із отриманими раніше результатами, що додатково підтверджує придатність цього методу для аналізу циліндричних гофрованих хвилеводів.

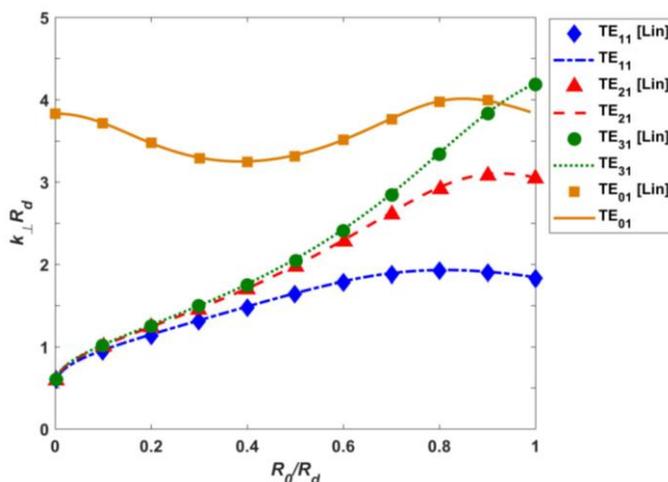


Рис. 2.8. Залежність $k_{\perp} R_d$ від відношення R_0/R_d для мод TE_{01} , TE_{11} , TE_{21} і TE_{31} .

Метод МПГ, однак, має більш широкую область застосовності в порівнянні із наближеним методом МБГ. В [108] висока точність методу МБГ була продемонстрована лише для нижчих радіальних мод (радіальний індекс дорівнює 1). При переході до мод вищого порядку точність даного методу помітно падає. Це можна побачити з рис. 2.9, де наведено залежності $\chi(d/R_0)$ для мод з азимутальним індексом $m=2$ у гофрованому хвилеводі з $N=6$ і $\varphi_L/\varphi_S=0.5$ при різних N_F . Випадок $N_F=0$ відповідає результатам, отриманим за допомогою методу МБГ. Цей метод дозволяє досить точно розрахувати власне значення нижчої радіальної $TE_{2,1}$ моди, яке слабо змінюється при врахуванні вищих Фур'є гармонік у гофрах. Однак це несправедливо для більш високих мод. Як видно на рис. 2.9, для них спрощений метод МБГ стає непридатним, а розрахунок власних значень вимагає використання строгого методу МПГ, який дозволяє врахувати довільне число гармонік N_F всередині гофрів.

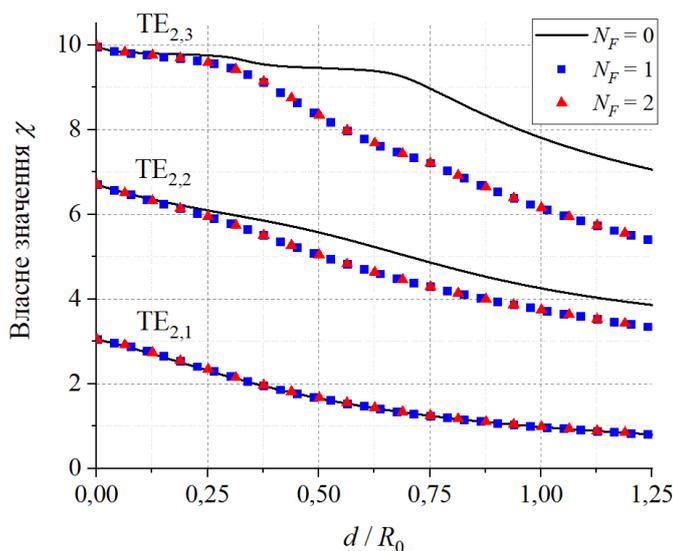


Рис. 2.9. Залежність власних значень χ від відношення d/R_0 для мод з азимутальним індексом $m = 2$.

В якості іншого прикладу розглянемо $TE_{8,8}$ моду у гофрованому хвилеводі з глибиною гофрів $d = \lambda_0/2$ і кількістю гофрів $N = 10$, де $\lambda_0 = 2\pi/k_{\perp}$ – довжина хвилі відсічки. На рис. 2.10 наведена залежність власного значення χ моди від відношення w/λ_0 для спрощеного методу МБГ ($N_F = 0$) і методу МПГ, де $w = \varphi_L R_0$ – ширина гофра. Кількість гармонік Блоха в каналі хвилеводу дорівнює 9 ($N_B = 4$).

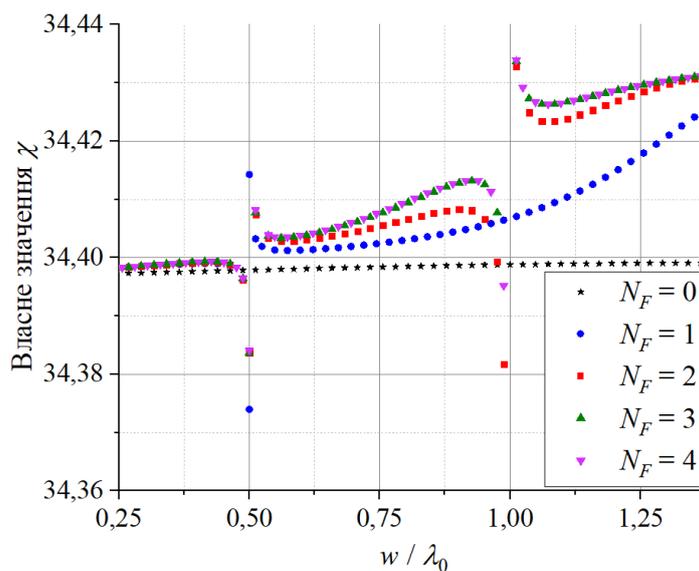


Рис. 2.10. Залежність власних значень χ моди $TE_{8,8}$ у гофрованому хвилеводі від відношення w/λ_0 .

Як видно з рис. 2.10, в методі МБГ власне значення $TE_{8,8}$ моди практично не залежить від ширини гофра при $d = \lambda_0/2$ і близьке до $\mu_{8,8}$, де $\mu_{m,p}$ – p -ий корінь похідної функції Бесселя m -го порядку. Однак, як показує розрахунок за допомогою методу МПГ, це справедливо лише в разі, коли ширина гофра w мала в порівнянні з половиною довжини хвилі TE моди. У зворотному випадку, при $d = \lambda_0/2$ власне значення $TE_{8,8}$ моди помітно відрізняється від $\mu_{8,8}$ і немонотонно зростає зі збільшенням w/λ_0 . Наявність перемикачів дисперсійних кривих на рис. 2.10 при ширині w , що кратна половині довжини хвилі ($w = j\lambda_0/2$, де $j = 1, 2, \dots$), вказує на взаємодію хвилевідної $TE_{8,8}$ моди з першою, другою і більш високими Фур'є гармоніками у гофрах. Така взаємодія мод не враховується в методі МБГ. Як видно з рис. 2.10, для проведених розрахунків відносна похибка строгого методу МПГ стає досить малою при $N_F \geq 3$.

Некоректне обчислення власних значень χ неминуче призводить до помилок в розрахунку власних полів. Покажемо це на прикладі компоненти поля B_z . На рис. 2.11 наведено розузгодження компоненти поля B_z на границі $r = R_0$ ($-\varphi_L/2 < \varphi < \varphi_L/2$) між областями 1 і 2 (рис. 2.1) для двох значень величини w/λ_0 : $w/\lambda_0 = 0.75$ (рис. 2.11а) і $w/\lambda_0 = 1.25$ (рис. 2.11б).

Як і раніше (див. рис. 2.4б), чітко видно, що максимальне розузгодження спостерігається поблизу кутів гофра ($\varphi = \pm \varphi_L/2$), які відповідають його ребрам. Абсолютний максимум розузгодження полів на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів спостерігається при $N_F = 0$ і відповідає результатам методу МБГ. У цьому випадку метод МБГ забезпечує найменшу точність виконання умови неперервності полів на апертурі гофра. Як показано на рис. 2.11, цю точність можна помітно збільшити зі збільшенням числа гармонік Фур'є N_F в методі МПГ.

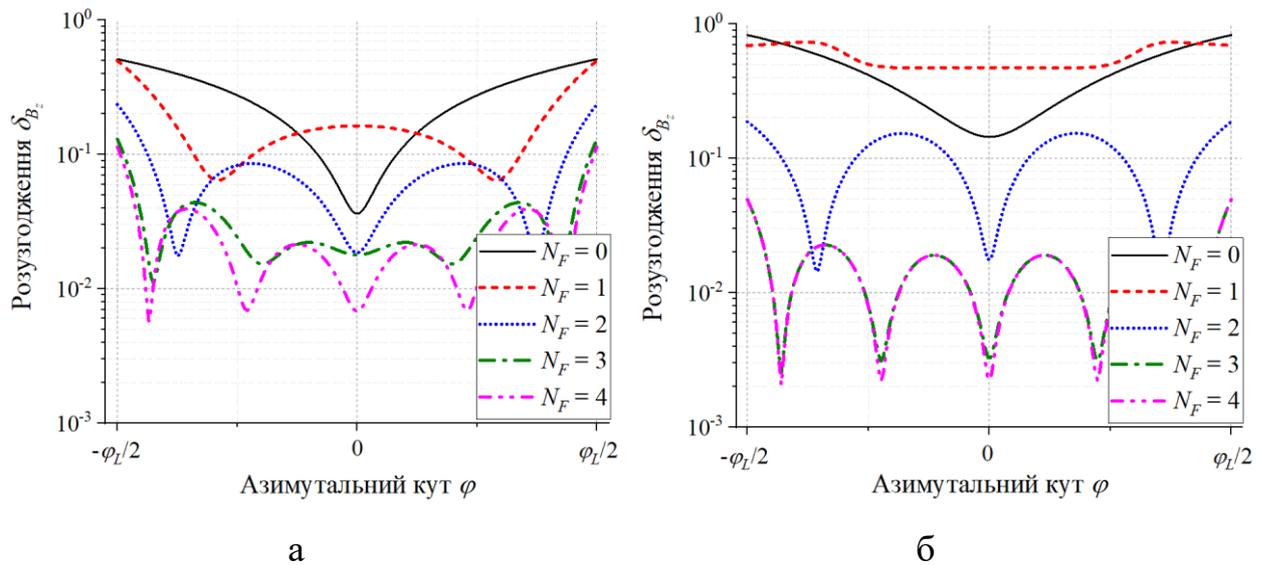


Рис. 2.11. Розугодження поля $\delta_{B_z}(\varphi)$ на апертурі гофра $r = R_0$ при різних N_F для (а) $w/\lambda_0 = 0.75$ і (б) $w/\lambda_0 = 1.25$.

На рис. 2.12 наведені азимутальні залежності мембранної функції $|\Psi|$ (див. (2.21)) для $TE_{8,8}$ моди на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів для різних значень величини w/λ_0 : рис. 2.12,а,б відповідають випадку $w/\lambda_0 = 0.75$, рис. 2.12,в,г – $w/\lambda_0 = 1.25$. Як можна побачити, мембранна функція $|\Psi_2|$ у гофрі, знайдена за допомогою спрощеного методу МБГ, має постійне значення на всій апертурі гофра, на відміну від мембранної функції $|\Psi_1|$ в каналі хвилеводу, яка змінюється в залежності від кута φ (рис. 2.12,а,в). Помітна відмінність $|\Psi_1|$ і $|\Psi_2|$ в цьому випадку пояснює порушення умови неперервності поля при $N_F = 0$. На рис. 2.12,б,г наведені залежності мембранних функцій $|\Psi_1|$ і $|\Psi_2|$ від φ для власних значень χ $TE_{8,8}$ моди, визначених методом МПГ ($N_F = 4$). Видно, що ці мембранні функції є досить близькими і тому забезпечують достатньо високу точність розрахунку розподілу полів за поперечним перерізом гофрованого хвилеводу. Винятки можуть становити околиці поблизу ребер гофрів.

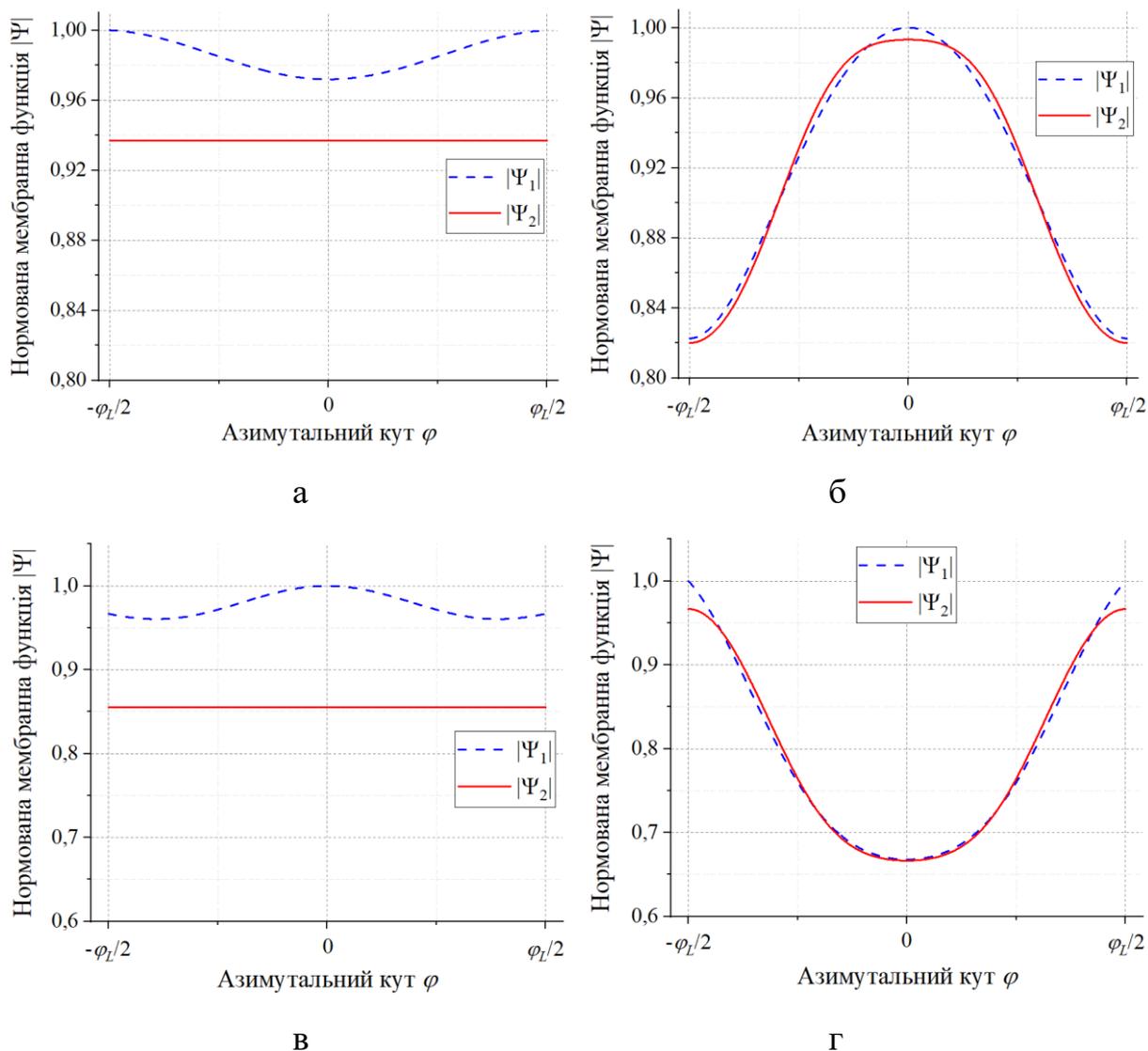


Рис. 2.12. Мембранна функція на апертурі гофра $r = R_0$ при (а) $N_F = 0, w/\lambda_0 = 0.75$, (б) $N_F = 4, w/\lambda_0 = 0.75$, (в) $N_F = 0, w/\lambda_0 = 1.25$, (г) $N_F = 4, w/\lambda_0 = 1.25$.

2.3. ТМ моди в коаксіальних резонаторах з гофрованим внутрішнім провідником

2.3.1. Математична модель

Як показано вище (див. рис. 2.4 і рис. 2.11), поблизу ребер гофрів метод МПГ демонструє найнижчу точність розрахунку власних полів гофрованої структури. Розглянемо дану проблему для мод ТМ типу, що розповсюджуються в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником (для мод ТЕ типу результати наведені в [110]). Резонатор гіротрона є слабонеоднорідним (рис. 2.13). Тому в кожному поперечному перерізі його власне поле близьке до поля

нормальної (хвилевідної) моди, що розповсюджується в нескінченно-довгому хвилеводі такого ж перерізу. З огляду на умову $\Psi = 0$ для хвилевідних ТМ мод, з (2.4)-(2.9) отримуємо

$$E_r = ik_z \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad E_\varphi = \frac{ik_z}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad E_z = k_\perp^2 \Phi, \quad (2.46)$$

$$B_r = -\frac{ik}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad B_\varphi = ik \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad B_z = 0. \quad (2.47)$$

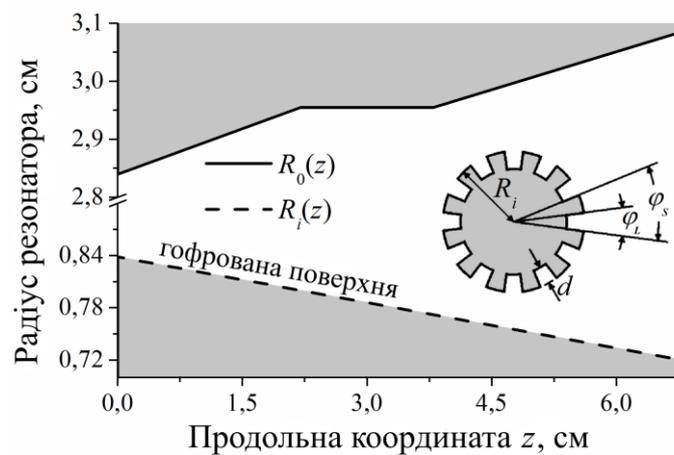


Рис. 2.13. Резонатор коаксiального 170-ГГц 2-МВт гiротрона [105] ($d = 0.044$ см, $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$, кiлькiсть гофрiв – 75).

Представимо мембранну функцію Φ у вигляді розкладання в ряд по просторовим гармонікам, яке задовольняє хвильовому рівнянню (2.11) і граничній умові Діріхле (2.15). У середині каналу хвилеводу мембранна функція розкладається в ряд по гармонікам Блоха, всередині гофрiв – по гармонікам Фур'є:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n h_n(r) e^{ik_n \varphi}, & R_i < r < R_0 \\ \Phi_2 = \sum_{l=1}^{\infty} Y_l q_l(r) \sin\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), & R_i - d < r < R_i \end{cases} \quad (2.48)$$

де

$$h_n(r) = \frac{Z_{k_n}^1(k_\perp r)}{Z_{k_n}^1(k_\perp R_i)}, \quad q_l(r) = \frac{Z_{\xi_l}^2(k_\perp r)}{Z_{\xi_l}^2(k_\perp R_i)}, \quad Z_v^{1(2)}(x) = J_v(x) + \alpha_v^{1(2)} N_v(x),$$

$$\alpha_v^1 = -\frac{J_v(k_\perp R_0)}{N_v(k_\perp R_0)}, \quad \alpha_v^2 = -\frac{J_v(k_\perp (R_i - d))}{N_v(k_\perp (R_i - d))}.$$

На границі поділу хвилевідного каналу і гофрів компоненти поля E_z і B_φ повинні задовольняти таким вимогам неперервності і граничним умовам:

$$E_{z1}|_{r=R_i} = \begin{cases} E_{z2}|_{r=R_i}, & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.49)$$

$$B_{\varphi 1}|_{r=R_i} = B_{\varphi 2}|_{r=R_i}, \quad |\varphi| < \varphi_L/2 \quad (2.50)$$

які з урахуванням (2.46) та (2.47) можуть бути записані у вигляді:

$$\Phi_1|_{r=R_i} = \begin{cases} \Phi_2|_{r=R_i}, & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \right|_{r=R_i} = \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \right|_{r=R_i}, \quad |\varphi| < \varphi_L/2 \quad (2.52)$$

Використовуючи представлення (2.48) для мембранної функції Φ , отримуємо:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{ik_n \varphi} = \begin{cases} \sum_{l=1}^{\infty} Y_l \sin\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), & |\varphi| < \varphi_L/2 \\ 0, & |\varphi| > \varphi_L/2 \end{cases} \quad (2.53)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n h_n e^{ik_n \varphi} = \sum_{l=1}^{\infty} Y_l q_l \sin\left(\xi_l \left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right), \quad (2.54)$$

де $h_n = h'_n(R_i)$, $q_l = q'_l(R_i)$.

Покажемо, що метод просторових гармонік МПГ [105, 109], що описаний вище, може бути вдосконалений за рахунок перерозкладання мембранної функції на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів. Для даної мети будемо використовувати метод перерозкладання власних полів (МПП) ортогональними поліномами Гегенбауера [104, 110, 121-123].

Відомо, що наявність ребер на металевих поверхнях призводить до неоднозначного розв'язку рівнянь Максвелла, оскільки деякі компоненти поля стають нескінченно великими із наближенням до таких ребер [114]. Для забезпечення єдиності розв'язку вводиться додаткове фізичне обмеження на поля, відоме як крайова умова Мейкснера [111], яка для ТМ мод встановлює таку особливість поля:

$$\begin{aligned} E_\phi &\sim \rho^{\tau-1} \\ E_z &\sim \rho^\tau \end{aligned}, \quad (2.55)$$

де ρ – відстань до ребра, величина τ залежить від виду ребра і дорівнює $2/3$ для розглядуваних клиноподібних гофрів [112].

Для того щоб врахувати зазначену особливість поля поблизу ребер гофрів, введемо нову функцію $F(\varphi)$

$$\Phi_1|_{r=R_i} = \Phi_2|_{r=R_i} = F(\varphi), \quad (2.56)$$

яка задовольняє (2.55):

$$F(\varphi) = \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L} \right)^2 \right)^\tau \sum_{k=0}^{N_G} a_k P_k^{\sigma_\tau} \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L} \right), \quad (2.57)$$

де $P_k^{\sigma_\tau}$ – поліноми Гегенбауера, які ортогональні на інтервалі $(-\varphi_L/2, \varphi_L/2)$ для $\sigma_\tau = \tau + 1/2$, $(N_G + 1)$ – кількість поліномів Гегенбауера.

З (2.53), (2.56) і (2.57) отримуємо систему рівнянь для невідомих коефіцієнтів B_n і Y_l :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{ik_n \varphi} = \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right)^2\right)^{2/3} \sum_{k=0}^{N_G} a_k P_k^{7/6} \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right), \quad (2.58)$$

$$\sum_{l=1}^{\infty} Y_l \sin\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) = \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right)^2\right)^{2/3} \sum_{k=0}^{N_G} a_k P_k^{7/6} \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right). \quad (2.59)$$

Помножуємо рівняння (2.58) і (2.59) на функції $e^{-ik_q \varphi}$ і $\sin(\xi_j(\varphi + \varphi_L/2))$, а потім інтегруємо отриманий результат в інтервалі $(-\varphi_S/2, \varphi_S/2)$ і $(-\varphi_L/2, \varphi_L/2)$, відповідно. В результаті маємо:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \int_{-\varphi_S/2}^{\varphi_S/2} e^{ik_n \varphi} e^{-ik_q \varphi} d\varphi = \int_{-\varphi_S/2}^{\varphi_S/2} \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right)^2\right)^{2/3} e^{-ik_q \varphi} \sum_{k=0}^{N_G} a_k P_k^{7/6} \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right) d\varphi. \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^{\infty} Y_l \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \sin\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \sin\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) d\varphi = \\ & = \int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \left(1 - \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right)^2\right)^{2/3} \sin\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \sum_{k=0}^{N_G} a_k P_k^{7/6} \left(\frac{2\varphi}{\varphi_L}\right) d\varphi. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Використовуючи умови ортогональності (2.30) і

$$\int_{-\varphi_L/2}^{\varphi_L/2} \sin\left(\xi_l\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) \sin\left(\xi_j\left(\varphi + \frac{\varphi_L}{2}\right)\right) d\varphi = \begin{cases} \varphi_L/2, & l = j \\ 0, & l \neq j \end{cases} \quad (2.62)$$

можна отримати зв'язок невідомих B_n та Y_l із новими коефіцієнтами a_k :

$$B_n = \frac{\varphi_L}{2\varphi_S} \sum_{k=0}^{N_G} a_k t_{nk}, \quad (2.63)$$

$$Y_l = \sum_{k=0}^{N_G} a_k s_{lk}, \quad (2.64)$$

де $t_{nk} = \int_{-1}^1 (1-t^2)^{2/3} \exp(-il_n t) P_k^{7/6}(t) dt$, $s_{lk} = \int_{-1}^1 (1-t^2)^{2/3} \sin(v_l(t+1)) P_k^{7/6}(t) dt$, $l_n = \frac{k_n \varphi_L}{2}$,

$$v_l = \frac{\pi l}{2}.$$

Підставляючи вирази для B_n (2.63) і Y_l (2.64) в (2.54) і використовуючи ортогональні властивості поліномів Гегенбауера, отримуємо систему рівнянь для невідомих коефіцієнтів a_k :

$$\sum_{k=0}^{N_G} \sum_{j=0}^{N_G} a_k d_{jk} = 0, \quad (2.65)$$

$$d_{jk} = \frac{\varphi_L}{2\varphi_S} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n t_{nk} t_{nj}^* - \sum_{l=1}^{\infty} q_l s_{lk} s_{lj}. \quad (2.66)$$

Система рівнянь (2.65) має нетривіальний розв'язок, якщо детермінант матриці d_{jk} стає нулем:

$$\det \|d_{jk}\| = 0. \quad (2.67)$$

При врахуванні скінченного числа просторових гармонік отримуємо:

$$d_{jk} = \frac{\varphi_L}{2\varphi_S} \sum_{n=-N_B}^{N_B} h_n t_{nk} t_{nj}^* - \sum_{l=1}^{N_F} q_l s_{lk} s_{lj}, \quad (2.68)$$

де кількість врахованих гармонік Блоха і Фур'є складає $(2N_B + 1)$ і N_F , відповідно. Дисперсійне рівняння (2.67) дозволяє знайти власні значення для ТМ мод в коаксіальному хвилеводі з гофрованою вставкою.

Очевидна перевага методу МПП, окрім здатності врахування особливості поля поблизу ребер гофрів, полягає в тому, що результівна матриця (2.65) складається з $(N_G + 1) \times (N_G + 1)$ елементів. При цьому кількість поліномів Гегенбауера $(N_G + 1)$ може бути обрана набагато меншою, ніж кількість гармонік Блоха $(2N_B + 1)$ і гармонік Фур'є N_F у звичайному методі МПГ, щоб гарантувати потрібну точність обчислень. Отже, розмір результівного детермінанта, що входить в дисперсійне рівняння, може бути зменшений. Це, в свою чергу, дозволяє значно скоротити час комп'ютерних обчислень при розв'язку задачі на власні значення в хвилеводах з гофрованими поверхнями.

2.3.2. Власні значення і поля ТМ мод в коаксіальному резонаторі гіротрона

Як приклад, розглянемо моду $TM_{34,19}$ коаксіального резонатора 2-МВт 170-ГГц гіротрона, розробленого в Технологічному інституті Карлсруе [105]. Резонатор гіротрона має гладку зовнішню стінку і гофровану внутрішню вставку з глибиною гофра $d = 0.044$ см, $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$, кількість гофрів – 75 (рис. 2.13).

На рис. 2.14 показано зміну власного значення $\chi = k_{\perp} R_0$ моди $TM_{34,19}$ уздовж осі резонатора, обчисленого методом МПГ [105, 109] і його вдосконаленим варіантом МПП, в якому поля на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів додатково перерозкладаються в ряд по поліномам Гегенбауера. Як видно з рис. 2.14а, розрахунки, виконані методами МПП (N_G, N_B, N_F) і МПГ (N_B, N_F) , добре узгоджуються. Це узгодження поліпшується зі збільшенням числа вихідних (гармоніки Блоха і Фур'є) і нових (поліноми Гегенбауера) базових функцій (рис. 2.14б).

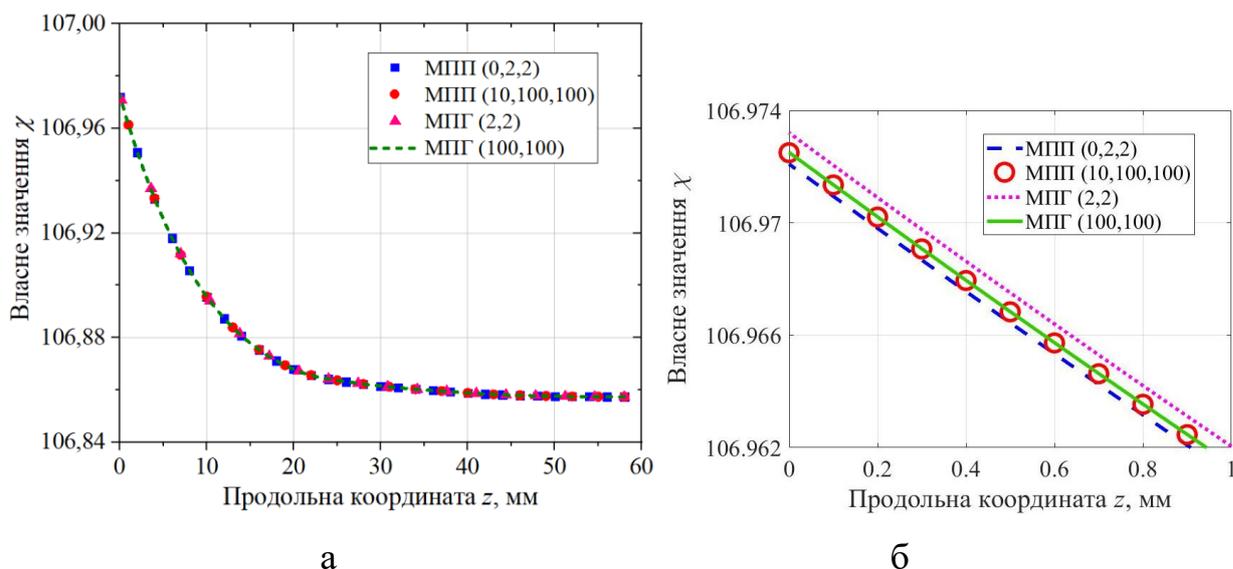


Рис. 2.14. Власне значення моди $TM_{34,19}$ в залежності від поздовжньої координати z :
а – повна довжина резонатора; б – область поблизу входу у резонатор.

Збіжність методу МПП демонструє рис. 2.15, на якому наведені залежності власного значення моди $TM_{34,19}$ (рис. 2.15а) і похибки $\delta(N_G)$ його обчислення (рис. 2.15б) від кількості поліномів Гегенбауера. Відносна похибка обчислюється як:

$$\delta(N_G) = \left| \frac{\chi(N_G + 1) - \chi(N_G)}{\chi(N_G)} \right|, \quad (2.69)$$

де N_G пов'язано із N_B та N_F виразом $N_B = N_F = 10(N_G + 1)$.

Легко побачити, що відносна похибка δ не перевищує $7 \cdot 10^{-6}$, навіть у випадку, коли дисперсійне рівняння (2.67) містить одноелементну матрицю (число поліномів Гегенбауера $(N_G + 1)$ дорівнює одиниці). Таким чином, метод МПП демонструє дуже швидко збіжність власних значень для ТМ мод резонатора.

Незважаючи на це, деякі чисельні похибки можуть спостерігатися при розрахунку власних полів резонатора. Рис. 2.16 показує розподіл мембранних функцій Φ_1 і Φ_2 уздовж апертури гофра. В ідеальному випадку ці функції повинні збігатися. Проте насправді існує деяка розбіжність між ними. Як і слід було очікувати, ця розбіжність найбільш явно спостерігається поблизу ребер гофра

$\pm\varphi_L/2$ (рис. 2.16а) і може бути помітно знижена за рахунок збільшення N_G , N_B і N_F (рис. 2.16,б,в).

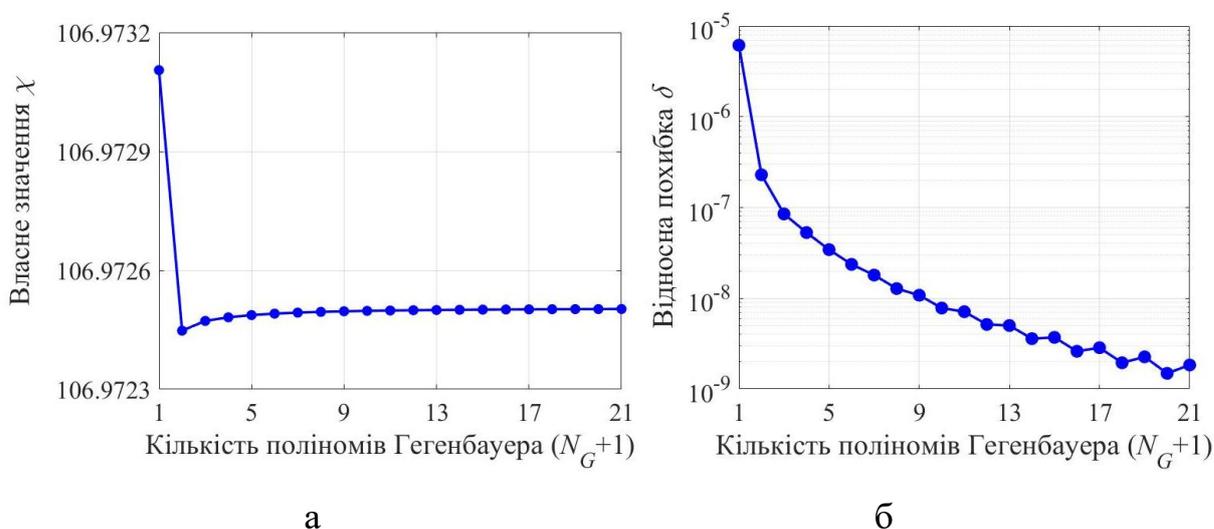


Рис. 2.15. (а) Власне значення χ і (б) відносна похибка $\delta(N_G)$ обчислень в залежності від кількості поліномів Гегенбауера $(N_G + 1)$.

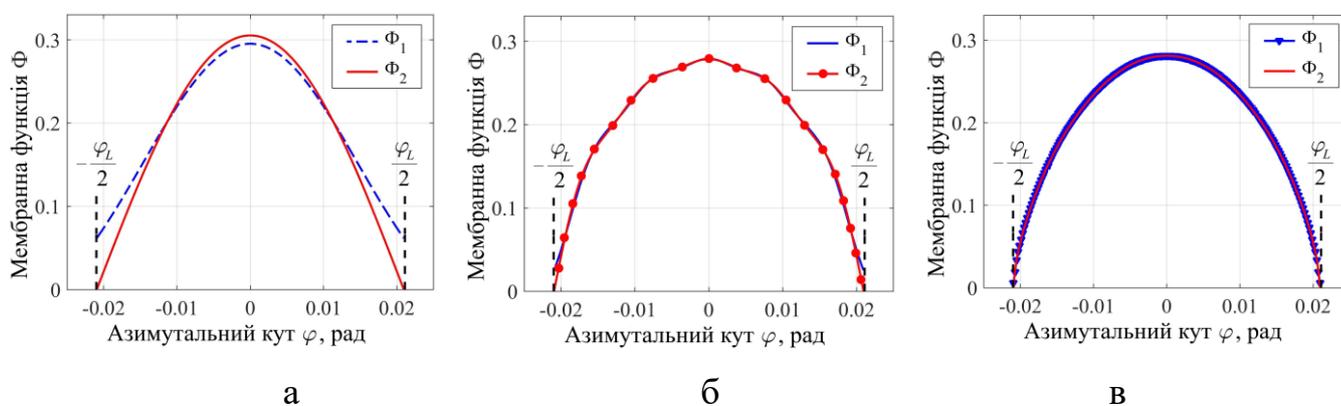


Рис. 2.16. Залежність мембранної функції від азимутального кута на апертурі гофра: а – метод МПП (0,2,2); б – метод МПП (3,10,10); в – метод МПП (10,100,100).

Форма мембранної функції моди $TM_{34,19}$, показана на рис. 2.16в, майже повністю збігається з тією, яка була отримана строгим методом СІР в [124] (див. Рис. 4 в [124]). Така форма мембранної функції задовольняє необхідній граничній умові (2.15) і умові на ребрі (2.55) [111].

Абсолютне значення поздовжнього електричного поля $|E_z|$ моди $TM_{34,19}$ показане на рис. 2.17 для вхідного поперечного перерізу резонатора гіротрона. Цей розподіл поля добре узгоджується з розрахунками методом СІР [124].

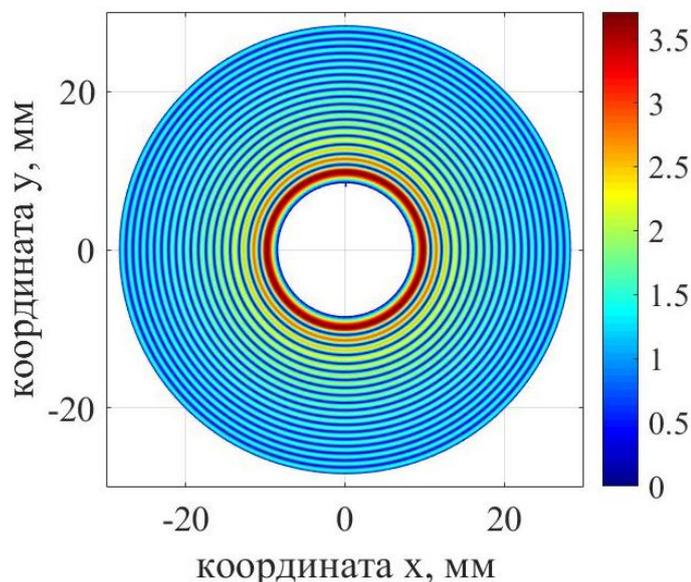


Рис. 2.17. Абсолютне значення поздовжнього електричного поля на вході у резонатор для моди $TM_{34,19}$.

З рис. 2.17 видно, що гофри слабо впливають на поле моди. Однак поблизу гофрів може спостерігатися порушення умови неперервності полів. Для демонстрації цього ефекту розглянемо область резонатора в околі одного з гофрів. Розподіл $|E_z|$ в даній області показаний на рис. 2.18.

Рис. 2.18а відповідає випадку, коли результівна матриця (2.67) складається з одного елемента ($(N_G + 1) = 1$). У цьому випадку спостерігається стрибок поля на границі між каналом хвилеводу і гофром.

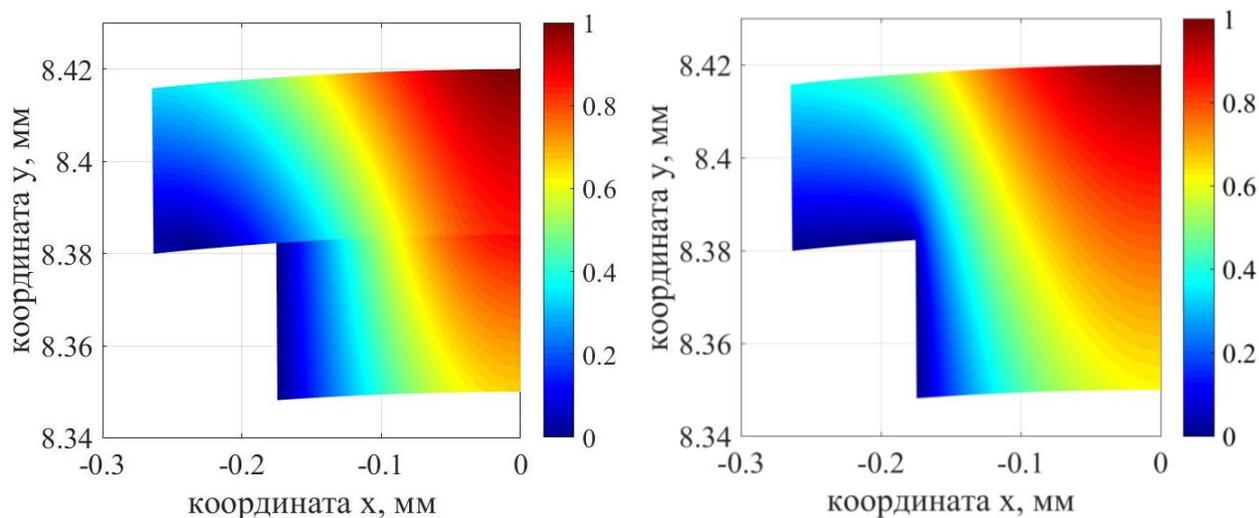


Рис. 2.18. Розподіл електромагнітного поля на вході у резонатор поблизу краю гофра: а – метод МПП (0,2,2); б – метод МПП (10,100,100).

Розузгодження полів має найбільше значення поблизу ребра гофра. Його можна зменшити, збільшуючи значення N_G , N_B і N_F (рис. 2.18б). Це дозволяє досягти високої точності виконання умови неперервності полів на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів, включаючи окіл поблизу ребер гофрів.

2.4. Висновки до розділу 2

1. Детально описано метод просторових гармонік МППГ для аналізу ТЕ і ТМ мод в високочастотних структурах з гофрованими поверхнями. Метод дозволяє з високою точністю розрахувати власні значення і власні поля мод незалежно від параметрів гофрування.

2. Для ТЕ мод в циліндричному хвилеводі з гофрованою металевою стінкою отримано дисперсійне рівняння та аналітичний вираз омічної добротності, в яких враховується вплив вищих просторових гармонік на власні частоти і поля резонатора. Продемонстрована збіжність рішень дисперсійного рівняння в залежності від кількості просторових гармонік Фур'є і Блоха, що враховуються всередині гофрів і в каналі хвилеводу, відповідно.

3. Досліджена можливість застосування спрощених методів аналізу гофрованих структур: методу поверхневого імпедансу ІМ, в якому не враховується

взаємодія між просторовими гармоніками, і методу Блохівських гармонік МБГ, в якому нехтується внеском вищих Фур'є гармонік всередині гофрів. Було показано, що ІМ може призводити до некоректних результатів для циліндричних хвилеводів з гофрованими стінками, навіть якщо кількість гофрів є досить великою і задовольняє відомому емпіричному критерію застосовності ІМ моделі. Для невеликого числа гофрів більш висока точність може бути отримана за допомогою методу МБГ. Показано, однак, що даний метод придатний лише для опису нижчих радіальних мод і вузьких гофрів, ширина яких мала в порівнянні з половиною довжини хвилі власної моди хвилеводу. Таким чином, при довільних розмірах і кількості гофрів необхідно використовувати строгий метод МПГ для розрахунку власних значень ТЕ мод в циліндричному хвилеводі з гофрованою металевною стінкою. Показано, що цей метод додатково забезпечує високу точність розрахунку розподілу полів за поперечним перерізом гофрованого хвилеводу. Винятки можуть становити околиці ребер гофрів.

4. Представлені результати розрахунку власних значень і власних полів вдосконаленим методом просторових гармонік МПП на прикладі ТМ мод в коаксіальному хвилеводі з гофрованим внутрішнім провідником. Даний метод полягає в перерозкладанні полів на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів в ряд по поліномам Гегенбауера, який задовольняє умові Мейкснера на ребрах гофрів. Завдяки цьому, в порівнянні з числом гармонік Блоха і Фур'є в початковому методі МПГ, кількість поліномів Гегенбауера в удосконаленому методі МПП може бути обрана набагато меншою, щоб гарантувати таку ж точність розрахунку власних значень і полів хвилеводу. Як наслідок, розмір матриці, що входить в дисперсійне рівняння, може бути помітно знижений. Це, в свою чергу, дозволяє уникнути труднощів при обчисленні детермінантів матриць великого розміру і значно скорочує час обчислень, необхідний для чисельного розв'язку задачі на власні значення.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах [1, 2] та доповідалися на конференціях [7-11, 15].

РОЗДІЛ 3

СЕЛЕКЦІЯ МОД У РЕЗОНАТОРАХ З ПОЗДОВЖНИМИ ГОФРАМИ ДЛЯ ГІРОТРОНІВ НА ДРУГІЙ ЦИКЛОТРОННІЙ ГАРМОНІЦІ

Стабільна робота гіротронів на другій циклотронній гармоніці часто порушується внаслідок конкуренції між робочою модою і модами, що збуджуються на першій (фундаментальній) циклотронній гармоніці. Одним з можливих способів вирішення даної проблеми є використання поздовжніх гофрів на поверхні циліндричного резонатора гіротрона. Як показано в [71], такі гофри по-різному впливають на власні значення мод на першій і другій гармоніках і тому можуть бути використані для селекції мод дифракційними втратами у резонаторі гіротрона.

Крім того, гофри на стінках резонатора викликають додаткові омічні втрати, які мають частотну залежність [71, 86]. З одного боку, ці втрати мають негативний вплив на роботу гіротрона, знижуючи його ККД і вихідну потужність [50]. З іншого, внаслідок частотної залежності вони можуть забезпечити максимальні омічні втрати для мод на першій циклотронній гармоніці при відносно низьких втратах для мод на другій гармоніці. Це вказує на можливість використання омічних втрат для селективного придушення фундаментальних конкуруючих мод у гофрованих резонаторах для гіротронів на другій циклотронній гармоніці.

Для дослідження селективних властивостей гофрованого резонатора потрібно провести розрахунок частот і полів власних мод. В [71] для такого розрахунку використовувалася спрощена модель поверхневого імпедансу ІМ, застосовність якої, як показано в розділі 2, досить обмежена і залежить від розміру і числа гофрів. У більш реалістичних умовах, для визначення оптимальних параметрів гофрів, які забезпечують найкращу селекцію мод у гофрованих резонаторах гіротронів, необхідно використовувати строгий метод. В даному розділі для цієї мети застосовується метод просторових гармонік МПГ.

3.1. Селекція мод омічними втратами у гофрованому резонаторі

Розглянемо загасання ТЕ мод в циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами на його стінці (див. рис. 2.1). Згідно (2.18) в вираз для омічної добротності Q_{ohm} моди поблизу частоти відсічки ($k_z \approx 0$) входять дійсна і уявна частини поперечного хвильового числа $k_{\perp a}$, яке може бути знайдено з (2.16) при підстановці $k_z = 0$:

$$k_{\perp a}^2 \approx k_{\perp}^2 \left[1 - \frac{(1+i)}{2} \delta_s \frac{\oint_C |\Psi|^2 dl}{\int_S |\Psi|^2 dS} \right]. \quad (3.1)$$

Інтеграли, що входять в (3.1), беруться аналітично. При цьому інтеграл $\int_S |\Psi|^2 dS$ за поперечним перерізом гофрованого резонатора записується у вигляді суми N інтегралів за площею S_1 з мембранною функцією Ψ_1 і площею S_2 з мембранною функцією Ψ_2 (див. (2.21) і рис. 3.1):

$$\int_S |\Psi|^2 dS = N \left(\int_{S_1} |\Psi_1|^2 dS + \int_{S_2} |\Psi_2|^2 dS \right). \quad (3.2)$$

Підставляючи (2.21) в (3.2), отримуємо:

$$\int_{S_1} |\Psi_1|^2 dS = \frac{\varphi_S R_0^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_n|^2 \left[1 + \left(1 - \frac{k_n^2}{\chi^2} \right) f_n^2 \right],$$

$$\int_{S_2} |\Psi_2|^2 dS = \frac{\varphi_L R_0^2}{4} \sum_{l=0}^{\infty} (1 + \delta_{l0}) |X_l|^2 \left[\left(\frac{R_d^2}{R_0^2} - \frac{\xi_l^2}{\chi^2} \right) g_l^2(R_d) - \left(1 - \frac{\xi_l^2}{\chi^2} \right) g_l^2 - 1 \right].$$

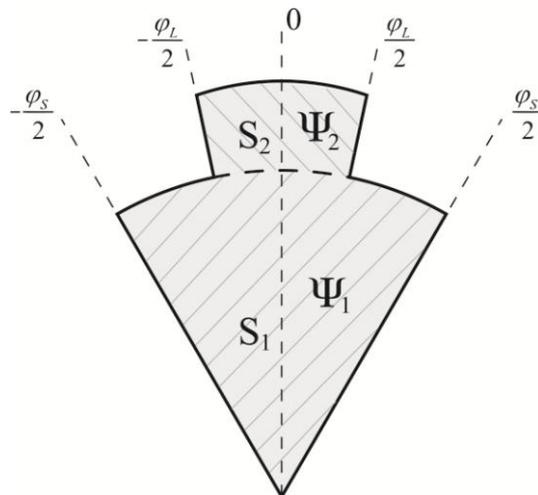


Рис. 3.1. Поперечний переріз сектора у гофрованому резонаторі.

Інтеграл по контуру поперечного перерізу резонатора $\oint_C |\Psi|^2 dl$ можна представити в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \oint_C |\Psi|^2 dl = & R_0 \varphi_S \sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_n|^2 f_n^2 - R_0 \frac{\varphi_L}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (1 + \delta_{l0}) |X_l|^2 \left[g_l^2 - \frac{R_d}{R_0} g_l^2(R_d) \right] + \\ & + 2 \sum_{l=0}^{\infty} |X_l|^2 \int_{R_0}^{R_d} g_l^2(r) dr. \end{aligned}$$

В результаті отримуємо вирази для поперечного хвильового числа у гофрованому хвилеводі зі скінченною провідністю стінки:

$$k_{\perp a}^2 \approx k_{\perp}^2 \left[1 - (1 + j) \frac{\delta_s}{R_0} \frac{p_c \sum_{n=-N_B}^{N_B} |A_n|^2 C_1 - 0.5w \sum_{l=0}^{N_F} (1 + \delta_{l0}) |X_l|^2 C_2 + 2 \sum_{l=0}^{N_F} |X_l|^2 C_3}{p_c \sum_{n=-N_B}^{N_B} |A_n|^2 Z_1 + 0.5w \sum_{l=0}^{N_F} (1 + \delta_{l0}) |X_l|^2 Z_2} \right], \quad (3.3)$$

де $p_c = \varphi_S R_0$ – період гофрів,

$$C_1 = f_n^2,$$

$$C_2 = g_l^2 - R_d/R_0 g_l^2(R_d),$$

$$C_3 = \int_{R_0}^{R_d} g_l^2(r) dr,$$

$$Z_1 = 1 + \left(1 - k_n^2 / \chi^2\right) f_n^2, \quad Z_2 = \left(R_d^2 / R_0^2 - \xi_l^2 / \chi^2\right) g_l^2(R_d) - \left(1 - \xi_l^2 / \chi^2\right) g_l^2 - 1.$$

При наближенні d до нуля $C_2 = 0$, $C_3 = 0$, $Z_2 = -1$ і $f_0 \rightarrow \infty$. В цьому випадку поперечне хвильове число $k_{\perp a}$ в (3.3) приймає відомий вид для ТЕ мод в гладкому круглому хвилеводі зі скінченною провідністю стінок [125]:

$$k_{\perp a}^2 = k_{\perp}^2 \left[1 - (1+i) \frac{\delta_s}{R_0} \left(1 + \frac{m^2}{\chi^2 - m^2} \right) \right], \quad (3.4)$$

яке також збігається із (3.3) у випадку $w \rightarrow 0$.

Підстановка (3.4) в (2.18) дає відомий вираз $Q_{ohm}^{(0)} \approx \left(1 - m^2 / \chi_{m,p}^2\right) R_0 / \delta_s$ для омичної добротності круглого металевого хвилеводу [126], де власне значення $\chi_{m,p}$ ТЕ _{m,p} моди дорівнює p -му кореню $\mu_{m,p}$ похідної функції Бесселя $J'_m(\cdot)$.

Використовуючи (2.33) і (3.3), дослідимо можливість селекції мод омичними втратами у гофрованому резонаторі для гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Для цього, як приклад, розглянемо резонатор 0.4-ТГц гіротрона в [71]. Параметри гофрованого резонатора гіротрона є наступними [71]: радіус резонатора $R_0 = 0.45$ см, кількість гофрів $N = 20$, $\varphi_L / \varphi_s = 0.5$. Матеріалом резонатора є мідь з провідністю $\sigma = 2.9 \times 10^7$ См/м. 0.4-ТГц гіротрон працює на другій циклотронній гармоніці з робочою модою ТЕ_{8,9}. Найбільш небезпечною конкуруючою модою є фундаментальна мода ТЕ_{4,5}. Згідно [71], максимум відношення омичних добротностей робочої і конкуруючої мод можна очікувати при глибині гофрів $d \approx 0.04$ см, яка близька до половини довжини хвилі робочої моди. Для початку перевіримо цей результат за допомогою строгого методу МПГ.

На рис. 3.2 представлені розраховані методом МПГ частота відсічки $f_{8,9}$ робочої моди ТЕ_{8,9} і подвоєна частота відсічки $2f_{4,5}$ фундаментальної конкуруючої моди ТЕ_{4,5} в залежності від глибини гофрів d . Підставляючи знайдені залежності в

(3.3), можна визначити омичні добротності (2.18) цих мод як функції d . Результат наведено на рис. 3.3. Видно, що зі збільшенням глибини гофрів омичні втрати мод $TE_{8,9}$ і $TE_{4,5}$ збільшуються, причому для робочої моди спостерігається немонотонна залежність втрат від d .

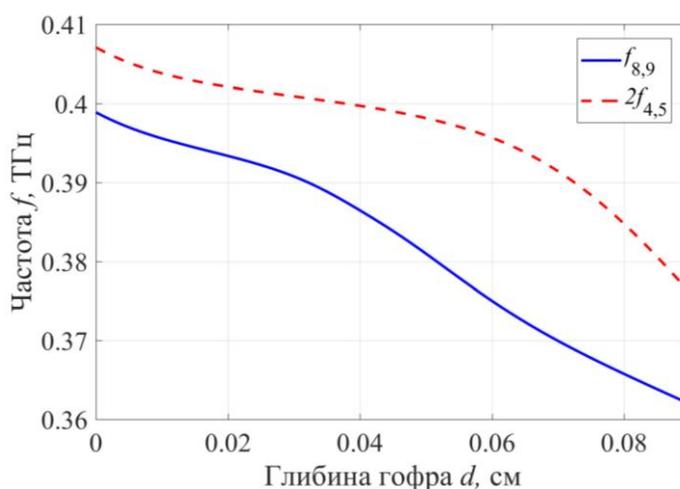


Рис. 3.2. Залежність частоти відсічки f від глибини гофрів d для мод $TE_{8,9}$ і $TE_{4,5}$ у гофрованому хвилеводі з $N = 20$.

Для найбільш ефективної селекції мод омичними втратами оптимальною є глибина гофрів, при якій величина

$$f_Q = \frac{Q_{ohm8,9}}{Q_{ohm4,5}} \quad (3.5)$$

досягає максимуму.

На рис. 3.3 пунктирною лінією показана залежність f_Q (нормована на значення при $d = 0$) від глибини гофрів. Дана залежність має максимум поблизу $d \approx 0.08$ см. Цей максимум відповідає найбільшому зростанню відносної різниці між омичними втратами конкуруючої моди $TE_{4,5}$ і робочої моди $TE_{8,9}$ і, як наслідок, найбільш ефективному селективному придушенню фундаментальної конкуруючої моди. Знайдене положення максимуму $f_Q(d)$ помітно відрізняється від результатів, отриманих в [71] за допомогою спрощеної імпедансної моделі ІМ. Як впливає з

результатів розділу 2, це є наслідком незастосовності даної моделі при $N = 20$ для конкуруючої моди $TE_{4,5}$ і робочої моди $TE_{8,9}$, незважаючи на виконання критерію (2.42).

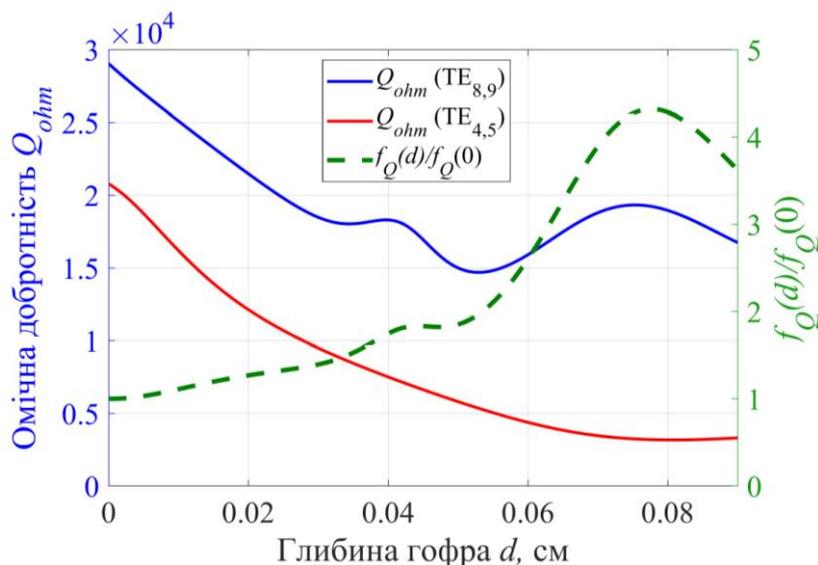


Рис. 3.3. Омічні добротності Q_{ohm} мод $TE_{8,9}$ і $TE_{4,5}$ та їх нормоване відношення f_Q в залежності від глибини гофрів d для циліндричного гофрованого хвилевода з $N = 20$.

Знайдені параметри гофрування $N = 20$ і $d \approx 0.08$ см, які забезпечують максимум функції $f_Q(d)$, можуть насправді виявитися неоптимальними. Причина пов'язана з конверсією робочої моди $TE_{8,9}$ (фундаментальної гармоніки Блоха) в вищі гармоніки Блоха. Така конверсія (зв'язок) мод не враховується в рамках моделі ІМ і можлива у випадку, коли кількість гофрів є не достатньо великою [2, 10]. Цей ефект є небажаним, оскільки в порівнянні з робочою модою вищі гармоніки Блоха часто мають помітно більш слабкий зв'язок з електронним пучком у резонаторі гіротрона [85]. Як наслідок, конверсія мод у гіротроні на другій циклотронній гармоніці може призвести до збільшення порогу генерації (стартового струму) робочої моди і її придушенню конкуруючими модами.

Щоб продемонструвати явище конверсії мод у гофрованому хвилеводі, введемо параметр α_n , який показує внесок азимутальної базисної моди з індексом k_n в повний потік енергії зв'язаних гармонік Блоха в хвилевідному каналі:

$$\alpha_n = \frac{P_n}{P}, \quad (3.6)$$

де $P = \sum_{n=-N_B}^{N_B} P_n$, $P_n = \int_0^{R_0} \left(\left| \frac{\partial \Psi_{1n}}{\partial r} \right|^2 + \frac{k_n^2}{r^2} |\Psi_{1n}|^2 \right) r dr$, $\Psi_{1n} = \sum_{n=-N_B}^{N_B} A_n f_n(r)$, $\sum_{n=-N_B}^{N_B} \alpha_n = 1$.

Очевидно, що конверсія робочої моди в вищі гармоніки Блоха відсутня при $\alpha_0 = 1$ ($n = 0$).

На рис. 3.4 наведена залежність α_n від глибини гофра d для декількох зв'язаних азимутальних мод при $m = 8$. Видно, що для $N = 20$ збільшення глибини d супроводжується конверсією робочої моди $TE_{8,9}$ в вищі гармоніки Блоха, переважно з $n = \pm 1$. Щоб уникнути цього небажаного явища, кількість гофрів N у хвилеводі має бути збільшена [2, 10].

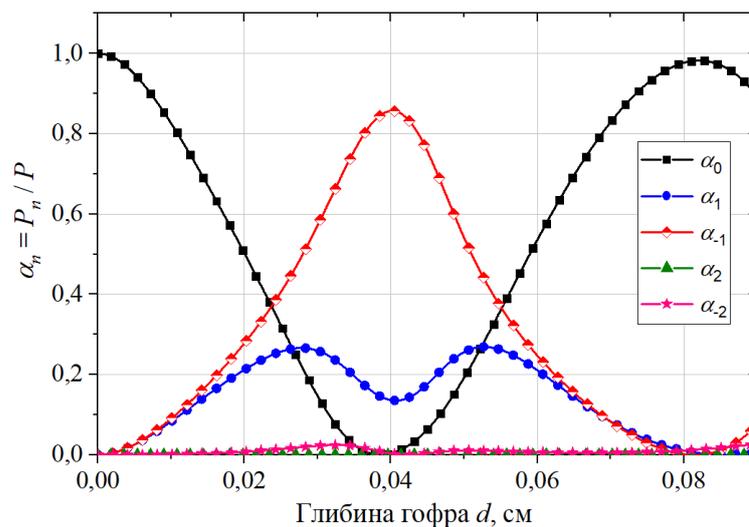


Рис. 3.4. Параметр α_n в залежності від глибини гофра d для зв'язаних гармонік Блоха в циліндричному хвилеводі з $N = 20$.

На рис. 3.5 показана залежність $f_Q(d)$ для N , що дорівнюють 20, 40, 50 і 60. Як можна побачити, результати при $N = 50$ і $N = 60$ слабо відрізняються один від одного, що вказує на незначну конверсію робочої моди $TE_{8,9}$ в вищі гармоніки Блоха. При цьому максимум залежності $f_Q(d)$ спостерігається при глибині гофра $d \approx 0.035$ см, яка непогано узгоджується з результатами ІМ моделі в [71].

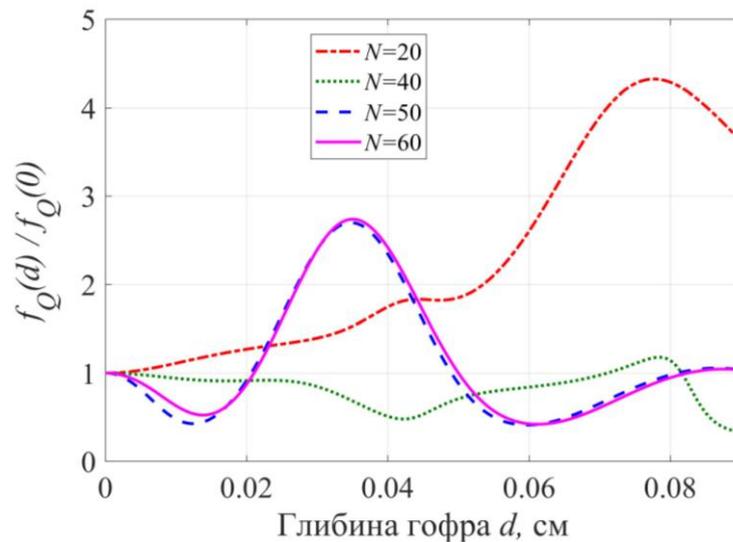


Рис. 3.5. Залежність параметра f_Q від глибини гофра d для різних значень кількості гофрів N ($R_0 = 0.45$ см, $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$).

В рамках цієї спрощеної моделі можна показати (див. також розділ 3.2), що омічна добротність TE моди з довжиною хвилі λ_0 досягає перших локальних мінімуму і максимуму при $d = \lambda_0/4$ і $d = \lambda_0/2$, відповідно. Тому, якщо глибина гофра у резонаторі гіротрона на другій циклотронній гармоніці обрана близькою до половини довжини хвилі робочої моди і, як наслідок, близька до чверті довжини хвилі фундаментальної конкуруючої моди, відношення омічних добротностей цих мод досягає екстремуму. Це пояснює наявність максимуму залежності $f_Q(d)$ на рис. 3.5 при глибині гофра $d \approx 0.035$ см, якщо $N = 50$ або $N = 60$. Така глибина здатна забезпечити найбільш сильне загасання конкуруючої моди за рахунок омічних втрат у гофрованому резонаторі 0.4-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці і при цьому не викликає конверсію мод, коли число гофрів N є досить

великим. Тому її можна вважати найбільш оптимальною для селекції мод омічними втратами.

З практичної точки зору, однак, число гофрів слід обирати мінімально можливим. Тому дослідимо вплив N на конверсію мод і омічні врати при $d = 0.035$ см. Результат представлений на рис. 3.6. Як можна побачити, конверсія робочої моди $TE_{8,9}$ мала ($\alpha_0 \approx 1$) і відношення f_Q слабо залежить від числа гофрів за умови $N > 41$. Тому число гофрів $N = 42$ можна вважати найбільш придатним вибором для резонатора 0.4-ТГц гіротрона. З огляду на те, що для даного резонатора $R_0 = 0.45$ см і $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$, отримуємо ширину гофрів $w \approx 0.034$ см при $N = 42$. При таких параметрах для 0.4-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці відношення між омічними добротностями робочої моди $TE_{8,9}$ і конкуруючої моди $TE_{4,5}$ у гофрованому резонаторі стає в 2.7 рази більшою, ніж в гладкому резонаторі ($d = 0$) (див. рис. 3.6б).

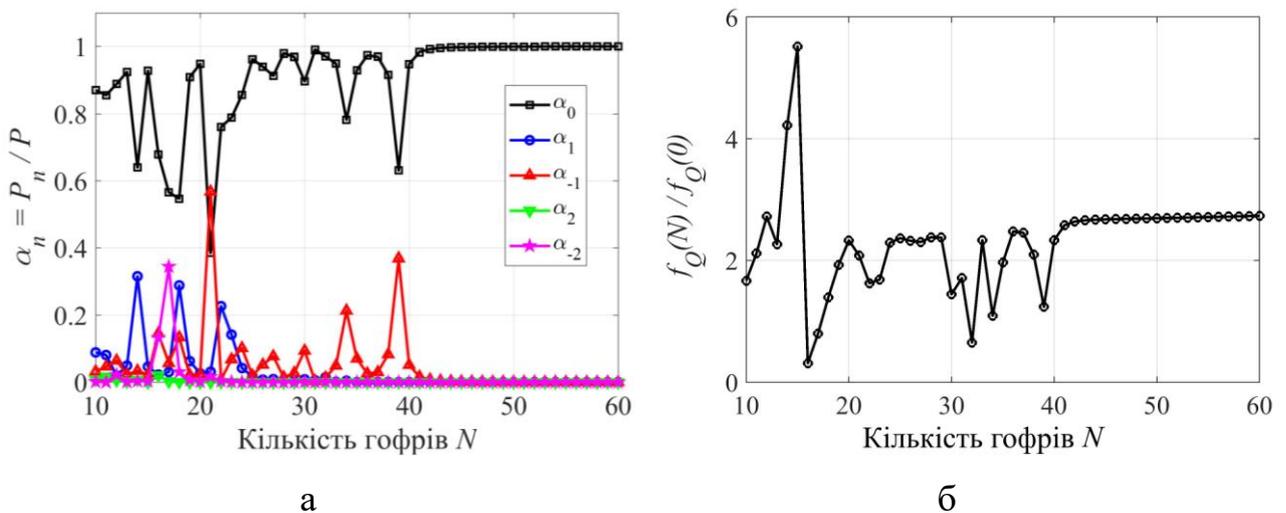


Рис. 3.6. Залежності (а) α_n для робочої моди $TE_{8,9}$ і (б) f_Q від числа гофрів N при $d = 0.035$ см ($R_0 = 0.45$ см і $\varphi_L / \varphi_S = 0.5$).

Це демонструє поліпшення селективних властивостей резонатора гіротрона за рахунок омічних врат, викликаних гофруванням резонатора. При цьому, однак, для найбільш ефективною селекції мод омічними втратами число гофрів у резонаторі гіротрона має бути обрано досить великим, щоб уникнути конверсії мод. Далі

покажемо, що при певних параметрах гофрованого резонатора явище конверсії мод також може сприяти придушенню фундаментальних конкуруючих мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці.

3.2. Конверсія мод в циліндричних гофрованих резонаторах

Як і раніше, розглянемо робочу $TE_{8,9}$ моду, що збуджується на другій гармоніці циклотронної частоти у круглому металевому хвилеводі з радіусом $R_0 = 0.45$ см та ефективною провідністю $\sigma = \sigma_{Cu}/2 = 2.9 \times 10^7$ См/м [71]. Частота відсічки f_{89} моди дорівнює 398.9 ГГц, а її радіус каустики $R_{89} = R_0 |m| / \chi_{8,9}$ становить близько 0.1 см. Відзначимо, що в області взаємодії гіротрона радіус електронного пучка r_c повинен бути близьким до радіусу каустики робочої моди. За цієї умови робоча мода має максимальний зв'язок із електронним пучком, а її стартовий струм є мінімальним.

Далі припустимо, що хвилевід має N періодичних поздовжніх гофрів. Для визначеності будемо розглядати гофри із фіксованою шириною $w = 0.02$ см, які на практиці можуть бути виготовлені із високою точністю [85]. Таким чином, в подальшому ми обмежуємося умовою $N < 140$.

Для початку дослідимо вплив гофрів на частоту робочої моди. На рис. 3.7 показана частота f_{89} в залежності від нормованої глибини d/λ_0 і числа гофрів N . Видно, що для будь-якого N спостерігається зменшення частоти зі збільшенням глибини гофрів. Цей ефект є цілком природнім, оскільки збільшення глибини гофрів призводить до збільшення об'єму хвилеводу. З рис. 3.7 видно, що залежність частоти від d може різко змінюватися зі зміною числа гофрів. Це пояснюється зв'язком базисних азимутальних мод в області взаємодії, тобто хвилевідному каналі ($r < R_0$). Ці моди, відомі як гармоніки Блоха, мають азимутальні індекси $k_n = m + nN$ ($m = 8$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) і зв'язані між собою через азимутальну періодичність гофрованого хвилеводу. Зв'язок мод є нехтовно малим при наближенні N до нескінченності. В іншому випадку, як показано у розділі 3.1, збільшення глибини гофра може призводити до конверсії однієї азимутальної базисної моди в інші.

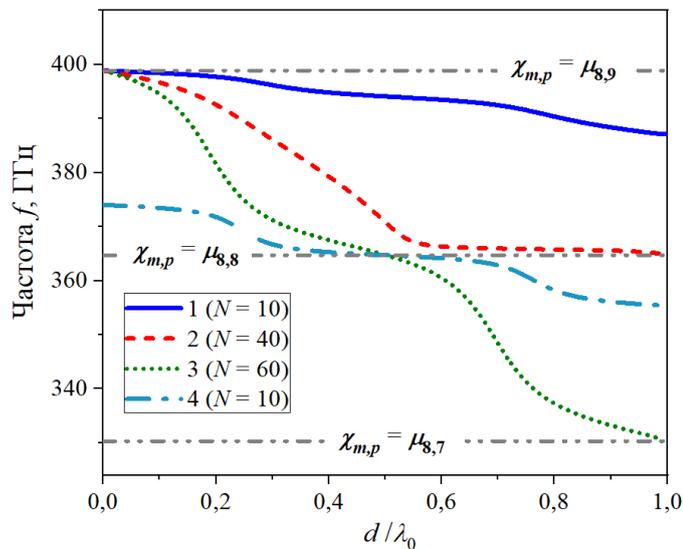


Рис. 3.7. Частота відсічки f робочої моди на другій гармоніці циклотронної частоти в залежності від глибини гофра d для різних значень числа гофрів N .

Розглянемо більш детально частотні криві 1-3, які зображені на рис. 3.7 для $N = 10$, $N = 40$ і $N = 60$ та мають однакове власне значення при нульовій глибині гофра. Для кожної з цих кривих залежність частоти від d відповідає картині конверсії мод, яка зображена на рис. 3.8а-в. Як видно з рис. 3.7, при $d = 0$ власне значення моди в хвилеводі дорівнює $\mu_{8,9}$. Таким чином, у випадку циліндричного хвилеводу ми маємо справу з чистою ($\alpha_0 = 1$) $TE_{8,9}$ модою (рис. 3.8а-в), як і має бути. $TE_{8,9}$ мода є фундаментальною ($n = 0$) гармонікою Блоха. Через зв'язок мод ця мода конвертується у вищі ($|n| > 0$) гармоніки зі збільшенням d . Характер такої конверсії мод залежить від числа гофрів.

Для $N = 10$ (рис. 3.8а) фундаментальна гармоніка Блоха домінує над вищими гармоніками лише при невеликій глибині гофра ($d/\lambda_0 < 0.2$). Зі збільшенням d відбувається конверсія фундаментальної гармоніки в першу ($n = 1$), яка, у свою чергу, набуває максимальної модової чистоти ($\alpha_1 \approx 1$) при $d/\lambda_0 \approx 0.5$. Подальше збільшення d призводить до послаблення амплітуди першої гармоніки Блоха, яка трансформується у другу ($n = 2$) гармоніку. Для $N = 40$ (рис. 3.8б) картина конверсії мод має інший вигляд. У цьому випадку збільшення глибини гофра d з нуля призводить до конверсії фундаментальної ($n = 0$) гармоніки Блоха в мінус-першу

гармоніку ($n = -1$), яка досягає максимальної амплітуди ($\alpha_{-1} \approx 1$) при $d/\lambda_0 \approx 0.5$. При подальшому збільшенні d ця базисна мода вищого порядку знову перетворюється на фундаментальну гармоніку Блоха. Цей ефект досягає максимальної сили при $d/\lambda_0 \approx 1$. При цьому фундаментальна гармоніка має власне значення, що дорівнює $\mu_{8,8}$, найвищу модову чистоту ($\alpha_0 = 1$) і, таким чином, такий же розподіл поля в області взаємодії ($r < R_0$), що і $TE_{8,8}$ мода циліндричного хвилеводу радіусу R_0 . Для $N = 60$ (рис. 3.8в) зв'язок гармонік Блоха стає досить слабким. В цьому випадку фундаментальна гармоніка Блоха домінує над вищими гармоніками при будь-якому d , а власне значення моди в хвилеводі прагне до $\mu_{8,9-p}$ при наближенні d/λ_0 до $p/2$. Такі власні значення мод гофрованого хвилеводу також можуть бути досяжними при відносно невеликій кількості гофрів. Прикладом є власне значення $\chi_{m,p} = \mu_{8,8}$, яке належить кривій 4 на рис. 3.7 та відповідає умовам $N = 10$ і $d/\lambda_0 \approx 0.5$. У цьому випадку (рис. 3.8г) при $d/\lambda_0 \approx 0.5$ має місце домінування фундаментальної гармоніки Блоха, яка при подальшій зміні d перетворюється на вищі гармоніки.

З рис. 3.8 видно, що ефект конверсії мод у гофрованому хвилеводі залежить не тільки від числа гофрів, але і від їх глибини. Наші розрахунки показують, що в більшості випадків конверсія фундаментальної гармоніки Блоха у вищі гармоніки є малою для $d = 0.5\lambda_0 = 0.041$ см, де λ_0 відповідає власному значенню моди поблизу $\mu_{8,8}$ (частота відсічки – 364.7 ГГц) (рис. 3.9). На відміну від цього, навіть при великій кількості гофрів, конверсія мод може бути помітною при $d/\lambda_0 = 0.2$ (рис. 3.10). Такий ефект зв'язку мод у гофрованих хвилеводах було виявлено в [2, 10] (див. розділ 2.2.2).

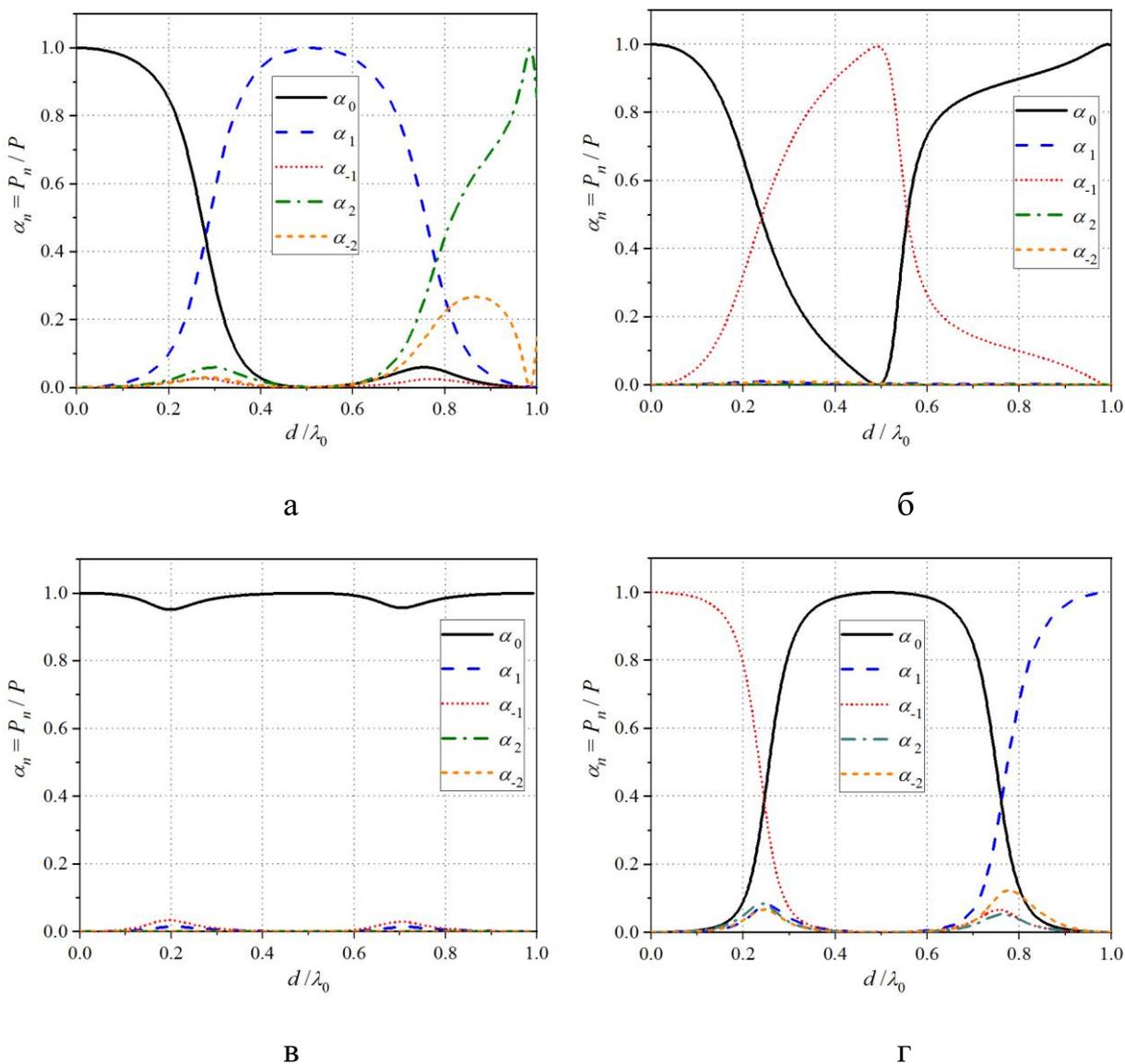


Рис. 3.8. Конверсія мод, яка супроводжує зміну частоти на рис. 3.7 для (а) кривої 1, (б) кривої 2, (в) кривої 3 і (г) кривої 4.

З огляду на селекцію мод у резонаторі гіротона конверсія робочої моди (фундаментальної гармоніки Блоха) повинна бути мінімальною, тобто величина α_0 для робочої моди повинна бути близькою до одиниці. Цей факт найбільш просто усвідомити, якщо $N > 2m$ (див. (2.42)). В цьому випадку всі вищі гармоніки Блоха ($|n| > 0$) мають більші радіуси каустики в порівнянні з радіусом пучка, який є близьким до радіуса каустики фундаментальної гармоніки. З цієї причини їхній зв'язок з електронним пучком є досить слабким. Чим більше абсолютне значення азимутального індексу $k_n = m + nN$ для n -ої гармоніки Блоха, тим слабкіше вона

зв'язана з електронним пучком. Тому конверсія фундаментальної гармоніки Блоха в вищі гармоніки може збільшити стартовий струм обраної робочої моди гіротрона. Цей ефект є вкрай небажаним і тому його слід уникати. У той же час при належних параметрах гофрів, які повинні лише неістотно впливати на робочу моду, конверсія мод може забезпечити селективне придушення конкуруючих мод [82].

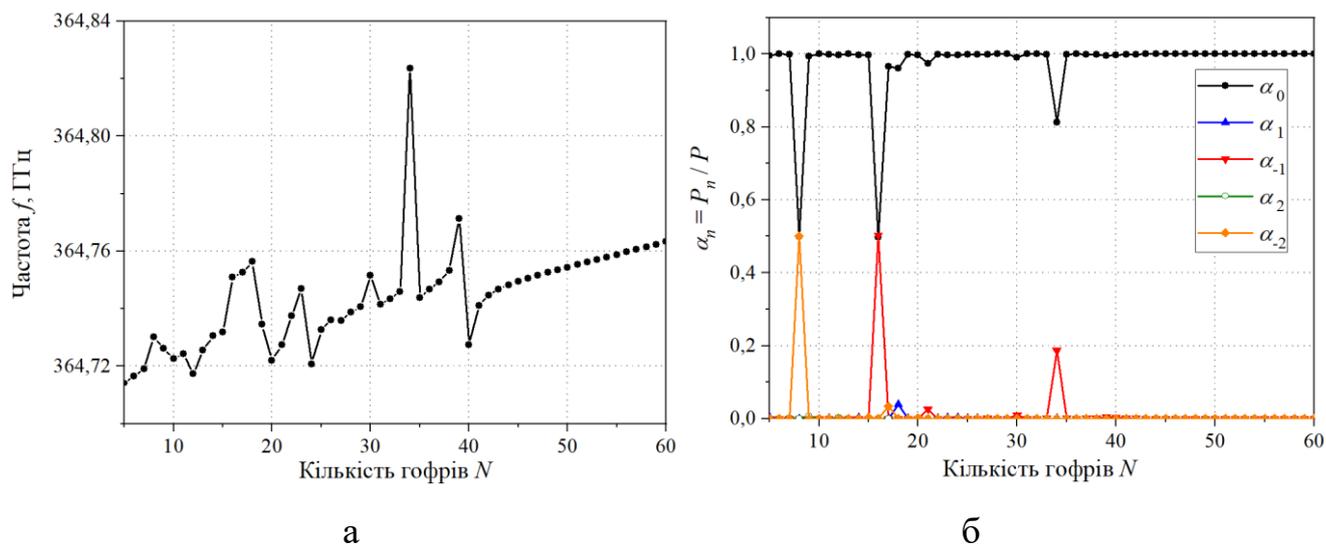


Рис. 3.9. (а) Частота f і (б) модовий склад α_n робочої моди в залежності від числа гофрів N для $d/\lambda_0 = 0.5$.

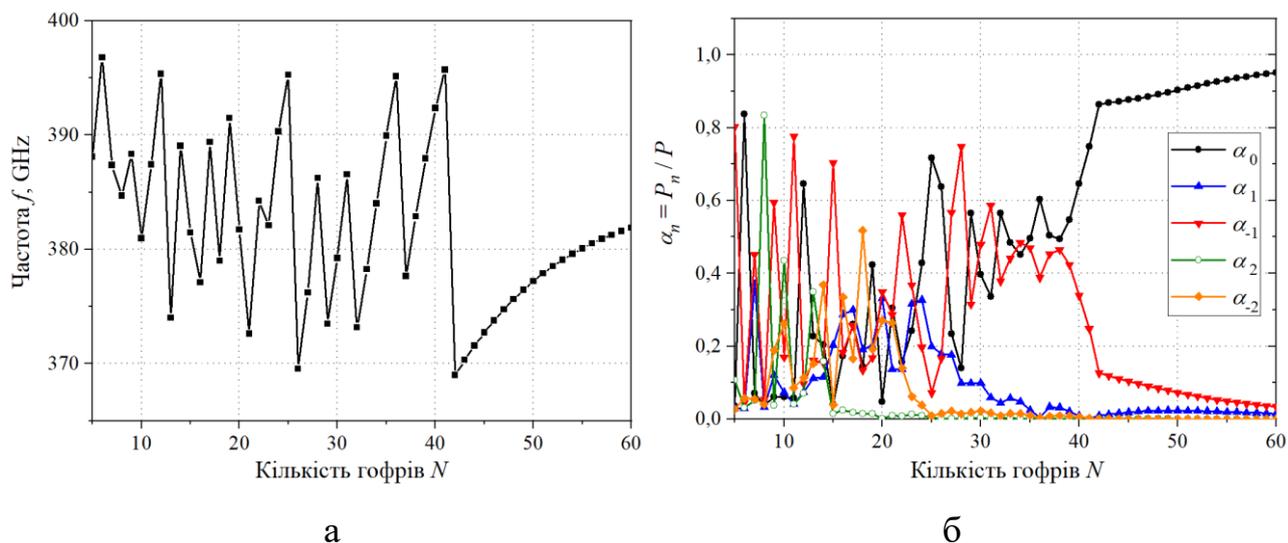


Рис. 3.10. Те ж саме, що на рис. 3.9, але для $d/\lambda_0 = 0.2$.

У резонаторах субтерагерцових гіротронів істотне значення мають омичні втрати [127], які можуть помітно погіршити робочі характеристики цих гіротронів

[50], особливо тих, що мають широку смугу неперервної перебудови частоти [64-54, 128]. Поздовжні гофри призводять до збільшення омичних втрат в стінках резонатора (див. рис. 3.3 та [71, 86]). Цей ефект залежить від розмірів гофрів і може додатково змінюватися внаслідок конверсії мод (рис. 3.5). Для $N = 60$ на рис. 3.11 показана типова залежність Q_{ohm} від d у випадку малої конверсії мод. Зі збільшенням глибини гофрів омичні втрати в стінках зростають. Омична добротність досягає першого локального мінімуму поблизу $d/\lambda_0 = 0.2$. Існування цього мінімуму можна якісно пояснити за допомогою поверхневої імпедансної моделі [81, 103]. Ця спрощена модель призводить до наступних граничних умов для $d/\lambda_0 = 0.25$: $E_z(r = R_0) = 0$, $H_z(r = R_0) = 0$ (так звана жорстка електромагнітна поверхня [129]). В цьому випадку отримуємо наступний вираз (див. рівняння (11) у [71]):

$$Q_{ohm} = Q_{ohm}^{(0)} \sqrt{\frac{\gamma_{m,p-1}}{\mu_{m,p}}} \frac{w}{R_0} \frac{N/(2\pi) + d/w}{(1 + d/w)(1 - m^2/\mu_{m,p}^2)}, \quad (3.7)$$

який пов'язує омичну добротність моди гофрованого хвилеводу для $d/\lambda_0 = 0.25$ з добротністю $Q_{ohm}^{(0)}$ $TE_{m,p}$ моди циліндричного хвилеводу, де $\gamma_{m,p}$ означає p -ий нуль функції Бесселя $J_m(\cdot)$. З (3.7) випливає, що ця добротність зменшується до нуля у граничному випадку $w \rightarrow 0$ (див. також Рис.5б в [86]). Таким чином, якщо ширина гофра w є досить малою і зв'язок гармонік Блоха відсутній, то Q_{ohm} досягає локального мінімуму при $d/\lambda_0 = 0.25$. Однак навіть при $N = 60$ такий зв'язок мод є ненульовим (рис. 3.8в і рис. 3.10б) і трохи зміщує положення мінімуму Q_{ohm} до $d/\lambda_0 = 0.2$.

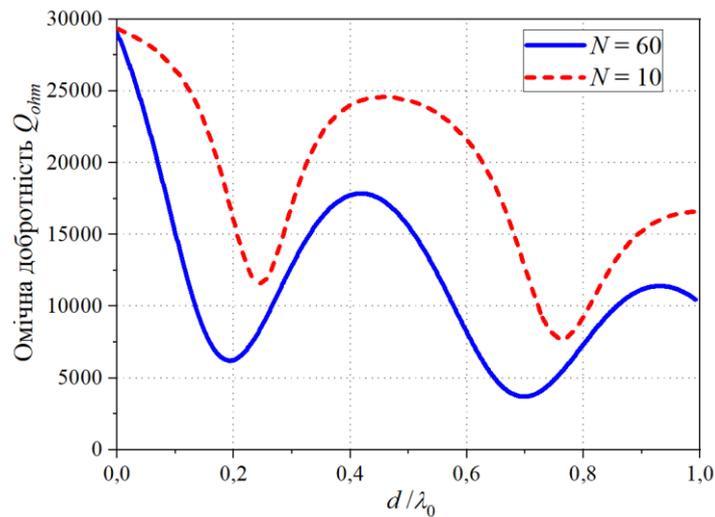


Рис. 3.11. Омічна добротність робочої моди на другій гармоніці циклотронної частоти в залежності від глибини гофрів для $N = 60$ і $N = 10$, які відповідають кривим 3 і 4 на рис. 3.7, відповідно.

При подальшому збільшенні d омічна добротність моди в хвилеводі зростає і зрештою досягає першого локального максимуму при $d/\lambda_0 = 0.42$ у випадку $N = 60$. Поверхнева імпедансна модель ІМ дає наступну оцінку Q_{ohm} при $d/\lambda_0 = 0.5$:

$$Q_{ohm} = Q_{ohm}^{(0)} \sqrt{\frac{\mu_{m,p-1}}{\mu_{m,p}} \frac{w/R_0 d/p_c + 1 - m^2/\mu_{m,p-1}^2}{(1 + d/p_c)(1 - m^2/\mu_{m,p}^2)}}. \quad (3.8)$$

В цьому випадку $2d/p_c = N/\mu_{m,p-1}$. Отже, чим менше число гофрів N , тим більше значення Q_{ohm} в (3.8). З огляду на цей факт бажано обирати кількість гофрів якомога меншою, щоб мінімізувати омічні втрати робочої моди у випадку, коли глибина d є близькою до $0.5\lambda_0$. Як зазначалося вище, така глибина гофрів додатково забезпечує високу модову чистоту для робочої моди.

Будемо позначати робочу моду як $TE_{8,9}$ моду для будь-якого d . Але, як показано на рис. 3.7 і рис. 3.9а, для $d \approx 0.5\lambda_0 = 0.041$ см власне значення робочої моди є близьким до $\mu_{8,8}$. Тому в даному випадку робоча мода гофрованого хвилеводу є подібною до $TE_{8,8}$ моди циліндричного хвилеводу (рис. 3.12а і рис. 3.12б). Для цієї робочої моди необхідно зменшити радіус хвилеводу

$R_0 = 0.45$ см у $\mu_{8,9}/\mu_{8,8}$ разів, щоб досягти таких же частоти і радіусу каустики, що і для $TE_{8,9}$ моди вихідного циліндричного хвилеводу.

3.3. Селективні властивості гофрованого резонатора гіротрона

Далі розглянемо найбільш небезпечну конкуруючу моду гіротрона із циліндричним резонатором, в якому робоча $TE_{8,9}$ мода збуджується пучком на другій гармоніці циклотронної частоти. Таким конкурентом є $TE_{4,5}$ мода на першій циклотронній гармоніці [58, 71]. Це пов'язано з тим, що в циліндричному хвилеводі частота відсічки $f_{45} = 203.5$ ГГц для $TE_{4,5}$ моди є приблизно вдвічі меншою, ніж для $TE_{8,9}$ моди (рис. 3.2), а радіуси каустики обох цих мод є близькими один до одного. Отже, конкуруючу $TE_{4,5}$ моду не можна придушити за допомогою традиційного (електронного) методу селекції мод, який базується на спеціальному позиціонуванні радіусу пучка r_c . Частотне розділення $\Delta f = f_{89} - 2f_{45}$ між $TE_{8,9}$ та $TE_{4,5}$ модами у циліндричному хвилеводі дорівнює (-8.2) ГГц.

Вплив поздовжніх гофрів на частоту $TE_{4,5}$ моди на першій циклотронній гармоніці має багато спільного із описаним вище для робочої моди. Частота f_{45} зменшується зі збільшенням глибини гофра d (рис. 3.13) і, якщо зв'язок мод є досить слабким, прагне до $c\mu_{4,5-p}/(2\pi R_0)$ при наближенні d до $pc/(2f_{45})$. Оскільки $f_{89} \approx 2f_{45}$, збільшення d може істотно змінити частотне розділення між робочою модою на другій гармоніці циклотронної частоти та її конкурентом на першій гармоніці. Як приклад, даний ефект показаний на рис. 3.13 для $N = 60$. Для $TE_{8,9}$ та $TE_{4,5}$ мод найбільший частотний інтервал Δf біля (-21.3) ГГц досягається для глибини $d = 0.25\lambda_0 \approx 0.02$ см, яка є близькою до $c/(8f_{45})$. Цей ефект сам по собі має позитивний вплив на селекцію мод. Однак в цьому випадку робоча мода має великі омічні втрати (рис. 3.11) і зазнає значної конверсії мод (рис. 3.10б).

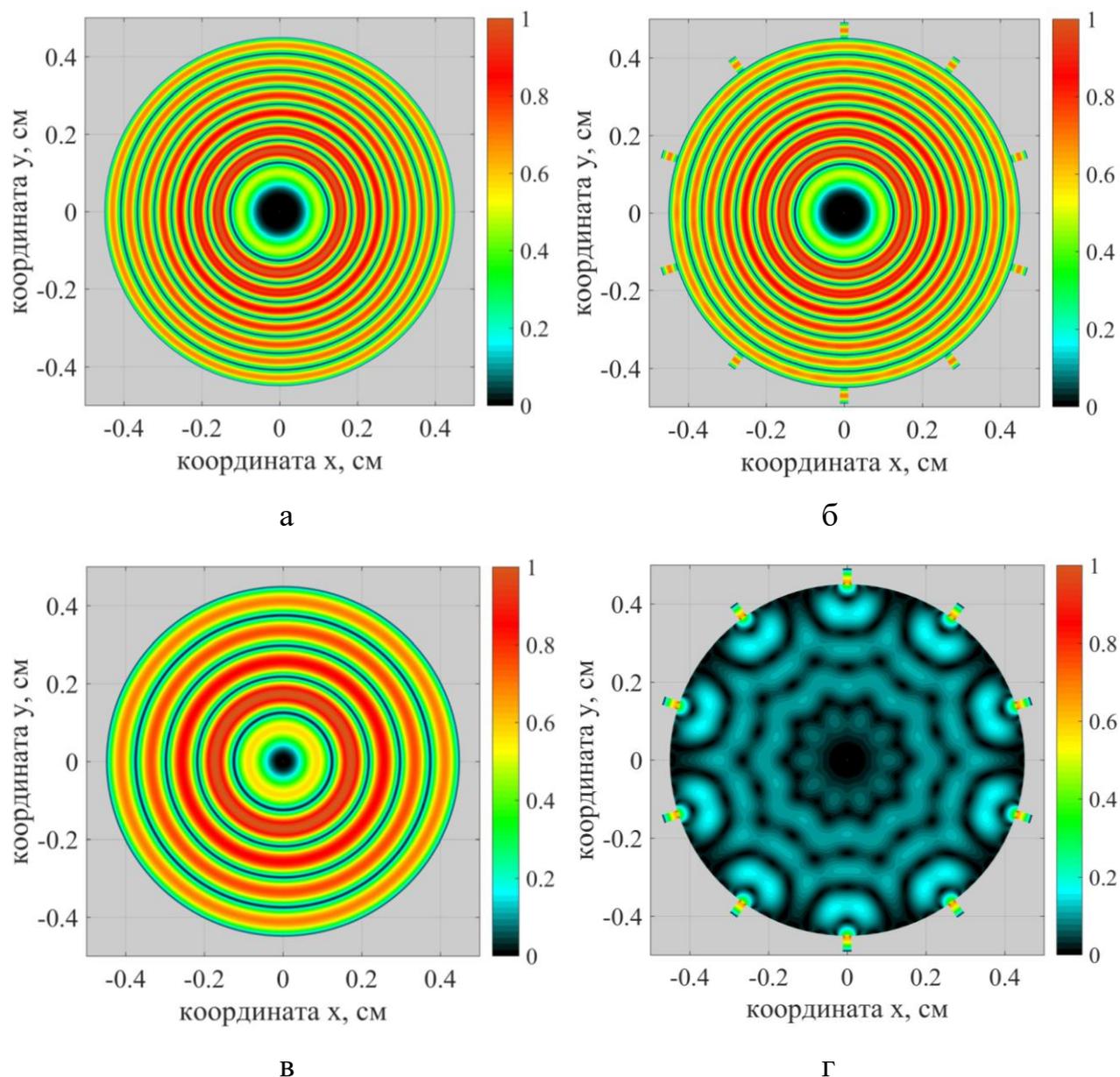


Рис. 3.12. Розподіл $|d\Psi/dr|$ (відн.од.) в хвилевідному каналі для (а) $TE_{8,8}$ моди в циліндричному хвилеводі, (б) $TE_{8,9}$ моди гофрованого хвилеводу ($d = 0.041$ см, $N = 10$), (в) $TE_{4,5}$ моди в циліндричному хвилеводі, (г) $TE_{4,5}$ моди гофрованого хвилеводу ($d = 0.041$ см, $N = 10$).

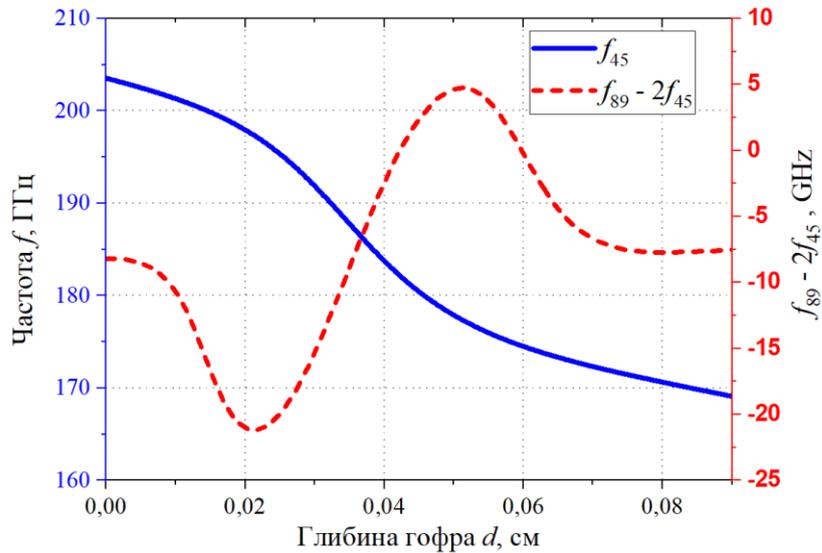


Рис. 3.13. Частота f конкуруючої $TE_{4,5}$ моди і частотне розділення Δf між $TE_{8,9}$ модою на другій циклотронній гармоніці і $TE_{4,5}$ модою на першій гармоніці в залежності від глибини гофрів d для $N = 60$.

На відміну від цього, як показано на рис. 3.9 і рис. 3.11, за умови $d = 0.5\lambda_0 \approx 0.041$ см робоча $TE_{8,9}$ мода відзначається найвищою модовою чистотою і відносно низьким загасанням при практично будь-якій кількості гофрів. Для $N = 60$, однак, така глибина гофрів є не найкращим вибором з огляду на частотне розділення між робочою $TE_{8,9}$ і конкуруючою $TE_{4,5}$ модами (рис. 3.14). У випадку $d = 0.041$ см залежність частотного розділення від числа гофрів N показана на рис. 3.14а. При зменшенні N від 60 до 20 спектральна відстань між $TE_{8,9}$ і $TE_{4,5}$ модами збільшується до 20 ГГц. При меншій кількості гофрів залежність Δf від N стає нерегулярною. Це пов'язано з тим, що конкуруюча $TE_{4,5}$ мода зазнає помітної конверсії при $d = 0.041$ см і $N < 20$ (рис. 3.14б).

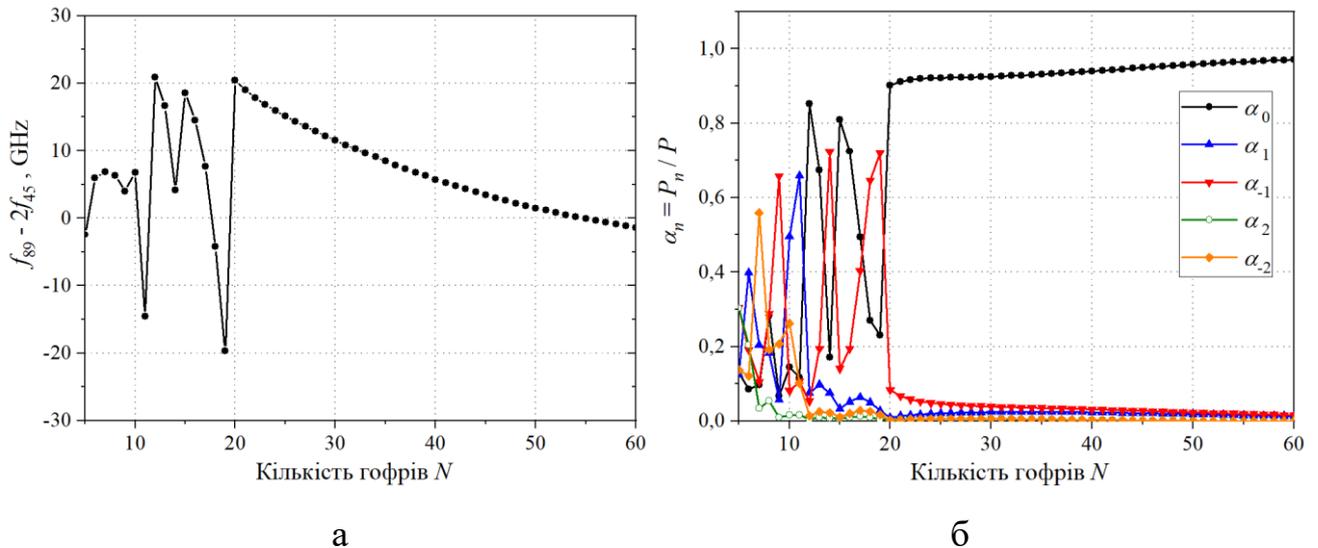


Рис. 3.14. (а) Частотне розділення Δf між робочою модою на другій циклотронній гармоніці і конкуруючою модою на першій гармоніці і (б) модовий склад α_n конкуруючої $TE_{4,5}$ моди в залежності від числа гофрів N для $d = 0.041$ см.

На рис. 3.15 показані омичні втрати конкуруючої $TE_{4,5}$ моди в залежності від глибини поздовжніх гофрів для $N = 60$. У гофрованому хвилеводі омична добротність $Q_{ohm4,5}$ даної моди досягає першого локального мінімуму при глибині $d \approx 0.43\lambda_0 = 0.035$ см, яка, в свою чергу, є близькою до першого локального максимуму омичної добротності $Q_{ohm8,9}$ робочої моди (рис. 3.11). З цієї причини поблизу $d = 0.035$ см спостерігається максимальний приріст омичних втрат найбільш небезпечної конкуруючої $TE_{4,5}$ моди по відношенню до втрат робочої $TE_{8,9}$ моди (рис. 3.15). Тому, як визначено у розділі 3.1, така глибина гофрів є найбільш сприятливою для придушення конкуруючої $TE_{4,5}$ моди за рахунок омичних втрат. У цьому відношенні, глибина гофрів 0.041 см також може розглядатися як доцільний вибір, що додатково забезпечує високу модову чистоту для робочої моди при відносно невеликій кількості гофрів. Для цієї глибини на рис. 3.16 показана залежність відношення $f_Q(N) = Q_{ohm8,9} / Q_{ohm4,5}$ від числа гофрів. Спостерігається декілька піків $f_Q(N)$, які відповідають поліпшеним селективним властивостям гофрованого хвилеводу за рахунок омичних втрат. Однак через низьку модову

чистоту не всі з них є дійсно сприятливими для генерації робочої моди (рис. 3.9б) і тому повинні бути виключені із розгляду при проектуванні резонатора гіротрона.

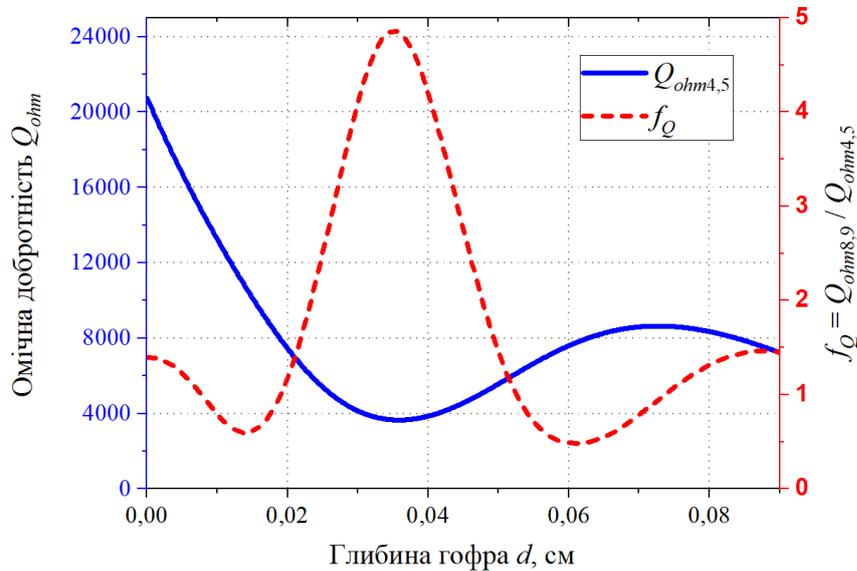


Рис. 3.15. Омична добротність $Q_{ohm4,5}$ конкуруючої моди на першій гармоніці циклотронної частоти і відношення $f_Q = Q_{ohm8,9} / Q_{ohm4,5}$ в залежності від глибини гофрів d для $N = 60$ ($R_0 = 0.45$ см, $w = 0.02$ см).

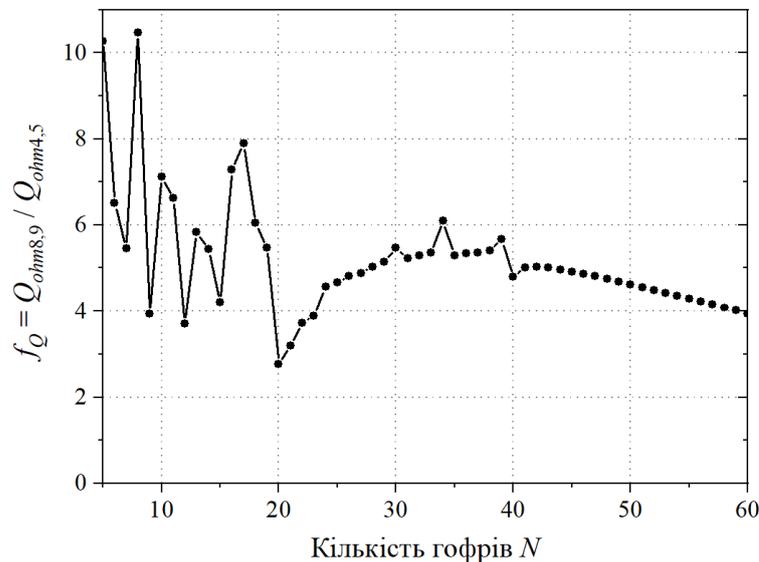


Рис. 3.16. Відношення $f_Q = Q_{8,9} / Q_{4,5}$ в залежності від числа гофрів N для $d = 0.041$ см.

Вищевикладене показує, що селекція мод у гофрованих хвильоводах для гіротронів на другій гармоніці циклотронної частоти є комплексною проблемою, яка

вимагає всебічного дослідження. Це пов'язано з тим, що гофри мають різний вплив на частоти і загасання мод на різних циклотронних гармоніках, а також можуть ініціювати їхню конверсію в інші азимутальні моди. Наші дослідження показують, що для гіротрона на другій гармоніці циклотронної частоти із робочою $TE_{8,9}$ модою перспективними параметрами гофрованої структури хвилеводу є $w = 0.02$ см, $N = 10$, $d = 0.041$ см. Це пояснюється кількома причинами. По-перше, такі параметри гофра забезпечують високу модову чистоту робочої моди (рис. 3.12б), яка не сильно залежить від глибини гофрів (рис. 3.8г) і, таким чином, є не надто чутливою до допусків на виготовлення гофрованого хвилеводу. По-друге, цей режим характеризується відносно низькими омичними втратами у гофрованому хвилеводі (рис. 3.11). По-третє, на відміну від робочої $TE_{8,9}$ моди, найбільш небезпечна конкуруюча $TE_{4,5}$ мода сильно загасає через омичні втрати на стінці гофрованого хвилеводу (рис. 3.16). По-четверте, при $N = 10$ і $d = 0.041$ см конкуруюча мода на першій гармоніці циклотронної частоти складається із набору нормальних мод з домінуючим внеском гармонік Блоха із азимутальними індексами $k_1 = 14$ і $k_{-2} = -16$ (рис. 3.14б). Радіуси каустики цих гармонік складають приблизно 0.36 см і 0.41 см, а отже значно перевищують R_{89} . Таким чином, для найбільш небезпечної конкуруючої моди варто очікувати помітного зниження зв'язку з пучком за рахунок гофрування стінки з $N = 10$ і $d = 0.041$ см (рис. 3.12в і рис. 3.12г). Єдиним недоліком таких параметрів гофрів є відносно невелике частотне розділення ($\Delta f = +6.7$ ГГц) між робочою $TE_{8,9}$ і конкуруючою $TE_{4,5}$ модами (рис. 3.14а). Проте з огляду на вищенаведені переваги очікується, що цей недолік не матиме істотного впливу на селекцію мод у гофрованому хвилеводі. Однак щоб показати це строго, необхідно застосувати теорію електронно-хвильової взаємодії у резонаторі гіротрона, в якій врахувати конверсію мод, викликану періодичними поздовжніми гофрами на стінці резонатора. Розробка такої теорії є однією з цілей розділу 4.

3.4. Висновки до розділу 3

1. За допомогою строгого методу МПГ досліджені селективні властивості гофрованих резонаторів для гіротронів на другій циклотронній гармоніці з метою

знаходження оптимальних параметрів резонатора для найбільш ефективного придушення фундаментальних конкуруючих мод. Один із методів селекції мод в таких резонаторах базується на використанні омічних втрат, викликаних гофруванням стінок. Показано, що він дозволяє в декілька разів збільшити відношення омічних добротностей робочої і конкуруючих мод. Однак для великої ефективності даного методу потрібна велика кількість гофрів у резонаторі гіротрона, що може ускладнити процес їх виготовлення. В зворотному випадку, робоча мода гіротрона, яка є фундаментальною гармонікою Блоха у гофрованому резонаторі, може зазнати небажаного ефекту конверсії мод. Цей ефект пояснюється зв'язком гармонік Блоха внаслідок азимутальної періодичності резонатора гіротрона і впливає на власні частоти і поля резонатора. Зі збільшенням глибини гофрів такий зв'язок міцнішає і викликає конверсію фундаментальної гармоніки Блоха в вищі гармоніки.

2. Показано, що конверсія мод, викликана азимутальною періодичністю резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами, залежить не тільки від кількості гофрів, але і від їхньої глибини.

3. Знайдені співвідношення між глибиною гофрів та довжиною хвилі, при яких спостерігається слабка та сильна конверсія мод в вищі просторові гармоніки. Виявлено, що конверсія мод є зазвичай малою, якщо глибина гофрів є близькою до половини довжини хвилі. Тому така глибина є доцільним вибором для робочої моди на другій гармоніці циклотронної частоти. Разом з високою модовою чистотою вона також здатна забезпечити відносно низькі омічні втрати для робочої моди, які зменшуються зі зменшенням кількості гофрів. Ця глибина гофра відповідає приблизно чверті довжини хвилі конкуруючих мод на першій гармоніці. Показано, що за такої умови конкуруючі моди схильні до конверсії в моди з більш високими азимутальними індексами і радіусами каустики, навіть якщо кількість гофрів є достатньо великою. Тому зв'язок пучка з конкуруючими модами на першій циклотронній гармоніці слабшає через конверсію мод.

4. Виявлено, що додатковим чинником, який сприяє придушенню фундаментальних конкуруючих мод, є омічні втрати, які зазвичай є великими для

мод у випадку, коли глибина гофрів є близькою до чверті їхньої довжини хвилі. Крім того, встановлено, що для обраної глибини гофра частотне розділення між робочою модою на другій гармоніці циклотронної частоти та конкуруючими модами на першій гармоніці залежить від кількості гофрів, а, отже, за необхідності, може бути збільшено.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах [3, 4] та доповідалися на конференції [12].

РОЗДІЛ 4

САМОУЗГОДЖЕНА НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОННО-ХВИЛЬОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ У РЕЗОНАТОРАХ З ПОЗДОВЖНИМИ ГОФРАМИ

Аналіз електромагнітних характеристик гофрованого циліндричного резонатора за відсутності електронного пучка (розділи 2 і 3) вказує на те, що поздовжні гофри на поверхні резонатора можуть бути використані для придушення фундаментальних конкуруючих мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці. Однак, щоб переконливо продемонструвати це, необхідно розробити самоузгоджену теорію взаємодії електронного пучка з модами гофрованого резонатора гіротрона і з її допомогою визначити стартові струми робочої і конкуруючих мод, а також вихідну потужність гіротрона.

В даному розділі в одномодовому наближенні виводиться система стаціонарних самоузгоджених рівнянь, що складаються з рівняння збудження ТЕ моди пучком електронів у гофрованому резонаторі гіротрона і рівнянь руху електронів в полі ТЕ моди. Така самоузгоджена система рівнянь, відомих як рівняння гіротрона [29, 130], використовується для детального дослідження впливу параметрів гофрування резонатора на стартові струми і вихідну потужність гіротрона, а також область одномодової генерації робочої моди за відсутності конкуруючих мод. Варто зазначити, що лінійні характеристики (стартові струми) резонатора знаходяться із системи нелінійних рівнянь числовим методом [131]. Аналітичні вирази для лінійних характеристик (інкрементів циклотронної нестійкості) ТЕ та ТМ мод в ідеально провідному циліндричному хвилеводі із синусоїдальним азимутальним гофруванням представлені у роботах [132, 133].

4.1. Рівняння гіротрона при взаємодії електронного пучка з власними модами резонатора з поздовжніми гофрами

Розглянемо трубчастий електронний пучок, який інжектується в циліндричний резонатор з поздовжніми гофрами. Електрони рухаються по спіральних траєкторіях

уздовж прикладеного постійного магнітного поля B_0 і взаємодіють з ТЕ-моду резонатора.

4.1.1. Рівняння збудження ТЕ моди гвинтовим електронним пучком у гофрованому резонаторі гіротрона

Для ТЕ мод у резонаторі гіротрона вплив просторового заряду пучка є нехтовно малим [134, 135]. В цьому випадку з системи рівнянь Максвелла знаходимо:

$$\left(\Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \text{Re} \vec{E}_{\perp} = -i \frac{4\pi k}{c} \vec{j}_{\perp}, \quad (4.1)$$

де \vec{j} – щільність струму пучка.

Будемо вважати, що поздовжня неоднорідність резонатора є малою і не викликає помітного зв'язку обраної ТЕ моди з радіальними сателітами. В цьому випадку поперечна компонента електричного поля \vec{E}_{\perp} ТЕ моди в стаціонарному режимі записується у вигляді:

$$\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, t) = f(z) \vec{E}_{\perp}(\vec{r}_{\perp}) \exp(-i\omega t), \quad (4.2)$$

де функція $\vec{E}(\vec{r}_{\perp})$ наведена вище в (2.19) і описує розподіл поля ТЕ моди по поперечному перерізу гофрованого резонатора гіротрона.

Підставляючи в (4.1) дійсну частину компоненти поля $\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, t)$, отримуємо:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) f(z) \vec{E}_{\perp}(\vec{r}_{\perp}) \exp(-i\omega t) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) f^*(z) \vec{E}_{\perp}^*(\vec{r}_{\perp}) \exp(i\omega t) = \\ & = -i \frac{4\pi k}{c} \vec{j}_{\perp}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Помножимо рівняння (4.3) на $\exp(i\omega t)$, потім проінтегруємо його по часовому інтервалу $(0, T)$, де $T = 2\pi/\omega$ – період коливань. В результаті отримуємо

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) f(z) \vec{E}_\perp(\vec{r}_\perp) = -i \frac{4\pi k}{c} \vec{j}_{\perp\omega}, \quad (4.4)$$

$$\text{де } \vec{j}_{\perp\omega} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{j}_\perp \exp(i\omega t) dt.$$

Векторно множимо рівняння (4.4) на $\vec{B}_\perp^*(\vec{r}_\perp)$, що введене вище в (2.20), і інтегруємо результат по площині поперечного перерізу резонатора:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) f(z) \int_S [\vec{E}_\perp(\vec{r}_\perp) \times \vec{B}_\perp^*(\vec{r}_\perp)] dS = -i \frac{4\pi k}{c} \int_S [\vec{j}_{\perp\omega} \times \vec{B}_\perp^*(\vec{r}_\perp)] dS. \quad (4.5)$$

Враховуючи (2.19) і (2.20), інтеграл $\int_S [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_\perp^*] dS$ в лівій частині рівняння

(4.5) приймає вигляд:

$$\int_S [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_\perp^*] dS = k k_z \int_S \left(\left| \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|^2 \right) dS \quad (4.6)$$

і записується у вигляді суми N інтегралів за площею S_1 з мембранною функцією Ψ_1 і площею S_2 з мембранною функцією Ψ_2 (див. (2.21) і рис. 3.1):

$$\int_S [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_\perp^*] dS = k k_z N \left[\int_{S_1} \left(\left| \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \varphi} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi_1}{\partial r} \right|^2 \right) dS_1 + \int_{S_2} \left(\left| \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_2}{\partial \varphi} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi_2}{\partial r} \right|^2 \right) dS_2 \right]. \quad (4.7)$$

В результаті серії перетворень отримуємо:

$$\int_S [\vec{E}_\perp \times \vec{B}_\perp^*] dS = \pi k k_z (P + P_c) = \pi k k_z N_{mn}, \quad (4.8)$$

де P і P_c – нормований потік енергії через хвилевідний канал і гофри резонатора,

відповідно, $P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_n|^2 P_n$, $P_n = \chi^2 + 2\chi f_n + (\chi^2 - k_n^2) f_n^2$ (див. також (3.6)),

$$P_c = \frac{\varphi_L \chi^2}{\varphi_S} \sum_{l=0}^{\infty} |X_l|^2 (1 + \delta_{l0}) \left[\left(\frac{R_d^2}{R_0^2} - \frac{\xi_l^2}{\chi^2} \right) g_l^2 (R_d) - \frac{2}{\chi} g_l - \left(1 - \frac{\xi_l^2}{\chi^2} \right) g_l^2 - 1 \right].$$

Визначимо вид виразу $[\vec{j}_{\perp\omega} \times \vec{B}_\perp^*]$ в правій частині рівняння (4.5) в системі координат, що пов'язана з ведучим центром електронного пучка (рис. 4.1). При цьому будемо припускати, що пучок розповсюджується лише всередині хвилевідного каналу резонатора (область 1 на рис. 2.1) і скористаємося наступними співвідношеннями:

$$j_{r\omega} = j_{\perp\omega} \cos(\phi - \varphi),$$

$$j_{\varphi\omega} = j_{\perp\omega} \sin(\phi - \varphi).$$

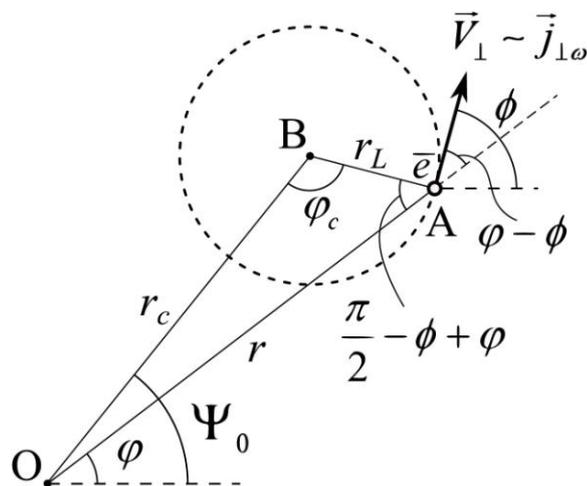


Рис. 4.1. Циклотронне обертання електрона пучка.

В результаті отримаємо:

$$\left[\vec{j}_{\perp\omega} \times \vec{B}_{\perp}^* \right] = -j_{\perp\omega} \frac{ik_{\perp}k_z}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{ik_n \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right)} \left[J_{k_n+1}(k_{\perp}r) e^{-i(k_n+1) \left(\frac{\pi}{2} - \phi + \varphi \right)} - J_{k_n-1}(k_{\perp}r) e^{-i(k_n-1) \left(\frac{\pi}{2} - \phi + \varphi \right)} \right] \quad (4.9)$$

де $G_n = A_n / J'_{k_n}(\chi)$.

Перетворимо праву частину виразу (4.9), використовуючи теорему додавання Графа для функцій Бесселя (рис. 4.2) [136], згідно з якою:

$$e^{\pm i\nu\psi} J_{\nu}(w) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{\nu+q}(Z) J_q(z) e^{\pm iq\theta}. \quad (4.10)$$

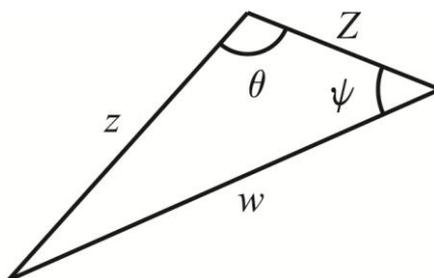


Рис. 4.2. Ілюстрація до теореми додавання Графа (4.10).

Для трикутника OAB (рис. 4.1) маємо:

$$z = k_{\perp}r_c, \quad Z = k_{\perp}r_L, \quad w = k_{\perp}r, \quad \theta = \varphi_c, \quad \psi = \frac{\pi}{2} - \phi + \varphi. \quad (4.11)$$

Використовуючи (4.10) та (4.11) і переходячи до змінної підсумовування $s = l + q$, (4.9) можна звести до вигляду

$$\left[\vec{j}_{\perp\omega} \times \vec{B}_{\perp}^* \right] = -ij_{\perp\omega} k_{\perp}k_z \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \exp(-ik_n \Psi_0) \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^{s+1} J'_s(k_{\perp}r_L) J_{k_n-s}(k_{\perp}r_c) \exp(-is\varphi_c), \quad (4.12)$$

де $r_L = p_{\perp} / (\omega_H m_e)$, p_{\perp} , $\omega_H = eB_0 / (m_e c)$, e і m_e – ларморівський радіус, поперечний імпульс, нерелятивістська циклотронна частота, заряд і маса спокою електрона,

відповідно; r_c і Ψ_0 – полярні координати ведучого центру пучка електронів ($0 \leq \Psi_0 < 2\pi$); B_0 – індукція зовнішнього магнітного поля.

Розглянемо пучок, що складається з N_j дискретних електронів, і знехтуємо їх початковим розкидом за швидкостями. Для такого електронного пучка щільність струму має такий вигляд [137]:

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = \frac{2\pi I_b}{\omega r N_j} \sum_{j=1}^{N_j} \delta(r - r_j) \delta(\varphi - \varphi_j) \delta(t - t_j) \frac{\vec{V}_j}{V_{zj}}, \quad (4.13)$$

де $I_b = \int_S j_{z\omega} dS$ – струм електронного пучка, r_j , φ_j , t_j , \vec{V}_j и \vec{V}_{zj} – полярний радіус, полярний кут, час руху, швидкість і її поздовжня компонента для j -го електрона пучка в положенні з поздовжньою координатою z , відповідно.

Підставляючи (4.12) і (4.13) в (4.5), отримуємо:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) f(z) = \frac{8k_{\perp}}{cN_{mn}} \frac{I_b}{N_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_{k_n-s}(k_{\perp} r_c) \exp\left(is \frac{\pi}{2} \right) \sum_{j=1}^{N_j} J'_s(k_{\perp} r_{Lj}) \frac{V_{\perp j}}{V_{zj}} \times \exp(i(s - k_n)\Psi_{0j}) \exp(is\Lambda_j), \quad (4.14)$$

де $V_{\perp j}$ – поперечна швидкість j -го електрона, $\Lambda_j = \frac{\omega t_j}{s} - \phi_j$.

В традиційних гіротронах ларморівський радіус електронів пучка є малим ($|k_{\perp} r_{Lj}| \ll 1$). В цьому випадку, використовуючи асимптотичне представлення для функцій Бесселя при малих аргументах [138]:

$$J_{\nu}(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \left(\frac{z}{2} \right)^{\nu} = \frac{1}{\nu!} \left(\frac{z}{2} \right)^{\nu}, \quad (4.15)$$

знаходимо:

$$J'_s(k_{\perp} r_{Lj}) = \frac{1}{(s-1)! 2^s} (k_{\perp} r_{Lj})^{s-1}. \quad (4.16)$$

Перейдемо в (4.14) від поздовжньої координати z і амплітуди поля $f(z)$ до безрозмірних величин

$$\zeta = \frac{k\beta_{\perp 0}^2}{2\beta_{z0}} z, \quad (4.17)$$

$$F(\zeta) = -\frac{f(z)}{B_0} \frac{k^2 \beta_{\perp 0}^{s-4}}{(s-1)! 2^{s-1}} \left(\frac{\omega}{\omega_{c0}} \right)^{s-2} \sqrt{N_{mn}} \exp\left(-i \frac{s}{2} \pi\right), \quad (4.18)$$

де $\beta_{\perp 0} = V_{\perp 0}/c$, $\beta_{z0} = V_{z0}/c$, $V_{\perp 0}$ і V_{z0} – початкова поперечна і поздовжня швидкості електронів, відповідно, $\omega_{c0} = \omega_H/\gamma_0$ – початкове значення циклотронної частоти обертання електронів, $\gamma_0 = 1 + eV_b/(m_e c^2)$ – початкове значення релятивістського фактора γ , V_b – напруга пучка.

Підставляючи (4.16)-(4.18) в (4.14) та використовуючи той факт, що помітний внесок в (4.14) має лише резонансний член з індексом s , що дорівнює номеру циклотронної гармоніки ($\omega \approx s\omega_c$) [135], отримуємо:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \delta^2 \right) F(\zeta) = I_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n,s} \left(\frac{k_{\perp}}{k} \right)^s \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} p_e^s \exp(i(s-k_n)\Psi_{0j}), \quad (4.19)$$

де $\delta^2 = (k^2 - k_{\perp}^2)4\beta_{z0}^2 / (k^2\beta_{\perp0}^4)$, $I_0 = 64 \frac{I_b}{I_A} \frac{\beta_{z0} s^2 \beta_{\perp0}^{2(s-4)} \omega^{2(s-1)}}{\gamma_0(s!)^2 2^{2s} \omega_{c0}^{2(s-1)}}$, $I_A = m_e c^3 / e \approx 17$ кА,

$C_{n,s} = \frac{J_{k_n-s}(k_{\perp} r_c)}{J'_{k_n}(\chi)} \sqrt{\frac{\alpha_n P}{N_{mn} P_n}}$ – коефіцієнт зв'язку пучка з n -ою гармонікою Блоха,

$p_e = \begin{pmatrix} p_{\perp} \\ p_{\perp0} \end{pmatrix} \exp(i\Lambda_j)$, $p_{\perp} = m_e V_{\perp} \gamma$ і $p_{\perp0} = m_e V_{\perp0} \gamma_0$ – поперечний імпульс електронів

пучка і його початкове значення, відповідно.

4.1.2. Рівняння руху електронів пучка у гофрованому резонаторі гіротрона

Для ТЕ мод поблизу частот відсічки поля задовольняють умові $|\vec{B}_{\perp} / \vec{E}_{\perp}| \ll 1$ (див. (2.19) і (2.20)). Тому основний вплив на рух гвинтового пучка електронів у резонаторі гіротрона має зовнішнє магнітне поле з індукцією $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$ ($|B_z / B_0| \ll 1$) і електричне поле ТЕ моди з напруженістю $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$. При цьому рівняння руху електрона пучка мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_{\perp}}{dt} + \frac{e}{m_e c \gamma} [\vec{p}_{\perp} \times \vec{B}_0] &= -e \vec{E}_{\perp}, \\ \frac{dp_z}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

де $p_z = p_{z0} = m_e V_{z0} \gamma_0$.

Введемо функцію $p_{\perp} \exp(i\phi) = p_x + ip_y$ і запишемо систему рівнянь для p_{\perp} і ϕ :

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\perp}}{dt} &= -e \operatorname{Re} \{ E_x \cos \phi + E_y \sin \phi \}, \\ p_{\perp} \frac{d\phi}{dt} - \omega_c p_{\perp} &= -e \operatorname{Re} \{ -E_x \sin \phi + E_y \cos \phi \}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

де $\omega_c = eB_0/(m_e c \gamma)$.

В полярних координатах (див. рис. 4.1) рівняння (4.21) приймають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\perp}}{dt} &= -e \operatorname{Re} \{ E_r \cos(\phi - \varphi) + E_{\varphi} \sin(\phi - \varphi) \}, \\ p_{\perp} \frac{d\phi}{dt} - \omega_c p_{\perp} &= -e \operatorname{Re} \{ -E_r \sin(\phi - \varphi) + E_{\varphi} \cos(\phi - \varphi) \}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

В системі рівнянь (4.22) компоненти напруженості електричного поля виражаються через мембранну функцію Ψ_1 , оскільки кожен електрон, і весь електронний пучок в цілому, рухаються всередині хвилевідного каналу резонатора. Використовуючи представлення (2.21) для Ψ_1 і враховуючи (2.19) і (4.2), отримуємо

$$E_r = -\frac{kk_n}{r} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{k_n}(k_{\perp} r) \exp(i(k_n \varphi - \omega t)), \quad (4.23)$$

$$E_{\varphi} = -ikk_{\perp} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J'_{k_n}(k_{\perp} r) \exp(i(k_n \varphi - \omega t)). \quad (4.24)$$

Підставляючи (4.23) і (4.24) в систему рівнянь (4.22) і використовуючи (4.10) і (4.11), знаходимо:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\perp}}{dt} &= e \operatorname{Re} \left\{ ikk_{\perp} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{s-k_n}(k_{\perp} r_c) J'_s(k_{\perp} r_L) \exp(-i\theta_s) \right\}, \\ p_{\perp} \frac{d\phi}{dt} - \omega_c p_{\perp} &= -e \operatorname{Re} \left\{ \frac{ks}{r_L} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{s-k_n}(k_{\perp} r_c) J_s(k_{\perp} r_L) \exp(-i\theta_s) \right\}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

де $\theta_s = \omega t - k_n(\phi - \pi/2) - (s - k_n)(\pi/2 - \Psi_0 + \phi)$.

Враховуючи, що $\phi = \omega t/s - \Lambda$ та $d/dt = V_z d/dz$, (4.25) можна переписати в наступному вигляді:

$$\frac{dp_{\perp}}{dz} = \frac{e}{V_z} \operatorname{Re} \left\{ ikk_{\perp} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{s-k_n}(k_{\perp} r_c) J'_s(k_{\perp} r_L) \exp(-i\theta_s) \right\},$$

$$p_{\perp} \frac{d\Lambda}{dz} = \frac{p_{\perp}}{V_z} \left(\frac{\omega}{s} - \omega_c \right) + \frac{e}{V_z} \operatorname{Re} \left\{ \frac{ks}{r_L} f(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{s-k_n}(k_{\perp} r_c) J_s(k_{\perp} r_L) \exp(-i\theta_s) \right\}.$$
(4.26)

Використовуючи співвідношення (4.15) для функції Бесселя $J_s(k_{\perp} r_L)$ з малим аргументом і вираз (4.16), отримуємо:

$$\frac{dp_{\perp}}{dz} = \frac{e}{V_z} \operatorname{Re} \{ iA \},$$

$$p_{\perp} \frac{d\Lambda}{dz} = \frac{p_{\perp}}{V_z} \left(\frac{\omega}{s} - \omega_c \right) + \frac{e}{V_z} \operatorname{Re} \{ A \},$$
(4.27)

де $A = k k_{\perp} f(z) \frac{\beta_{\perp 0}^{s-1}}{(s-1)! 2^s} \left(\frac{p_{\perp}}{p_{\perp 0}} \right)^{s-1} \left(\frac{k_{\perp} c}{\omega_{c0}} \right)^{s-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_{s-k_n}(k_{\perp} r_c) \exp(-i\theta_s)$.

Два дійсних рівняння (4.27) можна об'єднати в одне комплексне рівняння:

$$\frac{dp_{\perp}}{dz} + ip_{\perp} \frac{d\Lambda}{dz} = i \frac{p_{\perp}}{V_z} \left(\frac{\omega}{s} - \omega_c \right) + i \frac{e}{V_z} A.$$
(4.28)

Враховуючи, що

$$p_e = \frac{p_{\perp}}{p_{\perp 0}} \exp(i\Lambda),$$

перепишемо (4.28) у вигляді:

$$\frac{dp_e}{dz} = ip_e \frac{\omega - s\omega_c}{sV_z} + i \frac{e}{p_{\perp 0} V_z} A \exp(i\Lambda).$$
(4.29)

При переході до безрозмірної змінної ζ згідно (4.17) отримуємо:

$$\frac{dp_e}{d\zeta} = ip_e \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{2}{\beta_{\perp 0}^2} \frac{\omega - s\omega_c}{s\omega} - i \frac{\gamma}{\gamma_0} F(\zeta) (p_e^*)^{s-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n,s} \left(\frac{k_{\perp}}{k} \right)^s \exp(i(k_n - s)\Psi_0). \quad (4.30)$$

Таким чином, самоузгоджена система звичайних диференціальних рівнянь (4.19) і (4.30), відома як стаціонарні рівняння гіротрона [130, 29], у випадку взаємодії гвинтового пучка електронів з ТЕ модою гофрованого резонатора приймає наступний вигляд:

$$\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \delta^2 \right) F(\zeta) = I_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n,s} (k_{\perp}/k)^s \left\langle p_e^s \exp(i(s - k_n)\Psi_0) \right\rangle, \right. \\ \left. \frac{dp_e}{d\zeta} = ip_e \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{2}{\beta_{\perp 0}^2} \frac{\omega - s\omega_c}{s\omega} - i \frac{\gamma}{\gamma_0} F(\zeta) (p_e^*)^{s-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n,s} (k_{\perp}/k)^s \exp(i(k_n - s)\Psi_0), \right. \quad (4.31)$$

де символ $\langle \dots \rangle$ позначає усереднення за електронами пучка.

Система рівнянь (4.31) враховує вплив поздовжніх гофрів у резонаторі гіротрона на взаємодію пучка з власною ТЕ модою резонатора. Згідно [4, 71, 81, 83, 105] для обраної моди $TE_{m,p}$ цей вплив пов'язаний зі зміною комплексного поперечного хвильового числа $k_{\perp} R_0 = \chi(1 - i/(2Q_{ohm}))$. Ще більш важливим є той факт, що, як показано в розділі 3.2, гофри можуть ініціювати перетворення енергії (конверсію мод) від моди $TE_{m,p}$ (фундаментальна гармоніка Блоха) до однієї або декількох мод $TE_{k_n,l}$ (гармонік Блоха більш високого порядку) [4]. В цьому випадку нормована амплітуда α_n (див. (3.6)) зменшується від одиниці для фундаментальної ($n = 0$) гармоніки Блоха і збільшується від нуля для однієї або декількох гармонік більш високого порядку ($n \neq 0$) [4]. Коли глибина d (або ширина w) гофра наближається до нуля, отримуємо $\chi \rightarrow \mu_{m,p}$, $\alpha_0 \rightarrow 1$, $\alpha_n \rightarrow 0$ ($n \neq 0$),

$C_{n,s} \rightarrow \frac{J_{m-s}(k_{\perp} r_c)}{J_m(\mu_{m,p}) \sqrt{\mu_{m,p}^2 - m^2}}$. У цьому випадку рівняння гіротрона (4.31) приймають

відомий вид і описують взаємодію електронного пучка з $TE_{m,p}$ модою, яка

збуджується на s -ій циклотронній гармоніці в традиційному циліндричному резонаторі гіротрона [50, 130, 29].

Рівняння (4.31) мають бути доповнені умовами випромінювання ТЕ моди на вхідному ($\zeta = 0$) і вихідному ($\zeta = \zeta_{out}$) кінцях резонатора гіротрона

$$\begin{aligned} F'(0) &= -i\delta F(0), \\ F'(\zeta_{out}) &= i\delta F(\zeta_{out}), \end{aligned} \quad (4.32)$$

і початковою умовою $p_e(0) = \exp(i\Lambda_0)$ з $0 \leq \Lambda_0 < 2\pi$ для безрозмірних поперечних імпульсів електронів пучка [50, 130, 29].

Знаючи власне значення χ , омичну добротність Q_{ohm} і коефіцієнт зв'язку $C_{n,s}^2$ для ТЕ моди гофрованого резонатора, рівняння (4.31) дозволяють розрахувати поперечний електронний ККД $\eta_{\perp} = 1 - \langle |p(\zeta_{out})|^2 \rangle$ гіротрона в залежності від параметрів електронного пучка. Поперечний ККД η_{\perp} більше нуля за умови, що струм пучка I_b перевищує порогове значення, відоме як стартовий струм I_{st} .

4.2. Умова балансу потужностей у резонаторі гіротрона з поздовжніми гофрами

Повна потужність P_{tot} генерації ТЕ моди, що взаємодіє з електронним пучком, може бути визначена в такий спосіб:

$$P_{tot} = \eta_{el} I_b V_b, \quad (4.33)$$

де $\eta_{el} = \eta_{\perp} \alpha^2 / (1 + \alpha^2)$ – повний електронний ККД, $\alpha = v_{\perp 0} / v_{z0}$ – пітч-фактор пучка.

В стаціонарному режимі генерації повна потужність має задовольняти наступному закону збереження:

$$P_{tot} = P_{out} + P_{ohm}, \quad (4.34)$$

де P_{out} – вихідна потужність гіротрона, P_{ohm} – потужність омичних втрат ТЕ моди у металевих стінках резонатора:

$$P_{out} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{B}]_z dS_\perp, \quad (4.35)$$

$$P_{ohm} = \frac{c}{8\pi} N \operatorname{Re} \left\{ \int_S [\vec{E} \times \vec{B}]_r dS + \int_S [\vec{E} \times \vec{B}]_\varphi dS \right\} \quad (4.36)$$

Враховуючи (2.19)-(2.21) та (4.2), можна звести (4.35) і (4.36) до наступних виразів:

$$P_{out} = \frac{\omega}{8} N_{mn} \operatorname{Re}(k_z) |f(z_{out})|^2, \quad (4.37)$$

$$P_{ohm} = \frac{c}{4} \operatorname{Re}(Z_s G_z), \quad (4.38)$$

де $Z_s = (1-i)k\delta_s$ – нормований імпеданс провідної поверхні, $G_z = \int_0^{z_{out}} k_\perp^3 \chi |f(z)|^2 W_0 dz$,

$$W_0 = \left(1 - \frac{\varphi_L}{\varphi_S} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_n|^2 f_n^2 + \frac{N}{\pi R_0} \sum_{l=0}^{\infty} |X_l|^2 \left[\frac{\varphi_L R_d}{4} (1 + \delta_{l0}) g_l^2(R_d) + \int_R^{R_d} g_l^2(r) dr \right].$$

Використовуючи наведені вище позначення ((4.17) і (4.18)), умову балансу потужностей (4.34) для циліндричного резонатора з поздовжніми гофрами можна звести до наступного безрозмірного вигляду:

$$I_0 \eta_\perp = 2 \operatorname{Re} \delta(\xi_{out}) |F(\xi_{out})|^2 + \frac{16 \beta_{z0}^2}{\beta_{\perp 0}^4} \operatorname{Re}(Z_s G_{mn}), \quad (4.39)$$

$$\text{де } G_{mn} = \int_0^{\xi_{out}} \frac{k_{\perp}^3 \chi}{k^3 N_{mn}} |F(\xi)|^2 W_0 d\xi.$$

Далі будемо використовувати співвідношення (4.39) для перевірки чисельних рішень рівнянь гіротрона (4.31). Коли глибина або ширина гофра наближається до нуля, (4.39) зводиться до відомої умові балансу потужностей в традиційному циліндричному резонаторі гіротрона з гладкими провідними стінками [50].

4.3. Зв'язок азимутальних гармонік

Як зазначалося вище в розділі 4.1, розрахунок взаємодії електронного пучка з власною ТЕ модою резонатора гіротрона вимагає обчислення її власного значення χ , омичної добротності Q_{ohm} і коефіцієнта зв'язку $C_{n,s}^2$ з пучком. Тому далі детально дослідимо χ , Q_{ohm} і $C_{n,s}^2$ в залежності від параметрів гофрованого резонатора. Як приклад розглянемо моду $TE_{6,12}$ ($\mu_{6,12} \approx 44.35$) резонатора з поздовжніми гофрами для гіротрона на другій гармоніці ($s = 2$) циклотронної частоти. Резонатор гіротрона виготовлений з міді з провідністю $\sigma = 2.9 \cdot 10^7$ См/м. Його структура представлена на рис. 4.3. Основну увагу зосередимо на основній (центральной) секції гофрованого резонатора з постійним радіусом 0.248 см, всередині якої в основному і відбувається взаємодія мод резонатора з електронним пучком. Будемо вважати, що гофри мають однакову глибину і ширину, тобто $w = d$. Такий вид гофрів зазвичай є найбільш простим для виготовлення.

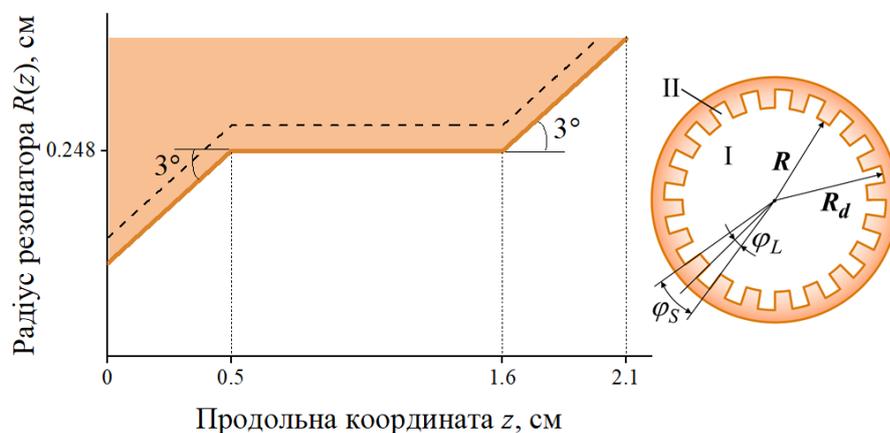


Рис. 4.3. Поздовжній та поперечний переріз циліндричного гофрованого резонатора.

На рис. 4.4 показаний вплив глибини гофра d на частоту відсічки f_c і омичну добротність Q_{ohm} , отримані методами МПГ і ІМ для моди $TE_{6,12}$. У розрахунках кількість гофрів дорівнює 60 і задовольняє умові $N > \chi + |m| > 2|m|$ (згідно (2.42) і (2.43)), яка є відомим емпіричним критерієм застосовності ІМ [105]. В цьому випадку власне значення моди $TE_{6,12}$ відповідає 12-му кореню дисперсійного рівняння. Хоча умова $N > \chi + |m|$ виконується, спостерігається суттєва розбіжність між МПГ і ІМ в районі $d = \lambda_0/4 \approx 0.009$ см (див. рис. 4.4). Як було показано в [2, 10] (див. також розділ 2.2.2), ця розбіжність повільно зменшується зі збільшенням N і пояснюється зв'язком між фундаментальною і вищими гармоніками Блоха у резонаторі гіротрона з поздовжніми гофрами. У гофрованому резонаторі такий зв'язок мод істотно залежить від глибини гофрів [4].

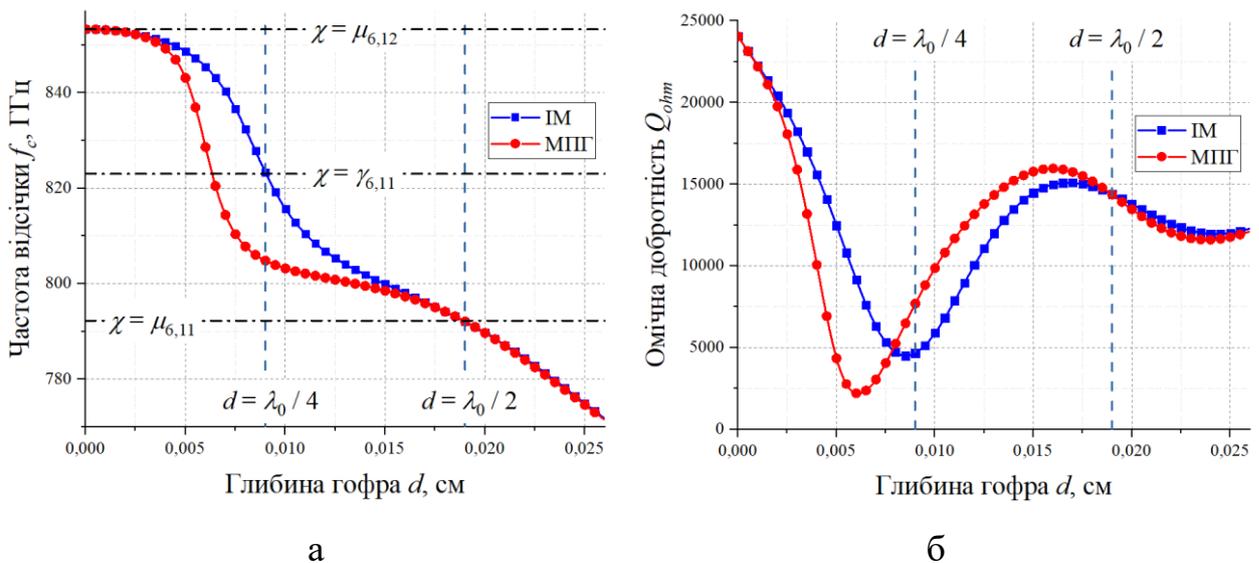


Рис. 4.4. (а) Частота відсічки $f_c = c\chi/(2\pi R_0)$ і (б) омична добротність Q_{ohm} в центральній частині резонатора з поздовжніми гофрами в залежності від глибини гофра d ($R(z) = R_0 = 0.248$ см, $N = 60$).

Зазвичай зв'язок між гармоніками Блоха є слабким при глибині гофрів d , близькій до $\lambda_0/2$ (половини довжини хвилі), і відносно великій кількості гофрів [4] (див. також розділ 3.2). Для моди $TE_{6,12}$ отримуємо $d = \lambda_0/2 \approx 0.019$ см. Як видно з

рис. 4.4, для такої глибини гофра частота відсічки моди $TE_{6,12}$ гофрованого резонатора наближається до 792.25 ГГц і близька до частоти відсічки моди $TE_{6,11}$ ($\mu_{6,11} \approx 41.18$) гладкого циліндричного резонатора ($d = 0$). Це пов'язано з тим, що ці моди мають подібний розподіл поля всередині області резонатора $0 \leq r \leq R_0$ [4].

На рис. 4.5 показана частота відсічки моди $TE_{6,12}$ в залежності від кількості гофрів N для $d = \lambda_0/2 \approx 0.019$ см (див. лінію $\chi = \mu_{6,11}$). Видно, що ця частота несуттєво відхиляється від 792.25 ГГц і наближено задовольняє умові $\chi = \mu_{6,11}$ для будь-якого N . Винятки становлять $N = 33$ і $N = 46$. Як видно з рис. 4.5 і рис. 4.6а, для такого N частота відсічки f_c зазнає зміни, яка пов'язана з конверсією фундаментальної гармоніки Блоха (мода $TE_{6,12}$) в більш високі гармоніки. У випадку $d = \lambda_0/2$ така конверсія мод також спостерігається для $N = 12, 6, 4, 3, 2$ і 1 (рис. 4.6а). У цьому випадку, однак, гофри на стінці резонатора викликають зв'язок між $TE_{+6,12}$ модою з правою круговою поляризацією і $TE_{-6,12}$ модою з лівою круговою поляризацією, які мають однакові власні значення. Як наслідок, така конверсія мод не впливає на власні частоти резонатора (рис. 4.5).

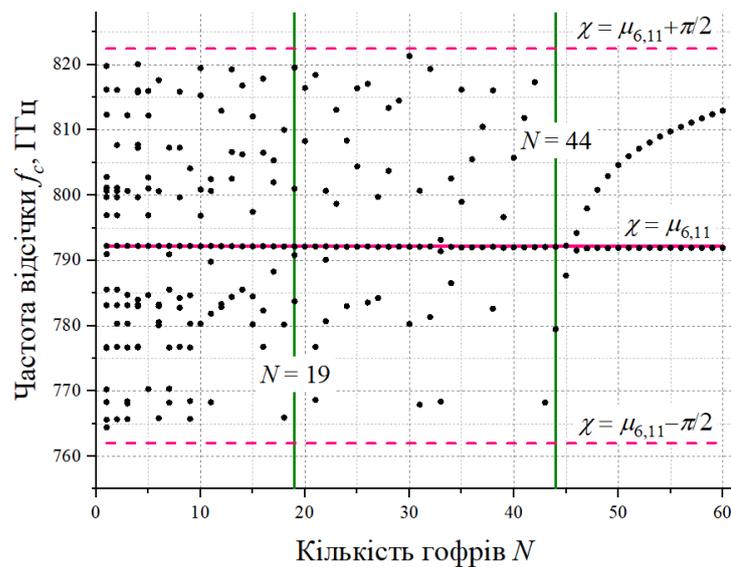


Рис. 4.5. Частота відсічки f_c в центральній частині гофрованого резонатора в залежності від числа гофрів N для $d = \lambda_0/2 \approx 0.019$ см ($m = 6$, $R_0 = 0.248$ см).

В міру того, як кількість гофрів N зменшується, а $|k_n|$ стає менше, ніж χ , кількість гармонік Блоха високого порядку (мод $TE_{k_n,l}$) в околі 792.25 ГГц збільшується (рис. 4.5). Однак, як зазначалося вище, це, як правило, ніяк не позначається на обраній моді $TE_{6,12}$ при $d = \lambda_0/2$. Більш того, в подальшому, щоб забезпечити найбільш сильний зв'язок цієї моди (фундаментальної гармоніки Блоха) з електронним пучком незалежно від її власного значення χ , ми, варіюючи радіус пучка r_c , будемо підтримувати значення $\chi r_c/R_0$ постійним і близьким до максимуму функції $J_{6-2}^2(\chi r_c/R_0)$ (і коефіцієнта зв'язку $C_{0,2}^2$). При такому радіусі пучка моди $TE_{k_n,l}$ мають слабкий зв'язок із електронним пучком, коли $|k_n| > |m|$ ($N > 2|m|/n$). Це видно з рис. 4.6б, на якому показані залежності максимальних коефіцієнтів зв'язку пучка з хвилею $C_s = \max\{C_{n,s}^2\}$ від N для моди $TE_{6,12}$ (сині кружки) і решти мод (червоні зірки) з власними значеннями, які знаходяться у діапазоні $|\chi - \mu_{6,11}| < \pi/2$ (див. рис. 4.5). Як видно з рис. 4.6б, серед цих мод мода $TE_{6,12}$ має найбільш сильний зв'язок з електронним пучком. Її коефіцієнт зв'язку з пучком має приблизно таку ж величину, як і для моди $TE_{6,11}$ гладкого циліндричного резонатора ($C_s \approx C_s^{(0)}$), і повільно зменшується зі зростанням числа гофрів N внаслідок збільшення потоку енергії P_c вздовж поздовжніх гофрів резонатора (див. (4.8)). У деяких випадках, описаних вище, цей зв'язок може бути додатково ослаблений через конверсію мод.

Відомо, що для звичайних циліндричних резонаторів з металевією стінкою омічна добротність моди $TE_{m,p}$ дорівнює $Q_{ohm}^{(0)} \approx R_0/\delta_s(1 - m^2/\mu_{m,p}^2)$ [126] і, отже, в основному визначається поперечними розмірами поверхні резонатора. Очевидно, що поздовжні гофри на стінці збільшують площу провідної поверхні резонатора гіротрона. Тому омічні втрати у гофрованому резонаторі гіротрона, як правило, вищі, ніж в циліндричному резонаторі (рис. 4.4б), і збільшуються зі зростанням числа гофрів [3, 4, 71, 86]. Для моди $TE_{6,12}$ така поведінка омічної добротності показана на рис. 4.7. У порівнянні з цією модою, гармоніки Блоха більш високого

порядку мають більш низькі значення омічної добротності для $|k_n| = |m + nN| > 6$. Це і є причиною того, що омічна добротність падає при конверсії фундаментальної гармоніки в гармоніки Блоха більш високого порядку у випадку $N = 33$ або $N = 46$ (рис. 4.7). Як показано вище, для $d = \lambda_0/2$ така конверсія мод у резонаторі гіротрона з позовжніми гофрами на стінці є скоріше винятком, ніж правилом.

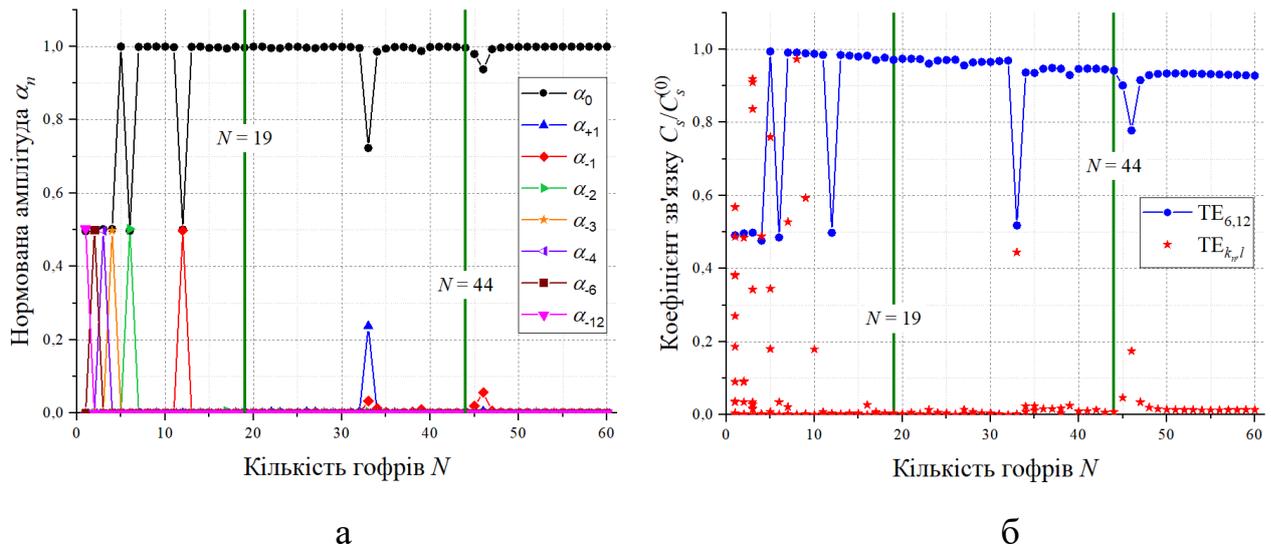


Рис. 4.6. (а) Нормовані амплітуди α_n n -их гармонік Блоха для моди $TE_{6,12}$ і (б) нормовані максимальні коефіцієнти зв'язку $C_s/C_s^{(0)}$ з електронним пучком для моди $TE_{6,12}$ і мод $TE_{k_n,l}$ в залежності від числа гофрів N , де C_s дорівнює $C_s^{(0)}$ при $d = 0$ ($R_0 = 0.248$ см, $d = \lambda_0/2 \approx 0.019$ см, $\chi r_c/R_0 = const$).

Однак для гофрів з глибиною, що дорівнює чверті довжини хвилі ($d = \lambda_0/4$), ситуація стає зовсім іншою [4]. У цьому випадку, як правило, у гофрованому резонаторі гіротрона чисті моди $TE_{6,12}$ і $TE_{k_n,l}$ відсутні, а власні моди мають вигляд зв'язаних гармонік Блоха. Очевидним винятком є граничний випадок $N \rightarrow \infty$, в якому зв'язок мод наближається до нуля, а результати методу МПГ стають близькими до результатів ІМ. В цьому випадку $\alpha_0 \rightarrow 1$, $\alpha_n \rightarrow 0$ ($n \neq 0$) і $\chi \rightarrow \gamma_{6,11}$ для $d = \lambda_0/4$ [10, 71, 86], де $\gamma_{m,p}$ – p -ий корінь функції Бесселя $J_m(\cdot)$ (див. рис. 4.4а). В

результаті для $d = \lambda_0/4 \approx 0.009$ см і $N \rightarrow \infty$ маємо чисту моду $TE_{6,12}$ гофрованого резонатора з частотою відсічки 823.03 ГГц ($\chi = \gamma_{6,11}$).

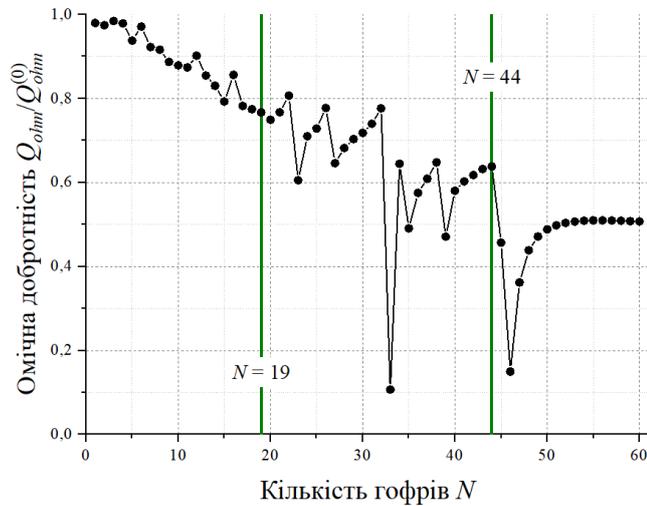


Рис. 4.7. Нормована омична добротність $Q_{ohm}/Q_{ohm}^{(0)}$ моди $TE_{6,12}$ в залежності від числа гофрів N для $d = \lambda_0/2 \approx 0.019$ см ($R_0 = 0.248$ см).

Тепер дослідимо зв'язані моди гофрованого резонатора гіротрона в околі частоти 823.03 ГГц, для яких власні значення задовольняють умові $|\chi - \gamma_{6,11}| < \pi/2$ при $d = \lambda_0/4 \approx 0.009$ см і $m = 6$. На рис. 4.8 показані частоти відсічки цих мод в залежності від кількості гофрів. Як і раніше, можна побачити, що кількість зв'язаних мод збільшується зі зменшенням кількості гофрів. Однак, на відміну від наведених вище результатів, в цьому випадку зв'язок власних мод резонатора з електронним пучком, як правило, помітно слабкіший, ніж для моди $TE_{6,11}$ гладкого циліндричного резонатора, навіть при порівняно великій кількості гофрів. Це пояснюється тим, що моди резонатора містять гармоніки Блоха високого порядку, які в порівнянні з фундаментальною гармонікою мають більш слабкий зв'язок з електронним пучком при обраному радіусі пучка r_c . Серед них для кожного N ми оберемо моду, яка має максимальний коефіцієнт зв'язку $C_s = \max\{C_{n,s}^2\}$ з пучком. Частоти відсічки f_c і коефіцієнти зв'язку C_s таких мод показані на рис. 4.8б і рис. 4.9а, відповідно.

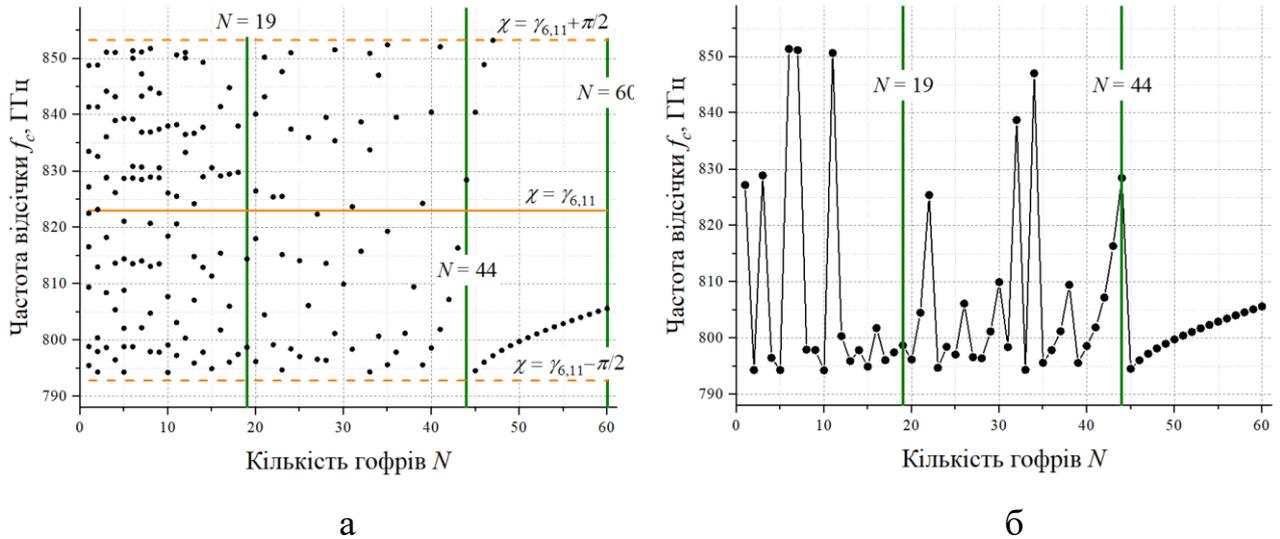


Рис. 4.8. (а) Те ж, що на рис. 4.5, але для $d = \lambda_0/4 \approx 0.009$ см, і (б) частоти відсічки f_c мод резонатора, що характеризуються максимальними коефіцієнтами зв'язку з електронним пучком для кожного N .

На рис. 4.9б показано вплив гофрів з глибиною, яка дорівнює чверті довжини хвилі, на значення омічної добротності для мод резонатора, що мають максимальні коефіцієнти зв'язку з електронним пучком для кожного N . По-перше, слід зазначити, що такі гофри призводять до великих омічних втрат, навіть коли зв'язок гармонік Блоха є слабким (див. рис. 4.4б). По-друге, в міру посилення зв'язку гармонік Блоха стає все важче і важче виявити будь-які закономірності в поведінці омічних добротностей для мод гофрованого резонатора, які мають комплексний склад з різних гармонік Блоха. У той же час можна стверджувати з достатньою впевненістю, що ці добротності нижче, ніж омічна добротність моди $TE_{6,12}$ гофрованого резонатора гіротрона при $d = \lambda_0/2$ (див. рис. 4.7).

У наступному підрозділі ми дослідимо вплив гофрів з глибиною, яка дорівнює половині і чверті довжини хвилі, на стартові струми TE -мод резонатора гіротрона. Для кожного варіанта гофрування ми будемо розглядати два випадки $N = 44$ і $N = 19$, які відповідають порівняно великій і малій кількості гофрів, відповідно. Ці значення показані вертикальними зеленими лініями на рис. 4.5-4.9.

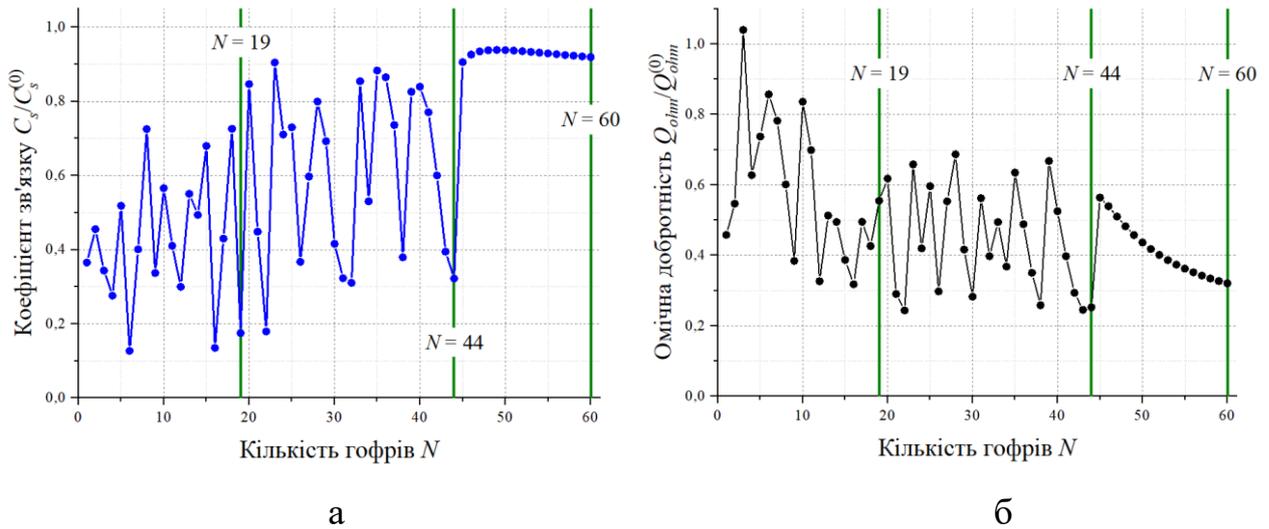


Рис. 4.9. (а) Нормовані коефіцієнти зв'язку з електронним пучком $C_s = \max \{C_{n,s}^2\}$ і (б) омічна добротність Q_{ohm} в залежності від числа гофрів N для мод резонатора, зображених на рис. 4.8б ($m = 6$, $R_0 = 0.248$ см, $d = \lambda_0/4 \approx 0.009$ см).

4.4. Вплив конверсії мод на стартові струми гіротрона

Розглянемо гіротрон, який працює на другій циклотронній гармоніці і оснащений гофрованим мідним резонатором. Структура резонатора представлена на рис. 4.3. Параметри пучка – пітч-фактор $\alpha = 1.2$, напруга пучка $V_b = 30$ кВ і струм пучка $I_b = 0.5$ А. За відсутності гофрів гіротрон працює на моді $TE_{6,11}$ з частотою біля 792.3 ГГц. Для цієї моди розподіл поля в поперечному перерізі центральної частини резонатора показаний на рис. 4.10а.

На рис. 4.11а показаний стартовий струм I_{st} робочої моди в залежності від магнітного поля B_0 . Видно, що стартовий струм знаходиться нижче робочого струму пучка в діапазоні від 14.88 Тл до 15.05 Тл, що створює можливість для неперервної перебудови частоти гіротрона з шириною смуги 0.5 ГГц.

При $N = 44$ і $N = 19$ вплив поздовжніх гофрів з глибиною, яка дорівнює половині довжини хвилі, на стартовий струм також показаний на рис. 4.11а. Як видно з цього рисунка, такі гофри викликають невелике збільшення стартового струму робочої моди. Цей ефект має сильніший прояв при збільшенні числа гофрів і пояснюється зростанням потоку енергії P_c і омічних втрат у гофрованому резонаторі

(див. рис.4.6 б і рис. 4.7). Як наслідок, можна також очікувати зниження ККД та вихідної потужності даного гіротрона [50], викликане зростанням омичних втрат у резонаторі при використанні гофрів. Варто зазначити, що у випадку $d = \lambda_0/2$ зв'язок між гармоніками Блоха є вкрай слабким як при $N = 19$, так і при $N = 44$ (рис. 4.6а). У цьому випадку робоча мода гіротрона має вигляд майже чистої моди $TE_{6,12}$ гофрованого резонатора (рис. 4.10б), а сусідні моди $TE_{k_n,l}$ характеризуються високими стартовими струмами через слабкий зв'язок з електронним пучком (рис. 4.6б).

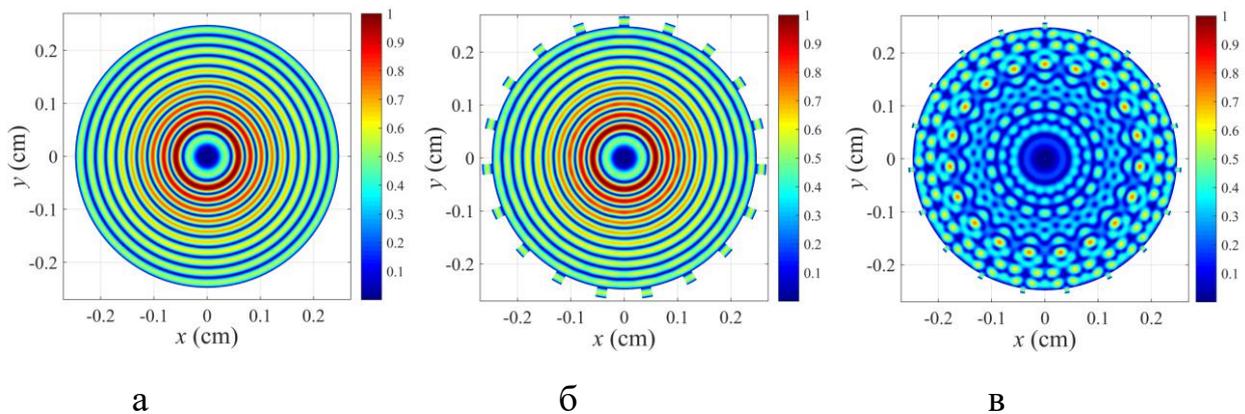


Рис. 4.10. Розподіл азимутального електричного поля $|E_\varphi|$ для (а) моди $TE_{6,11}$ гладкого резонатора, (б) і (в) мод гофрованого резонатора з 19-а гофрами та глибиною d , що дорівнює половині і чверті довжини хвилі, відповідно ($R_0 = 0.248$ см).

Як зазначалося вище, характеристики власних мод стають зовсім іншими для гофрованого резонатора з глибиною гофрів, яка дорівнює чверті довжини хвилі. Моді в такому резонаторі складаються зі зв'язаних гармонік Блоха. На рис. 4.11б показані стартові струми цих мод в залежності від V_0 для $N = 19, 44$ і 60 . Порівняння рис. 4.11а і рис. 4.11б показує, що гофри з глибиною, яка дорівнює чверті довжини хвилі, викликають помітне збільшення стартового струму для власної моди через її конверсію у вищі гармоніки Блоха і омичні втрати. Для $N = 60$

і $N = 44$ таке збільшення становить приблизно 63% і 392% від стартового струму моди $TE_{6,11}$ гладкостінного резонатора гіротрона.

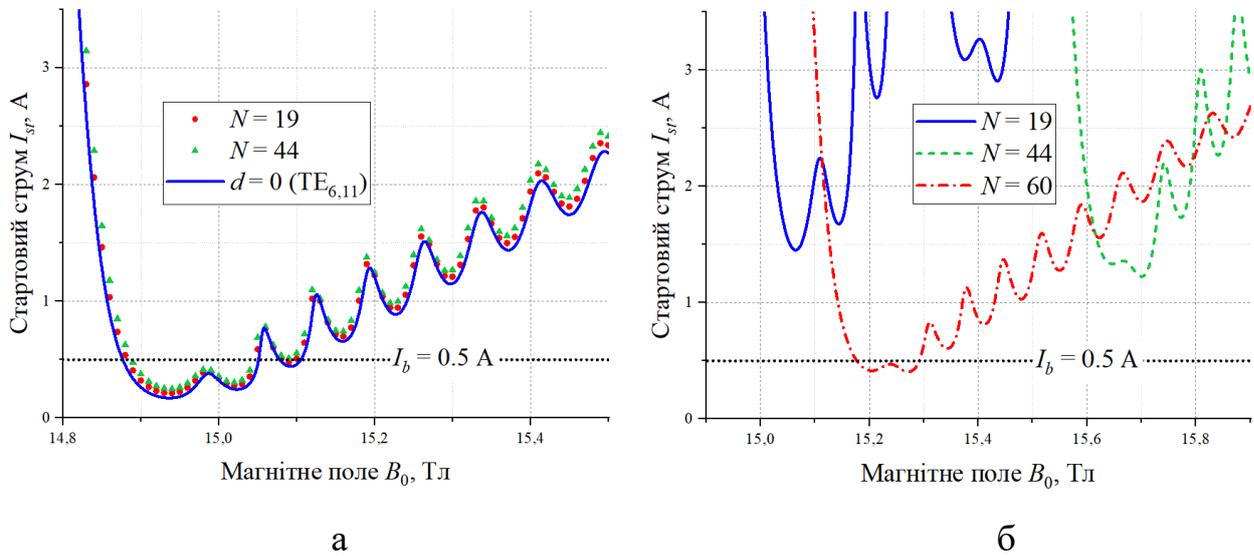


Рис. 4.11. Стартові струми I_{st} мод в циліндричному гофрованому резонаторі гіротрона з глибиною d , що дорівнює (а) половині і (б) чверті довжини хвилі.

У випадку $N = 19$ є дві моди зі стартовими струмами, які лежать порівняно близько до робочого струму пучка. Для цих мод, що представляють собою суміш зв'язаних гармонік Блоха (рис. 4.10в), мінімуми стартових струмів в 6.8 і 13.7 рази вище, ніж у моди $TE_{6,11}$ гладкостінного резонатора гіротрона. Таким чином, у випадку гофрованого резонатора з глибиною, яка дорівнює чверті довжини хвилі, зв'язані моди задовольняють умові збудження коливань $I_{st} < I_b$ лише із невеликим запасом при $N = 60$, і не задовольняють цій умові при $N = 19$ і $N = 44$ для будь-кого B_0 . Ця особливість, яка відрізняє гофри з чвертьхвильовою глибиною від гофрів з півхвильовою глибиною, може бути використана для селекції мод у резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці.

Для такої селекції мод резонатор гіротрона має бути оснащений гофрами з глибиною, що дорівнює половині довжини хвилі, при якій гофри лише несуттєво впливають на робочу моду на другій циклотронній гармоніці. В цьому випадку конкуруючі моди на першій гармоніці будуть задовольняти умові $d \approx \lambda_0/4$ і, отже,

будуть схильні до конверсії мод і матимуть збільшені омичні втрати, що, як показано вище, призводять до зростання стартових струмів. Крім того, частоти цих мод залежать від кількості гофрів і тому частотне розділення між робочою та конкуруючими модами може бути збільшено. Таким чином, при належному виборі числа поздовжніх гофрів N у резонаторі можна очікувати досягнення сприятливих умов для селективного придушення найбільш небезпечних мод на першій циклотронній гармоніці при помірному зростанні омичних втрат для робочої моди гіротрона на другій гармоніці циклотронної частоти.

4.4.1. Власні значення і омичні втрати у гофрованому резонаторі

Покажемо це на прикладі 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці з робочою модою $TE_{13,2}$ [61]. Параметри пучка наступні: $I_b = 10$ А, $V_b = 60$ кВ, $\alpha = 1.2$ і $r_c = 0.2$ см. Від початку гіротрон оснащений гладкостінним резонатором з радіусом $R_0 = 0.32$ см і коаксіальною вставкою, яка має порівняно невеликий радіус і тому не впливає на робочу моду гіротрона. Коаксіальна вставка у резонаторі призводить до придушення всіх конкуруючих мод $TE_{m,p}$ на першій і другій циклотронних гармоніках. Виняток становлять конкуруючі моди на першій гармоніці з невеликими радіусами каустики $R_{m,p} = R_0 |m| / \mu_{m,p}$, для яких $|m| / \mu_{m,p} > 0.7$ [61]. Такими конкуруючими модами є моди шепочучої галереї (**WG – Whispering-Gallery**) [134], які можуть становити загрозу для стабільної одномодової роботи 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Разом із робочою модою, ці моди не відчують впливу коаксіальної вставки у резонаторі гіротрона. Тому при їх розгляді наявність такої вставки може не враховуватися.

Дослідимо можливість поліпшення селективних властивостей резонатора даного гіротрона за рахунок поздовжніх гофрів на поверхні резонатора. Структура гофрованого резонатора наведена на рис. 4.12. Для гофрів оберемо глибину $d = 0.05$ см і ширину $w = 0.02$ см. Глибина гофра 0.05 см задовольняє умові $d \approx \lambda_0 / 2$ для робочої моди $TE_{13,2}$ з частотою близько 300 ГГц. За такої умови можна очікувати, що вплив гофрів на робочу моду буде незначним [4, 5].

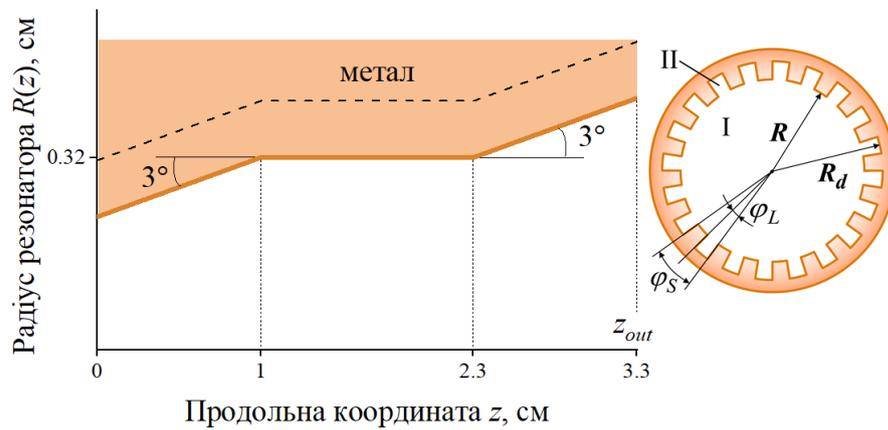


Рис. 4.12. Поздовжній і поперечний переріз гофрованого циліндричного резонатора.

На рис. 4.13а показані частоти відсічки $f_c = c\chi/(2\pi R_0)$ резонатора гіротрона в залежності від числа гофрів N для $m=13$. Видно, що в частотному спектрі присутня мода, що має власне значення, близьке до $\mu_{13,2}$ для широкого діапазону N . Ця мода являє собою робочу моду, яка має вигляд майже чистої фундаментальної ($n=0$) гармоніки Блоха з $k_0 = m = 13$ і тому подібна моді $TE_{13,2}$ початкового гладкостінного резонатора. На жаль, в безпосередній близькості до робочої моди знаходиться мода, яка представляє собою одну з вищих гармонік Блоха ($n \neq 0$). Частота відсічки даної моди $f_c \approx 297.34$ ГГц, що відповідає моді $TE_{7,4}$ гладкостінного резонатора. Ця мода (гармоніка Блоха високого порядку) може бути зв'язана з модою $TE_{13,2}$ (фундаментальна гармоніка Блоха) при $N = 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20$. Незважаючи на те, що такий зв'язок мод в основній частині гофрованого резонатора з $d \approx \lambda_0/2$ є, як правило, слабким, він може стати помітним зі збільшенням розузгодження між $d = 0.05$ см і $\lambda_0/2$, наприклад, у вихідній секції резонатора. Через досить малий радіус каустики моди $TE_{7,4}$ цей зв'язок слід уникати. У зворотному випадку робоча мода буде відчувати негативний вплив коаксіальної вставки у резонаторі 0.3-ТГц гіротрона [61].

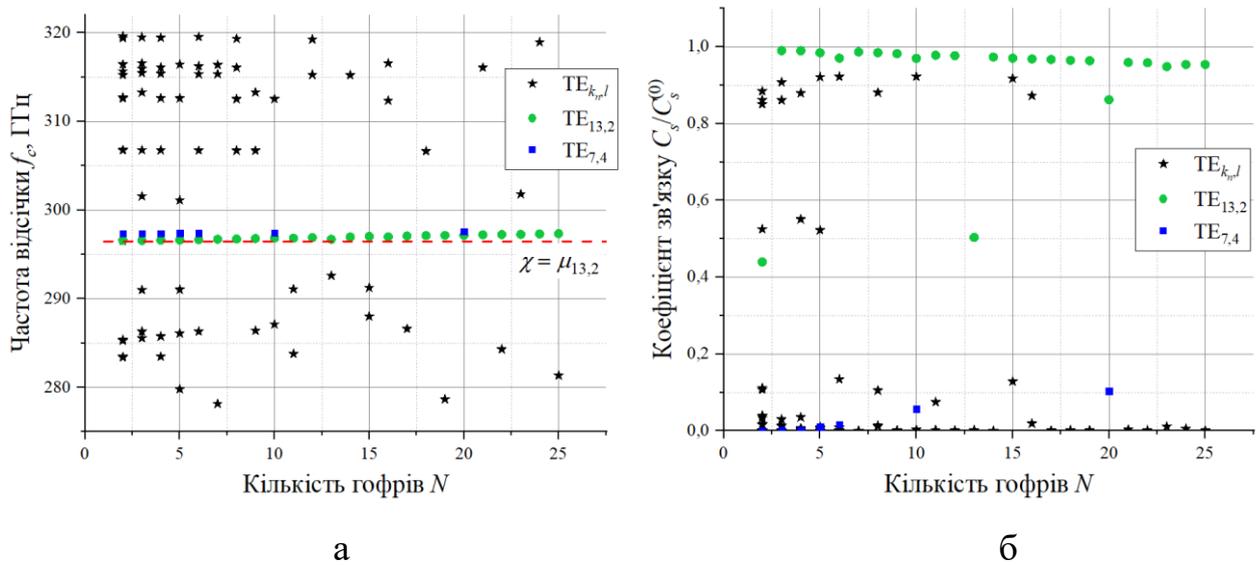


Рис. 4.13. (а) Частоти відсічки f_c і (б) коефіцієнти зв'язку з електронним пучком $C_s/C_s^{(0)}$ для мод гофрованого резонатора гіротрона в залежності від кількості гофрів N при $m=13$, де $C_s^{(0)}$ – коефіцієнт зв'язку пучка з модою $TE_{13,2}$ гладкостінного циліндричного резонатора.

Для робочої і сусідніх мод максимальні коефіцієнти зв'язку з електронним пучком показані на рис. 4.13б. Видно, що для робочої моди коефіцієнт зв'язку C_s близький до коефіцієнта зв'язку $C_s^{(0)}$ пучка з модою $TE_{13,2}$ традиційного гладкостінного резонатора. Винятки становлять $N=13$ і $N=20$. У цих випадках робоча мода $TE_{13,2}$ зазнає конверсію в вищі гармоніки Блоха, які відповідають модам $TE_{7,4}$ та $TE_{13,2}$ і характеризуються слабким зв'язком з електронним пучком. Очевидно, що для робочої моди гіротрона така конверсія мод є небажаною.

На рис. 4.14 показана залежність омічної добротності Q_{ohm} робочої моди $TE_{13,2}$ від кількості гофрів N . Омічна добротність зменшується зі зростанням N через збільшення провідної поверхні гофрованого резонатора. Для $N=13$ і $N=20$ чітко спостерігається помітний провал Q_{ohm} . Як зазначалося вище, в цьому випадку відбувається конверсія робочої моди в гармоніки Блоха високого порядку. Таким чином, при конструюванні гофрованого резонатора для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці кількість гофрів не слід обирати рівною 2, 3, 4, 5, 6, 10, 13,

20, щоб уникнути погіршення робочих характеристик гіротрона, викликаного конверсією робочої моди в сусідні гармоніки Блоха.

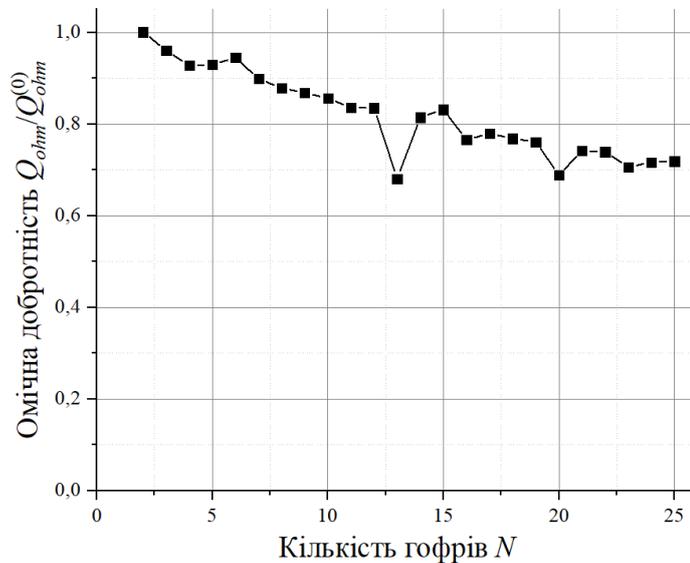


Рис. 4.14. Нормована омична добротність $Q_{ohm} / Q_{ohm}^{(0)}$ робочої моди у гофрованому резонаторі гіротрона в залежності від кількості гофрів N , де $Q_{ohm}^{(0)}$ – омична добротність моди $TE_{13,2}$ в гладкостінному циліндричному резонаторі.

В 0.3-ТГц гіротроні на другій циклотронній гармоніці конкуруючими WG модами є моди на першій гармоніці з азимутальними індексами $m = 7, 8, 9$. Для цих мод поздовжні гофри, які мають глибину близько чверті довжини хвилі, викликають сильний зв'язок декількох гармонік Блоха [4, 5]. На рис. 4.15а показані частоти відсічки гофрованого резонатора гіротрона в залежності від N при $m = 7, 8, 9$. Добре видно, що зменшення N збільшує кількість конкуруючих мод на першій гармоніці поблизу робочої моди. При малому N кожна з цих мод представляє собою складну композицію фундаментальної і вищих Блохівських гармонік, які відповідають WG і об'ємним модам, відповідно. Оскільки об'ємні моди мають малі радіуси каустики, вони неминуче будуть придушуватися коаксіальною вставкою у резонаторі 0.3-ТГц гіротрона [61]. Однак розгляд такого методу селекції мод не є метою даної роботи. Тому в подальшому ми обмежимося розглядом відносно великого числа гофрів, які

забезпечують порівняно розріджений спектр фундаментальних конкуруючих мод для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

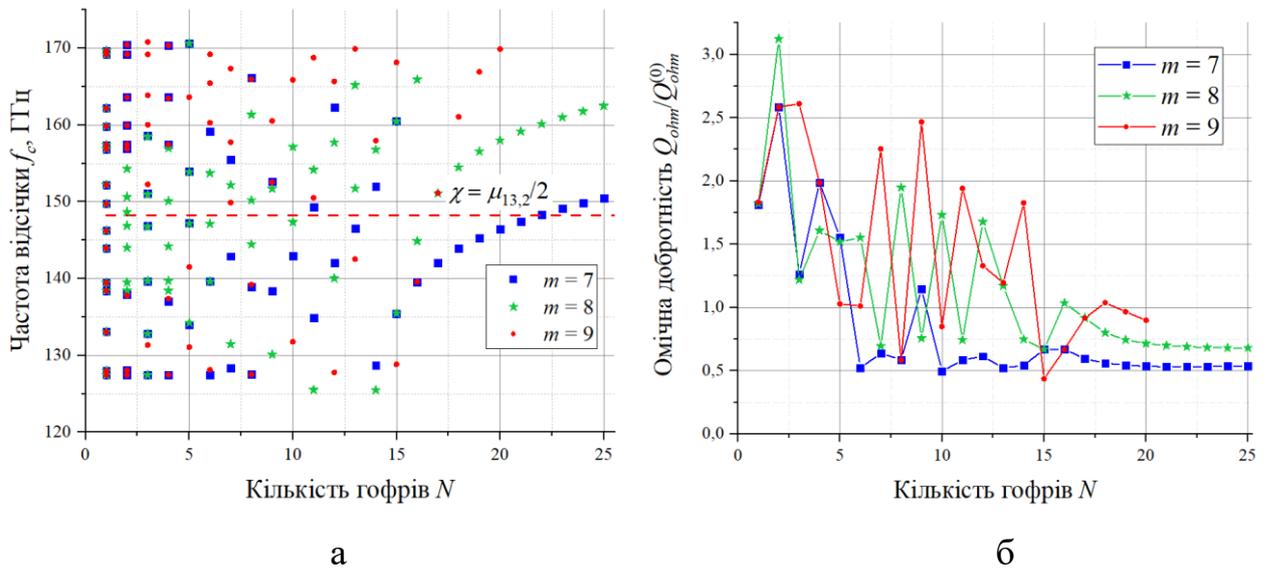


Рис. 4.15. (а) Те ж, що на рис. 4.13а, але для $m = 7, 8, 9$ і (б) нормовані омічні добротності $Q_{ohm} / Q_{ohm}^{(0)}$ найбільш небезпечних конкуруючих мод з $m = 7, 8, 9$, де $Q_{ohm}^{(0)}$ – омічна добротність моди $TE_{8,1}$ гладкостінного циліндричного резонатора.

Вплив поздовжніх гофрів резонатора на омічні втрати мод першої гармоніки з $m = 7, 8, 9$ показаний на рис. 4.15б. На цьому рисунку омічна добротність представлена як функція N для найбільш небезпечних конкуруючих мод, які мають найменше частотне розділення з робочою модою. Видно, що залежність Q_{ohm} від N є немонотонною. Це пов'язано з тим, що склад гармонік Блоха для цих конкурентів різко змінюється в залежності від кількості гофрів. Як зазначалося вище, через конверсію мод конкуруючі моди мають об'ємний розподіл поля у резонаторі гіротрона при деяких N . В цьому випадку їх омічні добротності перевищують значення для WG мод гладкостінного резонатора гіротрона (див. рис. 4.15б).

Виходячи з представленої вище аналізу, можна зробити висновок, що найбільш прийнятна кількість поздовжніх гофрів для резонатора 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці дорівнює 15. По-перше, при $N = 15$ робоча мода $TE_{13,2}$ є чистою фундаментальною гармонікою Блоха. По-друге, ця мода має досить

великий коефіцієнт зв'язку із електронним пучком і високу омічну добротність. По-третє, конкуруючі моди на першій гармоніці добре відділені від робочої моди по частоті і мають збільшені омічні втрати у гофрованому резонаторі. По-четверте, в порівнянні з робочою модою, конкуруючі моди відчують більш помітне ослаблення зв'язку із пучком у гофрованому резонаторі гіротрона при $N = 15$. Це видно з табл. 4.1, де $C_1^{(0)}$ ($s=1$) і $C_2^{(0)}$ ($s=2$) – коефіцієнти зв'язку електронного пучка з модами $TE_{8,1}$ і $TE_{13,2}$ гладкостінного резонатора гіротрона, відповідно. Таким чином, можна очікувати, що поздовжні гофри з обраними параметрами дозволять поліпшити селективні властивості резонатора для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

Таблиця 4.1

Коефіцієнти зв'язку з електронним пучком для робочої ($s = 2, m = 13$) і конкуруючих ($s = 1, m = 7, 8$) мод у гофрованому резонаторі гіротрона з

$$R_0 = 0.32 \text{ см}, d = 0.05 \text{ см}, w = 0.02 \text{ см і } N = 15$$

Мода	χ	C_s	$C_s/C_s^{(0)}$
$m = 13$	19.92	0.017	0.97
$m = 7$	10.76	0.0078	0.68
$m = 8$	10.76	0.0102	0.89

4.4.2. Вплив параметрів гофрування на стартові струми гіротрона

Для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці з традиційним гладкостінним резонатором стартові струми робочої моди на другій гармоніці $TE_{13,2}$ і конкуруючої моди на першій гармоніці $TE_{8,1}$ показані на рис. 4.16а пунктирними лініями [61]. Видно, що робоча мода є єдиною модою, що збуджується у гіротроні, в широкому діапазоні магнітних полів від 5.78 Тл до 6.08 Тл в разі, коли робочий струм пучка не перевищує 10 А. У той же час при більш високих токах пучка конкуруюча мода $TE_{8,1}$ може перешкоджати стабільній роботі 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Більш того, цілком можна очікувати, що ця мода здатна повністю придушити робочу моду на другій гармоніці при $I_b \geq 15$ А.

Скористаємося поздовжніми гофрами з обраними вище параметрами ($d = 0.05$ см, $w = 0.02$ см, $N = 15$) для поліпшення селекції мод у резонаторі 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Вплив гофрів у резонаторі на стартовий струм робочої моди $TE_{13,2}$ показаний на рис. 4.16а. Видно, що стартовий струм трохи зміщується при наявності гофрів, які дещо впливають на власне значення χ , омічну добротність Q_{ohm} і коефіцієнт C_s зв'язку з пучком для робочої моди.

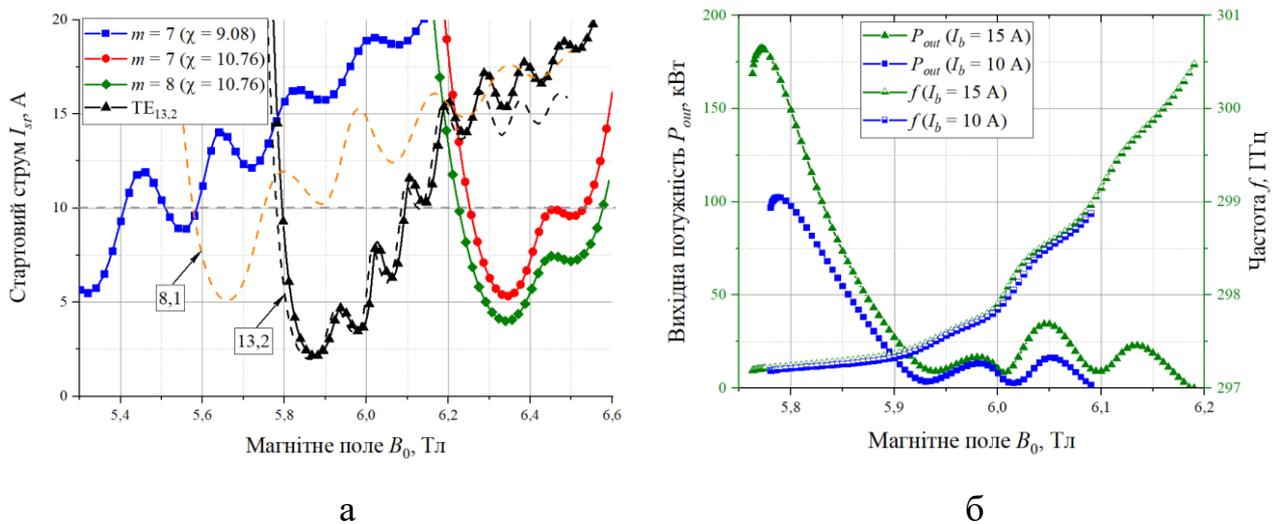


Рис. 4.16. (а) Стартовий струм I_{st} в залежності від індукції магнітного поля B_0 для робочої моди $TE_{13,2}$ і фундаментальних WG мод в 0.3-ТГц гіротроні на другій циклотронній гармоніці з оптимізованим гофрованим резонатором і (б) вихідна потужність P_{out} гіротрона в залежності від B_0 для $I_b = 10$ А і $I_b = 15$ А.

На відміну від робочої моди 0.3-ТГц гіротрона, конкуруючі моди відчувають сильний вплив поздовжніх гофрів на стінці резонатора. На рис. 4.16а показані стартові струми для найбільш небезпечних мод, що лежать поблизу робочого діапазону гіротрона. В цьому діапазоні відсутні моди з азимутальним індексом $m=9$. Решта конкуруючих мод мають вигляд зв'язаних гармонік Блоха з $|k_n|=7$ і $|k_n|=8$. Це викликано тим, що кількість гофрів $N=15$ у резонаторі гіротрона призводить до зв'язку між фундаментальними гармоніками Блоха з $m=+7$ і $m=+8$ і (-1)-ими гармоніками з $k_{-1}=-8$ і $k_{-1}=-7$, відповідно. Такі дві пари зв'язаних

гармонік Блоха утворюють дві моди резонатора, які мають однакові власні значення і розрізняються величиною коефіцієнта зв'язку з електронним пучком. Прикладами є дві моди, що мають власне значення $\chi = 9.08$. Серед них мода з $k_0 = m = +7$ має найбільш сильний зв'язок з електронним пучком і, отже, має найменший стартовий струм (рис. 4.16а). На відміну від неї, інша мода з $k_0 = m = +8$ слабо зв'язана з пучком і має стартовий струм більше 22 А, який лежить значно вище досліджуваної області генерації робочої моди $TE_{13,2}$. Як видно з рис. 4.16а, використання резонатора з оптимізованими поздовжніми гофрами розширює область одномодової генерації для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці. Завдяки цьому робоча мода може стабільно збуджуватися за відсутності будь-яких конкуруючих мод при струмах пучка аж до 15 А, що може дозволити збільшити вихідну потужність 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

На рис. 4.16б показана залежність вихідної потужності 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці від магнітного поля для $I_b = 10$ А і $I_b = 15$ А. Видно, що збільшення струму пучка з 10 А до 15 А дозволяє збільшити пікову вихідну потужність гіротрона зі 100 кВт до 180 кВт і розширює діапазон перебудови частоти робочої моди $TE_{13,2}$. Важливою обставиною є той факт, що в цьому частотному діапазоні робоча мода є єдиною осцилюючою модою. Таким чином, при використанні гофрованого резонатора немає жодної конкуруючої моди, яка здатна перешкодити стабільній одномодовій роботі 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці зі збільшеним струмом пучка і вихідною потужністю.

Однак, крім такої переваги гофрованого резонатора для 0.3-ТГц гіротрона на другій гармоніці, є також недолік. Робоча мода схильна до конверсії в гармоніки Блоха високого порядку в вихідній розширюваній секції резонатора. Причина полягає в тому, що збільшення радіусу цієї секції збільшує довжину хвилі відсічки λ_0 робочої моди і, таким чином, викликає збільшення різниці між $\lambda_0/2$ і глибиною гофра $d = 0.05$ см. При цьому робоча мода $TE_{13,2}$ перетворюється в гармоніки Блоха з $k_{-1} = -2$ і $k_{-2} = -17$. В результаті на виході з резонатора ($z = z_{out}$) чистота цієї моди падає приблизно до 90%. Таке погіршення чистоти моди у вихідному поперечному

перерізі гофрованого резонатора чітко видно на рис. 4.17. Цей ефект слід враховувати при проєктуванні системи виведення електромагнітного випромінювання для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

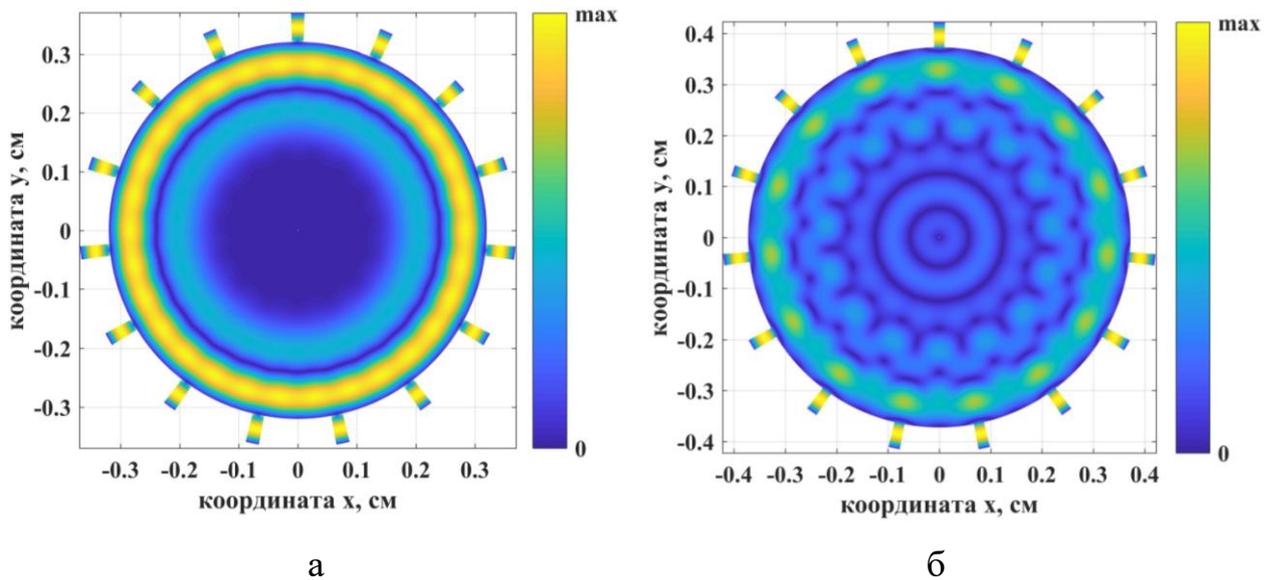


Рис. 4.17. Поперечна структура азимутального електричного поля $|E_\varphi|$ робочої моди в (а) основній секції і (б) вихідному поперечному перерізі гофрованого резонатора для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

4.5. Висновки до розділу 4

1. Отримані самоузгоджені рівняння в одномодовому наближенні (рівняння гіротрона), які описують стаціонарну стадію взаємодії між гвинтовим пучком електронів і ТЕ модою циліндричного резонатора гіротрона з довільним числом поздовжніх гофрів. Для такої стадії взаємодії встановлено умову балансу потужностей в системі пучок-хвиля. Показано, що для мод резонатора наявність гофрів не тільки змінює власні значення і омичні втрати, але також впливає на зв'язок мод з електронним пучком. Використовуючи це, рівняння гіротрона були застосовані для визначення впливу параметрів гофрування на стартовий струм ТЕ моди резонатора гіротрона. У загальному випадку така мода має вигляд суперпозиції азимутальних гармонік Блоха, зв'язок між якими суттєво залежить від глибини гофрів.

2. Показано, що для гофрів з глибиною, яка дорівнює половині довжини хвилі, зв'язок між азимутальними гармоніками є слабким, навіть незважаючи на те, що спектр гармонік Блоха стає щільнішим зі зменшенням числа гофрів. В цьому випадку гармоніки Блоха поведуться так само, як незв'язані ТЕ-моди гладкостінного циліндричного резонатора. Як наслідок, для ТЕ моди у резонаторі гіротрона комплексне поперечне хвильове число і коефіцієнт зв'язку з пучком лише трохи змінюються при наявності гофрів з півхвильовою глибиною. Було показано, що при цьому спостерігається лише невелике зміщення стартового струму ТЕ моди, яке викликане переважно омичними втратами у гофрованій стінці резонатора.

3. Виявлено, що при чвертьхвильовій глибині гофрів зв'язок різних азимутальних гармонік Блоха у резонаторі гіротрона є сильним і суттєво впливає на власне значення ТЕ моди. Крім того, було показано, що такий зв'язок гармонік призводить до ослаблення зв'язку ТЕ моди з електронним пучком. Завдяки цьому гофри у резонаторі гіротрона здатні в кілька разів збільшити стартовий струм для ТЕ моди резонатора з частотою, що відповідає чвертьхвильовій глибині гофрів.

4. Встановлено, що поздовжні гофри з глибиною, близькою до половини довжини хвилі робочої моди, можуть бути використані для селективного придушення фундаментальних конкуруючих мод у гіротронах на другій циклотронній гармоніці. Як приклад розглянуто 0.3-ТГц гіротрон на другій циклотронній гармоніці. Для цього гіротрона знайдені оптимальні параметри гофрованого резонатора і проведено розрахунок стартових струмів для робочої і конкуруючих мод. Показано, що використання резонатора з такими параметрами дозволяє розширити діапазон одномодової генерації робочої моди і забезпечує можливість збільшення вихідної потужності для 0.3-ТГц гіротрона на другій циклотронній гармоніці.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах [5, 6] та доповідалися на конференціях [13, 14].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язане важливе наукове завдання зі встановлення фізичних закономірностей електронно-хвильової взаємодії у вакуумних резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці. Встановлені умови поліпшення селективних властивостей таких резонаторів гіротронів з метою придушення фундаментальних конкуруючих мод.

Основні результати та висновки, що отримані в дисертаційній роботі, полягають в наступному:

1. Методом просторових гармонік вперше отримано дисперсійне рівняння для TE мод у металевому циліндричному резонаторі з поздовжніми гофрами, а також аналітичний вираз омічної добротності. Це дозволяє врахувати вплив вищих просторових гармонік на власні частоти і власні поля резонатора, забезпечуючи високу точність розрахунків.

2. Вперше визначені власні значення і власні поля TM мод в коаксіальному резонаторі гіротрона з гофрованим внутрішнім провідником вдосконаленим методом на основі перерозкладання полів, що дозволяє врахувати умову Мейкснера на ребрах гофрів. Як наслідок, досягається висока точність виконання умови неперервності полів на границі поділу хвилевідного каналу і гофрів, а також скорочується час для чисельних розв'язків задачі на власні значення.

3. В ході детального дослідження конверсії мод, викликані азимутальною періодичністю резонатора гіротрона з поздовжніми гофрами, вперше виявлено, що на конверсію мод істотно впливає кількість гофрів та їхня глибина. Така особливість гофрованого резонатора може бути використана для селекції мод.

4. Вперше знайдені співвідношення між глибиною гофрів та довжиною хвилі, при яких спостерігається слабка та сильна конверсія мод в вищі просторові гармоніки. В останньому випадку конверсія супроводжується зміною частот, омічних добротностей та коефіцієнтів зв'язку з електронним пучком для TE мод циліндричного резонатора. Завдяки цьому, можна забезпечити ефективне

селективне придушення конкуруючих мод у резонаторах гіротронів на другій циклотронній гармоніці.

5. Вперше розроблено нелінійну самоузгоджену теорію для опису стаціонарної стадії взаємодії гвинтового пучка електронів з власними ТЕ модами гофрованого резонатора гіротрона. Отримано аналітичний вираз балансу потужностей для пучка і моди, які взаємодіють. Це дозволило детально проаналізувати електронно-хвильову взаємодію у резонаторі гіротрона на другій циклотронній гармоніці та показати вплив гофрів на стартові струми робочої на конкуруючих мод.

6. Вперше встановлено, що використання поздовжніх гофрів з глибиною, близькою до половини довжини хвилі робочої моди призводить до поліпшення селективних властивостей резонаторів для гіротронів на другій циклотронній гармоніці, а також дозволяє розширити діапазон одномодової генерації робочої моди і збільшити вихідну потужність гіротрона.

Таким чином, вдосконалений метод селекції мод, в основі якого лежить використання поздовжніх гофрів з визначеними параметрами, забезпечує ефективне придушення фундаментальних конкуруючих мод у резонаторах гіротронів на другій гармоніці циклотронної частоти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Efficient approach to analysis of TM modes in coaxial gyrotron cavity with corrugated insert. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2018. No 4. P. 62–66.
2. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *Problems Atomic Science and Technology*. 2018. No 6. P. 67-70.
3. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode selection by ohmic losses in longitudinally corrugated cavities of sub-THz second-harmonic gyrotrons. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2019. No 4. P. 31-34.
4. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Selectivity properties of cylindrical waveguides with longitudinal wall corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2019. Vol. 40, No 10. P. 1021-1034.
5. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I., Ioannidis Z. C., Thumm M., Jelonnek J. Starting currents of modes in cylindrical cavities with mode-converting corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2021. Vol. 42, No 3. P. 260-274.
6. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for cavities of second-harmonic gyrotrons with improved performance. *East European Journal of Physics*. 2021. No 2. P. 89-97.
7. Ткачева Т. И., Ткаченко В. И., Щербинин В. И. Эффективный метод расчета собственных значений ТМ мод в резонаторе коаксиального гиротрона с гофрированной вставкой. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, Украина, 21-24 марта 2017г.). Харьков, 2017. С. 114.
8. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Максименко А. В., Ткаченко В. И. Влияние конверсии мод в резонаторе с распределенными гофрами на КПД гиротрона для ЯМР-спектроскопии. *XIII Міжнародна науково-технічна конференція*

молодих вчених та фахівців «Проблеми сучасної ядерної енергетики» (Харків, Україна, 18-20 жовтня 2017р.). Харків, 2017. С. 41-42.

9. Tkachova T. I., Tkachenko V. I., Shcherbinin V. I. Electromagnetic field calculation for tm modes of coaxial gyrotron cavity. *2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF)* (Lviv, Ukraine, October 17-20, 2017). Lviv, 2017. P. 126.
10. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Validity of surface impedance model for electromagnetic analysis of a corrugated gyrotron cavity. *2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)* (Kyiv, Ukraine, July 2-5, 2018). Kyiv, 2018. P. 238-241.
11. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion* (Kharkiv, Ukraine, September 10-13, 2018). Kharkiv, 2018. P. 56.
12. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Селекция мод омическими потерями в гофрированных резонаторах гиротрона на второй циклотронной гармонике. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 26-29 марта 2019г.). Харьков, 2019. С. 80-81.
13. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Влияние конверсии пространственных гармоник в гофрированном резонаторе на стартовый ток гиротрона. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 24-27 марта 2020г.). Харьков, 2020. С. 76-77.
14. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for mode selection in cavities of second-harmonic gyrotrons. *The 8th International Workshop on Far-Infrared Technologies (IW-FIRT)* (Fukui, Japan, March 8-9, 2021). Fukui, 2021. P-23.
15. Tkachova T. Effect of high Fourier harmonics on characteristics of corrugated cylindrical waveguides. *2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* (Kharkiv, Ukraine, November 14-18, 2022). Kharkiv, 2022. P. 254-257.

16. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology. *Nature Photonics*. 2007. Vol. 1. No 2, P. 97-105.
17. Mitsudo S., Hoshizuki H., Idehara T., Saito T. Development of material processing system by using a 300 GHz CW gyrotron. *Journal of Physics: Conference Series*. 2006. Vol. 51. P. 549-552.
18. Nusinovich G. S. Remote detection of concealed radioactive materials by using focused powerful terahertz radiation. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2016. Vol. 37, No 6. P. 515-535.
19. Becerra L. R., Gerfen G. J., Temkin R. J., Singel D. J., Griffin R. G. Dynamic nuclear polarization with a cyclotron resonance maser at 5 T. *Physical Review Letters*. 1993. Vol. 71, No 21-22. P. 3561-3564.
20. Bajaj V. S., Farrar C. T., Hornstein M. K., Mastovsky I., Vieregge J., Bryant J., Elena B., Kreisler K. E., Temkin R. J., Griffin R. G. Dynamic nuclear polarization at 9T using a novel 250GHz gyrotron microwave source. *Journal of Magnetic Resonance*. 2003. Vol. 160. P. 85-90.
21. Booske J. H., Dobbs R. J., Joye C. D., Kory C. L., Neil G. R., Park G.-S., Park J., Temkin R. J. Vacuum electronic high power terahertz sources. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2011. Vol. 1, No 1. P. 54-75.
22. Kovshov Y. S., Ponomarenko S. S., Kishko S. A., Khutoryan E. M., Kuleshov A. N. Numerical simulation and experimental study of Sub-THz and THz CW clinotron oscillators. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2018. Vol. 65, No 6. P. 2177-2182.
23. Bratman V. L., Dumesh B. S., Fedotov A. E., Makhlov P. B., Movshevich B. Z. Rusin F. S. Terahertz orotrons and oromultipliers. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2010. Vol. 38, No 6. P. 1466-1471.
24. Qiu J. X., Levush B., Pasour J., Katz A., Armstrong C. M., Whaley D. R., Tucek J., Kreisler K., Gallagher D. Vacuum tube amplifiers. *IEEE Microwave Magazine*. 2009. Vol. 10, No 7. P. 38-51.

25. Gorshunov B., Volkov A., Spektor I., Prokhorov A., Mukhin A., Dressel M., Uchida S., Loidl A. Terahertz BWO-spectroscopy. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2005. Vol. 26, No 9. P. 1217-1240.
26. Khan S. Free-electron lasers. *Journal of Modern Optics*. 2008. Vol. 55, No 21. P. 3469-3512.
27. Thumm M. State-of-the-art of high-power gyro-devices and free electron masers. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2020. Vol. 41, No 1. P. 1-140.
28. Gaponov A. V., Petelin M. L., Yulpatov V. K. The induced radiation of excited classical oscillators and its use in high- frequency electronics. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 1967. Vol. 10, No 9-10. P. 794-813.
29. Flyagin V. A., Gaponov A. V., Petelin I., Yulpatov V. K. The Gyrotron. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1977. Vol. 25, No 6. P. 514-521.
30. Nusinovich G. S., Thumm M., Petelin M. I. The Gyrotron at 50: Historical Overview. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2014. Vol. 35, No 4. P. 325-381.
31. Idehara T., Tatematsu Y., Yamaguchi Y., Khutoryan E. M., Kuleshov A. N., Ueda K., Matsuki Y., Fujiwara T. The development of 460 GHz gyrotrons for 700 MHz DNP-NMR spectroscopy. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2015. Vol. 36, No 7. P. 613-627.
32. Nanni E. A., Barnes A. B., Griffin R. G., Temkin R. J. THz dynamic nuclear polarization NMR. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2011. Vol. 1, No 1. P. 145-163.
33. Idehara T., Sabchevski S. P., Glyavin M., Mitsudo S. The gyrotrons as promising radiation sources for THz sensing and imaging. *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10, No 3. P. 980.
34. Sabchevski S., Glyavin M., Mitsudo S., Tatematsu Y., Idehara T. Novel and emerging applications of the gyrotrons worldwide: current status and prospects. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2021. Vol. 42, No 7. P. 715-741.

35. Sabchevski S. P., Idehara T., Ishiyama S., Miyoshi N., Tatsukawa T. A dual-beam irradiation facility for a novel hybrid cancer therapy. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2013. Vol. 34, No 1. P. 71-87.
36. Saito T., Tatematsu Y., Ogasawara S., Yamada N., Ikemi D., Fujii A., Idehara T., Manuilov V. N. Development of high power sub terahertz gyrotrons for application to CTS measurement. *35th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. (Rome, Italy, September 5-10, 2010). Rome, 2010. P. 1-2.
37. Rasmussen J. et. al. Collective Thomson scattering measurements of fast-ion transport due to sawtooth crashes in ASDEX Upgrade. *Nuclear Fusion*. 2016. Vol. 56, No 11. P. 112014.
38. Notake T., Saito T., Tatematsu Y., Kubo S., Shimosuma T., Tanaka K., Nishiura M., Fujii A., Agusu L., Ogawa I., Idehara T. Subterahertz gyrotron developments for collective Thomson scattering in LHD. *Review of Scientific Instruments*. 2008. Vol. 79, No 10. P. 10E732.
39. Mitsudo S., Nakagawa N., Ohashi Y., Katayama T., Tatematsu Y., Ogawa I., Idehara T., Saito T. Development of a sub-THz CW gyrotron for the millimeter wave pulsed ESR spectrometer. *35th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. (Rome, Italy, September 5-10, 2010). Rome, 2010. P. 1-2.
40. Temkin R. J. Development of terahertz gyrotrons for spectroscopy at MIT. *Terahertz Science and Technology*. 2014. Vol. 7, No 1. P. 1-9.
41. Sakamoto K., Oda Y., Ikeda R., Kobayashi, Kajiwara K., Takahashi K., Moriyama S. Development of high power gyrotron and related technologies. *Terahertz Science and Technology*. 2015. Vol. 8, No 1. P. 1-18.
42. Rzesnicki T., Piosczyk B., Kern S., Illy S., Jin J., Samartsev A., Schlaich A., Thumm M. 2.2-MW record power of the 170-GHz European preprototype coaxial-cavity gyrotron for ITER. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2010. Vol. 38, No 6. P. 1141-1149.
43. Ruess S., Rzesnicki T., Pagonakis I. Gr., Kobarg T., Fuchs M., Illy S., Gantenbein G., Thumm M., Jelonnek J. Experimental results and outlook of the 2 MW 170 GHz coaxial-cavity gyrotron towards long pulse operation. *2016 German Microwave*

- Conference (GeMiC)*. (Bochum, Germany, March 14-16, 2016). Bochum, 2016. P. 369-372.
44. Danly B. G., Temkin R. J. Generalized nonlinear harmonic gyrotron theory. *Physics of Fluids*. 1986. Vol. 29, No 2. P. 561-567.
 45. Zaginaylov G. I., Shcherbinin V. I., Schüenemann K., Thumm M. K. Influence of background plasma on electromagnetic properties of “Cold” gyrotron cavity. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2006. Vol. 34, No 3. P. 512-517.
 46. Jawla S. K., Griffin R. G., Mastovsky I. A., Shapiro M. A., Temkin R. J. Second harmonic 527-GHz gyrotron for DNP-NMR: design and experimental results. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2020. Vol. 67, No 1. P. 328-334.
 47. Song T., Qi X., Yan Z., Liang P., Zhang C., Huang J., Wang W., Zhang K., Hu M., Wu Z., Zhao T., Liu D. Experimental investigations on a 500 GHz continuously frequency-tunable gyrotron. *IEEE Electron Device Letters*. 2021. Vol. 42, No 8. P. 1232-1235.
 48. Glyavin M. Yu., Kuftin A. N., Morozkin M. V., Proyavin M. D., Fokin A. P., Chirkov A. V., Manuilov V. N., Sedov A. S., Soluyanov E. A., Sobolev D. I., Tai E. M., Tsvetkov A. I., Luchinin A. G., Kornishin S. Yu., Denisov G. G. A 250-Watts, 0.5-THz continuous-wave second-harmonic gyrotron. *IEEE Electron Device Letters*. 2021. Vol. 42, No 11. P. 1666-1669.
 49. Blank M., Cauffman S., Felch K., Borchard P. Development of high-frequency continuous-wave gyrotrons for dynamic nuclear polarization. *2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* (Kharkiv, Ukraine, November 14-18, 2022). Kharkiv, 2022. P. 230-233.
 50. Shcherbinin V. I., Hlushchenko A. V., Maksimenko A. V., Tkachenko V. I. Effect of cavity ohmic losses on efficiency of low-power terahertz gyrotron. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2017. Vol. 64, No 9. P. 3898-3903.
 51. Agusu L., Idehara T., Ogawa I., Saito T., Kanemaki T., Takahashi H., Fujiwara T. Detailed consideration of experimental results of gyrotron FU CW II developed as a radiation source for DNP-NMR spectroscopy. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2007. Vol. 28, No 7. P. 499-511.

52. Shcherbinin V. I. Multifunctional coaxial insert with distributed impedance corrugations for cavities of broadband tunable second-harmonic gyrotrons. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2021. Vol. 68, No 8. P. 4104-4109.
53. Chang T. H., Idehara T., Ogawa I., Agusu L., Kobayashi S. Frequency tunable gyrotron using backward-wave components. *Journal of Applied Physics*. 2009. Vol. 105, No 6. P. 063304.
54. Shcherbinin V. I., Tkachova T. I., Tkachenko V. I. Improved cavity for broadband frequency-tunable gyrotron. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2018. Vol. 65, No 1. P. 257-262.
55. Hornstein M. K., Bajaj V. S., Griffin R. G., Kreischer K. E., Mastovsky I., Shapiro M. A., Sirigiri J. R., Temkin R. J. Second harmonic operation at 460 GHz and broadband continuous frequency tuning of a gyrotron oscillator. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2005. Vol. 52, No 5. P. 798-807.
56. Bratman V. L., Kalynov Yu. K., Manuilov V. N. Large-orbit gyrotron operation in the terahertz frequency range. *Physical Review Letters*. 2009. Vol. 102, No 24. P. 245101.
57. Huang Y. J., Yeh L. H., Chu K. R. An analytical study on the diffraction quality factor of open cavities. *Physics of Plasmas*. 2014. Vol. 21, No 10. P. 103112.
58. Kao S. H., Chiu C. C., Chu K. R. A study of sub-terahertz and terahertz gyrotron oscillators. *Physics of Plasmas*. 2012. Vol. 19, No 2. P. 023112.
59. Ginzburg N. S., Glyavin M. Y., Malkin A. M., Manuilov V. N., Rozental R. M., Sedov A. S., Sergeev A. S., Zaslavsky V. Y., Zotova I. V., Idehara T. Improvement of stability of high cyclotron harmonic operation in the double-beam THz gyrotrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, No 8. P. 1303-1309.
60. Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I., Avramidis K. A., Jelonnek J. Coaxial cavity with stepped inner conductor for a sub-terahertz second-harmonic gyrotron with broadband continuous frequency tuning. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2019. Vol. 66, No 12. P. 5313-5320.

61. Shcherbinin V. I., Moskvitina Y. K., Avramidis K. A., Jelonnek J. Improved mode selection in coaxial cavities for subterahertz second-harmonic gyrotrons. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2020. Vol. 67, No 7. P. 2933-2939.
62. Bandurkin I. V., Fokin A. P., Glyavin M. Y., Luchinin A. G., Osharin I. V., Savilov A. V. Demonstration of a selective oversized cavity in a terahertz second-harmonic gyrotron. *IEEE Electron Device Letters*. 2020. Vol. 41, No 9. P. 1412-1415.
63. Shcherbinin V. I., Avramidis K. A., Thumm M., Jelonnek J. Mode discrimination by lossy dielectric rods in cavities of second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2021. Vol. 42, No 1. P. 93-105.
64. Agusu L., Idehara T., Mori H., Saito T., Ogawa I., Mitsudo S. Design of a CW 1 THz gyrotron (Gyrotron Fu Cw III) using a 20 T superconducting magnet. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2007. Vol. 28, No 5. P. 315-328.
65. Torrezan A. C., Han S. T., Mastovsky I., Shapiro M. A., Sirigiri J. R., Temkin R. J., Barnes A. B., Griffin R. G. Continuous-wave operation of a frequency-tunable 460-GHz second-harmonic gyrotron for enhanced nuclear magnetic resonance. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2010. Vol. 38, No 6. P. 1150-1159.
66. Spira-Hakkarainen S., Kreischer K. E., Temkin R. J. Submillimeter-wave harmonic gyrotron experiment. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1990. Vol. 18, No 3. P. 334-342.
67. Hong K. D., Brand G. F., Idehara T. A 150–600 GHz step-tunable gyrotron. *Journal of Applied Physics*. 1993. Vol. 74, No 8. P. 5250.
68. Avramides K. A., Iatrou C. T., Vomvoridis J. L. Design considerations for powerful continuous-wave second-cyclotron-harmonic coaxial-cavity gyrotrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2004. Vol. 32, No 3. P. 917-928.
69. Oparina Yu. S., Savilov A. V. Improvement of mode selectivity of high-harmonic gyrotrons by using operating cavities with short output reflectors. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2018. Vol. 39, No 7. P. 595-613.
70. Shcherbinin V. I., Zaginaylov G. I., Tkachenko V. I. Cavity with distributed dielectric coating for subterahertz second-harmonic gyrotron. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2016. №6. P. 255-258.

71. Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Cylindrical cavity with distributed longitudinal corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2017. Vol. 38, No 7. P. 838-852.
72. Avramides K. A., Vomvoridis J. L., Iatrou C. T. Coaxial gyrotron cavities with resistive corrugated insert for powerful second-harmonic operation. *AIP Conference Proceedings*. 2006. Vol. 807, No 1. P. 264.
73. Zhao Q., Yu S., Zhang T. Observation of mode competition in operation of a 420 GHz, $TE_{17,4}$ second harmonic gyrotron with complex cavity. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2017. Vol. 64, No 11. P. 4700-4705.
74. Melnikova M. M., Rozhnev A. G., Ryskin N. M., Tatematsu Y., Fukunari M., Yamaguchi Y., Saito T. Electromagnetic modeling of a complex-cavity resonator for the 0.4-THz second-harmonic frequency-tunable gyrotron. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2017. Vol. 64, No 12. P. 5141-5146.
75. Dumbrajs O., Borie E. A complex cavity with mode conversion for gyrotrons. *International Journal of Electronics*. 1988. Vol. 65, No 3. P. 285-295.
76. Wagner D., Gantenbein G., Kasperek W., Thumm M. Improved gyrotron cavity with high quality factor. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 1995. Vol. 16, No 9. P. 1481-1489.
77. Zaginaylov G. I., Shcherbinin V. I., Schunemann K., Glyavin M. Yu. Novel approach to the theory of longitudinally inhomogeneous lossy waveguides. *Proc. 2013 International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW)*. (Kharkov, Ukraine, June 23-28, 2013). Kharkov, 2013. P. 523-525.
78. Maksimenko A. V., Zaginaylov G. I., Shcherbinin V. I. On the theory of longitudinally inhomogeneous waveguides with impedance walls. *Physics of Particles and Nuclei Letters*. 2015. Vol. 12, No 2. P. 362-370.
79. Maksimenko A. V., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Coupled-mode theory of an irregular waveguide with impedance walls. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2019. Vol. 40, No 6. P. 620-636.

80. Maksimenko A. V., Shcherbinin V. I., Hlushchenko A. V., Tkachenko V. I., Avramidis K. A., Jelonnek J. Starting currents for eigenmodes of a gyrotron cavity with mode conversion. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2019. Vol. 66, No 3. P. 1552-1558.
81. Iatrou C. T., Kern S., Pavelyev A. B. Coaxial cavities with corrugated inner conductor for gyrotrons. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1996. Vol. 44, No 1. P. 56-64.
82. Flyagin V. A., Khizhnyak V. I., Manuilov V. N., Moiseev M. A., Pavelyev A. B., Zapevalov V. E., Zavolsky N. A. Investigations of advanced coaxial gyrotrons at IAP RAS. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2003. Vol. 24, No 1. P. 1-17.
83. Savaidis S. P., Ioannidis Z. C., Stathopoulos N. A. Hybrid field/transmission-line model for the study of coaxial corrugated waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2012. Vol. 60, No 10. P. 2972-2978.
84. Ioannidis Z. C., Avramidis K. A., Tigelis I. G. Open-ended coaxial cavities with corrugated inner and outer walls. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2015. Vol. 36, No 5. P. 461-473.
85. Ioannidis Z. C., Avramidis K. A., Tigelis I. G. Selectivity properties of coaxial gyrotron cavities with mode converting corrugations. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2016. Vol. 63, No 3. P. 1299-1306.
86. Shcherbinin V. I., Kochetov B. A., Hlushchenko A. V., Tkachenko V. I. Cutoff frequencies of a dielectric-loaded rectangular waveguide with arbitrary anisotropic surface impedance. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2019. Vol. 67, No 2. P. 577-583.
87. Jian-Ming Jin. The finite element method in electromagnetics. USA: Wiley-IEEE Press, 2014. 876 p.
88. Morimoto K., Tsuji Y. Full-vectorial analysis of optical waveguide discontinuities using a propagation operator method based on the finite element scheme. *OSA Continuum*. 2019. Vol. 2, No 3. P. 540-553.

89. Deibel J. A., Escarra M., Berndsen N., Wang K., Mittleman D. M. Finite-element method simulations of guided wave phenomena at terahertz frequencies. *Proceedings of the IEEE*. 2007. Vol. 95, No 8. P. 1624-1640.
90. Sabchevski S., Zhelyazkov I. Modelling and simulation of new generation powerful gyrotrons for the fusion research. *Journal of Physics: Conference Series*. 2007. Vol. 63. P. 012003.
91. Jamid H. A., Khan M. Z. M. 3-D Full vectorial analysis of strong optical waveguide discontinuities using pade approximants. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 2007. Vol. 43, No 4. P. 343-349.
92. Jöstingmeier A., Rieckmann C., Omar A. S. A rigorous time domain analysis of gyrotrons. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 1995. Vol. 16, No 11. P. 1867-1899.
93. Balk C., Avramidis K. A., Illy S., Wu C. 2nd harmonic gyrotron simulation with CST STUDIO SUITE®. *Proceedings of the 2017 Eighteenth International Vacuum Electronics Conference (IVEC)*. London, UK, April 24-26, 2017. P. 1-2.
94. Bandurkin I., Fedotov A., Glyavin M., Idehara T., Malkin A., Manuilov V., Sergeev A., Tsvetkov A., Zaslavsky V., Zotova I. Development of third-harmonic 1.2-THz gyrotron with intentionally increased velocity spread of electrons. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2020. Vol. 67, No. 10. P. 4432-4436.
95. Bandurkin V., Glyavin M. Y., Fedotov A. E., Fokin A. P., Fukunari M., Osharin I. V., Savilov A. V., Shchegolkov D. Y., Tatematsu Y. Frequency-tunable second harmonic gyrotron with selective cavity: design and simulations. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2022. Vol. 69, No 3. P. 1402-1408.
96. Barlow H. E. M., Karbowski A. E., An experimental investigation of the properties of corrugated cylindrical surface waveguides. *Proceedings of the IEE - Part III: Radio and Communication Engineering*. 1954. Vol. 101, No 71. P. 182-188.
97. Piefke G. The transmission characteristics of a corrugated guide. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*. 1959. Vol. 7, No 5, P. 183-190.
98. Harvey A. F. Periodic and guiding structures at microwave frequencies. *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1960. Vol. 8, No 1. P. 30-61.

99. Davies J. B. An investigation of some waveguide structures for the propagation of circular TE modes. *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*. 1962. Vol. 109, No 15, P. 162-171.
100. Katsenelenbaum B. Z. High-frequency electrodynamics. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 1966. 329 p.
101. Clarricoats P. J. B., Saha P. K. Theoretical analysis of cylindrical hybrid modes in a corrugated horn. *Electronics Letters*. 1969. Vol. 5, No 9. P. 187-189.
102. Shcherbinin V. I., Fesenko V. I., Tkachova T. I., Tuz V. R. Superscattering from subwavelength corrugated cylinders. *Physical Review Applied*. 2020. Vol. 13, No 2. P. 024081.
103. Barroso J. J., Correa R. A., Jose de Castro P. Gyrotron coaxial cylindrical resonators with corrugated inner conductor: Theory and experiment. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1998. Vol. 46, No 9. P. 1221-1230.
104. Zaginaylov G. I., Iaremenko S. S. Improved method for efficient analysis and optimization of coaxial gyrotron cavity. *Proceedings of the 41st European Microwave Conference (EuMA)*. (Manchester, UK, October 10-13, 2011). Manchester, 2011. P. 183-186.
105. Ioannidis Z. C., Avramides K. A., Latsas G. P., Tigelis I. G. Azimuthal mode coupling in coaxial waveguides and cavities with longitudinally corrugated insert. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2011. Vol. 39, No 5. P. 1213-1221.
106. Gandel Y. V., Zaginaylov G. I., Steshenko S. A. Rigorous electrodynamic analysis of resonator systems of coaxial gyrotrons. *Technical Physics*. 2004. Vol. 49, No 7. P. 887-894.
107. Chu K. R., Dialetis D. Theory of harmonic gyrotron oscillator with slotted resonant structure. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 1984. Vol. 5, No 1. P. 37-56.
108. Lin C. K., Chu K. R. Modal analysis of a slotted waveguide: comparison between analytic solution and computer simulations. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2006. Vol. 27, No 10. P. 1335-1345.

109. Ioannidis Z. C., Dumbrajs O., Tigelis I. G. Eigenvalues and ohmic losses in coaxial gyrotron cavity. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2006. Vol. 34, No 4. P. 1516-1522.
110. Zaginaylov G. I., Iaremenko S. S. Efficient method for analysis of gyrodevices with slotted cavities. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2013. Vol. 41, No 10. P. 3005-3011.
111. Zargano G. F., Sinyavskii G. P., Tkachenko V. P. Study of the structure of electromagnetic fields in ridge waveguides. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 1987. Vol. 30, No 11. P. 990-997.
112. Collin R. E. Field theory of guided waves. USA: Wiley-IEEE Press, 1991. 864 p.
113. Mittra R., Lee S. W. Analytical techniques in the theory of guided waves. New York: Macmillan, 1971. 302 p.
114. Meixner J. The behavior of electromagnetic fields at edges. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1972. Vol. 20, No 4. P. 442-446.
115. Zaginaylov G. I., Gandel Yu. V., Steshenko S. A., Schunemann K., Dumbrajs O. Singular integral equation approach in the theory of coaxial cavity gyrotrons. *Proc. The Fifth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter, and Submillimeter Waves (MSMW)*. (Kharkov, Ukraine, June 21-26, 2004). Kharkov, 2004. P. 483-485.
116. Landau L. D., Lifshitz E. M. The classical theory of fields. New York: Pergamon Press, 1971. 374 p.
117. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. New York: Wiley, 1998. 832 p.
118. Marini S., Soto P., Mattes M., Gimeno B., Bleda S., Vidal A., Boria V. E. Rigorous evaluation of propagation losses in arbitrarily shaped waveguide structures using boundary integral – resonant mode expansion and perturbation of boundary conditions. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*. 2014. Vol. 8, No 12. P. 980-989.
119. Luke Y. L. Mathematical functions and their approximations. New York: Academic Press, 1975. 568 p.

120. Dumbrajs O., Nusinovich G. S. Coaxial gyrotrons: past, present, and future (review). *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2004. Vol. 32, No 3. P. 934-946.
121. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. P. Table of integrals, series and products. New York: Academic, 2007. 1171 p.
122. Fernyhouh M., Evans D. V. Full multimodal analysis of an open rectangular groove waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1998. V. 46, No 1, P. 97-107.
123. Zargano G. F., Lyapin V. P., Mikhalevskii V. P., Sinyavskii G. P. Calculation of electromagnetic fields and cutoff frequencies in waveguides with compound sections. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 1982. V. 25, No 7, P. 596-601.
124. Kononenko O. S., Gandel Yu. V. Singular and hypersingular integral equations techniques for gyrotron coaxial resonators with a corrugated insert. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. 2007. Vol. 28, No 4. P. 267-274.
125. Chu K. R., Lin A. T. Gain and bandwidth of the gyro-TWT and CARM amplifiers. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1988. Vol. 16, No 2. P. 90-104.
126. Vlasov S. N., Zagryadskaya L. I., Petelin M. I. Resonators and waveguides having “whispering gallery” modes for cyclotron-resonance masers. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 1973. Vol. 16, No 11. P. 1348-1353.
127. Idehara T., Sabchevski S. P. Gyrotrons for high-power terahertz science and technology at FIR UF. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2017. Vol. 38, No 1. P. 62-68.
128. Dumbrajs O., Idehara T., Sabchevski S. Design of an optimized resonant cavity for a compact sub-terahertz gyrotron. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2010. Vol. 31, No 10. P. 1115-1125.
129. Kildal P.-S. Artificially soft and hard surfaces in electromagnetic. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1990. Vol. 38, No 10. P. 1537-1544.
130. Bratman V. L., Moiseev M. A., Petelin M. I., Erm R. E. Theory of gyrotrons with a nonfixed structure of the high-frequency field. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 1973. Vol. 16, No 4. P. 474-480.

131. Dumbrajs O., Idehara T., Saito T., Tatematsu Y. Calculations of starting currents and frequencies in frequency-tunable gyrotrons. *Japanese Journal of Applied Physics*. 2012. Vol. 51, No 12R. P. 126601.
132. Ognivenko V. V. Interaction of a relativistic electron beam with electromagnetic fields in azimuthally corrugated waveguide. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2018. No 4. P. 56-58.
133. Ognivenko V. V. Excitation of TM mode by a relativistic electron beam. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2023. No 4. P. 46-48.
134. Kartikeyan M. V., Borie E., Thumm M. K. A. Gyrotrons. High power microwave and millimeter wave technology. Berlin: Springer, 2004. 228 p.
135. Nusinovich G. S. Introduction to the physics of gyrotrons. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
136. Bateman H. Higher transcendental functions. Vol. II. New York: McGHAW-Hill Book Company, 1953. 414 p.
137. Chu K. R., Chen H.-Y., Hung C.-L., Chang T.-H., Barnett L. R., Chen S.-H., Yang T.-T., Dialetis D. J. Theory and experiment of ultrahigh-gain gyrotron traveling wave amplifier. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1999. Vol. 27, No 2. P. 391-404.
138. Abramowitz M., Stegun I. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. New York: Courier Corporation, 1964. 1046 p.

ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Efficient approach to analysis of TM modes in coaxial gyrotron cavity with corrugated insert. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2018. No 4. P. 62-66. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
2. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *Problems Atomic Science and Technology*. 2018. No 6. P. 67-70. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
3. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode selection by ohmic losses in longitudinally corrugated cavities of sub-THz second-harmonic gyrotrons. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2019. No 4. P. 31-34. <https://doi.org/10.46813/2019-122-031> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, квартиль Q3, та до списку фахових видань України категорії «А»)
4. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Selectivity properties of cylindrical waveguides with longitudinal wall corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2019. Vol. 40, No 10. P. 1021-1034. <https://doi.org/10.1007/s10762-019-00623-y> (Особистий внесок здобувача:

у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, кuartиль Q2)

5. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I., Ioannidis Z. C., Thumm M., Jelonnek J. Starting currents of modes in cylindrical cavities with mode-converting corrugations for second-harmonic gyrotrons. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. 2021. Vol. 42, No 3. P. 260-274. <https://doi.org/10.1007/s10762-021-00772-z> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, кuartиль Q2)

6. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for cavities of second-harmonic gyrotrons with improved performance. *East European Journal of Physics*. 2021. No 2. P. 89-97. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2021-2-05> (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні та аналізі отриманих результатів) (Видання входить до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science, кuartиль Q4, та до списку фахових видань України категорії «А»)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

7. Ткачева Т. И., Ткаченко В. И., Щербинин В. И. Эффективный метод расчета собственных значений ТМ мод в резонаторе коаксиального гиротрона с гофрированной вставкой. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, Украина, 21-24 марта 2017 г.). Харьков, 2017. С. 114. (Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)

8. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Максименко А. В., Ткаченко В. И. Влияние конверсии мод в резонаторе с распределенными гофраами на КПД гиротрона для

ЯМР-спектроскопії. *XIII Міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених та фахівців «Проблеми сучасної ядерної енергетики»* (Харків, Україна, 18-20 жовтня 2017р.). Харків, 2017. С. 41-42. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*

9. Tkachova T. I., Tkachenko V. I., Shcherbinin V. I. Electromagnetic field calculation for tm modes of coaxial gyrotron cavity. *2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF)* (Lviv, Ukraine, October 17-20, 2017). Lviv, 2017. P. 126. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*

10. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Validity of surface impedance model for electromagnetic analysis of a corrugated gyrotron cavity. *2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)* (Kyiv, Ukraine, July 2-5, 2018). Kyiv, 2018. P. 238-241. <https://doi.org/10.1109/MMET.2018.8460433> *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*

11. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Eigenvalues and eigenfields of a corrugated gyrotron cavity with conducting walls. *International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion* (Kharkiv, Ukraine, September 10-13, 2018). Kharkiv, 2018. P. 56. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*

12. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Селекция мод омическими потерями в гофрированных резонаторах гиротрона на второй циклотронной гармонике. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 26-29 марта 2019г.). Харьков, 2019. С. 80-81. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*

13. Ткачева Т. И., Щербинин В. И., Ткаченко В. И. Влияние конверсии пространственных гармоник в гофрированном резонаторе на стартовый ток гиротрона. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике* (Харьков, Украина, 24-27 марта 2020г.). Харьков, 2020. С. 76-77. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*
14. Tkachova T. I., Shcherbinin V. I., Tkachenko V. I. Mode-converting corrugations for mode selection in cavities of second-harmonic gyrotrons. *The 8th International Workshop on Far-Infrared Technologies (IW-FIRT)* (Fukui, Japan, March 8-9, 2021). Fukui, 2021. P-23. *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, обговоренні, аналізі та презентації результатів)*
15. Tkachova T. Effect of high Fourier harmonics on characteristics of corrugated cylindrical waveguides. *2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW)* (Kharkiv, Ukraine, November 14-18, 2022). Kharkiv, 2022. P. 254-257. <https://doi.org/10.1109/UkrMW58013.2022.10037155> *(Особистий внесок здобувача: у постановці мети і завдання дослідження, проведенні аналітичних та чисельних розрахунків, аналізі та презентації результатів)*