

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

МАЙЗЕЛІС ЗАХАР ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 534.17, 537.877, 538.975, 538.945

**ПОШИРЕННЯ, ВЗАЄМОДІЯ І ДЕКОГЕРЕНЦІЯ МОД
У НЕЛІНІЙНИХ КВАНТОВИХ СИСТЕМАХ**

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Харків — 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті радіофізики та електроніки імені О. Я. Усикова НАН України.

Науковий консультант: доктор фізико-математичних наук, доцент
Апостолов Станіслав Сергійович,
Інститут радіофізики та електроніки
імені О. Я. Усикова НАН України,
завідувач відділу теоретичної фізики.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Шкловський Валерій Олександрович,
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна МОН України,
професор кафедри теоретичної
фізики імені І. М. Ліфшиця;

доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Шевченко Сергій Миколайович,
Фізико-технічний інститут низьких температур
імені Б. І. Веркіна НАН України, завідувач відділу
надпровідних і мезоскопічних структур;

доктор фізико-математичних наук, професор
Яновський Володимир Володимирович,
Інститут монокристалів НАН України,
завідувач відділу теорії конденсованого стану
речовини.

Захист відбудеться «27» квітня 2021 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.845.02 Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1.

Автореферат розісланий «24» березня 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
канд. фіз.-мат. наук

Кірдіні А. І.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасний розвиток технологій йде шляхом мініатюризації та компактизації приладів і пристроїв з одночасним зростанням їх потужностей та складності процесів. Це стає можливим завдяки більш точним і швидким розрахункам фізичних величин, не лише за рахунок значного розвитку чисельних методів та схем, але і за рахунок вибору найбільш точних фізичних концепцій, які дозволяють описувати необхідні явища з мінімальними витратами потужності розрахунків. Мабуть одним з найважливіших прикладів у історії фізики є концепція мод, коли замість розрахунку руху окремих ступенів вільності системи аналізується коливання усієї системи на одній частоті. Підхід через аналіз мод є одним з базових у різних областях фізики, зокрема фізиці твердого тіла, кристалофізиці, оптиці, електромагнетизмі, теорії гравітації та ін.

Хоча використання концепту мод є дуже широким, добре обґрунтованим і вкрай вигідним, його застосування зазвичай передбачає такі наближення, як лінійність систем або слабе затухання. Водночас при описанні реальних систем затухання грає дуже важливу, а часто і визначальну роль, тому врахування його при описі систем з погляду мод стало важливим кроком у розвитку цього концепту. Нелінійність систем з першого погляду унеможливорює введення мод, але це вдається зробити у наближенні слабкої нелінійності. Більше того, нелінійність призводить до важливого ефекту взаємодії мод, пояснення якого наблизило до опису реальних фізичних систем.

Ще одним кроком на шляху розвитку концепції мод став перехід до квантових систем, де класичне визначення втратило силу, адже коливання як вид руху набуло у квантовій механіці іншого розуміння. Квантові моди при цьому не втратили своєї значущості. І якщо в лінійному випадку без затухання переформулювання на квантові системи є зазвичай стандартною процедурою, то перехід до більш реалістичних систем, з якими стикаються сучасні нано- і мікротехнології, є дуже нетривіальним і досі невирішеним у фізиці твердого тіла та у суміжних областях.

Нелінійний відгук на зовнішнє збудження характерний, зокрема, для квантових дворівневих систем, що представляють основу для побудови квантового комп'ютера. Затухання ж є наслідком контакту квантової системи з деякою іншою системою, термостатом, і дисипацією енергії у ній за рахунок взаємодії. Ця взаємодія з точки зору квантової механіки є досить складним процесом і призводить до того, що чисті квантові стани стають змішаними, що значно ускладнює опис. Ще одним наслідком взаємодії, що є невід'ємним від затухання, є декогеренція. Саме ці явища є обмежуючими для розвитку технологій квантових комп'ютерів та багатьох інших нанотехнологій, адже проблема створення закритих систем виходить на перший план при зменшенні масштабів систем. Водночас більш складна взаємодія з зовнішнім середовищем, що передбачає

окрім затування і декогеренції, наявність, наприклад, адитивних або фазових шумів, є невивченою проблемою.

Важливим фактором при описі квантових мод є розмірність системи, і якщо для одних явищ зміна розмірності призводить лише до кількісних очікуваних змін, то для інших, в залежності від розмірності, система може проявляти якісно різні властивості, зокрема, проблема нескінченної провідності для одно- та двовимірних надпровідних кристалів при температурах, вищих за критичну, або дискусія про стійкість двовимірних графенових плівок. Метаматеріали та сильноанізотропні матеріали проявляють ряд особливих властивостей, поширення мод у таких системах має ряд притаманних їм явищ, зокрема явища негативної рефракції, або резонансні ефекти при збудженні у них власних мод електронної плазми.

Низка невирішених фундаментальних і прикладних проблем щодо впливу нелінійності і затування на еволюцію і взаємодію мод у квантових системах різної розмірності і структури визначають важливість і актуальність досліджень, проведених в даній дисертаційній роботі. Зокрема, розроблено теорію відгуку квантових систем на зовнішнє збудження за наявності як затування, так і частотних шумів, що діють на систему. Розвинено метод відокремлення ефекту різних шумів на статистичні характеристики відгуку. Досліджено мультистабільність систем при взаємодії із зовнішнім термостатом, що є важливим для вивчення розподілу системи поблизу точок біфуркації. Взаємодія з термостатом і декогеренція може обмежувати точність спектроскопічних методів або точність квантового годинника, і в дисертаційній роботі вивчена можливість цього для порожнистого фотонного кристалічного волокна. Крім того, досліджено квантові ефекти у одновимірному електронному вігнеровському кристалі, скінченність часу релаксації в якому можлива лише при врахуванні нелінійності закону дисперсії мод. Показано, що у двовимірному листі графену поширюються особливі моди, що обумовлені не потенціальною ямою, як це є звичним у квантовомеханічних системах, а потенціальним бар'єром. Нарешті, досліджені джозефсонівські моди у пластині шаруватого надпровідника, які в залежності від напрямку поширення, мають різну дисперсію за рахунок анізотропії системи. Окрім того, збудження таких мод призводить до аномалій у взаємодії пластини з зовнішнім терагерцевим випромінюванням. Саме це коло досліджень, які мають фундаментальне та прикладне значення, робить тему дисертації актуальною.

Мета і завдання дослідження. Основна мета дисертаційної праці полягає у виявленні специфічних особливостей при поширенні, взаємодії, затуванні та декогеренції мод у нелінійних квантових системах із скінченною кількістю ступенів вільності при врахуванні взаємодії з зовнішнім термостатом, джерелами адитивних та фазових шумів, в одно- та двовимірних кристалічних систе-

мах, сильноанізотропних пластинах шаруватих надпровідників, і в дослідженні ефектів, викликаних цими модами.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано наступні завдання:

- розробити теоретичний метод відокремлення впливів адитивного та частотного шумів, які діють на квантову систему, у її відгуку на зовнішнє збудження, при наявності затухання і декогеренції у системі;
- дослідити статистичні моменти старших порядків для комплексної координати осцилятора при його збудженні поблизу резонансу за наявності частотного шуму і розробити методику експериментальної перевірки отриманих результатів;
- побудувати теорію нелінійного відгуку гармонічного резонатора, дисперсійно зв'язаного з квантовою дворівневою системою;
- дослідити мультистабільність аргументальних коливань на прикладі маятника Дубошинського та знайти функцію розподілу системи за отриманими модами;
- дослідити вплив електромагнітних мод вакуума на систему тонкої плівки і масивного тіла, що призводить до сили Казимира тяжіння плівки до масивного тіла за наявності дисипацій;
- дослідити вплив сили Казимира на точність спектроскопії Лемба-Діка для атомів у порожнині фотонного кристалічного волокна;
- розробити теорію поширення електронних мод у вігнерівському кристалі з урахуванням нелінійності закону дисперсії мод;
- дослідити моди, локалізовані на потенціальному бар'єрі в листі графену, і обумовлену ними електропровідність;
- розвинути теорію локалізованих джозефсонівських електромагнітних мод, що поширюються у пластині шаруватого надпровідника під довільним кутом по відношенню до площини шарів у пластині.

Об'єктом дослідження є ефекти при поширенні, інтерференції, затуханні та декогеренції нелінійних мод різної природи у одновимірних, двовимірних та шаруватих квантових системах за наявності контакту із зовнішнім середовищем та джерелами шумів.

Предметом дослідження є статистичні моменти старших порядків для комплексної координати моди, заповненість рівнів мультистабільних систем, сила Казимира, ширина переходу атомного годинника, теплопровідність вігнерівського кристала, дисперсійна залежність локалізованих мод в потенціальному бар'єрі листа графену і в пластині шаруватого надпровідника.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених у дисертації задач були використані наступні методи теоретичної фізики: метод аналітичного розв'язку нелінійних диференціальних рівнянь; метод квантового кінетичного рівняння для матриці густини станів; метод аналізу комплексної координати кванто-

вої моди; метод повільних змінних; методи знаходження міжшарової різниці фаз параметра порядку у шаруватому надпровіднику за допомогою вирішення системи зв'язаних калібрувальних-інваріантних синусоїдальних рівнянь Гордона; метод трансфер-матриць для дослідження коефіцієнтів відбиття шаруватої системи; метод аналізу інтегралу зіткнень у квантово-кінетичному рівнянні Больцмана.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Вперше розвинуто теоретичний метод відокремлення впливів адитивного і частотного шумів для аналізу динаміки квантової моди за наявності її затування та декогеренції при збудженні системи на частоті, близькій до резонансу. Показано, як вивчення статистичних моментів старших порядків системи дозволяє виявити наявність різних шумів, що не є можливим виходячи з аналізу лише спектру відгуку. Отримані результати справедливі як для класичного, так і для квантового осцилятора. Цей метод дозволяє вивчати властивості відгуку систем на частотний шум навіть за наявності адитивного шуму, що має більший вплив на спектр системи.

2. Вперше отримані аналітичні вирази для статистичних моментів старшого порядку комплексної координати моди за наявності частотного шуму з різними статистичними властивостями, з урахуванням ефектів затування та декогеренції. Отримані і проаналізовані асимптотичні вирази для моментів старших порядків та кореляційної функції комплексної координати у випадках гауссівського, пуассонівського та телеграфного шумів. Показано, як аналіз саме старших моментів дозволяє характеризувати частотний шум, наявний у системі. Запропоновано схему проведення експериментальної перевірки отриманих закономірностей для механічного торсійного мікрорезонатора і доведено можливість відокремлення частотного шуму від адитивного.

3. Вперше побудовано теорію нелінійного відгуку гармонічного резонатора, дисперсійно зв'язаного з квантовою дворівневою системою. Показано, що завдяки цьому зв'язку амплітуда моди як функція вимушувальної сили проявляє гістерезисні властивості, а при деяких амплітудах зовнішнього збудження можуть спостерігатися декілька станів системи. Зокрема, для випадку контакту з дворівневою системою, мода проявляє тристабільність. Ця специфічна мультистабільність пояснена особливою ефективною нелінійністю моди, що є наслідком дисперсійного зв'язку з квантовою системою. Розрахована швидкість переходу системи між станами рівноваги поблизу точок біфуркації.

4. Вперше досліджено функцію розподілу коливальної системи за модами аргументальних коливань на прикладі маятника Дубошинського. Показано, що у класичній аргументальній системі може формуватися псевдоквантовий спектр вимушених коливань під дією локалізованої сильнонелінійної зовнішньої сили. В залежності від параметрів системи вона виявляє декілька станів вимушених

коливань, функцію розподілу за якими вперше знайдено у роботі.

5. Вперше вивчено ефект Казимира впливу квантових мод вакуума на взаємодію тонкої плівки та масивного тіла за наявності дисипацій при ненульовій температурі. Цей ефект призводить до виникнення сили тяжіння, яка складається з двох вкладів, радіаційного та дисипаційного. Загальні вирази для цих вкладів для випадку тяжіння тонкої плівки до масивного металу вперше отримані та проаналізовані у дисертації.

6. Вперше досліджено вплив сили Казимира на точність спектроскопії Лемба-Діка ультрахолодного атому стронція у фотонно-кристалічному волокні. Досліджено ширину спектральної лінії і вплив на неї різних факторів, зокрема ефекту Казимира взаємодії зі стінками порожнини та взаємодії атомів одного з іншим. Досліджено час декогеренції стану захопленого атома в залежності від часу його затримки у порожнині та відстані від місця його захоплення до краю порожнини. Оцінена точність оптичного атомного годинника, який побудований таким чином.

7. Вперше побудовано теорію теплового транспорту у вігнерівському кристалі, що супроводжується взаємодією електронних мод. Показано, що саме нелінійність закону дисперсії і врахування міжмодового розсіювання дозволяє коректно описувати динаміку термічного врівноваження системи. Отримана теплопровідність одновимірного вігнерівського кристалу з урахуванням ефектів такого міжмодового розсіювання.

8. Вперше досліджено вплив густини електронних мод, локалізованих на потенціальному бар'єрі, створеному електричним полем, на електропровідність листа графена. Завдяки специфічній будові поверхні Фермі в графені існують моди, які локалізовані поблизу потенціального бар'єру і поширюються вздовж нього. Розраховано електропровідність листа графену у вигляді суми вкладів за модами.

9. Вперше вивчено поширення локалізованих джозефсонівських мод у пластині шаруватого надпровідника, для довільного напрямку їх хвильового вектора по відношенню до площини шарів. Знайдено і проаналізовано закон дисперсії таких мод в залежності від параметрів системи. Показано, що проходження терагерцевого випромінювання крізь зразок може бути суттєво пригнічено за рахунок збудження локалізованих джозефсонівських мод у пластині. Окрім того, показано, що зовнішнє статне магнітне поле за рахунок нелінійності джозефсонівської плазми може впливати на поширення лінійних мод, змінюючи, зокрема, тензор ефективної проникності зразка.

Практичне і наукове значення отриманих результатів полягає в тому, що результати досліджень доповнюють і розширюють наявні уявлення про поширення, декогеренцію та взаємодію лінійних та нелінійних мод квантової природи. Зокрема, розвинуто метод відокремлення впливів частотного шуму

від адитивного і знаходження його статистичних характеристик за допомогою аналізу статистичних моментів старших порядків комплексної координати осцилятора. Цей метод перевірено в експерименті з торсіонним мікрорезонатором під дією телеграфного частотного шуму. Отримані в дисертації результати щодо мультистабільності моди, зв'язаної з квантовою малокубітною системою, можуть бути використані, наприклад, при аналізі типових зарядових кубітів, зв'язаних з надпровідними модами порожнин, або кубітів на основі куперівських пар, зв'язаних з наномеханічним резонатором у діючих експериментальних установках. Проведений аналіз важливий для розуміння границь мініатюризації багатьох нанопристроїв, зокрема магнетометрів або квантових годинників. Саме вплив електромагнітних мод вакуума у зазорі на атом і оточуючі його макроскопічні тіла може лімітувати точність спектроскопічних методів. З іншого боку, результати, що стосуються систем з шаруватим надпровідником, можуть бути використані при розробці приладів терагерцевого діапазону, зокрема, контрольованих фільтрів терагерцевого випромінювання. Цей діапазон частот є важливим з точки зору багатьох практичних застосувань у системах безпеки, медичній діагностиці, контролі навколишнього середовища.

Особистий внесок здобувача. Основні результати, викладені в дисертації, отримані дисертантом самостійно. В дослідженнях, що виконувалися зі співавторами, здобувачеві належить визначальна роль у постановці задач, вирішених у дисертації, формулюванні основних ідей та методів дослідження, проведенні найбільш складних аналітичних і чисельних розрахунків, а також виконанні контролю та перевірки результатів, отриманих іншими співавторами.

У статтях [1–3] здобувачем було розвинуто метод відокремлення двох типів шумів, що діють на квантовомеханічну моду, адитивного і частотного. Він показав, як аналіз статистичних моментів старших порядків комплексної координати не тільки дозволяє відокремити вплив частотного шуму, але і відрізнити різні типи шумів, тим самим аналізуючи їх природу. У праці [1] здобувачем розвинуто цей метод і дана порівняльна характеристика ефекту гауссівського, пуассонівського та телеграфного шумів. У праці [2] здобувачем детально проаналізовано випадок телеграфного шуму, важливого з точки зору практичних застосувань. У праці [3] результати, отримані цим методом, перевіряються в експерименті з торсіонним мікрорезонатором, здобувач виконував всі теоретичні розрахунки, а також приймав участь у постановці експерименту і обробці його результатів.

У статті [4] здобувачем показано, що дисперсійна взаємодія між гармонічною модою і дворівневою системою призводить до ефективної нелінійності моди і неоднозначної залежності амплітуди коливань від вимушуючої сили, а також проаналізовано і узагальнено результати на випадок квантових систем, що складаються з декількох кубітів. У статті [5] здобувачем досліджено функ-

цію розподілу аргументальних коливань за дискретними рівнями в залежності від енергії системи, показано, що мультистабільність системи визначається високою чутливістю до початкових параметрів.

У статті [6] здобувачем досліджено ефект Казимира впливу електромагнітних мод вакуума на взаємодію тонкої металевої плівки і масивного тіла, з урахуванням скінченних дисипацій у металі при ненульовій температурі, що призводить до сили тяжіння між плівкою і тілом. У статті [7] здобувач відокремив в температурній поправці до сили Казимира складову, що залежить від затухання. Саме це дозволило проаналізувати залежність сили взаємодії від ключових параметрів. У статті [8] здобувач дослідив вплив сили Казимира на точність спектроскопії Лемба-Діка, а отже на точність атомного годинника, принцип дії якого базується на знаходженні частоти досліджуваного атомного переходу.

В статтях [9, 10] здобувачем досліджено поширення квантових мод у низькорозмірних системах. В роботі [9] здобувачем побудовано теорію теплового транспорту у вігнерівському кристалі, показано, що саме непружне міжмодове розсіяння дозволяє отримати термоконтактанс системи і визначає процес переходу системи до стану термічної рівноваги. В роботі [10] здобувачем передбачено вплив локалізованих на потенціальному бар'єрі електронних мод на електропровідність листа графена.

В статтях [11–14] здобувачем досліджено джозефсонівські електромагнітні моди у пластині шаруватого надпровідника. Загальний огляд дисперсійних властивостей мод у шаруватих надпровідниках був зроблений здобувачем у статті [11]. У роботі [12] здобувач визначив аналітично закон дисперсії мод для хвиль довільного напрямку поширення відносно шарів у пластині. Вплив генерації локалізованих мод на поглинання пластиною терагерцевих хвиль був проаналізований здобувачем в роботі [13]. В статті [14] здобувачем досліджено вплив зовнішнього постійного магнітного поля на тензор ефективної діелектричної проникності пластини, а отже на розповсюдження лінійних джозефсонівських мод через пластину.

Статті [6, 14], окрім результатів, представлених у основних положеннях даної дисертації, містять результати, які були представлені у кандидатській [1*] та у докторській [2*] дисертаціях С. С. Апостолова. Результати, отримані С. С. Апостоловим, не перетинаються з результатами, отриманими здобувачем. У статті [6] здобувачем визначені основні методи та ідеї дослідження, зроблені принципові аналітичні розрахунки, виконаний контроль та перевірка результатів, отриманих співавторами, а також проведений аналіз та узагальнення результатів. У свою чергу, С. С. Апостолов виконував аналітичні та чисельні розрахунки, а також проводив аналіз отриманих залежностей від параметрів задачі. У статті [14] здобувачем проаналізовано і досліджено вплив зовнішнього постійного магнітного поля на тензор ефективної діелектричної проникності і на

поширення джозефсонівських мод, тоді як С. С. Апостоловим розроблено метод теоретичного дослідження електромагнітного транспорту у зразку шаруватого надпровідника при взаємодії його з незмінним у часі магнітним полем. Нижче більш детально викладено результати здобувача та результати С. С. Апостола.

У статті [6] здобувач вивчив ефект Казимира впливу електромагнітних мод вакуума на тонку металеву плівку і масивне тіло, що знаходиться поблизу нього, з урахуванням скінченного затухання і температури, отримав загальні вирази (6)–(8) для сили тяжіння між плівкою і металевою кулею. Ним були сформульовані основні відмінності від випадку взаємодії двох масивних тіл. У свою чергу, С. С. Апостолов, використовуючи результати, отримані здобувачем, вивів асимптотичні вирази (9)–(13) для сили Казимира в системі «масивний метал — металева наноплівка», проаналізував залежність цієї сили від температури і визначив оптимальні параметри задачі (товщина плівки, характеристики металу) для можливого експериментального спостереження аномальності цієї залежності.

У статті [14] здобувачем досліджено вплив зовнішнього постійного магнітного поля на поширення джозефсонівських мод у пластині шаруватого надпровідника, отримано вираз для тензора ефективної діелектричної проникності матеріала та показано, що завдяки нелінійності магнітне поле формує своєрідний фон для поширення лінійних мод. У свою чергу, С. С. Апостолов показав, що за допомогою магнітного поля можна контролювати ступінь прозорості шаруватого надпровідника і визначив величину магнітного поля, за якої пластина шаруватого надпровідника стає повністю прозорою.

Таким чином, особистий внесок здобувача у вирішенні задач, поставлених у дисертації, є визначальним.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на семінарах відділу теоретичної фізики Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, кафедри теоретичної фізики ім. І.М. Ліфшиця Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, а також на наступних всеукраїнських та міжнародних наукових конференціях та школах: Modern Challenges in Microwave Superconductivity, Photonics and Electronics: Mini-Colloq. & Internat. Workshop (Ukraine, Kharkiv, 11–12 June 2009); XXXV Совещание по физике низких температур НТ-35, (Россия, Черноголовка, 29 сентября – 2 октября 2009); 9-а, 11-а та 13-а Міжнародні конференції «Фізичні явища в твердих тілах» (Україна, Харків, 1–4 грудня 2009, 3–6 грудня 2013 та 5–8 грудня 2017); International Conference of Physics Students (Germany, Heidelberg, 10–17 August 2014); 14th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, 14–17 October 2014); APS March Meeting (USA, Denver, Colorado, 3–7 March

2014); 58th Scientific Conference for Students of Physics and Natural Sciences (Lithuania, Vilnius, 24–27 March 2015); 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves, MSMW'2016 (Ukraine, Kharkiv, 21–24 June 2016); International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering YSF-2016 (Ukraine, Kharkiv, 10–14 October 2016); International Jubilee Seminar «Current problems in Solid State Physics» (Ukraine, Kharkiv, 22–23 November 2016); International meeting «Clusters and Nanostructured Materials» (Ukraine, Uzhgorod, 22–26 October 2018); International Conference for Professionals and Young Scientists «Low Temperature Physics 2019» (Ukraine, Kharkiv, 3–7 June 2019).

Зв'язок праці з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана у відділі радіофізики твердого тіла Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України. Вона є складовою частиною наступних проєктів:

- науково-дослідна робота Відділення фізики та астрономії НАН України "Дослідження лінійних і нелінійних властивостей твердотільних структур із застосуванням електромагнітних хвиль НВЧ діапазону і заряджених частинок" (номер державної реєстрації 0106U011978, термін виконання 2007 – 2011 рр., виконавець);
- науково-дослідна робота Відділення фізики та астрономії НАН України "Вивчення взаємодії електромагнітних та звукових хвиль, а також заряджених часток з твердотільними структурами" (номер державної реєстрації 0112U000211, термін виконання 2012 – 2016 рр., виконавець);
- цільова програма НАН України "Теоретичні та експериментальні дослідження властивостей періодичних і стохастичних модульованих наноструктур в оптичному, інфрачервоному та надвисокочастотному діапазонах спектру" (номер державної реєстрації 0110U005642, термін виконання 2010 – 2014 рр., виконавець);
- проєкт Державного фонду фундаментальних досліджень України "Квантові явища в системах на основі джозефсонівських контактів" (номер державної реєстрації 0113U006217, термін виконання – 2013 р., виконавець);
- науково-дослідна робота Відділення фізики та астрономії НАН України "Дослідження взаємодії електромагнітних та звукових хвиль, а також заряджених частинок з наноструктурами та метаматеріалами" (номер державної реєстрації 0117U004038, термін виконання 2017 – 2021 рр., виконавець).

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 28 наукових працях: у 14 статтях у фахових вітчизняних і міжнародних періодичних виданнях індексуються наукометричними базами Scopus і Web of Science та у 14 тезах доповідей на вітчизняних і міжнародних наукових конференціях.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, шести розділів основного тексту з 75 рисунками у тексті, висновків, списку використаних джерел із 355 найменувань та одного додатку. Обсяг загального тексту дисертації складає 359 сторінок, з них список використаних джерел займає 36 сторінок, додаток займає 4 сторінки, обсяг основної частини складає 295 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету, основні задачі та методи досліджень, представлено положення і результати роботи, їхню наукову новизну і практичне значення. Наведено також дані про апробацію результатів дисертаційної роботи, відзначено особистий внесок здобувача.

У **першому розділі** подано огляд літератури, обговорюються найбільш фундаментальні роботи інших авторів, тісно пов'язані з питаннями, що вивчаються в дисертації, висвітлено стан розглянутих проблем на момент написання дисертації та встановлено роль і місце досліджень, проведених дисертантом. Подається короткий опис розвитку концепції мод (механічних, електронних та електромагнітних), її розширення для квантових систем, а також аналіз особливостей поширення, взаємодії та декогеренції мод у низькорозмірних та шаруватих системах.

Концепція класичних коливальних мод є загальноновизнаною і широко використовуваною в різних областях фізики. В теорії твердого тіла ця концепція дозволила аналізувати спектри колективних збуджень у кристалах; в акустиці вона дала можливість точних розрахунків звуку, що генерується або резонує в системі; в оптиці і у радіофізиці за допомогою представлення полів у вигляді суперпозиції гармонічних функцій вдалось не тільки формально отримати розв'язок, але і точніше проаналізувати його; у теорії гравітації пошук гравітаційних хвиль став важливою задачею ХХ століття. Ідея переходу до аналізу мод тісно пов'язана зі спектральним представленням часових залежностей, і у математичній фізиці метод Фур'є-перетворень, що фактично означає розкладання за модами, грає важливу роль при розв'язуванні різноманітних диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Погляд на збудження у механічних, акустичних, гравітаційних, електромагнітних системах як на сукупність мод дозволяє значно спростити з математичної точки зору розв'язок задач, а також надає йому глибокий фізичний зміст. Окрім мод, що є колективним рухом усіх частинок кристалу, виділяють важливий клас локалізованих мод, для яких збудження частинок ефективно зникають на деякій відстані від осередку коливаль, при цьому ця локалізація можлива як

поблизу деякої точки, рухомої або ні, так і навколо деякої лінії або поверхні.

Формально метод розкладання на моди можливий лише для лінійних систем. Однак бурхливе зростання інтересу до нелінійних задач у другій половині XX століття призвело до розширення методу розкладання за модами на випадки слабкої нелінійності, що, зокрема, дозволило описувати взаємодію мод — явище, відсутнє у лінійному випадку. Перехід від дисипативних сил, що діють на реальні частинки, до дисипації мод також став важливим кроком до збільшення реалістичності розв'язків різноманітних задач і наближення ними поведінки реальних систем.

У квантовій механіці траєкторія частинок втрачає зміст, і погляд на механічні коливання суттєво змінюється. Однак концепція мод набула не меншого розвитку у квантовій фізиці. Розгляд стаціонарних розв'язків рівняння Шредингера дозволив безпосередньо аналізувати спектри систем, розширюючи класичний підхід. Квантова оптика дала нове коло явищ, важливих з практичної точки зору і невідомих для механічних систем, зокрема спостереження так званих стиснених станів і станів Ейнштейна-Подольського-Розена для лише однієї або декількох мод електромагнітного поля. Подальший розвиток квантової оптики призвів до можливості збудження і подальшого керування великою кількістю оптичних мод різного ступеня локалізації і різної поляризації. Важливою особливістю методів квантової оптики є можливість керування квантовою запутаністю отриманих мод, що відкриває можливості реалізації квантових комп'ютерів великої розрахункової потужності.

Аналіз квантових мод є важливим навіть для системи з невеликою кількістю ступенів вільності. Такі системи представляють інтерес з фундаментальної точки зору, бо для них вдається проаналізувати складні явища, такі як вплив шумів різної природи, декогеренція. Окрім того, з практичної точки зору, системи, де розглядається взаємодія невеликої кількості мод, наприклад, є базою створення квантових комп'ютерів. Моди у низьковимірних системах, з одного боку, можуть проявляти властивості, не притаманні тривимірним системам, а з іншого, мають окремий практичний інтерес, наприклад, для дослідження фотонних кристалів, вігнерівських кристалів, листів графена тощо. Нарешті, особливим класом матеріалів, в яких поширення мод отримує нові властивості, не притаманні просторовооднорідним матеріалам, є шаруваті матеріали. Наприклад, високотемпературні шаруваті надпровідники є перспективним матеріалом з високим ступенем анізотропії.

Також у цьому розділі наводяться основні результати, отримані для представників цих класів квантових систем, наноосциляторів, низькорозмірних систем, а також шаруватих надпровідникових систем.

У другому розділі досліджено змушені стани моди поблизу резонанса, причому мода знаходиться під одночасним впливом як взаємодії з термостатом,

що призводить до затухання і декогеренції її стану, так і шумів, адитивного і частотного. Якщо всі ці впливи виявляються одного порядку, складно розрізнити природу шуму в системі і усунути його (якщо це небажаний фактор), або використати знання про його статистичні характеристики для аналізу зв'язку між модою і зовнішніми системами, що є джерелами цього шуму. У першому підрозділі розвинуто метод відокремлення впливу адитивного і частотного шуму, який базується на тому, що замість аналізу статистики реальної координати $q(t)$ осцилятора, необхідно досліджувати моменти і кореляційні функції комплексної координати $u(t) = [q(t) - ip(t)/\omega_F]\exp(-i\omega_F t)$, де $p(t)$ — імпульс, а ω_F — частота змушуючої сили. Моменти саме такої повільної змінної (адже розглядається відгук поблизу резонанса) не залежать від адитивного шуму, який може бути присутнім у системі, навіть якщо його вплив на закон руху реальної координати переважає над впливом частотного шуму.

Стандартним підходом до аналізу таких систем є аналіз спектру змусених коливань, який на практиці добре описується лоренцівською функцією навіть при одночасному затуханні внаслідок контакту з термостатом і внаслідок дії частотного шуму [3*]. В той же час показано, як, використовуючи старші моменти повільної комплексної координати $u(t)$, можна не тільки виявити наявність частотного шуму, але і розрізнити між шумами різного типу, які дають суттєво різну поведінку для залежності старших моментів від їх порядку. Крім того, таким чином може бути виявлена статистика шуму. Статистичні моменти мають характерну залежність від частоти змушуючої сили, порядку моменту і дуже чутливі до статистики шуму. Це проаналізовано у другому підрозділі, де розглянуті різні типи шумів і отримані загальні і асимптотичні вирази для моментів і кореляційної функції. На рис. 1 на прикладах гауссівського (квадрати) та пуассонівського (кружки) шумів із смугою пропускання, яка значно перевищує швидкість затухання осцилятора, а також телеграфного шуму (трикутники), проілюстровано, що і дійсна частина, і абсолютне значення нормованих моментів дають інформацію про тип шуму, тоді як спектри для цих випадків (див. вставку на рис. 1) майже зливаються.

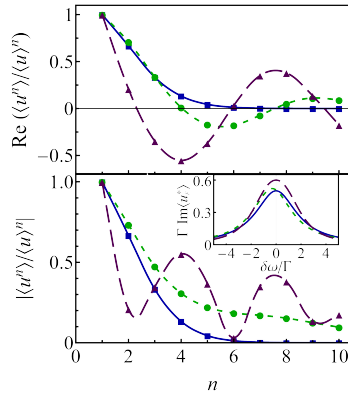


Рис. 1. Дійсна частина та абсолютне значення нормованих моментів комплексної амплітуди змусених коливань при точному резонансі.

Цей метод розширено і для квантової моди. Ефект зв'язку з термостатом

аналізується в білярезонансному наближенні, у представленні взаємодії з оператором $U(t) = \exp(-i\omega_F a^\dagger a t)$, де a , $a^\dagger$ — оператори знищення і народження. Коли типові частоти шуму невеликі порівняно з ω_F , стан квантової системи (який є змішаним і не має хвильової функції) описується квантовим кінетичним рівнянням для матриці густини стану ρ_0 при даній реалізації частоти,

$$\dot{\rho}_0 = i[\delta\omega - \xi(t)][a^\dagger a, \rho_0] - \hat{\Gamma}\rho_0 + i[F' a^\dagger + F'^* a, \rho_0]. \quad (1)$$

У цьому рівнянні $F' = (8\hbar\omega_0)^{-1/2}F$ — безрозмірна сила, $\delta\omega = \omega_F - \omega_0$ — відстройка частоти змушуючої сили від власної частоти ω_0 , $\xi(t)$ — частотний шум. Оператор $\hat{\Gamma}$ описує затухання осцилятора,

$$\hat{\Gamma}\rho = \Gamma(\bar{n} + 1)(a^\dagger \rho - 2a\rho a^\dagger + \rho a^\dagger a) + \Gamma\bar{n}(a a^\dagger \rho - 2a^\dagger \rho a + \rho a a^\dagger), \quad (2)$$

де $\bar{n} = [\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1]^{-1}$ — число Планка; передбачається, що перенормалізація частоти осцилятора за рахунок приєднання до термостата включена в ω_0 . В цьому рівнянні матриця густини ρ_0 не усереднена за реалізаціями $\xi(t)$, вона змінюється в часі під дією шуму.

Рівняння (1) дозволяє виконати квантовомеханічне усереднення для заданих значень $\xi(t)$. Це призводить до ланцюжка рівнянь для моментів $\overline{a^n}(t) \equiv \text{Tr}[a^n \rho_0(t)]$,

$$\frac{d}{dt}\overline{a^n} = -n[\Lambda + i\xi(t)]\overline{a^n} + inF'\overline{a^{n-1}}, \quad (3)$$

де $\Lambda = \Gamma - i\delta\omega$. Цей метод дозволяє для квантового осцилятора отримувати старші моменти і кореляційні функції.

У третьому підрозділі розроблена загальна методика розрахунку моментів старших порядків для марківського шуму, яка зводить задачу до системи лінійних рівнянь. Запропоновано і реалізовано експериментальну перевірку того, що присутність телеграфного частотного шуму можна ідентифікувати за статистичними моментами старших порядків комплексної амплітуди повільно затухаючого навантаженого мікромеханічного торсіонного осцилятора. Коли або інтервал Δ між двома частотами великий, або швидкість перемикавання W мала, усереднений за часом амплітудний спектр має два піки (див. панель а рис. 2). Вони зливаються зі зростанням швидкості переключення частоти, і пік звужується. Показано, що моменти старших порядків комплексної амплітуди сильно залежать від характеристик частотного шуму (панелі б-д, де на панелях в і д показані області поблизу нуля у збільшеному масштабі).

Подібний аналіз старших моментів особливо корисний для виявлення існування частотного шуму, коли тепловий або детекторний шум сильний. Більше того, розвинутий метод аналізу частотного шуму може бути безпосередньо

застосований до інших лінійних резонаторів з високими коефіцієнтами добротності, що використовують джозефсонівські переходи [4*], та для оптичних порожнин [5*].

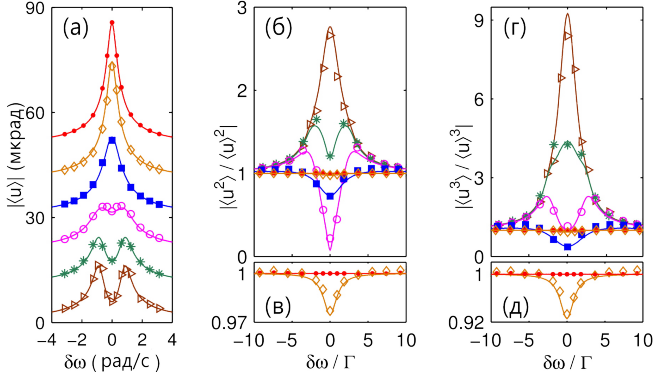


Рис. 2. Результати вимірювань спектрів усередненої комплексної амплітуди $|\langle u \rangle|$ осцилятора під дією телеграфного частотного шуму (змінені послідовно на 10 мкрад) з різними W/Δ (панель а), моменту другого порядку $|\langle u^2 \rangle|/|\langle u \rangle|^2$ (панель б) і моменту третього порядку $|\langle u^3 \rangle|/|\langle u \rangle|^3$ (панель г), а також ці залежності у збільшеному масштабі (панелі в та д). Параметри: $\Delta = 1,665$ рад/с, $W/\Delta = 0,05; 0,15; 0,45; 2,36; 26$ і 43 рад/с (відповідно ▷, *, ○, ■, ◇, і ●).

У третьому розділі досліджено взаємодію вібраційної системи з зовнішніми системами, що може призводити до мультистабільності її станів. Джерелом телеграфного шуму, розглянутого у попередньому розділі, може бути контакт з дворівневою системою, і у першому підрозділі цього розділу досліджується резонансно збуджена гармонічна мода, дисперсійно пов'язана з квантовою дворівневою системою. Аналіз знову проводиться у системі, що коливається з частотою змушуючої сили. Гамільтоніан складається з доданків, що відповідають окремо моді, $\tilde{H}_M$, і дворівневій системі, $\tilde{H}_S$ (з відстройками частоти відповідно $\delta\omega_M = \omega_{F_M} - \omega_M$ і $\delta\omega_S = \omega_{F_S} - \omega_S$) та амплітудами змушуючих сил F_M і F_S), а також гамільтоніану $\tilde{H}_i$ дисперсійної взаємодії, що визначається параметром V :

$$\tilde{H} = \tilde{H}_M + \tilde{H}_S + \tilde{H}_i, \quad (4)$$

з гамільтоніанами

$$\begin{aligned} \tilde{H}_M &= -\delta\omega_M a^\dagger a - \frac{1}{2} F_M (a + a^\dagger), \\ \tilde{H}_S &= -\delta\omega_S s_z - \frac{1}{4} F_S (s_+ + s_-), \\ \tilde{H}_i &= V a^\dagger a s_z. \end{aligned} \quad (5)$$

Окрім того, врахована взаємодія з термостатом, що призводить до затухання і декогеренції як моди, так і дворівневої системи (з параметрами Γ_M і Γ_S відповідно). Зазначимо, що для дисперсійного зв'язку сильний вплив однієї системи на іншу можливий і при різних значеннях їх власних частот, резонансна умова повинна виконуватися для моди і дворівневої системи окремо. В роботі розглядаються режими, коли міжрівнева відстань для дворівневої системи значно перевищує частоту моди, і розробляється квантовий адиабатичний підхід для аналізу динаміки сукупної системи. В рамках теорії середнього поля, дисперсійний зв'язок призводить до взаємної настройки моди та системи, які знаходяться у режимі, що є близьким до резонансу. Це, у свою чергу, призводить до мультистабільності. Показано, що мода може мати до трьох метастабільних станів (див. рис. 3). Видно, що залежність від змушуючої сили має гістерезисний характер: при монотонному збільшенні, а потім зменшенні сили, амплітуда коливань змінюється по-різному.

Мультистабільність пояснюється тим, що в результаті взаємодії резонансна частота моди залежить від стану системи, тоді як стан системи залежить від степеня збудження моди. Ефективно вібраційна система стає нелінійною, а частота переходів залежить від розподілу за станами моди.

Квантові коливання в дворівневій системі викликають перехід між співіснуючими стабільними станами. Швидкість переходу обчислена в найбільш цікавій області поблизу точок біфуркації (див. стрілки на рис. 3), де зникає один з метастабільних станів. Виявлено, що ефективна енергія активації переходу має степеневу залежність від відстані до точки біфуркації з показником 3/2. Цей аналіз проведено в квазікласичному наближенні. Для цього отримано рівняння Фоккера-Планка для ймовірності переходу з однієї на іншу гілку залежності на рис. 3, в якому ефективний коефіцієнт дифузії залежить від стану дворівневої системи, зв'язаної з модою. На рис. 4 показана залежність коефіцієнту дифузії від нормованої величини змушуючої сили, яка також має кілька гілок, що відповідають стабільним станам.

Проаналізовано умови, за яких квантовий шум не можна вважати слабким. У цьому випадку квантовий шум призводить до надзвичайно великих коливань між зонами поблизу стабільних станів середнього поля. Іншими словами, си-

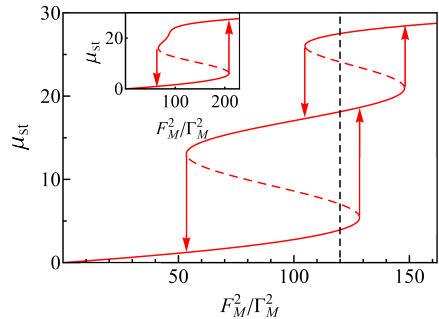


Рис. 3. Залежність енергії моди, дисперсійно зв'язаної з дворівневою системою, від нормованої амплітуди змушуючої сили. Параметри: $F_S/\Gamma_S = 24$, $(\omega_{FM} - \omega_M)/\Gamma_M = 1$, $(\omega_{FS} - \omega_S)/\Gamma_S = -10$.

стема стає підсилювачем нерівноважних квантових шумів. Така поведінка може проявлятися для систем зчитування інформації у квантових комп'ютерах.

Мультистабільність станів вимушених коливань може виникати не тільки внаслідок контакту квантових систем, але і у класичних системах, якщо вони зв'язані з швидкоосцилюючим локалізованим зовнішнім полем. У другому підрозділі на прикладі маятника Дубошинського вивчаються такі коливання. Ця система має дискретний енергетичний спектр у присутності височастотного магнітного поля, просторово локалізованого в невеликій області поблизу положення рівноваги маятника, причому частота поля набагато перевищує власну частоту маятника. Дисипація енергії маятника може бути скомпенсована накачкою її від зовнішнього поля. Показано, що амплітуда коливань змінюється повільно, і отримано рівняння огибаючої, що описує ці повільні зміни.

Показано, що еволюція маятника Дубошинського сильно залежить від початкових умов. Якщо початкова амплітуда близька до стабільної, то осцилятор може вийти у режим незмінної механічної енергії, незважаючи на дисипації, так що амплітуда залишається постійною. Ймовірність такого режиму визначається функцією розподілу за рівнями енергії, приклад якої показаний на рис. 5. Піки на цій залежності відповідають таким початковим енергіям маятника, які, в свою чергу, відповідають дискретним амплітудам змущених коливань. Однак, як показав аналіз, навіть у цьому випадку амплітуда, що встановлюється, не обов'язково співпадає з початковою. Запропоновано адіабатичний підхід до такої системи, і отримані рівняння для повільної еволюції амплітуди і фази коливань. Суцільна лінія відповідає розв'язку точних рівнянь, а штрихова лінія показує хороший збіг з рівняннями для повільної еволюції.

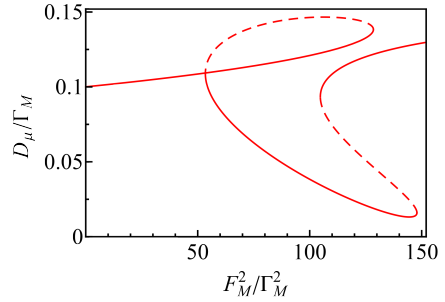


Рис. 4. Коефіцієнт дифузії D_μ фази моди, зв'язаної з ДРС, нормований на швидкість згасання моди Γ_M , як функція нормованої змущуючої сили.

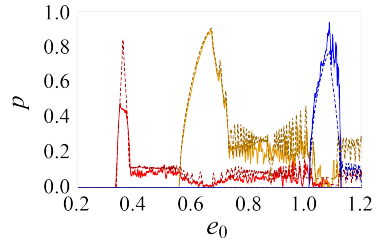


Рис. 5. Ймовірність встановлення різних стаціонарних амплітуд змущених коливань маятника Дубошинського в залежності від нормованої початкової її енергії, отримана за точним рівнянням руху (суцільні лінії) та рівняннями для огибаючої (штрихові лінії).

У **четвертому розділі** досліджується вплив нульових коливань вакууму на взаємодію наносистем з масивними тілами. Цей вплив призводить до виникнення сили Казимира тяжіння між наносистемою і тілом, розрахунок якої наведено в першому розділі на прикладі взаємодії тонкої плівки і масивного металу з плоскою або скругленою поверхнею. Оскільки вплив мод вакууму пов'язаний з прозорістю тонкої плівки для електромагнітного поля, це може бути використано для аналізу діелектричних властивостей її матеріалу. Зокрема, аналіз сили Казимира проведено для металів з ненульовою частотою релаксації, яка у свою чергу є функцією температури. Для моделі Блоха-Грюнайзена показано, що сила Казимира з ростом температури може виявляти або монотонне спадання, або мати мінімум. Таким чином, вимірювання цієї залежності дозволить виявити характеристики металу, з якого виготовлена плівка.

Ефект Казимира в реальних експериментальних установках може призводити до негативних наслідків при високому рівні мініатюризації елементів установки, зокрема погіршуючи характеристики атомних годинників і магнітометрів. Одним з прикладів може слугувати атомний годинник, який заснований на переході ультрахолодних атомів стронцію, розташованих всередині порожнистого кристалічного волокна, в якому створено фотонний кристал з шестикутними оптичними пастками для зменшення взаємодії атомів зі стінкою волокна (див. рис. 6). В такій системі атоми втрачають свою когерентність через взаємодію з іншими атомами та зі стінкою волокна. В другому підрозділі четвертого розділу проводиться аналіз експериментальних даних, отриманих при дослідженні такого годинника, та проводиться теоретична оцінка вкладу ефекту Казимира у зсув частоти:

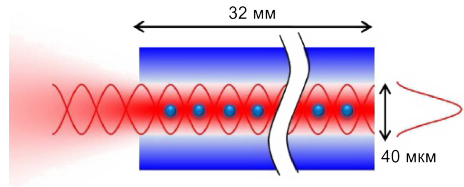


Рис. 6. Конфігурація атомів у порожнистому волокні, що мінімізує взаємодію із стінками.

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{h} \frac{3\hbar c}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4} \Delta\alpha \Gamma G \approx 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}, \quad (6)$$

де r — відстань від атома до стінок волокна, $\Delta\alpha$ — різниця поляризованостей атома у двох станах, що відповідають переходу, Γ — коефіцієнт, що враховує ступінь порожнистості волокна і діелектричну проникність речовини, з якої воно виготовлено, G — геометричний фактор, що враховує вплив усіх стінок волокна. Оцінено також можливу зміну цієї поправки за рахунок температури. Врахування всіх факторів приводить до оцінки відносної зміни частоти, що не перевищує $3 \cdot 10^{-18}$. Це означає, що у реальних експериментальних установках, точність в яких не перевищує 10^{-17} , ефект Казимира не обмежує точність спектроскопії.

У п'ятому розділі досліджується поширення електронних мод у одно- та двовимірних системах. Одновимірна електронна система з лінеаризованою дисперсійною залежністю еквівалентна набору плазмонів — мод коливань електронної густини, що є основою моделі Латтінжера [6*]. Безпосередній наслідок такої лінеаризації у одновимірних електронних системах полягає у відсутності впливу розсіювань плазмонів, яке повинно приводити систему до стану рівноваги. Дійсно, в одновимірній системі закони збереження імпульсу і енергії при зіткненні приводять до обміну швидкостями без зміни їх величин. Для того, щоб електронні моди могли розпадатися і, таким чином, набувати скінченного часу життя, потрібно розглядати узагальнення моделі Латтінжера [7*], що зроблено у першому підрозділі цього розділу. Розроблено теорію теплового транспорту в системі і проаналізовано роль різних процесів, як тих, що зберігають кількість плазмонів, так і процесів зі збільшенням або зменшенням їх числа. Основний процес, що визначає теплопровідність — парні зіткнення плазмонів, в результаті яких один з них може змінити напрямок свого поширення, тобто цей процес не зберігає число плазмонів, що поширюються в один бік. Обчислюється теплопровідність одновимірного вігнерівського кристалу, як граничного випадку нелінійної рідини Латтінжера, шляхом розрахунку інтегралу зіткнень плазмонів:

$$\frac{\mathcal{K}}{\mathcal{K}_0} = \mathfrak{T} g_1 \frac{(1 + \mathfrak{T} g_1) + (1 - \mathfrak{T} g_1) e^{-\ell/\ell_{pl}}}{(g_1 + \mathfrak{T} g_2) + (g_1 - \mathfrak{T} g_2) e^{-\ell/\ell_{pl}}}, \quad (7)$$

де $\mathcal{K}_0 = 2\pi^2 T/3h$ — значення теплопровідності при неврахуванні нелінійності, параметр $\mathfrak{T}$ враховує коефіцієнти відбиття і проходження плазмонів крізь межі активної і пасивної частини системи, параметри $g_{1,2}$ визначаються нелінійністю системи, ℓ — довжина, а для індукованої взаємодії довжини розсіювання плазмонів показано, що $\ell_{pl} \propto T^{-5}$. Така температурна залежність є типовою для таких систем.

Показано, що встановлення термічної рівноваги відбувається у декілька етапів, причому повне врівноваження визначається як процесом, що зберігає число плазмонів при зіткненні, так і процесом, в якому число електронних мод змінюється. Показано, що швидкості розсіювання в цих випадках мають однакову температурну залежність, але другий процес менш ймовірний відповідно до параметру взаємодії між електронами у кристалі. Доведено, що в часових масштабах, які значно перевищують час життя плазмонів, викликаний взаємодією, теплові струми демонструють неекспоненційний спад. Це може бути пояснено тим, що власні значення інтегралу зіткнення для розсіювання плазмонів охоплюють неперервний спектр збуджень.

Якщо нелінійність у одновимірній системі дає можливість описувати термічний транспорт, то у двовимірній системі, листі графену [8*], саме лінійні

діраківські дисперсійні залежності поблизу особливих точок на поверхні Фермі приводять до існування особливого типу локалізованих мод у потенціальному бар'єрі.

У другому підрозділі розглядається лист графена у сталому електричному полі, яке формує бар'єр деякої ширини поперек листа графену, але нескінченний вздовж нього. Показано, що за рахунок симетрії системи по відношенню до заміни електронів на дірки і потенціального бар'єра на яму, існують моди, що локалізовані в межах бар'єру і спадають поза його межами. Дисперсійні криві для цих мод мають максимуми, і це призводить до особливостей у електричній провідності графену.

У шостому розділі розглядається анізотропне середовище — шаруватий надпровідник. Обговорюється поширення, поглинання та локалізація електромагнітних хвиль у зразку шаруватого надпровідника з шарами, паралельними та перпендикулярними його поверхні.

У першому підрозділі узагальнюються, класифікуються і доповнюються результати дослідження закону дисперсії локалізованих хвиль. Зокрема, отримано закон дисперсії для довільного напрямку поширення локалізованих мод щодо шарів у пластині шаруватого надпровідника (див. рис. 7). Завдяки сильній анізотропії цього матеріалу електромагнітне поле моди представляє собою суперпозицію звичайної і незвичайної хвиль, які, в випадку довільного напрямку поширення, не можуть бути відокремлені одна від одної. При аналізі власних розв'язків рівнянь, що описують електромагнітне поле у пластині шаруватого надпровідника, можна розбити можливі розв'язки на симетричні та антисиметричні по відношенню до тангенційної компоненти магніт-

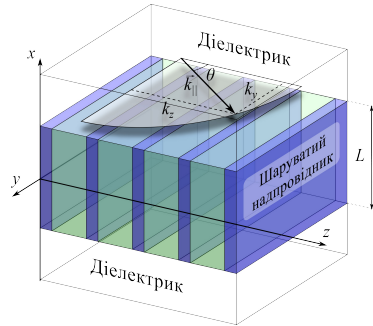


Рис. 7. Схематична геометрія задачі про поширення локалізованих мод під довільним кутом до площини шарів.

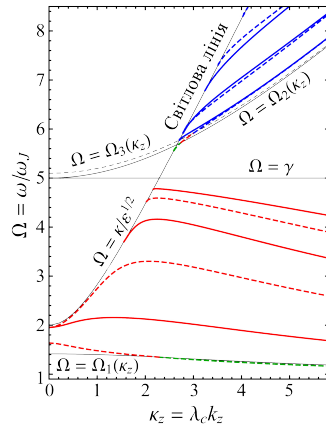


Рис. 8. Дисперсійні криві для симетричних (суцільні лінії) і антисиметричних (штрихові лінії) мод в пластині шаруватого надпровідника при фіксованій проекції хвильового вектора на напрямки уздовж шарів.

ного поля.

На рис. 8 показані криві залежності від поздовжньої проекції хвильового вектору, що перпендикулярна шарам пластини при фіксованому значенні другої компоненти. Видно, що дисперсійні криві можуть бути як монотонно зростаючими, так і немонотонними, тобто містити ділянки з аномальною дисперсією (див. рис. 8).

Встановлено діапазон частот в залежності від кута поширення, у якому може спостерігатися аномальна дисперсія. Окрім того, проаналізовано залежність частоти як від другої проекції поздовжнього хвильового вектора, так і від його модуля, що має важливе значення для практичного застосування в електроніці терагерцового діапазону.

У другому підрозділі теоретично вивчено резонансне поглинання терагерцевих електромагнітних хвиль в пластині шаруватого надпровідника, яку поміщено між двома діелектричними шарами (див. рис. 9).

Це явище, відоме як аномалія Вуда, забезпечує пригнічення дзеркального відбиття хвилі і виникає завдяки збудженню локалізованих хвиль, досліджуваних у попередньому підрозділі та істотно відрізняється в шаруватих надпровідниках порівняно зі звичайними провідниками. Оскільки дисперсійні криві локалізованих мод немонотонні, це призводить до особливої залежності коефіцієнту поглинання від кута падіння хвилі, зокрема, до подвійних резонансних піків (див. рис. 10).

У третьому підрозділі досліджено вплив сталого магнітного поля на поширення джозефсонівських мод у пластині шаруватого надпровідника.

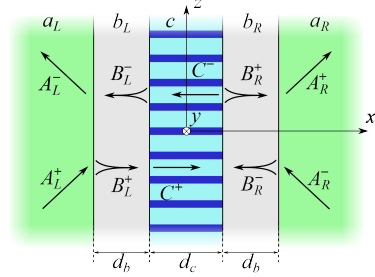


Рис. 9. Схематична геометрія відбиття і проходження хвиль через пластину шаруватого надпровідника.

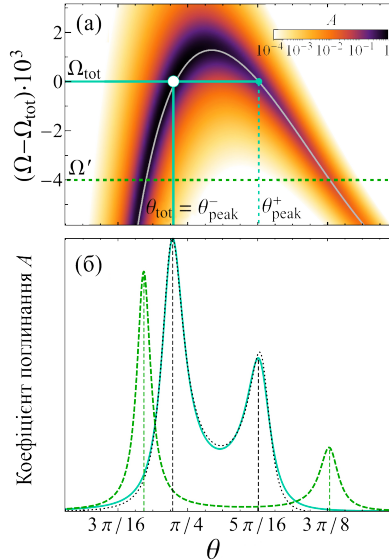


Рис. 10. Спектр локалізованої моди (тонка лінія на панелі а), коефіцієнт поглинання $A(\theta, \Omega)$ в залежності від кута θ і нормованої відстройки частоти Ω від критичного значення (градієнт на панелі а) і коефіцієнт поглинання $A(\theta)$ як функція кута для двох частот, $\Omega = \Omega_{\text{tot}}$ і $\Omega = \Omega'$ (панель б).

Зокрема, показано, що постійне магнітне поле за рахунок нелінійності джозефсонівського струму змінює тензор ефективної діелектричної проникності шаруватого надпровідника, тим самим впливаючі на поширення лінійних мод.

Його компоненти визначаються величиною зовнішнього магнітного поля:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}(\Omega) = \varepsilon_{yy}(\Omega) &= \varepsilon \left[1 + \frac{i\nu_{ab}}{\Omega} - \frac{\lambda_c^2}{\lambda_{ab}^2} \frac{1}{\Omega^2} \right], \\ \varepsilon_{zz}(\xi, \Omega) &= \varepsilon \left\{ 1 + \frac{i\nu_c}{\Omega} - \frac{1}{\Omega^2} \left[1 - \frac{2}{\text{ch}^2(\xi + \xi_0)} - \frac{2}{\text{ch}^2(\delta + \xi_0 - \xi)} \right] \right\}. \quad (8)\end{aligned}$$

В цих виразах Ω — частота, нормована на джозефсонівську плазмову частоту, $\lambda_{c,ab}$ — глибина проникнення поля вздовж і поперек шарів пластини, $\nu_{c,ab}$ — відповідні частоти релаксації, ξ і δ — координата вглиб пластини і її товщина, нормовані на λ_c , а параметр ξ_0 характеризує амплітуду зовнішнього магнітного поля.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу задачу теоретичної фізики, а саме: виявлено специфічні особливості при поширенні, взаємодії, затуханні та декогеренції мод у лінійних та нелінійних квантових системах із скінченною кількістю ступенів вільності при врахуванні взаємодії з зовнішнім термостатом, джерелами адитивних та фазових шумів, в одно- та двовимірних кристалічних системах, сильноанізотропних пластинах надпровідників, і досліджені ефекти, викликані цими модами.

Основні результати дисертаційної роботи сформульовані в наступних положеннях:

1. Розвинуто теоретичний метод відокремлення впливів адитивного і частотного шумів для аналізу динаміки квантової моди за наявності її затухання та декогеренції при збудженні системи на частоті, близькій до резонансу. Метод полягає у аналізі моментів старших порядків комплексної координати осцилятора, яку можна експериментально отримати за допомогою гомодинної схеми. Показано, як вивчення статистичних моментів старших порядків системи дозволяє виявити наявність різних шумів, що не є можливим виходячи з аналізу лише спектру відгуку. Отримані результати справедливі як для класичного, так і для квантового осцилятора. Цей метод дозволяє вивчати властивості відгуку систем на частотний шум навіть за наявності адитивного шуму, що має більший вплив на спектр системи.

2. Отримані аналітичні вирази для статистичних моментів старшого порядку комплексної координати моди за наявності частотного шуму з різними статистичними властивостями з урахуванням ефектів затухання та декогеренції.

Отримані і проаналізовані асимптотичні вирази для моментів старших порядків та кореляційної функції комплексної координати у випадках гауссівського, пуассонівського та телеграфного шумів. В граничному випадку слабого шуму моменти координати виражені через моменти старших порядків частотного шуму. Проаналізовані вклади від нелінійних доданків у гамільтоніані осцилятора і показано, що їх вплив можна відокремити від впливу шумів. Показано, як аналіз саме старших моментів дозволяє характеризувати частотний шум, наявний у системі. Запропоновано схему проведення експериментальної перевірки отриманих закономірностей для механічного торсійного мікрорезонатора і доведено можливість відокремлення частотного шуму від адитивного. Перевірено, що отримані теоретичні результати для старших моментів узгоджуються з експериментальними даними.

3. Побудовано теорію нелінійного відгуку гармонічної моди, дисперсійно зв'язаної з квантовою дворівневою системою. У наближенні середнього поля показано, що завдяки цьому зв'язку стани дворівневої системи і моди самоузгоджуються. Рівняння, які описують відгуки двох систем на зовнішнє збудження, мають декілька коренів, що призводить до мультистабільності. При монотонному зростанні і зменшенні зовнішньої сили, що забезпечує коливання моди, її амплітуда проявляє гістерезисні властивості, а при деяких амплітудах зовнішнього збудження можуть спостерігатися декілька станів системи. Зокрема, для випадку контакту з дворівневою системою, мода може проявляти бістабільність або тристабільність. Ця специфічна мультистабільність пояснена особливою ефективною нелінійністю моди, що є наслідком дисперсійного зв'язку з квантовою системою. Розрахована швидкість переходу системи між станами рівноваги поблизу точок біфуркації у квазікласичному наближенні.

4. Досліджено функцію розподілу коливальної системи за модами аргументальних коливань на прикладі маятника Дубошинського. Показано, що навіть у класичній аргументальній системі може формуватися псевдоквантовий спектр вимушених коливань під дією локалізованої сильнонелінійної зовнішньої сили. В залежності від параметрів системи і початкових умов коливань, зокрема, фази струму у котушці і енергії маятника, в системі може встановлюватися декілька станів вимушених коливань. Показано, що навіть при початковому відхиленні, яке точно відповідає одній з амплітуд дискретного спектра, можливе встановлення і інших амплітуд зі спектра.

5. Вивчено ефект Казимира впливу квантових мод вакуума на взаємодію тонкої плівки та масивного тіла за наявності дисипацій при ненульовій температурі. Цей ефект призводить до виникнення сили тяжіння, яка складається з двох вкладів, радіаційного та дисипаційного. Загальні вирази для цих вкладів для випадку тяжіння тонкої плівки до масивного металу вперше отримані та проаналізовані у дисертації. Прозорість плівки для електромагнітних хвиль ва-

куума робить можливим досліджувати діелектричні властивості речовини плівки за допомогою вимірювання сили Казимира. Зокрема при монотонному збільшенні температури в залежності від параметрів плівки, її температури Дебая і залишкової частоти релаксації, сила Казимира може як монотонно зменшуватися, так і мати мінімум.

6. Досліджено вплив сили Казимира на точність спектроскопії Лемба-Діка ультрахолодних атомуів стронція у фотонно-кристалічному волокні. Поправка до частоти за рахунок ефекту Казимира визначається відмінністю поляризованостей атома у двох станах, що відповідають переходу, геометрією його положення у фотонному кристалі у волокні, прозорістю і діелектричною проникністю речовини стінок волокна, а також температурою. Досліджено ширину спектральної лінії і вплив на неї різних факторів, зокрема ефекту Казимира взаємодії зі стінками порожнини та взаємодії атомів одного з іншим. Досліджено час декогеренції стану захопленого атома в залежності від часу його затримки у порожнині та відстані від місця його захоплення до краю порожнини. Оцінена точність оптичного атомного годинника, який побудований таким чином. Відносний вклад ефекту Казимира не перевищує $3 \cdot 10^{-18}$, в той час як у існуючих установках за рахунок інших факторів точність не перевищує 10^{-17} .

7. Побудовано теорію теплового транспорту у вігнерівському кристалі, що супроводжується взаємодією електронних мод. Показано, що саме нелінійність закону дисперсії і врахування міжмодового розсіювання дозволяє коректно описувати динаміку термічного врівноваження системи. Отримана теплопровідність одновимірного вігнерівського кристалу з урахуванням ефектів міжмодового розсіювання. Зокрема, важливими є процеси, в яких при зіткненні одна з мод змінює напрямок свого поширення. Ці процеси вперше враховані в роботі і дозволили отримати характерну довжину розсіювання моди для системи.

8. Досліджено вплив густини електронних мод, локалізованих на потенціальному бар'єрі, створеному електричним полем, на електропровідність листа графена. На відміну від систем з квадратичним законом дисперсії, у графені існує симетрія по відношенню до заміни електронів на дірки, а потенціальної ями на бар'єр. Тому завдяки специфічній будові поверхні Фермі в графені існують моди, які локалізовані поблизу потенціального бар'єру і поширюються вздовж нього. Розраховано електропровідність листа графену у вигляді суми вкладів за модами.

9. Вивчено поширення локалізованих джозефсонівських мод у пластині шаруватого надпровідника, для довільного напрямку їх хвильового вектора по відношенню до площини шарів. Знайдено і проаналізовано закон дисперсії таких мод в залежності від параметрів системи. Зокрема, при зміні кута між хвильовим вектором і площиною шарів матеріалу дисперсійні криві можуть трансформуватися від монотонних до таких що мають максимум. Показано, що про-

ходження терагерцевого випромінювання крізь зразок може бути суттєво пригнічено за рахунок збудження локалізованих джозефсонівських мод у пластині. Залежність коефіцієнта поглинання енергії падаючої хвилі пластиною від кута падіння хвиль може мати один пік, два, або один уширений пік. Окрім того, показано, що зовнішнє статичне магнітне поле за рахунок нелінійності джозефсонівської плазми вносить просторову неоднорідність в тензор ефективної діелектричної проникності, що може суттєво впливати на поширення лінійних мод у шаруватому надпровіднику.

Таким чином, усі поставлені завдання виконані, і мета дисертаційної роботи досягнута.

Одержані результати доповнюють і розширюють наявні уявлення про динаміку мод у квантових системах при наявності контакту з термостатом, іншими квантовими системами або модами, а також джерелами шумів. Ці результати можуть бути використані при проектуванні та оптимізації роботи нанопристроїв, систем зчитування інформації квантових комп'ютерів, в експериментальних установках спектроскопії, детектування мас макромолекул, метрології. Дослідження поширення мод у шаруватих надпровідниках можуть бути використані для побудови детекторів терагерцевого діапазону, важливого у медицині та контролі навколишнього середовища.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Maizelis Z., Roukes M., Dykman M. Detecting and characterizing frequency fluctuations of vibrational modes. *Phys. Rev. B*. 2011. Vol. 84, No. 14. P. 144301. Квартиль Q1.
2. Maizelis Z. Electromechanical resonator under the influence of telegraph unbalanced frequency noise. *Telecomm. Radio. Eng.* 2016. Vol. 75, No. 9. P. 811–821. Квартиль Q3.
3. Sun F., Zou J., Maizelis Z. A., Chan H. B. Telegraph frequency noise in electromechanical resonators. *Phys. Rev. B*. 2015. Vol. 91, No. 17. P. 174102. Квартиль Q1.
4. Maizelis Z., Rudner M., Dykman M. Vibration multistability and quantum switching for dispersive coupling. *Phys. Rev. B*. 2014. Vol. 89, No. 15. P. 155439. Квартиль Q1.
5. Shumaev A., Maizelis Z. Distribution functions of argumental oscillations of the Duboshinskiy pendulum. *J. Appl. Phys.* 2017. Vol. 121, No. 15. P. 154902. Квартиль Q2.
6. Yampol'skii V., Savel'ev S., Mayselis Z., Apostolov S., Nori F. Anomalous temperature dependence of the Casimir force for thin metal films. *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101, No. 9. P. 096803. Квартиль Q1.

7. Yampol'skii V., Savel'ev S., Maizelis Z., Apostolov S., Nori F. Temperature dependence of the Casimir force for bulk lossy media. *Phys. Rev. A*. 2010. Vol. 82, No. 3. P. 032511. Квартиль Q1.
8. Okaba S., Takano T., Benabid F., Bradley T., Vincetti L., Maizelis Z. et al. Lamb-Dicke spectroscopy of atoms in a hollow-core photonic crystal fibre. *Nature Comm.* 2014. Vol. 5, No. 1. P. 4096. Квартиль Q1.
9. Apostolov S., Liu D. E., Maizelis Z., Levchenko A. Thermal transport and quench relaxation in nonlinear Luttinger liquids. *Phys. Rev. B*. 2013. Vol. 88, No. 4. P. 045435. Квартиль Q1.
10. Yampol'skii V., Apostolov S., Maizelis Z., Levchenko A., Nori F. Voltage-driven quantum oscillations of conductance in graphene. *Europhys. Lett.* 2011. Vol. 96, No. 6. P. 67009. Квартиль Q1.
11. Apostolov S., Kadygrob D., Maizelis Z., Rokhmanova T., Shmat'ko A., Yampol'skii V. Localized waves in layered superconductors. *Telecomm. Radio. Eng.* 2019. Vol. 78, No. 7. P. 615–631. Квартиль Q3.
12. Apostolov S., Maizelis Z., Shimkiv D., Shmat'ko A., Yampol'skii V. Anomalous dispersion of oblique terahertz waves localized in the plate of a layered superconductor. *Low Temp. Phys.* 2019. Vol. 45, No. 8. P. 885–893. Квартиль Q3.
13. Mazanov M., Apostolov S., Maizelis Z., Makarov N., Shmat'ko A., Yampol'skii V. Resonant absorption of terahertz waves in layered superconductors: Wood's anomalies and anomalous dispersion. *Phys. Rev. B*. 2020. Vol. 101, No. 2. P. 024504. Квартиль Q1.
14. Apostolov S., Maizelis Z., Makarov N., Pérez-Rodríguez F., Rokhmanova T., Yampol'skii V. Transmission of terahertz waves through layered superconductors controlled by a dc magnetic field. *Phys. Rev. B*. 2016. Vol. 94, No. 2. P. 024513. Квартиль Q1.
15. Апостолов С. С., Майзеліс З. А., Ямпольський В. А., Савельєв С. Е., Nori F. Немонотонная температурная зависимость силы Казимира для металлических нанопленок. *НТ-35: тезисы докладов XXXV Совещания по физике низких температур*, г. Черноголовка, Россия, 29 сентября – 9 октября 2009 г. Черноголовка, 2009. С. 220.
16. Yampol'skii V. A., Savel'ev S., Mayselis Z. A., Apostolov S. S., Nori F. Anomal temperature dependence of the Casimir force for thin metal films. *Modern Challenges in Microwave Superconductivity, Photonics and Electronics: Proceedings of Mini-Colloquium and International Workshop*, Kharkiv, Ukraine, 11–12 June 2009. Kharkv, 2009. P. 23.
17. Апостолов С. С., Майзеліс З. А., Ямпольський В. А., Савельєв С. Е., Nori F. Температурная зависимость силы казимировского притяжения металлических пластин конечных размеров. *Фізичні явища в твердих тілах: матеріа-*

ли 9-ої Міжнародної конференції (м. Харків, 1–4 груд. 2009 р.). Kharkiv, 2009. С. 31.

18. Majzelis Z. O., Rokhmanova T. N., Apostolov S. S., Yampol'skii V. A. Applying a dc magnetic field as a way to control the reflectance of layered superconductors. *ICPS 2014: Proceedings of International Conference of Physics Students*, Heidelberg, Germany, 10–17 August, 2014. Heidelberg, 2014. P. 22.
19. Rokhmanova T. N., Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Yampol'skii V. A. Reflectivity of semi-infinite layered superconductors in presence of external dc magnetic field. *Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics Proceedings of 14th Kharkiv Young Scientist Conference*, Kharkiv, Ukraine, 14–17 October 2014. Kharkiv, 2014. P. 1.
20. Rokhmanova T. N., Maizelis Z. A., Apostolov S. S., Yampol'skii V. A. Transparency of finite-thickness layered superconductors controlled by dc magnetic field. *Open Readings 2015: Proceedings of 58th Scientific Conference for Students of Physics and Natural Sciences*, Vilnius, Lithuania, 24–27 March, 2015. Vilnius, 2015. P. 64.
21. Rokhmanova T. N., Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Shmat'ko A. A., Yampol'skii V. A. Effect of dc magnetic field on reflectivity of layered superconductors. *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves: Proceedings of 9th International Kharkiv Symposium*, Kharkiv, Ukraine, 21–24 June, 2016. Kharkiv, 2016. P. 21.
22. Rokhmanova T. N., Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Yampol'skii V. A. Transmittance of THz waves through finite-thickness layered superconductors in the presence of external dc magnetic field. *Applied Physics and Engineering – 2016: Proceedings of International Young Scientists Forum*, Kharkiv, Ukraine, 10–14 October, 2016. Kharkiv, 2016. P. 23.
23. Рохманова Т. Н., Майзеліс З. А., Апостолов С. С., Перес-Родригес Ф., Макаров Н. М., Ямпольський В. А. Отражение, прохождение и трансформация поляризации волн в слоистых сверхпроводниках. *Current problems in Solid State Physics: Proceedings of International Jubilee Seminar*, Kharkiv, Ukraine, 22–23 November, 2016. Kharkiv, 2016. С. 40–41.
24. Rokhmanova T., Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Yampol'skii V. A. dc magnetic field control of wave transformation in layered superconductors. *Фізичні явища в твердих тілах: матеріали XIII міжнародної конференції (м. Харків, Україна, 5–8 грудня 2017 р.)*. Харків, 2017. Р. 39.
25. Майзеліс З. А. Тристабільність коливальної моди, пов'язаної з двох-рівневою системою. *Фізичні явища в твердих тілах: матеріали XI міжнародної конференції (м. Харків, Україна, 3–6 грудня 2013 р.)*. Харків, 2013. С. 1.

26. Sun F., Zou J., Maizelis Z., Chan H. B. Characterizing random telegraph frequency noise in a micromechanical oscillator. *APS March Meeting 2014: Bulletin of the American Physical Society*, Denver, Colorado, USA, 3–7 March, 2014. Denver, 2014. P. S24.00005.
27. Shymkiv D. V., Rokhmanova T., Maizelis Z. A., Kadygrob D. V., Apostolov S. S. Oblique localized Josephson plasma waves in a plate of layered superconductor. *Clusters and Nanostructured Materials (CNM-5): Proceedings of International meeting*, Uzhgorod, Ukraine, 22–26 October 2018. Uzhgorod, 2018. P. 88–90.
28. Mazanov M. V., Apostolov S., Maizelis Z. A., Makarov N. M., Shmat'ko A. A., Yampol'skii V. A. Resonant absorption of electromagnetic waves accompanied by localized modes with anomalous dispersion in layered superconductors. *Low temperature physics – 2019: Proceedings of 8th International Conference for Professionals and Young Scientists*, Kharkiv, Ukraine, 3–7 June 2019. Kharkiv, 2019. P. 83.

СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1*. Апостолов С. С. Електродинамічні й оптичні явища в нормальних і надпровідних наносистемах: дис. ... канд. фіз.-мат. наук / Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут». Харків, 2010. 113 с.
- 2*. Апостолов С. С. Електромагнітний та електронний транспорт у надпровідникових наносистемах: дис. ... д-ра фіз.-мат. наук / Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут». Харків, 2019. 335 с.
- 3*. Atalaya J., Isacsson A., Dykman M. I. Diffusion-induced dephasing in nanomechanical resonators. *Physical Review B* 2011. Vol. 83, No. 4. P. 045419.
- 4*. Li J., Silveri M. P., Kumar K. S., Pirkkalainen J. M., Vepsäläinen A., Chien W. C., Tuorila J., Sillanpää M. A., Hakonen P. J., Thuneberg E. V. et al. Motional averaging in a superconducting qubit. *Nature communications* 2013. Vol. 4, No. 1. P. 1–6.
- 5*. Grabovskij G. J., Peichl T., Lisenfeld J., Weiss G., Ustinov A. V. Strain tuning of individual atomic tunneling systems detected by a superconducting qubit. *Science* 2012. Vol. 338, No. 6104. P. 232–234.
- 6*. Luttinger J. M. An exactly soluble model of a many-fermion system. *Journal of mathematical physics* 1963 Vol. 4, No. 9. P. 1154–1162,
- 7*. Deshpande V. V., Bockrath M., Glazman L.I., Yacoby A. Electron liquids and solids in one dimension. *Nature* 2010. Vol. 464, No. 7286. P. 209–216.
- 8*. Katsnelson M. I. Graphene: carbon in two dimensions. 2012. Cambridge university press. 366 p.

АНОТАЦІЇ

Майзеліс З. О. Поширення, взаємодія і декогеренція мод у нелінійних квантових системах. — На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 «Теоретична фізика» (104 – Фізика та астрономія). – Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, 2021.

У дисертаційній роботі представлені результати дослідження поширення, взаємодії, затухання та декогеренції мод у нелінійних квантових системах із скінченною кількістю ступенів вільності при врахуванні взаємодії з зовнішнім термостатом, джерелами адитивних та фазових шумів, одно- та двовимірних кристалічних системах, сильноанізотропних пластинах шаруватих надпровідників. Зокрема, розвинуто метод відокремлення ефектів частотного і адитивного шумів, а також знаходження характеристик частотного шуму, що дозволить не тільки виявляти і позбавлятися цих шумів, але і з'ясовувати стан системи, з якою взаємодіє вібраційна система, за її відгуком на зовнішнє збудження. Побудовано теорію мультистабільності станів змушених коливань вібраційної системи, дисперсійно зв'язаної з квантовою дворівневою системою. Для аргументальних коливань класичної системи, для якої мультистабільність обумовлена особливим зв'язком із зовнішнім полем, досліджена функція розподілу ймовірностей. Показано, що вплив нульових коливань вакуума на взаємодію тіл можна використати для аналізу їх діелектричних властивостей. Досліджено негативний вплив цього ефекту на спектроскопію атомів у порожнистому волокні. Досліджено розповсюдження і взаємодію мод у низькорозмірних системах, а також у шаруватих надпровідниках, де збудження локалізованих мод приводить до низки важливих ефектів.

Ключові слова: частотний шум, мультистабільність вібраційної моди, декогеренція стану квантової системи, ефект Казимира, вігнерівський кристал, локалізовані електронні моди, коефіцієнт поглинання системи, джозефсонівська хвиля.

Майзеліс З. А. Распространение, взаимодействие и декогеренция мод в нелинейных квантовых системах. — На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 «Теоретическая физика» (104 – Физика и астрономия). — Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины, Харьков, 2021.

В диссертационной работе представлены результаты исследования распространения, взаимодействия, затухания и декогеренции мод в нелинейных кван-

товых системах с конечным числом степеней свободы при учете взаимодействия с внешним термостатом, источниками аддитивных и фазовых шумов, одно- и двумерных кристаллических системах, сильноанизотропных пластинах слоистых сверхпроводников. В частности, развит метод отделения эффектов частотного и аддитивного шумов, а также нахождения характеристик частотного шума, что позволит не только выявить и избавиться от этих шумов, но и выяснить состояние системы, с которой взаимодействует вибрационная система, по ее отклику на внешнее возбуждение. Построена теория мультистабильности состояний вынужденных колебаний вибрационной системы, дисперсионно связанной с квантовой двухуровневой системой. Для аргументальных колебаний классической системы, для которой мультистабильность обусловлена особой связью с внешним полем, исследована функция распределения вероятностей. Показано, что влияние нулевых колебаний вакуума на взаимодействие тел можно использовать для анализа их диэлектрических свойств. Исследовано негативное влияние этого эффекта на спектроскопию атомов в полом волокне. Исследовано распространение и взаимодействие мод в низкоразмерных системах, а также в слоистых сверхпроводниках, где возбуждения локализованных мод приводит к ряду важных эффектов.

Ключевые слова: частотный шум, мультистабильность вибрационной моды, декогеренция состояния квантовой системы, эффект Казимира, вигнеровский кристалл, локализованные электронные моды, коэффициент поглощения системы, джозефсоновская волна.

Maizelis Z. O. Propagation, interaction and decoherence of modes in nonlinear quantum systems. — Manuscript copyright.

Thesis for a Doctoral Degree in Physics and Mathematics: Speciality 01.04.02 “Theoretical physics” (104 – Physics and Astronomy). – National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology” NAS of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The Doctoral Thesis presents the results of the study of propagation, interaction, attenuation and decoherence of modes in quantum systems in the presence of additive noise and frequency noise, electronic modes in a one-dimensional Wigner crystal and graphene sheet, as well as Josephson electromagnetic modes in layered superconductor. A number of linear and nonlinear effects in these systems are provided.

In particular, a method for separating the effects of additive noise operating in the system from frequency noise is developed. According to this method, it is necessary to analyze the statistical moments and cumulants of the higher orders of the complex coordinate of the mode, modulated by the external force in conditions close to resonance. The advantages of this method in comparison with the traditional method of analyzing the broadening of the distribution in the plane of in-phase and out-of-phase coordinates, are shown. It is proven that even in the presence of

additive noise of greater amplitude than that of frequency noise, second and third-order cumulants allow to distinguish the effects of frequency noise, nonlinearity, or thermal noise in the system.

The proposed method of analysis of complex coordinates moments allows not only to detect the presence of frequency noise, but also to determine its type and statistical characteristics. An important class of white frequency noise is analyzed on the examples of Gaussian and Poisson noise, asymptotic expressions for older moments in the case of weak noise with arbitrary statistics are obtained. For telegraph signals, a scheme of experimental verification of the obtained relations is proposed and experimental data is compared with theoretical predictions for a torsion microresonator.

It is shown that due to the interaction of a mode with quantum two-level system, it will not just be exposed to effective telegraph noise. With a high energy of a two-level system in comparison with the energy of the mode, and in the case of a special, dispersive interaction between them, several states of this system can be realized. The theory of multistability in this system in the approximation of the mean field is constructed, and it is shown that bistability or threestability can be observed in the case of contact with one two-level system. At the same time, more levels in the quantum system interacting with the mode leads to greater number of coexisting equilibrium states in the system. Near bifurcation points, the influence of a quantum system on the mode cannot be described in terms of the mean field theory. The rate of transition between metastable states in the quasiclassical approximation is found, taking into account quantum noise due to contact with a two-level system.

It is shown that multistability can also occur in a classical nonlinear oscillatory system in the presence of a so-called argumental coupling with a high-frequency spatially localized field. Argumental oscillations are studied on the example of the Duboshinsky pendulum. Considering the initial phase as an uncontrolled parameter that determines the stochasticity of the system, the probabilities of setting the amplitudes for different modes depending on the initial energy of the pendulum are obtained.

The influence of zero oscillations of vacuum on a system consisting of a thin film and a massive body, taking into account the finite frequency of relaxation in the film material, is studied. This allows to use measurement of the Casimir force to study the properties of materials.

The influence of the Casimir effect on the operation of a spectroscopic setup in which the atomic transition of strontium atoms trapped in photonic crystal nodes inside a hollow fiber is studied and analyzed. The frequency change due to the Casimir effect is estimated to give relative error $3 \cdot 10^{-18}$, it does not exceed the error due to factors of another nature, which is not less than 10^{-17} .

The thermal conductivity of a one-dimensional Wigner crystal is obtained and

analyzed taking into account the nonlinearity of the dispersion law of electronic modes in it. Using the Boltzmann kinetic equation, the dependence of thermal conductivity on the length of the system was calculated and the dependence of plasmon length on temperature was found. The dynamics of system equilibration after a sudden change in the number of modes propagating in one direction, which is important in the analysis of thermalization processes, is analyzed. The obtained results can be used for the analysis of nanostrings, Joule heat to which can be transferred by means of a quantum dot contact or by injection of fast electrons into the system.

Electronic modes in a graphene sheet in an electric field with one-dimensional potential barrier have been studied. The special structure of the Fermi surface in graphene leads to the fact that localized modes can propagate in the potential barrier. The dispersion curves of localized modes that have maxima are investigated. The conductivity of the graphene sheet is found and it is shown that it can be represented as the sum of the contributions of the continuous spectrum and the contributions of the localized modes.

The propagation of Josephson electromagnetic localized modes in the plate of a layered superconductor, the direction of propagation of which is arbitrary with respect to the plane of the layers, has been studied. It is shown that the excitation of localized modes in the plate of a layered superconductor leads to peaks on the dependence of the absorption of terahertz radiation on angle of incidence. It is shown that due to the nonlinearity of the equations describing the electromagnetic field in the system, the static magnetic field can change the tensor of the effective dielectric permittivity of the layered superconductor, influencing the propagation of terahertz modes in the system and their dispersion law.

Key words: frequency noise, multistability of vibrational mode, decoherence of quantum system state, Casimir effect, Wigner crystal, localized electronic modes, absorption coefficient of system, Josephson wave.