

ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова робота
на правах рукопису

Лебедь Олександр Анатолійович

УДК 530.145; 539.12; 535-4

ДИСЕРТАЦІЯ

**НЕЛІНІЙНІ ЕФЕКТИ
В ПРОЦЕСАХ КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ
В СИЛЬНОМУ ІМПУЛЬСНОМУ ПОЛІ ЛАЗЕРА**

01.04.02 – теоретична фізика

Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ О.А. Лебедь

Суми – 2021

АНОТАЦІЯ

Лебедь О.А. Нелінійні ефекти в процесах квантової електродинаміки в сильному імпульсному полі лазера. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – «Теоретична фізика» (104 – Фізика та астрономія). – Інститут прикладної фізики Національної академії наук України, Суми, – Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» Національної академії наук України, – Харків, 2021.

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню фізичних процесів в імпульсному лазерному полі методами квантової електродинаміки (КЕД). Вивчаються кінематичні особливості процесів розсіювання електрона на ядрі, електрона на електроні, гальмівного випромінювання та народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в присутності зовнішнього імпульсного поля лазера різних конфігурацій.

У першому розділі проведено огляд робіт і проаналізовано сучасний стан досліджень процесів КЕД в сильному лазерному полі. Дія зовнішнього лазерного поля зумовлена тим, що в процесі взаємодії частинки можуть вимушено випромінювати і поглинати фотони зовнішнього поля. Це приводить до того, що амплітуда переходу (елемент S -матриці) та переріз процесу можуть бути подані у виді суми по парціальних компонентах, кожна з яких відповідає процесам за участі певної кількості фотонів зовнішнього поля. Наскільки істотний вплив лазерної хвилі залежить від інтенсивності поля, кінематики і характеру досліджуваного процесу. Підкреслимо, що є елементарні квантові процеси, які можуть протікати тільки в лазерному полі (лазер-індуковані), і квантові процеси, які можуть протікати і без лазерного поля (лазер-модифіковані). Також ефект присутності лазерної хвилі якісно різний для процесів першого і другого порядку за сталою тонкої структури. Вивчення елементарних квантових процесів, що протікають у сильному лазерному полі, зазвичай проводиться на основі напівкласичного методу, коли лазерне поле описується класично, а взаємодія

електронів, позитронів один з одним і з ядрами – методами квантової механіки (картина Фаррі).

Досягнення надвисоких інтенсивностей лазерного поля стало можливим за рахунок використання надкоротких лазерних імпульсів. Нові експериментальні умови приводять до необхідності подальшого розвитку теоретичних моделей для досліджень фундаментальних задач КЕД в сильних імпульсних полях. Доцільність таких досліджень зумовлена тим, що в лазерних полях суттєво змінюються кутові та енергетичні характеристики частинок.

Характерною особливістю процесів другого порядку за сталою електромагнітної взаємодії є можливість їх резонансного протікання. Поява резонансів у зовнішньому полі пов'язана з можливістю віртуальної частинки в проміжному стані стати реальною за рахунок взаємодії з полем, яке відіграє роль "третього тіла". Як результат цього резонансний переріз за певних умов може суттєво перевищувати відповідний переріз за відсутності зовнішнього світлового поля. Резонанси проявляються в особливих кінематичних умовах та мають суттєве фундаментальне та прикладне значення.

Для процесів КЕД в полі двох однаково направлених лазерних хвиль був виявлений параметричний інтерференційний ефект, який викликає науковий інтерес. Суть ефекту полягає в тому, що при певній кінематиці процесу (інтерференційна кінематична область), вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої зовнішньої хвилі відбувається корельованим чином. Ймовірність вимушених процесів в інтерференційній кінематиці зазвичай вище, ніж в інших кінематичних областях. Даний ефект за своєю природою відноситься до нелінійних ефектів КЕД в зовнішніх полях, оскільки кількісно визначається добутком напруженостей першої та другої хвилі та пов'язаний з їхньою інтерференцією.

У другому розділі розглянуто розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі при малих кутах розсіювання в екранованому кулонівському потенціалі. Досліджуються особливості парціальних процесів для малих переданих імпульсів, які по модулю одного порядку за величиною з імпульсом

фотонів зовнішнього лазерного поля. Показано, що максимальне значення перерізу розсіювання суттєво залежить від енергії електрона та спостерігається при виділених напрямках розсіювання. У випадку ультрарелятивістських енергій електронів і помірно сильних полів основний внесок у переріз дають парціальні процеси з випромінюванням або поглинанням одного фотона зовнішнього лазерного поля. Висота і ширина піку поблизу виділеного напрямку розсіювання визначаються початковою енергією електрона, енергією фотона зовнішнього поля, значенням довжини екранування поля ядра. При зростанні енергії фотонів зовнішнього поля максимальне значення відношення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі і перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля збільшується. Так, для енергії 0.5 кеВ переріз розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі поблизу виділеного кута в 2-3 рази перевищує переріз розсіювання за відсутності зовнішнього поля. Для енергій фотона 2 кеВ відношення перерізів досягає двох порядків величини.

У другому розділі також детально досліджено процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Вивчалися особливості когерентних процесів вимушеного гальмівного випромінювання та поглинання фотонів зовнішнього поля, що супроводжують розсіювання електрона на ядрі. Показано, що в інтерференційній кінематичній області спостерігається сильна кореляція між кутом вильоту та енергією електрона в кінцевому стані, що якісно відрізняє процес розсіювання в цій області від процесу в будь-якій іншій геометрії. У диференціальному парціальному перерізі розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль спостерігається пік поблизу кута розсіювання електрона, що відповідає інтерференційній області. Визначено та досліджено чинники, що впливають на висоту та ширину цього піку. При цьому ймовірність парціальних процесів в інтерференційній області на п'ять порядків величини може перевищувати відповідну ймовірність в області Бункіна-Федорова, тобто поза інтерференційною областю. Для процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль вивчено розподіли по енергії електрона в кінцевому стані. Унаслідок кореляції вимушених процесів для першої й дру-

гої хвилі, у розподілі по енергії спостерігаються піки, а енергетичні спектри в інтерференційній області мають осциляторний характер. Розраховано загальний внесок парціальних процесів у переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль у кінцевому інтервалі енергій. Кількісну різницю можна перевірити експериментально при вимірюванні енергетичного спектру кінцевих електронів для фіксованої геометрії процесу.

У третьому розділі досліджено процес спонтанного гальмівного випромінювання електрона при розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Детально вивчено умови спостереження параметричного інтерференційного ефекту, що відповідає процесу розсіювання електрона і спонтанного випромінювання фотона в одній площині, яка утворюється імпульсом електрона в початковому стані та хвильовим вектором лазерного поля. Показано, що в інтерференційній області кут вильоту електрона і величина парціальної ймовірності залежать від енергії спонтанно випроміненого фотона. Так, при збільшенні його енергії інтерференційний кут вильоту електрона зменшується, а відповідна парціальна ймовірність зростає. Показано, що парціальна ймовірність нерезонансного процесу в інтерференційній області на порядок величини перевищує відповідну ймовірність в іншій кінематиці розсіювання.

Для нерелятивістських енергій електронів показано, що в інтерференційній області існує область кутів вильоту кінцевого електрона, для яких переріз процесу гальмівного випромінювання, просумований по всіх вимушених процесах випромінювання і поглинання фотонів, більший ніж переріз процесу за відсутності зовнішнього поля. Для енергій спонтанно випроміненого фотона 0.3 кеВ і невеликих кутів вильоту переріз на 30% перевищує відповідний переріз процесу без зовнішнього поля. З ростом енергії випроміненого фотона відношення перерізів зростає і, наприклад, для енергії 0.5 кеВ просумований переріз майже вдвічі перевищує звичайний. Зі збільшенням значення інтерференційного кута вильоту відношення перерізів зменшується, а, починаючи з деякого кута, переріз у зовнішньому імпульсному полі стає меншим за переріз процесу за відсутності зовнішнього поля.

Також досліджено процес резонансного спонтанного гальмівного випромінювання електрона при розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль. Процес характеризується наявністю специфічної кінематичної області, де проявляються резонансні властивості процесу та спостерігається ефект кореляції у вимушеному випромінюванні та поглинанні, що викликані інтерференцією першої та другої хвиль. Резонансний переріз процесу з одночасною реєстрацією кутів спонтанного випромінювання фотона та розсіювання електрона може на 4-5 порядків величини перевищувати відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля. Відношення різко зменшується при зростанні енергії електронів.

У четвертому розділі досліджено процес народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в полі однієї та двох імпульсних лазерних хвиль. Проведено аналіз відношення підсумованого по парціальних процесах перерізу народження пари на ядрі в полі лазерної хвилі до перерізу процесу за відсутності поля як функція азимутального кута для моделі плоскої монохроматичної хвилі та моделі імпульсної хвилі. Показано, що підсумований переріз більший за звичайний переріз для усіх значень азимутального кута. Максимум відношення перерізів відповідає вильоту електрона і позитрона в одній площині з фотоном зовнішнього поля і початковим фотоном. У випадку, коли електрон і позитрон народжуються з імпульсами в площині, яка перпендикулярна напрямку вильоту початкового фотона, максимум розподілу відповідає вильоту електрона і позитрона вздовж однієї лінії в протилежних напрямках. У цьому випадку підсумований по парціальних процесах нерезонансний переріз удвічі перевищує відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля. Вивчено процес резонансного фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в полі імпульсної світлової хвилі. Показано, що резонанс має місце, коли енергія початкового фотона перевищує граничне значення, яке значно більше за дві енергії спокою електрона. В лабораторній системі відліку народжені електрон і позитрон мають ультра-релятивістські енергії та рухаються у вузькому конусі відносно напрямку руху початкового фотона. Оцінка показує, що резонансний переріз фотонародження пари на порядок величини може перевищувати відповідний переріз за відсутно-

сті зовнішнього поля.

Процес народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль характеризується наявністю інтерференційної кінематичної області. У цій області встановлюється відповідність між кутом вильоту й енергією народжених частинок, а кут падіння початкового фотона визначає мінімальну енергію народженої пари. Детально проаналізовано розподіл диференціального перерізу процесу фотонародження в інтерференційній області від кінетичної енергії пари, що характеризується наявністю осциляцій. Кожен з максимумів відповідає певному парціальному процесу з випромінюванням чи поглинанням рівної кількості фотонів обох хвиль. При цьому диференціальний переріз в інтерференційній області для окремих значень енергії пари може на два порядки величини перевищувати переріз процесу в іншій кінематичній області процесу.

У п'ятому розділі досліджено процес розсіювання ультрарелятивістського електрона на електроні в сильному лазерному полі. Показано, що резонансний переріз процесу визначається відношенням роботи поля над електроном на довжині хвилі до початкової енергії електрона. Знайдено область малих кутів вильоту електронів в системі центра інерції, коли теорія збурень по впливу поля може бути застосована навіть при високій інтенсивності. Встановлено, що резонансний переріз процесу розсіювання електрона на електроні може перевищувати відповідний переріз процесу за відсутності зовнішнього поля на декілька порядків величини навіть при ультрарелятивістських енергіях. Так, дане відношення досягає 5-6 порядків величини для електронів MeV-них енергій та петаваттних оптичних лазерів (PHELIX, Vulcan). Дане відношення може досягати 8-9 порядків величини для мультипетаваттних інтенсивностей лазерного поля у фемтосекундному діапазоні (Vulcan 10, ELI).

Отримані в дисертаційній роботі аналітичні вирази для перерізів досліджуваних процесів у полі імпульсного лазера мають компактну, зручну для подальшого аналізу структуру. Кількісні розрахунки виконувалися для параметрів зовнішнього лазерного поля та геометрії процесів, що відповідають рані-

ше проведеним та запланованим експериментам з перевірки нелінійних ефектів КЕД. Такі дослідження включені в наукову програму міжнародних мегапроектів, наприклад: ELI (Extreme Light Infrastructure, European), FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research, GSI, Darmstadt, Germany) на базі лазерної системи PHELIX (Petawatt High-Energy Laser for heavy Ion eXperiments), XFEL (European X-ray free-electron laser, DESY, Germany) та ін. Таким чином, дослідження проведені на рівні світових аналогів, результати можуть бути використані та перевірені в подальших експериментах з квантової електродинаміки в сильних полях.

Ключові слова: квантова електродинаміка, імпульсний лазер, поле двох хвиль, функції Волкова, вимушене випромінювання та поглинання, розсіювання електронів, розсіювання на малі кути, гальмівне випромінювання, народження пари електрон та позитрон, енергетичний спектр, резонансний процес, когерентні процеси, параметричний інтерференційний ефект, корельоване випромінювання.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати:

1. **Лебедь А.А.**, Рощупкин С.П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. *ЖЭТФ*. 2011. том 140, вып. 1(7), С. 56-65. Квартиль Q2.
2. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Nonresonant Photocreation of Electron-Positron Pair on a Nucleus in the Field of a Pulsed Light Wave. *Las. Phys.* 2011. Vol. 21, P. 1613-1620. Квартиль Q2.
3. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Voroshilo A.I. Resonant effects of quantum electrodynamics in the pulsed light field. *Розділ у монографії «Quantum Optics and Laser Experiments»* (видавництво InTech, Хорватія) 2012. P. 107-156.
4. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Voroshilo A.I. Quantum electrodynamics resonances in a pulsed laser field. *Las. Phys.* 2012. Vol. 22. № 6, P. 1113-1144. Квартиль Q1.
5. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A. Nonresonant quantum electrodynamics processes in a pulsed laser field. *Las. Phys.* 2012. Vol. 22. № 10, P. 1513-1546. Квартиль Q1.
6. Рощупкин С.П., **Лебедь А.А.** Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях К. : Наук. думка. 2013. 192 с. (Проект "Наукова книга")
7. Padusenko E.A., **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Resonant Interference Effect in Scattering of an Electron by an Electron in the Field of Two Pulsed Laser Waves. *Universal J. of Phys. and Appl.* 2013. Vol. 1, P. 274-285.
8. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. The interference effect in electron scattering on a nucleus in the field of two pulsed laser waves of circular polarization. *Las. Phys.* 2013. Vol. 23, P. 125301. Квартиль Q2.
9. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.** Parametric interference effect in electron-nucleus scattering in the field of two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2014. Vol. 90, P. 035403. Квартиль Q1.

10. **Lebed' A.A.** Mott scattering in a field of two pulsed laser waves. *Las. Phys.* 2015. Vol. 25, P. 055301. Квартиль Q2.

11. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P. Resonant scattering of ultrarelativistic electrons in the strong field of a pulsed laser wave. *Las. Phys.* 2016. Vol. 26, P. 025302. Квартиль Q3.

12. **Lebed' A.A.** Electron-nucleus scattering at small angles in the field of a pulsed laser wave. *Las. Phys. Lett.* 2016. Vol. 13, P. 045401. Квартиль Q1.

13. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Parametric interference effect in nonresonant spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2016. Vol. 94, P. 013424. Квартиль Q1.

14. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Parametric interference effect in nonresonant pair photoproduction on a nucleus in the field of two pulsed light waves. *Phys. Rev. A* 2017. Vol. 95, P. 043406. Квартиль Q1.

15. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Resonant parametric interference effect in spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2018. Vol. 97, P. 043404. Квартиль Q1.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Resonant bremsstrahlung of an electron scattered by a nucleus in a pulsed light field. *IEEE 10th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2010)*, September 12-14, 2010: Book of abstracts. Sevastopol. Ukraine. 2010. P. 217-219.

2. **Лебедь А.А.**, Рошчупкин С.П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. *IX конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 21-25 лютого, 2011: тези доповідей. Харків. Україна. 2011, ст. 77.

3. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. The influence of a strong pulsed laser field on the processes of nonrelativistic electron scattering by a nucleus. *3. International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics*, August 29 – September 2, 2011: Book of abstracts. Kharkiv. Ukraine. 2011. P. 74.

4. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Nonrelativistic electron scattering on a nucleus in the field of a bichromatic laser pulse. *IEEE 12th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013)*, September 11-13, 2013: Book of abstracts. Sudak. Ukraine. 2013. P. 26-28.

5. Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.** Resonance interference scattering of a lepton by a lepton in the bichromatic pulsed laser field. *IEEE 12th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013)*, September 11-13, 2013: Book of abstracts. Sudak. Ukraine. 2013. P. 58-60.

6. **Лебедь А.А.** Рассеяние электрона на ядре на малые углы в поле импульсного лазера. *XIV конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 22-25 березня, 2016: тези доповідей. Харків. Україна. 2016, ст. 22.

7. Падусенко О.О., **Лебедь А.А.**, Рошчупкин С.П. Резонансное рассеяние ультрарелятивистских электронов в поле двух сильных импульсных лазерных волн. *XIV конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 22-25 березня, 2016: тези доповідей. Харків. Україна. 2016. ст. 22.

8. Padusenko E.A., **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Nonresonant electron-nucleus spontaneous bremsstrahlung in the field of two pulsed laser waves. *13th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2016)*, September 13-15, 2016: Book of abstracts. Odessa. Ukraine. 2016. P. 18-20.

9. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Resonant laser-modified electron-electron scattering by a strong bichromatic pulsed field. *13th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2016)*, September 13-15, 2016: Book of abstracts. Odessa. Ukraine. 2016. P. 21-23.

10. **Лебедь О.А.** Резонансне гальмівне випромінювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль. *XVI конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 20-23 березня, 2018: тези доповідей. Харків. Україна. 2018.

11. Roshchupkin S.P., Dubov A.V., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A. Resonant parametric interference effect at quantum electrodynamics processes in the field of two pulsed laser waves. *International Conference Laser Optics (ICLO 2018)*, June 4-8, 2018: Book of abstracts. St. Petersburg. Russia. 2018. P. 243.

12. **Лебедь О.А.** Вплив характеристик лазерного імпульсу на параметри рентгенівського випромінювання в джерелах на зворотному розсіюванні Комптона. *XVII конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 26-29 березня, 2019: тези доповідей. Харків. Україна. 2019. ст. 106.

ABSTRACT

Lebed O.A. Nonlinear effects in quantum electrodynamics processes in a strong pulsed laser field. - Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of physical and mathematical sciences on a specialty 01.04.02 - «Theoretical physics» (104 - Physics and Astronomy). – Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Sumy, – National Science Center Kharkov Institute of Physics and Technology of the National Academy of Sciences of Ukraine, – Kharkiv, 2020.

The thesis includes the theoretical research of physical processes in a pulsed laser field by the methods of quantum electrodynamics (QED). The kinematic features are theoretically studied for the processes of an electron-nucleus (e-n) scattering, an electron-electron (e-e) scattering, e-n bremsstrahlung, and production of an electron-positron (e-p) pair by a photon on a nucleus in the presence of an external pulsed laser field of different configurations.

The first section contents the work review and analysis of the current state of research concerning QED processes in a strong laser field. The influence of the laser external field is due to the fact that in the interaction process particles can be stimulated to emit and absorb photons of the external field. It results to the possible presentation of the transition amplitude (S-matrix element) and the cross section of the process as the sum of the partial components, each of which corresponds to the processes involving a certain number of external-field photons. The value the of a laser-wave effect depends on the field intensity, kinematics and the nature of the process under consideration. It is important to emphasize that there are elementary quantum processes which can occur only in a laser field (laser-induced), and quantum processes which can occur without a laser field (laser-modified). Also, the effect of the presence of a laser wave is qualitatively different for the processes of the first and second order in the fine-structure constant. The study of elementary quantum processes occurring in a strong laser field is usually carried out using the semiclassical method, when the laser field is described classically, and the interaction of electrons, positrons with each other and with nuclei is described by methods of

quantum mechanics (Furry picture).

Achieving ultra-high intensities of the laser field became possible due to the use of ultra-short laser pulses. New experimental conditions lead to the need for further development of theoretical models for the study of fundamental problems of quantum electrodynamics in strong pulsed fields. The expediency of such studies caused by the fact that in strong pulsed fields significantly change the angular and energy characteristics of the particles.

A characteristic feature of second-order processes in the constant electromagnetic interaction is the possibility of their resonant passing. The appearance of resonances in the light field is associated with the ability of a virtual particle in the intermediate state to become real due to interaction with an external field, which plays the role of a "third body". As a result, the resonant cross section under certain conditions can significantly exceed the corresponding cross section in the absence of an external laser field. Resonances are manifested at special kinematic conditions and have a significant fundamental and applied importance.

It is of scientific interest to study the QED processes in the field of two co-directed laser waves, for which a parametric interference effect was found. The essence of this effect is that the stimulated emission and absorption of photons of external waves occurs in a correlated manner at a certain kinematics of the process (interference kinematic region). The probability of stimulated processes in interference kinematics is usually higher than in other kinematic regions. This effect by its nature refers to the nonlinear effects of QED in external fields, as it is quantified by the product of the tensions of the first and second waves and is associated with their interference.

The second section considers the e-n scattering in the field of a pulsed laser wave at small scattering angles in the screened Coulomb potential. The peculiarities of partial processes are investigated in the case of small transfer momenta, which are of one order of magnitude with the momentum of photons of the external laser field. It is shown that the maximal value of the scattering cross section significantly depends on the electron energy. It is observed at the selected scattering directions.

In the case of ultrarelativistic energies of electrons and moderately strong fields, the main contribution to the cross section is caused by partial processes with emission or absorption of one photon of the external field. The height and width of the peak around the selected scattering direction are determined by the initial energy of an electron, the photon energy of the external field, and the value of the screening length of the nucleus field. If the energy of an external-field photon increases, then the maximum value increases for the ratio of the cross sections of pulsed laser-modified and free-field process of e-n scattering. Thus, for an external-photon energy of 0.5 keV, the scattering cross section of an electron on a nucleus in a pulsed laser field around the selected angle is 2-3 times larger than the scattering cross section in the absence of an external field. For photon energy 2 keV, this ratio reaches two orders of magnitude.

The second section also includes detailed investigation the process of e-n scattering in the field of two pulsed waves. Peculiarities of stimulated coherent processes accompanying electron scattering on the nucleus were studied. It is shown that in the interference kinematic region there is a strong correlation between the outgoing angle and the energy of the electron in the final state, which qualitatively distinguishes the scattering process in this region from the process at any other geometry. A peak is observed in the differential partial cross section of e-n scattering in the field of two pulsed waves around the interference angle of electron scattering. Factors influencing the height and width of this peak have been identified and investigated. In this case, the probability of partial processes in the interference region by five orders of magnitude may exceed the corresponding probability in the Bunkin-Fedorov region, ie outside the interference region. The energy distributions of the electron in the final state are studied for the process of e-n scattering in the field of two pulsed laser waves. Due to the correlation of the forced processes for the first and second waves, peaks are observed in the energy distribution, and the energy spectra in the interference region has an oscillator manner. The total contribution of partial processes to the cross section of electron scattering on the nucleus in the field of two pulsed laser waves in the finite energy range is calculated. Quantitative

difference can be verified experimentally by measuring the energy spectrum of finite electrons for a fixed process geometry.

In the third section, the process of spontaneous bremsstrahlung of an electron during scattering on a nucleus in a field of two pulsed waves is investigated. The conditions for observing the parametric interference effect are studied in detail. The process of electron scattering and spontaneous photon radiation occur in one plane, which is formed by the electron momentum in the initial state and the wave vector of the laser field. It is shown that in the interference region the outgoing angle of an electron and the value of a partial probability depend on the energy of the spontaneously radiated photon. Thus, with increasing this energy, the interference outgoing angle decreases, and the corresponding partial probability increases. It is shown that the partial probability of a nonresonant process in the interference region is an order of magnitude higher than the corresponding probability in other scattering kinematics.

It is shown that in the case of nonrelativistic electron energies a region of outgoing electron angles is observed within the interference region, when the value of the bremsstrahlung-process cross-section, which summed over all induced processes of photon emission and absorption, is larger than the cross section of the free-field process. Thus, the cross section is larger than the corresponding cross section in an external field absence over 30% at the energies of a spontaneously radiated photon 0.3 keV and small outgoing angle. If the energy of the radiated photon increases, then the ratio of the cross sections increases and, for example, at the energy 0.5 keV, the summed cross section is almost twice as large as the usual one. As the value of the interference outgoing angle increases, the cross-sectional ratio decreases, and starting from a certain angle value, the cross-section in the external pulse field becomes smaller than the cross-section of the free-field process.

The process of resonant spontaneous bremsstrahlung of an electron during scattering on a nucleus in a field of two pulsed laser waves is also investigated. The process is characterized by the presence of a specific kinematic region, where the resonant properties of the process are manifested and the effect of correlation is

observed in the stimulated emission and absorption caused by the interference of the first and second waves. The resonant cross section of the process with simultaneous registration of the angles of spontaneous photon radiation and electron scattering can be 4-5 orders of magnitude higher than the corresponding cross section in the absence of an external field. The ratio decreases sharply with increasing electron energy.

In the fourth section, the process of electron-positron pair production by a photon on the nucleus in the field of one and two pulsed laser waves is investigated. An analysis carried out for the ratio of the cross-section of e-p pair photoproduction on the nucleus in a laser field summed over the partial processes to the cross-section of the free-field process as a function of the azimuthal angle for the plane monochromatic wave model and the pulse wave model. It is shown that the summed cross section is larger than the usual cross section for all values of the azimuthal angle. The ratio maximum of the cross sections corresponds to the outgoing of the electron and positron in the plane, which formed by the wave vector of external field and the initial-photon momentum. In the case when the electron and positron are produced with momenta in the plane, which is perpendicular to the initial-photon momentum, then the maximum of distribution corresponds to the outgoing of the electron and positron along one line in opposite directions. In this case, the nonresonant cross section summarized by partial processes is twice as large as the corresponding cross section in the absence of an external field. The process of resonant photoproduction of an e-p pair on the nucleus in the field of a pulsed light wave was also studied. It was shown that resonance occurs when the energy of the initial photon exceeds a limit value that is much greater than two rest energies of the electron. In the laboratory frame of reference, the generated electron and positron have ultrarelativistic energies and move in a narrow cone relative to the direction of motion of the initial photon. The estimate shows that the resonant cross section of the photoproduction of the pair by an order of magnitude may exceed the corresponding cross section of free-field process.

The process of production of an electron-positron pair by a photon on the

nucleus in the field of two pulsed laser waves is characterized by the presence of an interference kinematic region. In this region, accordance is established between the outgoing angle and the energy of the produced particles as well as the incidence angle of the initial photon determines the minimal energy of the produced pair. The distribution of the differential cross section of the photoproduction process in the interference region over the kinetic energy of the pair is characterized by the presence of oscillations. Each of the maxima responds to a certain partial process with the emission or absorption of an equal number of photons of both waves. In this case, the differential cross section in the interference region for separated values of pair energy may be two orders of magnitude larger than the process cross section in other kinematics.

The fifth section includes investigation of the scattering process of an ultrarelativistic electron by an electron in a strong laser field. It is shown that the resonant cross section of the process is determined by the ratio of the work done by field on the electron at the wavelength to the initial energy of the electron. The region of small angles of incidence of electrons in the system of the center of inertia is found, when the theory of perturbations under the influence of the field can be applied even at high intensity. It is shown that the resonant cross section of the e-e scattering process can exceed the corresponding cross section of the free-field process by several orders of magnitude even at ultrarelativistic energies. Thus, this ratio reaches 5-6 orders of magnitude for electrons of MeV energies and petawatt optical lasers (PHELIX, Vulcan). This ratio can reach 8-9 orders of magnitude for multipetawatt intensities of the laser field in the femtosecond range (Vulcan 10, ELI).

Obtained in the thesis analytical expressions for the cross sections of the studied processes in the field of the pulsed laser have a compact structure, convenient for further analysis. Quantitative calculations were performed for the parameters of the external laser field and the geometry of the processes, which correspond to previously performed and planned experiments with respect to verification of the nonlinear effects of QED. Such research is included in the research program of international mega-projects, for example: ELI (Extreme Light Infrastructure, European), FAIR

(Facility for Antiproton and Ion Research, GSI, Darmstadt, Germany) based on the PHELIX laser system (Petawatt High-Energy Laser for heavy Ion eXperiments), XFEL (European X-ray free-electron laser, DESY, Germany) and others. Thus, the research is performed at the level of world analogues, the results can be used and verified in subsequent experiments on quantum electrodynamics in strong fields.

Keywords: quantum electrodynamics, pulsed laser, two-wave field, Volkov function, stimulated emission and absorption, electron scattering, scattering at small angles, bremsstrahlung, electron and positron pair production, energy spectrum, resonant process, coherent processes, parametric interference effect, correlated radiation.

ЗМІСТ

	Стор.
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ	24
ВСТУП	25
РОЗДІЛ 1. ОПИС ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛАЗЕРНИХ ПОЛЯХ	38
1.1. Характеристики лазерного випромінювання.	38
1.2. Моделювання лазерного поля	42
1.2.1. Модель плоскої квазімонохроматичної хвилі	43
1.2.2. Посилення і скорочення тривалості лазерних імпульсів	44
1.3. Основні параметри та особливі кінематичні області для квантових процесів в лазерному полі	46
1.4. Електрон у полі лазерної хвилі	51
1.4.1. Функція Волкова для моделі квазімонохроматичної хвилі	55
1.4.2. Функція Гріна електрона в полі плоскої хвилі	59
1.5. Огляд літератури	60
1.5.1. Розсіювання електрона на ядрі	63
1.5.2. Гальмівне випромінювання електрона на ядрі	66
1.5.3. Народження електрон-позитронних пар в лазерному полі	68
1.5.4. Розсіювання електрона на електроні	69
1.6. Експериментальна перевірка ефектів квантової електродинаміки в сильних лазерних полях	72
Висновки до розділу 1	75
РОЗДІЛ 2. РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА НА ЯДРІ В ІМПУЛЬСНОМУ ЛАЗЕРНОМУ ПОЛІ	77
2.1. Розсіювання електрона на ядрі на малі кути в імпульсному лазерному полі	78
2.1.1. Постановка задачі та амплітуда процесу	79

2.1.2. Обчислення перерізу розсіювання.	88
2.2. Параметричний інтерференційний ефект при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль	98
2.2.1. Амплітуда процесу.	98
2.2.2. Переріз процесу розсіювання в полі двох хвиль.	105
2.2.3. Область інтерференції та область Бункіна-Федорова.	108
2.2.4. Нерелятивістські енергії електрона.	110
2.2.5. Енергетичні спектри електрона.	118
Висновки до розділу 2	129

РОЗДІЛ 3. ГАЛЬМІВНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА В ПОЛІ ЯДРА І ДВОХ ІМПУЛЬСНИХ ЛАЗЕРНИХ ХВИЛЬ

3.1. Нерезонансний процес в полі двох лазерних хвиль.	132
3.1.1. Нерезонансна амплітуда процесу в інтерференційній області	138
3.1.2. Нерезонансний переріз процесу в полі двох хвиль.	143
3.1.3. Переріз процесу у випадку нерелятивістських енергій.	149
3.2. Резонансний процес гальмівного випромінювання в полі двох лазерних хвиль	156
3.2.1. Кінематичні особливості процесу гальмівного випромінювання в полі двох хвиль	156
3.2.2. Зворотне розсіювання Комптона.	161
3.2.3. Параметри багатифотонності в спеціальній кінематиці.	165
3.2.4. Амплітуда процесу в спеціальній кінематиці	167
3.2.5. Резонансний переріз процесу в полі двох лазерних хвиль.	170
3.2.6. Розподіл по енергії електрона в кінцевому стані	178
Висновки до розділу 3	183

РОЗДІЛ 4. ФОТОНАРОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЇ ПАРИ НА ЯДРІ В ІМПУЛЬСНОМУ ЛАЗЕРНОМУ ПОЛІ

4.1. Фотонародження електрон-позитронної пари в лазерному полі	186
4.1.1. Амплітуда переходу для процесу фотонародження пари.	187

4.1.2.	Переріз процесу фотонародження пари на ядрі.	192
4.1.3.	Нерелятивістські енергії електрон-позитронної пари	194
4.2.	Резонансне фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в полі імпульсного лазера.	198
4.2.1.	Резонансна амплітуда процесу.	201
4.2.2.	Резонансний переріз процесу	204
4.3.	Параметричний інтерференційний ефект при фотонародженні пар на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль	208
4.3.1.	Амплітуда процесу в полі двох імпульсних хвиль	209
4.3.2.	Амплітуда процесу в інтерференційній області.	213
4.3.3.	Переріз процесу у випадку релятивістських енергій	219
4.3.4.	Переріз процесу у випадку нерелятивістських енергій	223
	Висновки до розділу 4	229

РОЗДІЛ 5. РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА НА ЕЛЕКТРОНІ

	В ІМПУЛЬСНОМУ ПОЛІ ЛАЗЕРА	231
5.1.	Розсіювання електрона на електроні в сильному імпульсному полі . .	232
5.1.1.	Амплітуда процесу.	235
5.1.2.	Резонансне розсіювання електронів ультрарелятивістських енергій.	240
5.1.3.	Резонансний переріз та обговорення результатів	245
	Висновки до розділу 5	251
	ВИСНОВКИ	253
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	256
	ДОДАТОК А. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ .	288
	ДОДАТОК Б. ПЕРЕХІД ДО СТАЦІОНАРНОЇ ТЕОРІЇ РОЗСІЮВАННЯ	293
	ДОДАТОК В. ВИПАДОК КРАТНИХ ЧАСТОТ ЛАЗЕРНИХ ХВИЛЬ . .	296
	ДОДАТОК Г. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	299

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

КЕД	– квантова електродинаміка
УКІ	– ультра короткий імпульс
ПЧІ	– підсилення чірпованих імпульсів
ВГВП	– вимушене гальмівне випромінювання та поглинання
ГВ	– гальмівне випромінювання
СГВ	– спонтанне гальмівне випромінювання
ФНП	– фотонародження пари
SLAC	– Stanford Linear Accelerator Center
ELI	– Extreme Light Infrastructure
FAIR	– Facility for Antiproton and Ion Research
PHELIX	– Petawatt High-Energy Laser for heavy Ion eXperiments
XFEL	– European X-ray free-electron laser
φ	– фаза лазерної хвилі
$A^\mu(\varphi)$	– 4-потенціал лазерної хвилі
$g(\varphi/\omega\tau)$	– огинаюча функція 4-потенціалу імпульсної хвилі
$\tilde{\gamma}^\mu$	– гамма-матриці Дірака
\hat{a}	– скалярний добуток 4-вектора a^μ та матриць Дірака
J_n	– функція Бесселя цілого показника
W_n	– ймовірність процесів вимушеного випромінювання-поглинання
P_{res}	– профіль резонансного піку

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Джерела лазерного випромінювання знайшли широке застосування в прикладних і фундаментальних дослідженнях завдяки своїм унікальним властивостям: вузькому спектру випромінювання, когерентності, малій кутовій розбіжності, високій інтенсивності тощо. Науковий інтерес викликаний великою кількістю раніше невідомих явищ, які виникають при дії потужного лазерного випромінювання на фізичні процеси. Ці явища мають величезне практичне значення і дозволяють проникнути в суть атомарної і молекулярної будови речовини. Відкриття нових ефектів дало поштовх для розвитку різних галузей науки та технологій таких як: нелінійна оптика, лазерна спектроскопія, лазерна селективна фотофізика і фотохімія, волоконна оптика, біофізика, фізика плазми, термоядерний синтез тощо.

З моменту появи перших лазерів досягнуто величезного прогресу в збільшенні їх потужності, що значною мірою пов'язано зі скороченням тривалості лазерних імпульсів [1]. Однією з найважливіших проблем лазерної фізики є генерація лазерного випромінювання у вигляді імпульсів гранично малої тривалості, що володіють високою інтенсивністю випромінювання. Сучасні лазерні системи здатні випромінювати імпульси тривалістю в десятки фемтосекунд ($1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$) і навіть коротші. Величезні інтенсивності в сфокусованих пучках і пов'язані з ними напруженості електричних і магнітних полів дають можливість вивчати процеси взаємодії світла з речовиною в режимах, раніше недоступних для експериментаторів. За допомогою таких лазерів досліджуються ефекти квантової електродинаміки (КЕД), наприклад, що виникають при взаємодії УКІ з електронними пучками; проведені експерименти з релятивістською плазмою; продемонстрована можливість ініціювання ядерних реакцій; розробляються різні системи лазерного охолодження пучків; лазерного прискорення заряджених частинок; розглядаються можливості здійснення за допомогою лазерів керованого термоядерного синтезу та багато іншого. Наразі розробляються та реалізовані схеми генерації направлених пучків рентгенівського

і гамма випромінювання при взаємодії УКІ з пучками швидких електронів. Таким чином, дослідження різних аспектів впливу електромагнітного поля на фізичні процеси є одним з найбільш актуальних питань сучасної прикладної і фундаментальної фізики.

Розвиток лазерних систем стимулює вивчення фізичних процесів в імпульсних лазерних полях різних конфігурацій. Нові експериментальні умови ставлять все нові задачі для теоретичної фізики відносно вивчення процесів у потужних імпульсних полях та розвитку моделі описання лазерного випромінювання. В імпульсних полях стають все більш суттєвими нелінійні ефекти КЕД в силових полях, які є основним об'єктом досліджень у цій роботі.

Дія зовнішнього лазерного поля на процеси квантової електродинаміки зумовлена тим, що в процесі взаємодії частинки можуть вимушено випромінювати і поглинати фотони зовнішнього поля [2]. Амплітуда переходу (елемент S-матриці) та переріз процесу в цьому випадку можуть бути подані у вигляді суми по парціальних компонентах, кожна з яких відповідає процесам за участі певної кількості фотонів зовнішнього поля. Під дією лазерного поля на процеси взаємодії кутові та енергетичні розподіли для частинок у кінцевому стані можуть суттєво змінюватися. Кількісні характеристики впливу лазерного поля на процес залежать від інтенсивності поля, кінематики і характеру досліджуваного процесу.

Експериментальна перевірка ефектів КЕД в лазерних полях проводиться протягом досить тривалого часу в багатьох наукових центрах світу. Знаковими можна назвати експерименти середини 90-х років минулого століття на прискорювальному комплексі SLAC (SLAC National Accelerator Laboratory, Stanford, USA) з ультрарелятивістським електронним пучком енергії 46.6 GeV та інтенсивним зовнішнім полем [3–5]. У цих роботах були досліджені процеси розсіювання фотонів лазерного поля на швидких електронах (нелінійний Комптон ефект) і подальше народження електрон-позитронних пар (процес Брейта–Віллера). У рамках точності вимірювань було показано узгодження експериментальних даних та теоретичних розрахунків. Слід зазначити, що на сьогоднішній

день експериментальна перевірка цілої низки нелінійних ефектів КЕД в зовнішніх лазерних полях є відкритим і актуальним питанням. Так, дослідження нелінійних ефектів КЕД включено в наукові програми ряду міжнародних проєктів: ELI (Extreme Light Infrastructure, European), FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research, GSI, Darmstadt, Germany) на базі лазерної системи PHELIX (Petawatt High-Energy Laser for heavy Ion eXperiments) [6], XFEL (European X-ray free-electron laser, DESY, Germany) та інші [7].

Теоретичною основою вивчення процесів КЕД в лазерних полях є точний розв'язок рівняння Дірака для електрона в плоскому електромагнітному полі (функція Волкова), що справедливий для плоскої хвилі довільного спектрального складу [8,9]. Характерною особливістю електродинамічних процесів другого порядку за постійною тонкої структури є можливість їх резонансного протікання. При цьому за резонансних умов поперечні перерізи процесів розсіювання частинок у зовнішньому лазерному полі можуть на декілька порядків за величиною перевищувати відповідні перерізи розсіювання за відсутності зовнішнього поля.

Огляд наукових публікацій за тематикою дисертації показує, що теорія фізичних процесів у лазерному полі досить добре розвинена для моделі плоскої монохроматичної хвилі. У той же час, сучасні теоретичні дослідження фізичних процесів в імпульсних лазерних полях базуються в основному на об'ємних чисельних розрахунках. Досить часто результати таких досліджень важко безпосередньо порівняти з теоретичними результатами для випадку плоскої монохроматичної хвилі. Таким чином, застосування та розвиток нових підходів при вивченні процесів в імпульсних полях є актуальним питанням та становить науковий інтерес, оскільки аналітичні результати більш наочно демонструють фізичні властивості процесів під впливом лазерного поля, що дозволяє досліджувати нові явища, закономірності та властивості процесів.

Становить науковий інтерес вивчення процесів КЕД в полі двох однаково направлених лазерних хвиль. При певній кінематиці процесу (інтерференційна кінематика) вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої

лазерної хвилі відбувається корельованим чином, а ймовірність цих парціальних процесів зазвичай вища, ніж в інших кінематичних областях. Даний ефект за своєю природою належить до нелінійних ефектів КЕД в зовнішніх полях, оскільки кількісно визначається добутком напруженостей поля першої та другої хвилі та пов'язаний з їхньою інтерференцією.

Зазначимо, що врахування імпульсного характеру лазерного поля приводить до виконання закону збереження енергії лише в певному наближенні. У цьому випадку вплив поля на резонансні та інтерференційні властивості диференціальних перерізів процесів суттєво різний у порівнянні з випадком монохроматичного лазерного поля. Для процесів КЕД в лазерних полях слід виділити випадок, коли кінетична енергія частинок більша або одного порядку за величиною з роботою зовнішнього поля над частинками на довжині хвилі. У цьому випадку вплив зовнішнього поля на кутові та енергетичні розподіли частинок у кінцевих станах суттєвий навіть для нерезонансної кінематики процесу. Цікавий також випадок розсіювання на малі кути, який має ключове значення для процесів з частинками ультрарелятивістських енергій та для малих переданих імпульсів.

Таким чином, дослідження різних аспектів впливу лазерного поля на кінематичні характеристики процесів квантової електродинаміки є актуальним питанням сучасної експериментальної та теоретичної фізики. Навіть враховуючи значний науковий доробок у теоретичному дослідженні фізичних процесів у лазерному полі, слід зазначити, що низка цікавих питань в цьому напрямі на сьогодні залишається відкритою. Мало дослідженими залишаються процеси саме в імпульсному лазерному полі, потреба у вивченні яких виникає для сучасних експериментальних умов. Зокрема системний аналіз фізичних процесів в імпульсному полі: за резонансних умов; у випадку двох хвиль при кореляції випромінювання та поглинання фотонів лазерного поля; при розсіюванні швидких частинок на малі кути за малих переданих між частинками імпульсів; коли енергія поля, що поглинається чи випромінюється частинкою, одного порядку за величиною з початковою кінетичною енергією частинок.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є послідовне теоретичне дослідження впливу зовнішнього імпульсного лазерного поля різної конфігурації на фізичні процеси: розсіювання електрона на ядрі, гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі, розсіювання електрона на електроні, вивчення нелінійних ефектів та кінематичних особливостей протікання процесів квантової електродинаміки в імпульсних лазерних полях.

Для досягнення поставленої мети слід виконати наступні завдання:

- розвинути теорію процесів розсіювання електрона на ядрі, гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі, розсіювання електрона на електроні в імпульсному лазерному полі;
- дослідити властивості цих процесів під впливом двох співнапрямлених імпульсних хвиль, особливо в кінематичній області, де вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої лазерної хвилі відбувається корельованим чином; отримати явні вирази для амплітуди переходу та диференціального перерізу розсіювання; дослідити енергетичні та кутові розподіли частинок у кінцевому стані та провести порівняльний аналіз для моделей монохроматичної та імпульсної лазерної хвилі;
- визначити та дослідити кінематичні області для процесів гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар та розсіювання електрона на електроні, де вони можуть мати резонансний характер за рахунок виходу частинки в проміжному стані на масову поверхню;
- розвинути методику дослідження фізичних процесів другого порядку за постійною тонкої структури в полі імпульсного лазера за резонансних умов у рамках підходів квантової електродинаміки; отримати аналітичні вирази для амплітуд переходу та диференціальних перерізів розсіювання цих процесів в умовах резонансу;
- дослідити властивості нерезонансних процесів гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі та розсіювання електрона на електроні для випадку, коли енергія поля, що

поглинається чи випромінюється частинкою, одного порядку за величинию з початковою кінетичною енергією частинок;

– теоретично вивчити процеси розсіювання електрона на ядрі та електрона на електроні в імпульсному лазерному полі при малих кутах розсіювання, визначити ймовірності вимушеного випромінювання і поглинання в процесі розсіювання електрона за таких умов.

Об'єкт дослідження – фізичні процеси розсіювання, випромінювання та народження електрон-позитронних пар під впливом поля однієї та двох імпульсних лазерних хвиль.

Предмет дослідження – нелінійні ефекти та кінематичні особливості протікання квантових процесів у полі однієї та двох імпульсних лазерних хвиль.

Методи дослідження. При виконанні роботи використовується математичний апарат квантової електродинаміки (діаграмна техніка Фейнмана [10], формалізм S-матриці), загальноприйняті методи теоретичної фізики з вивчення взаємодії лазерного випромінювання з речовиною. Використовується напівкласичний метод розгляду процесів (картина Фаррі [11]), коли зовнішнє світлове поле враховується точно і розглядається як класичне поле. При цьому взаємодія електронів між собою та з полем ядра розглядається квантово-механічно в рамках борнівського наближення. Для опису зовнішнього лазерного поля використовується модель плоскої квазімонохроматичної хвилі, коли характерне число осциляцій напруженості поля в електромагнітному імпульсі набагато більше за одиницю. Використання стандартних методів дозволяє в певних граничних випадках одержати раніше отримані результати. Для зручності в роботі використовується релятивістська система одиниць ($\hbar = c = 1$) та стандартна метрика $(ab) = a_0b^0 - \mathbf{ab}$ для 4-простору.

Наукова новизна отриманих результатів. Наукова новизна полягає у вивченні нових закономірностей та кінематичних ефектів у процесах квантової електродинаміки, що виникають за присутності однієї та двох лазерних хвиль з урахуванням імпульсного характеру зовнішнього поля. Серед нових наукових результатів, які одержані в дисертаційній роботі, можна виділити наступні:

1. Розвинуто теорію процесів розсіювання електрона на ядрі, гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі, розсіювання електрона на електроні в імпульсному лазерному полі; отримано явні вирази для амплітуд переходу та диференціальних перерізів розсіювання цих процесів, досліджено енергетичні та кутові розподіли частинок в кінцевому стані та проведено порівняльний аналіз для моделей монохроматичної та імпульсної лазерної хвилі.

2. Визначено та досліджено резонансні властивості процесів гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі та розсіювання електрона на електроні в імпульсному лазерному полі, що пов'язані з можливістю виходу частинки в проміжному стані на масову поверхню. Встановлено, що резонансні властивості перерізу визначаються характеристиками зовнішньої імпульсної хвилі та початковою кінематикою процесу. Показано, що за умов резонансу переріз процесу в імпульсному лазерному полі може на кілька порядків величини перевищувати відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля, а з ростом енергії частинок резонансний переріз зменшується.

3. Розвинуто методику дослідження фізичних процесів другого порядку за постійною тонкої структури полі імпульсного лазера за резонансних умов в рамках підходів квантової електродинаміки, зокрема усунення резонансної розбіжності амплітуди та перерізу процесу в рамках математичного формалізму без застосування феноменологічної процедури Брейта-Вігнера.

4. Уперше вивчено процес розсіювання електрона на ядрі в імпульсному полі лазера в області малих кутів. Установлено, що переріз розсіювання має максимум поблизу виділеного напрямку розсіювання електрона, що відповідає мінімальним значенням переданого імпульсу для кожного парціального процесу вимушеного випромінювання і поглинання. Підсилення перерізу може складати до двох порядків величини.

5. Передбачено параметричний інтерференційний ефект для квантових процесів у полі двох імпульсних лазерних хвиль у кінематичній області, коли

хвильовий вектор лазерного поля та імпульси частинок у початкових та кінцевих станах лежать в одній площині (інтерференційна область). Показано, що в цій області встановлюється зв'язок між енергією та кутом вильоту частинки, а процеси вимушеного випромінювання і поглинання фотонів обох хвиль відбуваються корельованим чином. Показано, що ймовірність парціального процесу з корельованим випромінюванням (поглинанням) електроном рівного числа фотонів обох хвиль на 2-3 порядки величини перевищує відповідну ймовірність у будь-якій іншій кінематиці розсіювання.

6. Уперше досліджено енергетичні розподіли частинок в кінцевому стані для процесів розсіювання електрона на ядрі, гальмівного випромінювання електрона на ядрі, фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль. Показано, що розподіл по енергії в інтерференційній області якісно відрізняється від розподілу для іншої геометрії процесу. Параметричним інтерференційний ефект проявляється в перерозподілі ймовірностей парціальних процесів і енергетичний спектр електрона має смугастий вигляд. Уперше показано, що для процесів другого порядку за сталою тонкою структури в полі двох імпульсних хвиль можлива одночасна реалізація резонансних та інтерференційних умов.

7. Показано, що для лазер-модифікованих процесів переріз просумований по всіх парціальних процесах найбільш суттєво відрізняється від перерізу процесу за відсутності поля, коли енергія поля, що поглинається чи випромінюється частинкою, одного порядку за величиною з початковою кінетичною енергією частинок.

8. Уперше вивчено резонансний переріз розсіювання ультрарелятивістських електронів у сильному лазерному полі. Досліджено залежність резонансного перерізу від поляризації зовнішньої лазерної хвилі. Знайдено область малих кутів вльоту електронів в системі центра інерції, коли теорія збурень по впливу поля може бути застосована навіть при високій інтенсивності. Показано, що резонансний переріз може перевищувати відповідний переріз процесу за відсутності зовнішнього поля на декілька порядків величини.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в роботі аналітичні вирази для перерізів досліджуваних процесів у полі імпульсного лазера мають компактну, зручну для подальшого аналізу структуру. Були використані добре відомі та випробувані методи дослідження, які широко застосовуються в подібних роботах як в Україні, так і за її межами.

Кількісні розрахунки в дисертаційній роботі виконувалися для параметрів зовнішнього лазерного поля та геометрії процесів, що відповідають раніше проведеним та запланованим експериментам з перевірки нелінійних ефектів КЕД. Таким чином, результати дослідження будуть корисні при виконанні наукових програм міжнародних проектів, наприклад: ELI, FAIR на базі лазерної системи PHELIX, XFEL та ін. Слід зазначити, що отримані загальні аналітичні закономірності для процесів в зовнішньому полі можуть бути поширені на рентгеновський діапазон випромінювання. Наближення квазімонохроматичного поля та помірно сильної інтенсивності, що були використанні в дослідженні, добре узгоджуються з параметрами сучасних джерел рентгеновського випромінювання (спектральний склад, інтенсивність). Таким чином, дослідження проведені на рівні світових аналогів, результати можуть бути використані та перевірені в подальших експериментах з квантової електродинаміки в сильних полях.

Результати теоретичних досліджень процесу резонансного гальмівного випромінювання були використані для пояснення експериментальних спектрів випромінювання при взаємодії імпульсного лазера з кластерами.

Результати робіт можуть бути використані в ряді наукових інститутів та центрів як в Україні, так і за її межами: Інститут прикладної фізики НАН України, Інститут теоретичної фізики НАН України, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Національний науковий центр "ХФТІ" НАН України, Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна, Національний дослідницький ядерний університет "МІФІ Московський фізико-технічний інститут, Брукхейвенська національна лабораторія (США), Стенфордський прискорювальний комплекс SLAC (США), Інститут фізики Чеської академії наук (Прага), Лабораторії лінійних прискорювачів (Орсе, Франція) та інші.

Особистий внесок здобувача. Наукові результати дисертаційного дослідження були опубліковані в роботах [12–26] та тезах доповідей наукових конференцій [27–38]. Основні результати досліджень, що ввійшли в дисертаційну роботу, виконані автором самостійно або за його безпосередньої участі. Здобувач брав участь у постановці задач, виборі методів дослідження, проведенні аналітичних і чисельних розрахунків.

У роботах [12, 13] по вивченню процесу ФНП здобувачем було виконано основну частину аналітичних та чисельних розрахунків. У роботі [12] детально досліджено особливу кінематику в області ультрарелятивістських енергій електрон-позитронної пари, коли процес ФНП на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі має резонансний характер. У роботі [13] здобувачем проведено аналіз відношення підсумованого по парціальних процесах нерезонансного перерізу народження пари на ядрі в полі лазерної хвилі до перерізу процесу за відсутності поля.

У оглядових роботах [14, 15] за участі здобувача систематизовано та проаналізовано загальні властивості фізичних процесів в імпульсному лазерному полі за умов резонансного протікання процесів, за винятком розділів, що стосуються процесу лазер-модифікованого розсіювання Комптона (виконав Ворошило О.І.). Розроблена методика усунення нефізичних розбіжностей у перерізах процесів у рамках моделі квазімонохроматичної хвилі.

У роботі [16] за активної участі здобувача проаналізовано загальні властивості фізичних нерезонансних процесів в імпульсному полі лазера. Знайдено області кутів розсіювання та вильоту електрона та позитрона, коли переріз лазер-модифікованого процесу перевищує переріз процесу за відсутності лазерного поля.

У монографії [17] здобувачем виконана основна робота з оформлення результатів, зокрема, що стосується процесів розсіювання електрона на ядрі, гальмівного випромінювання та народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в присутності зовнішнього імпульсного поля лазера.

У роботі [18] здобувачем проведено аналіз кінцевих виразів для перерізу

процесу розсіювання електрона на електроні в полі двох хвиль та проведено основні чисельні розрахунки.

У роботі [19] за участі здобувача вперше отримано аналітичні вирази для процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Досліджено основні причини та динаміку поширення піків, що з'являються в перерізі процесу в особливій кінематичній області. Дослідження були продовжені здобувачем в роботах [20, 21], де детально вивчені енергетичні спектри електрона в кінцевому стані та проведено порівняльний аналіз для різних моделей зовнішнього поля і різних кінематичних областей.

У роботі [22] для перерізу процесу розсіювання електрона на електроні в сильному лазерному полі здобувачем було знайдено особливу область значень кутів вльоту електронів, де може бути застосована теорія збурень по впливу сильного поля. Були виконані відповідні аналітичні та чисельні розрахунки.

Робота [23], що присвячена лазер-модифікованому розсіюванню електрона на ядрі в області малих кутів, була виконана здобувачем самостійно за консультативної підтримки проф. Рощупкіна С.П.

У роботі [24] за участі здобувача вперше отримано аналітичні вирази для процесу другого порядку за сталою електромагнітної взаємодії в полі двох імпульсних хвиль. Досліджено основні властивості перерізу нерезонансного процесу гальмівного випромінювання в особливій кінематичній області, де спостерігається корельований характер вимушеного випромінювання та поглинання. Здобувач також виконав чисельні розрахунки для енергетичних спектрів електрона в кінцевому стані. Подібні дослідження були проведені за участі здобувача в роботі [25] вже для процесу фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль.

У роботі [26] для процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі здобувач виконав аналітичний пошук області кутів розсіювання та вильоту гальмівного фотона, у якій спостерігається резонансний характер процесу при корельованому випромінюванні та поглинанні фотонів обох хвиль. Здобувачем було показано, що за таких умов переріз процесу суттєво зростає.

Апробація результатів дисертації. Основні наукові результати дисертаційної роботи були оприлюднені та обговорені на наступних конференціях: 10th, 12th, 13th International Conferences Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM), що проходили в Севастополі в 2010 році, у Судаку в 2013 році та Одесі в 2016 році, відповідно; XIV, XVI, XVII конференції з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів, ННЦ ХФТІ, Харків, 2016, 2018, 2019 роки; Internat. Conf. Laser Optics (ICLO 2018), St. Peter., Russia, 2018.

Результати також регулярно обговорювалися на численних семінарах відділу «Квантової електродинаміки сильних полів», засіданнях Вченої ради та конференціях молодих науковців «Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики» Інституту прикладної фізики НАН України.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в теоретичному відділі «Квантової електродинаміки сильних полів» Інституту прикладної фізики НАН України в місті Суми. Основні результати дослідження були отримані в рамках науково-дослідних робіт, де здобувач був виконавцем:

- «Когерентні і резонансні квантово-електродинамічні явища в сильних лазерних полях» (№0107U000315, термін виконання 01.2007-12.2011 рр.),
- «Квантово-електродинамічні явища в сильних електромагнітних полях» (№0111U010613, термін виконання 01.2012–12.2016 рр.),
- «Квантова електродинаміка лептонів в двохмодовому імпульсному лазерному полі» (№0113U006189, термін виконання 10.2013–12.2013 рр.),
- «Квантово-польові підходи в задачах зіткнення важких іонів і електронів в електромагнітних полях» (№0116U005848, термін виконання 01.2017–12.2021 рр.).

Окрім цього, виконання дослідження було підтримано в рамках наступних науково-дослідних робіт, де здобувач виступав науковим керівником:

- «Когерентні ефекти процесів квантової електродинаміки в імпульсних світлових полях» (№0111U008802, термін виконання 07.2011–12.2012 рр.)
- «Процеси квантової електродинаміки в інтенсивних силових полях» (№0118U006946, термін виконання 10.2018–12.2018 рр.).

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані у 27 наукових працях, із них: 1 монографія; 1 розділ в монографії зарубіжного видавництва; 13 статей у провідних фахових журналах, 12 статей індексуються науковометричними базами Scopus та Web of Science; 5 статей у матеріалах Міжнародних наукових конференцій та 7 тез доповідей на конференціях.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків, переліку використаних джерел та додатків. Зміст дисертації викладено на 302 сторінках друкованого тексту, з яких 219 сторінок основного тексту. Робота містить 42 рисунка, з яких 11 розміщено повністю на сторінку, та 1 таблицю. Список використаних джерел складається із 314 найменувань, розміщених на 39 сторінках. Робота містить 4 додатки на 14 сторінках.

Подяки. У першу чергу хотілося б виразити слова глибокої вдячності своєму науковому керівникові та наставнику професору Рощупкіну Сергію Павловичу, який окрім того, що є співавтором більшості наукових публікацій, відіграв і відіграє суттєву роль у моєму професійному та особистісному розвитку. Дякую також й іншим співавторам моїх робіт – Левицькій Олені Олександрівні та Ворошилу Олексію Івановичу за плідну співпрацю та дружнє ставлення.

Виражаю велику подяку директору Інституту прикладної фізики НАН України академіку Сторіжку Володимирі Юхимовичу за всіляку підтримку та створення комфортних умов для виконання представлених досліджень. Дякую керівнику наукового семінару відділу квантової електродинаміки сильних полів ІІФ НАН України доктору наук Холодову Роману Івановичу та всім активним учасникам цього семінару (Новак О.П., Денисенко О.І., Недорешта В.М., Стародуб С.С., Цибульник В.О., Хелемеля О.В., Дяченко М.М., Лебединський С.О. та інші) за увагу до моєї роботи, слухні поради та рекомендації при виконанні роботи.

Хочу також подякувати своїм рідним та близьким з ненаукового середовища за всебічну підтримку та допомогу під час виконання та оформлення роботи.

РОЗДІЛ 1

ОПИС ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛАЗЕРНИХ ПОЛЯХ

1.1. Характеристики лазерного випромінювання.

Лазерне випромінювання володіє цілим рядом специфічних властивостей, які якісно відрізняють його від інших джерел випромінювання, а саме: монохроматичність, когерентність, висока спрямованість і висока інтенсивність. Завдяки цим унікальним властивостям джерела лазерного випромінювання знайшли широке застосування в техніці і медицині, прикладних і фундаментальних дослідженнях. При дії потужного лазерного випромінювання на фізичні процеси виникає велика кількість раніше невідомих явищ, які дозволяють проникнути в суть атомарної і молекулярної будови речовини. Відкриття нових ефектів дало поштовх для розвитку різних галузей науки та технологій таких як: нелінійна оптика, лазерна спектроскопія, лазерна селективна фотофізика і фотохімія, волоконна оптика, біофізика, фізика плазми, термоядерний синтез тощо.

З моменту появи перших лазерів досягнуто величезного прогресу в збільшенні їх потужності, що в значній мірі пов'язано зі скороченням тривалості лазерних імпульсів [1]. Однією з найважливіших проблем лазерної фізики є генерація лазерного випромінювання у вигляді імпульсів гранично малої тривалості. Вирішення цієї проблеми відкриває шлях до створення лазерів, що володіють гранично високою інтенсивністю випромінювання. Сучасні лазерні системи здатні випромінювати імпульси тривалістю в десятки фемтосекунд ($1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$) і навіть коротші [6, 7, 39]. Порівняно скромна по лазерних масштабах енергія випромінювання, при зосередженні в імпульсі ультра короткої тривалості, дає високу потужність, а при фокусуванні пучка - величезну інтенсивність. Величезні інтенсивності в сфокусованих пучках і пов'язані з ними напруженості електричних і магнітних полів дають можливість вивчати процеси взаємодії світла з речовиною в режимах, раніше недоступних для експериментаторів. За допомогою таких лазерів досліджуються ефекти квантової електродинаміки (КЕД), наприклад, що виникають при взаємодії ультра

коротких імпульсів (УКІ) з електронними пучками; проведені експерименти з релятивістською плазмою; продемонстрована можливість ініціювання ядерних реакцій; розробляються різні системи лазерного охолодження пучків; лазерного прискорення заряджених частинок; розглядаються можливості здійснення за допомогою лазерів керованого термоядерного синтезу та багато іншого. У даний час розробляються та реалізовані схеми генерації направлених пучків рентгенівського і гамма випромінювання при взаємодії УКІ з пучками швидких електронів. У таких установках є необхідність вивчення ефектів КЕД з одного боку безпосередньо в процесі генерації рентгенівського випромінювання та з іншого боку застосування теоретичних підходів КЕД при дослідженні впливу інтенсивного рентгенівського випромінювання на фізичні процеси.

Прикладне застосування лазерів досить різноманітне. Доступна висока щільність енергії випромінювання дозволяє виробляти локальну термічну обробку і пов'язану з нею механічну обробку (різання, зварювання, пайку, гравіювання). Точний контроль зони нагріву дозволяє зварювати матеріали, які неможливо зварити звичайними способами (наприклад, кераміку і метал), використовувати його в мікроелектроніці для прецизійної механічної обробки матеріалів, проводити високоточні хірургічні операції. Лазери використовуються для отримання поверхневих покриттів матеріалів (лазерне легування, лазерне наплавлення, вакуумно-лазерне напилення) з метою збільшення їх строку експлуатації. Крім того, увесь технологічний процес лазерної обробки може бути повністю автоматизований, тому характеризується високою точністю і продуктивністю.

Іншою обставиною, що мотивує розвиток лазерів УКІ, є необхідність виміру гранично коротких інтервалів часу, що дозволяє досліджувати різні швидкоплинні процеси, для яких фемтосекунда є природним масштабом часу. УКІ лазерного випромінювання, наприклад, широко використовуються в лазерній хімії для запуску й аналізу хімічних реакцій. Тут лазерне випромінювання дозволяє забезпечити точну локалізацію, дозованість, абсолютну стерильність і високу швидкість введення енергії в систему.

Монохроматичність випромінювання та тривалість лазерного імпульсу. Однією з основних властивостей лазерного випромінювання є його висока монохроматичність. Тобто, характерна ширина спектрального розподілу лазерного випромінювання значно менша за величину основної частоти:

$$\Delta\omega/\omega \ll 1. \quad (1.1)$$

Реальна ширина спектру випромінювання $\Delta\omega$ визначається ефективною шириною робочого переходу в активному середовищі лазера, властивостями резонатора і тривалістю імпульсу. Як правило, для неперервного лазера справедлива оцінка:

$$\Delta\omega/\omega \sim 10^{-8}. \quad (1.2)$$

Спектральний розподіл при цьому має вигляд вузького піку.

Для лазера, що працює в неперервному режимі, спектральний розподіл може бути описаний δ -функцією Дірака. У цьому випадку саме лазерне поле може бути описане як плоска монохроматична хвиля. У випадку імпульсного лазерного поля для багатьох задач модель плоскої монохроматичної хвилі недостатньо повно описує лазерну хвилю, оскільки може не враховувати певні кінематичні особливості КЕД процесів в присутності зовнішнього поля. Тоді необхідно враховувати тривалість імпульсу й, відповідно, кінцеву ширину піку в спектральному розподілі.

Тривалість випромінювання безпосередньо пов'язана з шириною піку в спектральному розподілі лазерного поля, а також суттєво впливає на інтенсивність випромінювання в електромагнітному імпульсі. Тривалість лазерного випромінювання визначається конструкцією лазерної установки. Залежно від поставлених задач вибираються різні режими роботи лазерної установки.

Когерентність та направленість лазерного випромінювання. Як відомо, когерентність обумовлена вимушеним (на відміну від спонтанного) характером випромінювання. Для електромагнітного випромінювання існують по-

няття просторової й часової когерентності. Важливо відмітити, що звичайне поняття просторово-часової когерентності не цілком характеризує лазерне випромінювання високої інтенсивності, коли домінують багатофотонні процеси. У цьому випадку лазерне випромінювання необхідно характеризувати когерентністю вищих порядків.

Когерентність лазерного випромінювання та надзвичайно мала розбіжність дозволяють сфокусувати випромінювання в пляму, що за розміром порядку довжини хвилі: $d \sim \lambda \sim 1$ мкм. При тривалості лазерного імпульсу порядку 1 фс довжина цугу хвилі, тобто область локалізації електромагнітного випромінювання, також складає величину порядку довжини хвилі $l = \tau c \sim 10^{-4}$ см $\sim \lambda$.

Направленість лазерного випромінювання зумовлена геометрією резонатора. У резонаторі збуджуються лише такі хвилі, які поширюються вздовж вісі резонатора або під невеликим до неї кутом. Підкреслимо, що кінцевий розмір апертури резонатора (поперечний розмір активного середовища) зумовлює виникнення дифракції. Розбіжність, обумовлена дифракцією, визначається формулою:

$$\vartheta = \lambda/D. \quad (1.3)$$

Наприклад, для довжини хвилі випромінювання $\lambda = 10^{-5}$ см і характерного розміру апертури $D = 1$ см отримаємо: $\vartheta \sim 10^{-5}$ рад.

Інтенсивність лазерного випромінювання. Лазерне випромінювання характеризується величиною напруженості електричного поля F_0 (в одиницях В/см) або ж інтенсивністю I_0 (в одиницях Вт/см²), тобто середнім значенням густини потоку імпульсу. Інтенсивність може бути визначена виразом

$$I_0 = \frac{Q}{S_0 \tau} = \frac{c}{8\pi} F_{max}^2, \quad (1.4)$$

де Q – енергія лазерного імпульсу; S_0 – поперечний переріз лазерного пучка; τ – тривалість лазерного імпульсу. З іншого боку, інтенсивність I_0 для плоскої

хвилі (1.8) можна визначити як середнє значення модуля вектора Пойтінга:

$$S = \frac{c}{4\pi} [F \times H] \Rightarrow S = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{F}|^2 = \frac{c}{4\pi} F_0^2 (\sin^2 \varphi + \delta^2 \cos^2 \varphi),$$

$$I_0 = \bar{S} = \frac{c}{8\pi} (1 + \delta^2) F_0^2. \quad (1.5)$$

Цей вираз визначає зв'язок інтенсивності випромінювання з напруженістю поля і його поляризацією δ (див. вираз (1.8)) в одиницях системи СГС. Для того щоб у виразі (1.5) інтенсивність вимірювалася у Вт/см², а напруженість у В/см, необхідно ввести перевідні коефіцієнти. У результаті отримуємо співвідношення:

$$I_0 \simeq 1,3 \cdot 10^{-3} (1 + \delta^2) F_0^2, \quad (1.6)$$

$$F_0 \simeq \frac{27,46}{\sqrt{1 + \delta^2}} \cdot \sqrt{I_0} \simeq \begin{cases} 27,46\sqrt{I_0}, & \delta = 0; \\ 19\sqrt{I_0}, & \delta = \pm 1. \end{cases} \quad (1.7)$$

Наприклад, для напруженості лазерного поля, що за величиною одного порядку з напруженістю електричного поля на першій борівській орбіті атома водню ($F_a \simeq 5 \cdot 10^9$ В/см), з виразів (1.6)-(1.7) маємо $I_a \simeq 10^{16} \div 10^{17}$ Вт/см. Зазначимо, що коли мова йде про імпульсну лазерну хвилю, під величинами F_0 та I_0 маємо на увазі напруженість та інтенсивність поля у центрі лазерного імпульсу.

1.2. Моделювання лазерного поля

При дослідженні фізичних процесів у лазерному полі останнє, зазвичай, розглядається як зовнішнє силове поле. Вибір моделі для опису зовнішнього лазерного поля залежить від його силових та спектральних характеристик, а також від кінематичних умов протікання досліджуваних процесів.

Завдяки специфічним властивостям лазерного випромінювання в багатьох випадках задовільною моделлю є плоска монохроматична хвиля. Для визначеності виберемо лазерну хвилю, яка поширюється вздовж вісі z з площиною поляризації (xy) . У цьому випадку 4-потенціал лазерної еліптично поляризова-

ної хвилі може бути описаний наступним чином:

$$A_{mon}^{\mu} = \frac{cF_0}{\omega} (e_x^{\mu} \cos \varphi + \delta e_y^{\mu} \sin \varphi), \quad \varphi = (kx) = \omega(t - \frac{z}{c}), \quad (1.8)$$

де величини F_0 і ω – амплітуда напруженості і частота електричного поля хвилі; φ – фаза хвилі; δ – параметр еліптичності лазерної хвилі ($-1 \leq \delta \leq 1$), значення $\delta = 0$ відповідає лінійній поляризації хвилі $\delta = \pm 1$ – циркулярній поляризації; $e_x^{\mu} = (e_{x0}, \mathbf{e}_x)$, $e_y^{\mu} = (e_{y0}, \mathbf{e}_y)$ – 4-вектора поляризації, які задовольняють наступним співвідношенням:

$$(e_x e_y) = 0, \quad e_x^2 = e_y^2 = -1, \quad (k e_{x,y}) = 0.$$

Зазвичай, за рахунок вибору калібрування 4-потенціалу можна прийняти $e_{x0} = e_{y0} = 0$ [9].

1.2.1. Модель плоскої квазімонохроматичної хвилі

Амплітуда напруженості поля потужних коротких лазерних імпульсів значно змінюється як в просторі, так і в часі. Використання моделі плоскої монохроматичної хвилі для опису таких полів стає проблемним. Для опису взаємодії частинок з імпульсним лазерним полем може бути використана модель плоскої квазімонохроматичної хвилі, коли характерне число осциляцій напруженості поля в електромагнітному імпульсі N набагато більше одиниці [40–42]:

$$N = \frac{\omega\tau}{2\pi} \gg 1, \quad (1.9)$$

тут ω – характерна частота зовнішньої хвилі, τ – характерна тривалість імпульсу. В області оптичних частот характерна тривалість імпульсу τ може складати навіть десятки фемтосекунд і, отже, умова квазімонохроматичності хвилі (1.9) виконується для більшості сучасних потужних імпульсних лазерів. Електромагнітні поля, для яких виконується умова (1.9), прийнято називати квазімонохроматичними.

У рамках моделі плоскої квазімонохроматичної хвилі лазерний імпульс може бути описаний 4-потенціалом у наступному вигляді

$$A_{pul}^{\mu}(\varphi) = g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) \cdot A_{mon}^{\mu}(\varphi), \quad \varphi = (kx) \quad (1.10)$$

де $A_{mon}^{\mu}(\varphi)$ – 4-потенціал монохроматичної хвилі (1.8); функція $g(\varphi/\omega\tau)$ – огинаюча функція 4-потенціалу, яка дозволяє врахувати імпульсний характер поля лазера. Зазвичай, огинаючу функцію вибирають так, щоб вона дорівнювала одиниці в центрі імпульсу, $g(0) = 1$, і експоненційно спадала при $|\varphi| \gg \omega\tau$ (наприклад, функція Гауса). У цьому випадку величину τ можна розглядати як характерну тривалість лазерного імпульсу. Зазначимо, що введення огинаючої функції в потенціал зовнішнього поля приводить до поширення спектрального розподілу, тобто частота (енергія фотонів) має невизначеність порядку $1/\omega\tau$. Відповідно закон збереження енергії для процесу в імпульсному лазерному полі виконується в рамках певних наближень.

Поле двох лазерних хвиль можна описати як суперпозицію двох плоских хвиль, які поширюються в одному напрямі:

$$A(\varphi) = A_1(\varphi_1) + A_2(\varphi_2). \quad (1.11)$$

У випадку імпульсного лазерного поля у виразі (1.11) кожен із доданків має наступний вигляд:

$$A_j(\varphi_j) = \frac{F_{0j}}{\omega_j} \cdot g_j\left(\frac{\varphi_j}{\omega_j\tau_j}\right) \cdot (e_{jx} \cos \varphi_j + \delta_j e_{jy} \sin \varphi_j), \quad j = 1, 2. \quad (1.12)$$

Тут індекс j біля кожного з параметрів відповідає першій та другій хвилі.

1.2.2. Посилення і скорочення тривалості лазерних імпульсів

Для збільшення інтенсивності лазерного імпульсу його слід пропустити через досить протяжне активне середовище з необхідною шириною смуги посилення. При цьому для посилення ультракороткого імпульсу потрібна набагато

більша інверсна населеність в активному середовищі підсилювача і, відповідно, енергія накачування, ніж для генерації. Специфіка посилення УКІ полягає в тому, що при їх украй малій тривалості порівняно невеликі енергії лазерного імпульсу (істотно менші енергії насичення) викликають нелінійні ефекти, такі як самофокусування, що обмежують механізм посилення. Пікову потужність лазерного імпульсу обмежує руйнування активного середовища лазера при потужності понад гігават на квадратний сантиметр. З метою подолання цього обмеження був запропонований новий метод посилення УКІ, названий підсиленням чірпованих імпульсів (ПЧІ) ¹. Цей метод є оптичним аналогом методу, що широко використовується в техніці радіолокації. Для лазерів цей метод застосували Жерар Муру та Донна Стрікленд у Рочестерському університеті в середині 1980-х [1, 43–48]. За цю роботу дослідники в 2018 році отримали Нобелівську премію з фізики.

У методі ПЧІ ультракороткий лазерний імпульс перед входом в активне середовище розтягують у часі так, що низькочастотна складова імпульсу проходить менший шлях, ніж високочастотна, а лазерний імпульс стає позитивно чірпований. Розтягнений імпульс має набагато меншу потужність і його можна підсилити на кілька порядків величини інтенсивності за рахунок ефективної передачі енергії, що накопичена в активному середовищі підсилювача. Після посилення імпульс пропускається через лінію затримки, у якій є та ж залежність від основної частоти, але з протилежним знаком. Імпульс знову збирається, отримуючи пікову потужність на порядки більшу, ніж у первинному лазерному імпульсі. Окрім великої пікової потужності, лазер із підсиленням чірпованого імпульсу має відносно невеликі геометричні розміри, що дозволяє отримати настільний лазер тераватної потужності [47].

Розтягувач та компресор можна побудувати різними способами. Наприклад, підсилювач чірпованого імпульсу на основі титан-сапфірового кристалу потребує розтягнення імпульсу до кількох сотих пікосекунди, а, отже, компоненти з різними довжинами хвиль повинні проходити оптичні шляхи з різницею

¹англійською мовою – CPA (chirped pulse amplification)

в 10 см. Найбільш практичний спосіб цього досягнути - використовувати розтягувач та компресор на основі дифракційних ґраток. Характеристикою розтягувачів та компресорів є їхня дисперсія. У методі ПЧІ дисперсії розтягувача й компресора повинні компенсувати одна одну. З практичних міркувань розтягувач, зазвичай, роблять з позитивною дисперсією, а компресор – з негативною. Кожна компонента оптичної системи від початкового лазера до вихідного компресора дає свій внесок у дисперсію. Налаштувати розтягувач та компресор так, щоб на виході отримати імпульс, коротший ніж 100 фемтосекунд, непросто й часто потребує використання додаткових дисперсійних вузлів.

1.3. Основні параметри та особливі кінематичні області для квантових процесів в лазерному полі

Вплив зовнішнього лазерного поля на фізичні процеси обумовлений тим, що в процесі взаємодії, наприклад, електрона з іншими частинками він може вимушено випромінювати та поглинати фотони лазерного поля. Кількість фотонів зовнішнього лазерного поля, які вимушено випромінюються або поглинаються електроном, визначається величинами певних параметрів (параметрів багатофотонності). Наскільки істотний вплив лазерної хвилі залежить від інтенсивності поля, кінематики і характеру досліджуваного процесу. Важливо підкреслити, що є елементарні квантові процеси, які можуть протікати тільки в лазерному полі (лазер-індуковані), і квантові процеси, які можуть протікати і без лазерного поля (лазер-модифіковані). Також ефект присутності лазерної хвилі якісно різний для процесів першого і другого порядку за сталою тонкої структури.

Вивчення елементарних квантових процесів, що протікають у сильному лазерному полі, зазвичай проводиться на основі напівкласичного методу, коли лазерне поле описується класично, а взаємодія електронів, позитронів один з одним і з ядрами – методами квантової механіки (картина Фаррі [11]). Оскільки до теперішнього часу не отриманий аналітичний розв'язок рівняння Дірака в суперпозиції полів плоскої електромагнітної хвилі і кулонівського центру, про-

блему взаємодії електронів один з одним і з ядрами зазвичай розглядають, використовуючи точний розв'язок рівняння Дірака в полі плоскої хвилі (функції Волкова) і перший порядок теорії збурень по взаємодії електрона один з одним і з ядром (борнівське наближення).

Нелінійні ефекти в процесах взаємодії частинок з полем хвилі визначаються класичним релятивістськи інваріантним параметром

$$\eta_0 = \frac{eF_0\lambda}{mc^2}. \quad (1.13)$$

Тут λ – довжина хвилі. Параметр η_0 є класичним, тому що в нього не входить постійна Планка. Фізичний зміст параметра η_0 – це відношення роботи поля над частинкою з масою m і зарядом e на довжині хвилі до енергії спокою даної частинки. Параметр η_0 є основною характеристикою інтенсивності зовнішнього поля. У випадку, коли $\eta_0 \ll 1$, він набуває смислу швидкості осциляцій частинки в зовнішньому полі в одиницях швидкості світла. Для імпульсного поля параметр η_0 визначає інтенсивність електромагнітного поля в піці лазерного імпульсу. У більшості процесів першого порядку, пов'язаних з випромінюванням або поглинанням електроном фотона в полі лазера, основним параметром, що визначає багатотонні процеси, є класичний параметр η_0 . Якщо $\eta_0 \ll 1$ (випадок слабого поля), то найбільш імовірні процеси за участі одного фотона. Якщо $\eta_0 \sim 1$ (випадок сильного поля), то мають місце багатотонні процеси.

З виразу (1.13) можна легко оцінити, що для області оптичних частот хвилі $\omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$ значення інваріантного параметра $\eta_0 \sim 1$ відповідають електромагнітним полям з напруженістю: $F_0 \sim 10^{10} \div 10^{11} \text{ В/см}$; і, відповідно, інтенсивністю: $I \sim 10^{18} \div 10^{19} \text{ Вт/см}^2$.

У квантових процесах з кулонівською взаємодією між частинками виникає характерний квантовий параметр Бункіна-Федорова [49]:

$$\gamma_0 = \frac{eF_0v_i\omega^{-1}}{\hbar\omega} = \eta_0 \frac{mcv_i}{\hbar\omega}, \quad (1.14)$$

де v_i – швидкість частинки. Фізичний зміст параметра Бункіна-Федорова –

це відношення роботи поля на відстані, що проходить електрон за характерний час осциляцій поля до енергії фотона. Квантовий параметр Бункіна–Федорова є основним параметром багатофотонності в досить широкій кінематичній області кутів розсіювання (область Бункіна–Федорова) [49]. Тут для значень квантового параметра $\gamma_0 \ll 1$ маємо однофотонне наближення, а для значень $\gamma_0 \gtrsim 1$ маємо випадок, коли істотні багатофотонні процеси.

В області оптичних частот $\hbar\omega \sim 1$ еВ маємо:

$$\gamma_0 = \frac{mc^2 v_i}{\hbar\omega c} \eta_0 \sim 5 \cdot 10^5 \frac{v_i}{c} \eta_0.$$

Таким чином, для визначеної інтенсивності зовнішнього поля параметри (1.13) та (1.14) мають суттєво різні значення. Для аналітичного дослідження процесів КЕД цікавою є область інтенсивностей помірно сильних полів, для якої дані параметри задовольняють наступним умовам:

$$\eta_0 \ll 1, \quad \gamma_0 \gtrsim 1. \quad (1.15)$$

В області помірно сильних полів лазер-індуковані процеси можуть бути описані в рамках однофотонного наближення, а квантові процеси з кулонівською взаємодією між частинками зберігають багатофотонний характер. Зазначимо, що область помірно сильних полів (1.15) узгоджуються з інтенсивностями сучасних джерел рентгенівського випромінювання.

Для процесів у полі двох електромагнітних хвиль можна виділити особливу кінематичну область (інтерференційну область), у якій квантовий параметр Бункіна-Федорова не проявляється [50–52]. У такій кінематиці основну роль відіграє квантовий інтерференційний параметр:

$$\alpha_{0\pm} = \eta_{01}\eta_{02} \frac{mv_i c}{\hbar(\omega_1 \pm \omega_2)}. \quad (1.16)$$

Параметри $\alpha_{0\pm}$ визначають вимушені процеси при корельованому поглинанні або випромінюванні електроном фотонів першої та другої хвилі. У випадку

циркулярної поляризації реалізується тільки одне з двох можливих значень інтерференційного параметра, причому верхній знак «+» відповідає значенням параметрів еліптичності $\delta_1 = -\delta_2 = +1$, коли вектори напруженості поля обертаються в протилежних напрямках, а нижній – однаковим поляризаціям ($\delta_1 = \delta_2 = +1$) хвиль. Знак «-» $\delta_{1,2}$ одного знаку (вектори напруженості поля обертаються в одному напрямі відносно вісі поширення хвиль), відповідно – значенням різного знаку циркулярній поляризації

Зазначимо, що амплітуда та диференціальний переріз процесів КЕД в зовнішньому лазерному полі можуть бути представлені у вигляді суми по парціальних компонентах, кожна з яких відповідає протіканню процесу з вимушеним випромінюванням та поглинанням частинками визначеної кількості фотонів лазерного поля. Імовірність таких вимушених процесів визначається через функції Бесселя цілого показника $J_n(\gamma)$, де показник n визначає кількість фотонів у вимушених процесах випромінювання та поглинання.

Як відомо, значення функції Бесселя стрімко прямує до нуля, коли її показник більший за аргумент. Таким чином, значення аргументу визначає характерну область для числа фотонів, а сам аргумент відіграє роль параметра багатофотонності для досліджуваного процесу. Наведені вище параметри визначають відповідні аргументи функцій Бесселя, проте в добутку з додатковим кінематичним фактором. Таким чином, кінематичні умови протікання процесів КЕД в зовнішньому полі суттєво впливають на ймовірність багатофотонних процесів випромінювання та поглинання.

Характерною особливістю електродинамічних процесів другого порядку за постійною тонкої структури є можливість їх резонансного протікання. При цьому за резонансних умов поперечні перерізи процесів розсіювання частинок у зовнішньому лазерному полі можуть на декілька порядків за величиною перевищувати відповідні перерізи розсіювання за відсутності зовнішнього поля. Резонансний характер процесів КЕД другого порядку зумовлений тим, що в полі хвилі дозволені процеси першого порядку за постійною тонкої структури, такі як спонтанне випромінювання електроном, однофотонне народження та анігі-

ляція електрон-позитронних пар. Таким чином, у деякій області значень енергії й імпульсу частинка в проміжному стані може стати реальною (вийти на масову оболонку), і даний процес вищого порядку ефективно зводиться до двох послідовних процесів нижчих порядків. Виникнення резонансів у процесах у зовнішньому лазерному полі належить до фундаментальних проблем квантової електродинаміки сильних полів. Крім того, в умовах резонансу істотно змінюються кінематичні й енергетичні характеристики процесів, що може мати різне прикладне застосування.

Становить науковий інтерес вивчення процесів КЕД в полі двох однаково направлених лазерних хвиль. При певній кінематиці процесу (інтерференційна кінематика) вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої лазерної хвилі відбувається корельованим чином, а ймовірність цих парціальних процесів зазвичай вища, ніж в інших кінематичних областях. Даний ефект за своєю природою належить до нелінійних ефектів КЕД в зовнішніх полях, оскільки кількісно визначається добутком напруженостей поля першої та другої хвилі та пов'язаний з їхньою інтерференцією. Проведений у роботі аналіз показав, що за певних кінематичних умов можлива одночасна реалізація резонансних та інтерференційних властивостей процесів.

Зазначимо, що врахування імпульсного характеру лазерного поля приводить до виконання закону збереження енергії лише в певному наближенні. У цьому випадку вплив поля на резонансні та інтерференційні властивості диференціальних перерізів процесів суттєво різний у порівнянні з випадком монохроматичного лазерного поля. Для процесів КЕД в лазерних полях слід виділити випадок, коли кінетична енергія частинок більша або одного порядку за величиною з роботою зовнішнього поля над частинками на довжині хвилі. У цьому випадку вплив зовнішнього поля на кутові та енергетичні розподіли частинок у кінцевих станах суттєвий навіть для нерезонансної кінематики процесу. Цікавий також випадок розсіювання на малі кути, який має ключове значення для процесів з частинками ультрарелятивістських енергій та для малих переданих імпульсів.

1.4. Електрон у полі лазерної хвилі

Основою теоретичного дослідження процесів квантової електродинаміки в зовнішніх лазерних полях є розв'язок рівняння Дірака для електрона в полі плоскої електромагнітної хвилі – функції Волкова [2, 8, 9, 53–60]. При вивченні процесів другого порядку за постійною електромагнітної взаємодії часто доводиться звертатися до функції Гріна електрона в полі плоскої хвилі [60–66].

Рівняння Дірака може бути точно розв'язане для електрона, що рухається в полі плоскої електромагнітної хвилі довільного спектрального складу (Д.М. Волков, 1937 р. [8, 53]). Розглянемо плоску хвилю, що поширюється вздовж вісі z . Чотири-потенціал такої хвилі залежить від координат лише в комбінації $\xi = t - z$:

$$A^\mu = A^\mu(\xi). \quad (1.17)$$

При цьому накладемо на 4-потенціал (1.17) умову калібрування Лоренца:

$$\partial_\mu A^\mu = n_\mu A'^\mu = (nA') = 0, \quad (1.18)$$

де $n_\mu = \partial_\mu \xi = (1, 0, 0, -1)$, а штрих означає диференціювання по змінній ξ . Оскільки постійний член в A несуттєвий, то вираз (1.18) еквівалентний умові: $A = (0, A_x, A_y, 0)$, так що автоматично виконується умова:

$$(nA) = 0, \quad (1.19)$$

таким чином, хвиля поперечна відносно свого напрямку поширення.

Рівняння Дірака набуває виду:²

$$[(\tilde{\gamma}\hat{p}) + e(\tilde{\gamma}A) - m]\Psi = 0. \quad (1.20)$$

Спочатку розв'яжемо квадратичне рівняння, яке отримаємо з (1.20), помно-

²У цьому підрозділі, як виняток, "капелюшком"ми означаємо оператор, а не згортку відповідного 4-вектору з $\tilde{\gamma}$ -матрицями Дірака.

живши його ліворуч на оператор $(\gamma\hat{p}) + e(\gamma A)$:

$$[(\hat{p}^2 + e(\tilde{\gamma}\hat{p})(\tilde{\gamma}A) + e(\tilde{\gamma}A)(\tilde{\gamma}\hat{p}) + e^2A^2 - m^2]\Psi = 0. \quad (1.21)$$

Враховуючи диференціальні властивості оператора $\hat{p}_\mu = i\partial_\mu$ і властивості $\tilde{\gamma}$ -матриць Дірака, перетворемо квадратичне рівняння Дірака до форми:

$$[(-\partial^2 + 2ie(A\partial) + ie(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A') + e^2A^2 - m^2]\Psi = 0. \quad (1.22)$$

Розв'язок рівняння (1.22) будемо шукати у вигляді:

$$\Psi = e^{-i(px)}F(\xi), \quad (1.23)$$

де $p = (\varepsilon, p_x, p_y, p_z)$ – довільний постійний 4-вектор. Перед підстановкою (1.23) у рівняння (1.22) врахуємо, що

$$\partial^2\Psi = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) e^{-i(px)}F(\xi) = e^{-i(px)}(-p^2F(\xi) - 2i\kappa_p F'(\xi)),$$

$$(A\partial)e^{-i(px)}F(\xi) = \left(-A_x \frac{\partial}{\partial x} - A_y \frac{\partial}{\partial y} \right) e^{-i(px)}F(\xi) = i(pA)e^{-i(px)}F(\xi),$$

де $\kappa_p = (np) = E - p_z$. Тоді після підстановки (1.23) рівняння (1.22) набуде наступного вигляду

$$[(p^2 - m^2) - 2e(pA) + e^2A^2 + ie(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A')]F(\xi) + i2\kappa_p F'(\xi) = 0. \quad (1.24)$$

Накладемо на p додаткову умову: $p^2 = m^2$.

Розв'язок рівняння (1.24) має вигляд:

$$F(\xi) = u \exp \left(-\frac{i}{2\kappa_p} \int [-2e(pA) + e^2A^2] d\xi - \frac{e}{2\kappa_p} (\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A) \right), \quad (1.25)$$

де u – довільний постійний біспіно́р. Усі степені $(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A)$ вище першої дорів-

нююють нулю, тому можна замінити:

$$\exp\left(\frac{e(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A)}{2\kappa_p}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{e(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A)}{2\kappa_p}\right)^n = 1 + \frac{e}{2\kappa_p}(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A). \quad (1.26)$$

Остаточно розв'язок квадратичного рівняння Дірака набуває форми:

$$\Psi = B(\xi)e^{-iS(x)}\frac{u}{\sqrt{2E}}, \quad B(\xi) = 1 + \frac{e}{2\kappa_p}(\tilde{\gamma}n)(\tilde{\gamma}A), \quad (1.27)$$

де функція S співпадає з класичною дією для електрона в полі електромагнітної хвилі:

$$S = (px) + \frac{e}{\kappa_p} \int_0^\xi \left((pA(\xi')) - \frac{e}{2}A^2(\xi') \right) d\xi'. \quad (1.28)$$

Підстановка розв'язку (1.27) у початкове рівняння Дірака (1.20) конкретизує вид біспінора u . Легко отримати, що біспінор u повинен задовольняти рівнянню Дірака для вільного електрона: $((\tilde{\gamma}p) - m)u = 0$. Таким чином, u співпадає з біспінорною амплітудою вільної плоскої хвилі, що нормована умовою: $\bar{u}u = 2m$ ($u^+u = 2E$).

Зазначимо, що вектор p не є імпульсом електрона в полі плоскої хвилі, оскільки $\hat{p}\Psi \neq p\Psi$. Хвильова функція (1.27) є власною функцією операторів: $\hat{p}_1 = i\partial/\partial x$, $\hat{p}_2 = i\partial/\partial y$, $\hat{p}_0 - \hat{p}_3 = i(\partial/\partial t - \partial/\partial z)$:

$$\hat{p}_x\Psi = p_x\Psi, \quad \hat{p}_y\Psi = p_y\Psi, \quad (\hat{p}_0 - \hat{p}_3)\Psi = (E - p_z)\Psi = \kappa_p\Psi.$$

Ці оператори комутативні з гамільтоніаном рівняння Дірака, тому в полі плоскої хвилі зберігаються компоненти узагальненого імпульсу вздовж осей x , y і різниця між повною енергією і компонентою узагальненого імпульсу вздовж вісі z :

$$p_x = \text{const}, \quad p_y = \text{const}, \quad \kappa_p = E - p_z = \text{const}.$$

Самі ж повна енергія електрона і компонента узагальненого імпульсу вздовж

вісі z не зберігаються. У хвильовому полі невідомий вид оператора спіна, тому хвильові функції (1.27) підбираються відповідно до спінових властивостей вільного електрона.

Функції $\Psi_{p\lambda}$ ортогональні і нормовані умовою:

$$\int \bar{\Psi}_{p',\lambda'} \gamma_0 \Psi_{p\lambda} d^3x = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{\lambda,\lambda'}. \quad (1.29)$$

Умова ортонормованості (1.29) хвильових функцій (1.27) є істотною для побудови теорії збурень, у якій як базис використовуються ці нестационарні хвильові функції.

Знайдемо густину струму ймовірності, що відповідає функціям Волкова (1.27). Помітивши, що

$$\bar{\psi}_{p\lambda} = \frac{\bar{u}_{p\lambda}}{\sqrt{2E}} \bar{B}_p e^{-iS}, \quad (1.30)$$

прямим добутком отримаємо:

$$j^\mu = \bar{\psi}_{p\lambda} \tilde{\gamma}^\mu \psi_{p\lambda} = \frac{1}{E} \left(p^\mu - eA^\mu + k^\mu \left(\frac{e(pA)}{(kp)} - \frac{e^2 A^2}{2(kp)} \right) \right). \quad (1.31)$$

Якщо $A^\mu(\phi)$ періодичні функції і їх середнє (за часом) значення перетворюється на нуль, то середнє значення густини струму

$$\bar{j}^\mu = \frac{1}{E} \left(p^\mu - \frac{e^2}{2(kp)} \bar{A}^2 k^\mu \right). \quad (1.32)$$

Оператор кінетичного імпульсу є різниця $\hat{p} - eA = i\partial - eA$. Прямим обчисленням знайдемо середнє за часом значення цього 4-вектора, яке позначимо q^μ , та його квадрат:

$$q^\mu = p^\mu - \frac{e^2 \bar{A}^2}{2(kp)} k^\mu. \quad (1.33)$$

$$q^2 = m_*^2, \quad m_* = m \sqrt{1 - e^2 \bar{A}^2 / m^2}, \quad (1.34)$$

де m_* грає роль "ефективної маси" електрона в зовнішньому хвильовому полі. Порівнявши (1.32) та (1.33), легко бачити, що

$$\bar{j}^\mu = q^\mu / E. \quad (1.35)$$

Відмітимо також, що умова нормування (1.29), виражена за допомогою вектора q , має вигляд

$$\int \psi_{q',\lambda'}^* \psi_{q,\lambda} d^3x = (2\pi)^3 \frac{E^*}{E} \delta(q' - q) \delta_{\lambda,\lambda'}, \quad (1.36)$$

де використано співвідношення: $\delta(p_z - p'_z) = (E/E^*)\delta(p_z^* - p_z'^*)$.

1.4.1. Функція Волкова для моделі квазімонохроматичної хвилі

Розглянемо розв'язок рівняння Дірака для електрона в полі імпульсної лазерної хвилі. Скористаємося загальним виразом для розв'язку (1.27)-(1.28) та явним видом 4-потенціалу квазімонохроматичної хвилі (1.10), отримаємо наступний вираз:

$$\psi(x|A) = \left[1 + \frac{e}{2(kp)} \hat{k} \hat{A} \right] \cdot \frac{u}{\sqrt{2e}} \exp(iS), \quad (1.37)$$

$$S = -(px) - \int_{-\infty}^{\varphi} \left\{ \eta(\varphi') \frac{m}{(kp)} [(e_x p) \cos \varphi' + \delta (e_y p) \sin \varphi'] + \right. \\ \left. + \eta^2(\varphi') \frac{m^2}{4(kp)} [(1 + \delta^2) + (1 - \delta^2) \cos 2\varphi'] \right\} d\varphi', \quad (1.38)$$

$$\eta(\varphi') = \eta_0 \cdot g(\varphi'/\omega\tau). \quad (1.39)$$

Тут η_0 – класичний релятивістсько-інваріантний параметр, що характеризує інтенсивність хвилі в піку імпульсу (1.13); $p = (E, p)$ – 4-імпульс електрона; u – біспіно́р Дірака; величини з капелюшками означають згортки відповідних 4-векторів з матрицями Дірака. Наприклад, $\hat{k} = k_\mu \tilde{\gamma}^\mu = k_0 \tilde{\gamma}^0 - k \tilde{\gamma}$, де $\tilde{\gamma}^\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) – матриці Дірака.

Обчислення інтегралів у виразі (1.38) виконаємо з точністю до нульового порядку за малою величиною $1/\omega\tau \ll 1$. Так, наприклад, інтегруванням по частинах легко отримати:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\varphi} g\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right) d(\sin \varphi') &= \\ &= \sin \varphi' \cdot g\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right) \Big|_{-\infty}^{\varphi} - \frac{1}{\omega\tau} \int_{-\infty}^{\varphi} g'\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right) \sin \varphi' d\varphi' \approx g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Таким чином, після нескладних перетворень класична дія (1.38) для початкового електрона набуває вигляду:

$$S(\varphi) = - \int \tilde{p} dx - \gamma(\varphi) \sin(\varphi - \chi) + \beta(\varphi) \sin 2\varphi, \quad (1.41)$$

$$\tilde{p}(\varphi) = p + (1 + \delta^2) \eta^2(\varphi) \frac{m^2}{4(kp)} k, \quad (1.42)$$

$$\gamma(\varphi) = \frac{\eta(\varphi) m}{(kp)} \sqrt{(pe_x)^2 + \delta^2(pe_y)^2}, \quad (1.43)$$

$$\tan \chi = \delta \frac{(pe_y)}{(pe_x)}, \quad (1.44)$$

$$\beta(\varphi) = -\frac{1}{8}(1 - \delta^2) \frac{\eta^2(\varphi) m^2}{(kp)}. \quad (1.45)$$

Така структура класичної дії відповідає розділенню руху класичного електрона на систематичне переміщення вздовж деякої плавної траєкторії і швидкі осциляції навколо неї. Залежність величини \tilde{p}^μ від змінної φ є ефект "пондеромоторного" розсіювання [40–42]. Через цю залежність 4-вектор \tilde{p}_i^μ , на відміну від випадку монохроматичної хвилі, вже не можна розглядати як квазіімпульс частинки в зовнішньому полі.

При дослідженні процесів квантової електродинаміки в зовнішньому лазерному полі для отримання амплітуди переходу з початкового стану в кінцевий виникає потреба розкласти хвильову функцію в ряди Фур'є. Для моделі моно-

хроматичної хвилі у функціях Волкова легко виділити періодичну частину. У випадку імпульсного поля, оскільки 4-потенціал хвилі не є періодичною функцією фази, таку залежність виділити не вдається.

Проте в силу умови квазімонохроматичності хвилі (1.9) можна наближено розкласти функцію Волкова в ряди [40]. Для цього окремо розглянемо періодичну залежність від фази і залежність від комбінації $\varphi/\omega\tau$ через огинаючу функцію потенціалу:

$$\psi(x|A) \equiv \psi\left(\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right). \quad (1.46)$$

Відмітимо, що в силу умови (1.9) залежність від фази в огинаючій функції є слабкою. Будь-яка функція, що неперервно диференціюється, може бути розкладена в ряд Фур'є на відрізку $[\varphi, \varphi + 2\pi]$

$$\psi\left(\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n(\varphi) \exp(in\varphi), \quad (1.47)$$

$$\psi_n(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi}^{\varphi+2\pi} \psi\left(\varphi', g\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right)\right) \exp(-in\varphi') d\varphi'. \quad (1.48)$$

Розкладемо частину функції ψ , що залежить від огинаючої $g(\varphi/\omega\tau)$, у ряд Тейлора поблизу точки $\varphi' = \varphi$,

$$\psi\left(\varphi', g\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right)\right) = \psi\left(\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right) + \frac{\varphi' - \varphi}{\omega\tau} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial g} \cdot g'\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) \cdots \quad (1.49)$$

Звідси видно, що в нульовому наближенні по параметру $1/\omega\tau$, коефіцієнти Фур'є залежать від початкової точки відрізка $[\varphi, \varphi + 2\pi]$ тільки через огинаючу функцію $g(\varphi/\omega\tau)$. У силу цього вираз для коефіцієнтів Фур'є (1.48) набуває вигляду:

$$\psi_n(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi\left(\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right) \cdot \exp(-in\varphi') \cdot d\varphi'. \quad (1.50)$$

Проводячи нескладні перетворення співвідношення (1.50), остаточно отримуємо для функції Волкова наступний вираз:

$$\begin{aligned} \psi_n(\varphi) = & \frac{u}{\sqrt{2\varepsilon}} \exp\{-i(d_n + \tilde{p}x - n\varphi)\} \times \\ & \times \left[L_n(\varphi) + \eta(\varphi) \frac{m}{4(kp)} \hat{k} \left(\hat{\varepsilon}^{(-)} L_{n-1}(\varphi) + \hat{\varepsilon}^{(+)} L_{n+1}(\varphi) \right) \right], \end{aligned} \quad (1.51)$$

де $\varepsilon^{(\pm)} = e_x \pm i\delta e_y$; d_n – фазовий множник. У виразі (1.51) введені інтегральні функції L_n , які визначають ймовірність багатofотонних процесів:

$$\begin{aligned} L_n(\varphi) \equiv L_n(\gamma(\varphi), \chi, \beta(\varphi)) = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{i(-n\phi + \gamma(\varphi) \sin(\phi - \chi) + \beta(\varphi) \sin 2\phi)\} d\phi. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Властивості функцій L_n детально вивчені в роботі [67] (див. також Додаток А). Вони можуть бути представлені у вигляді розвинення в ряд по функціях Бесселя цілого порядку, властивості яких детально викладені в книзі [68]:

$$L_n = \exp(-in\chi) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp(2is\chi) J_{n-2s}(\gamma) J_s(\beta). \quad (1.53)$$

Тут параметри γ , χ , β , що залежать від імпульсу електрона і параметрів хвилі, визначаються відповідно виразами (1.43) – (1.45).

Отриманий вираз для функції Волкова (1.51)-(1.52) справедливий у загальному випадку еліптичної поляризації, а також для довільних інтенсивностей і частот зовнішньої хвилі. Важливо підкреслити, що в (1.51) сума по всіх позитивних і негативних значеннях n означає суму по всіх процесах вимушеного поглинання і випромінювання фотонів хвилі.

Зазначимо, що у випадку двох імпульсних хвиль з'являються спеціальні функції іншого виду $I_{n_1 n_2}$ [67] (див. також Додаток А), які визначають ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання при проходженні процесів КЕД в зовнішньому полі такого типу.

1.4.2. Функція Гріна електрона в полі плоскої хвилі

Функцію Гріна електрона знайдемо методом підсумовування розв'язків рівняння Дірака (1.27)-(1.28) по квантових станах [66]:

$$-iG(r, r') = \begin{cases} \sum_j \Psi_j^{(+)}(r) \otimes \bar{\Psi}_j^{(-)}(r') & t > t', \\ -\sum_j \Psi_j^{(-)}(r) \otimes \bar{\Psi}_j^{(+)}(r') & t < t'; \end{cases} \quad (1.54)$$

де функції $\Psi_j^{(+)}(r)$ та $\Psi_j^{(-)}(r)$ відповідають розв'язкам з додатніми та від'ємними частотами для релятивістського електрона у хвильовому полі:

$$\Psi_{p\lambda}^{(+)}(r) = B_p(\xi) e^{-iS_p(r)} \frac{u_{p\lambda}}{\sqrt{2\varepsilon}}, \quad B_p(\xi) = 1 + \frac{e}{2\kappa_p} \hat{n} \hat{A}, \quad (1.55)$$

$$\bar{\Psi}_{p\lambda}^{(-)}(r) = \frac{\bar{u}_{p\lambda}}{\sqrt{2\varepsilon}} \bar{B}_p(\xi) e^{iS_p(r)}, \quad \bar{B}_p(\xi) = 1 - \frac{e}{2\kappa_p} \hat{n} \hat{A}, \quad (1.56)$$

де $\bar{u}_{p\lambda} = u_{p\lambda} \gamma^0$.

Розглянемо випадок $t > t'$. Підставимо хвильові функції (1.55), (1.56) у (1.54):

$$-iG(r, r') = \sum_j \frac{1}{2\varepsilon} B_p(\xi) u_{p\lambda} \otimes \bar{u}_{p\lambda} \bar{B}_p(\xi') \exp(-i[S_p(r) - S_p(r')]). \quad (1.57)$$

Врахуємо, що $\sum_\lambda u_{p\lambda} \otimes \bar{u}_{p\lambda} = \hat{p} + m$, тоді підсумовування по поляризаціях в (1.57) дає

$$-iG(r, r') = \sum_{p_x, p_y, p_z} \frac{1}{2\varepsilon} B_p(\xi) (\hat{p} + m) \bar{B}_p(\xi') \exp(-i[S_p(r) - S_p(r')]). \quad (1.58)$$

Суму по квантових числах p_x , p_y , p_z заміняємо на інтеграл по станах фазового простору:

$$\begin{aligned} -iG(r, r') &= \frac{1}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \int \frac{1}{2\varepsilon} B_p(\xi) (\hat{p} + m) \bar{B}_p(\xi') \exp(-i[S_p(r) - S_p(r')]) dp_x dp_y dp_z. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Аналогічно можна отримати вираз для функції Гріна електрона в плоскому полі у випадку $t < t'$. Обидва випадки можна об'єднати, ввівши інтегрування по змінній p_0 згідно з правилом:

$$\frac{1}{2\varepsilon} f(\varepsilon) \rightarrow \frac{i}{2\pi} \int dp_0 \frac{1}{p_0^2 - \varepsilon^2} f(p_0), \quad (1.60)$$

де інтегрування проводиться вздовж дійсної вісі, а полюси необхідно обходити за стандартним правилом Фейнмана [9]. У результаті функція Гріна набуде вигляду:

$$G(r, r') = -\frac{1}{(2\pi)^4} \int B_p(\xi) \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2} \bar{B}_p(\xi') \exp \{-i(S_p(r) - S_p(r'))\} d^4p. \quad (1.61)$$

Відмітимо, що у виразі (1.61) у 4-векторах p нульова компонента ε відповідно до (1.60) замінена на p_0 .

1.5. Огляд літератури

Логічним продовженням розвитку квантової фізики став перехід в релятивістську область, що привело до появи рівняння Дірака [69] – релятивістського узагальнення рівняння Шредінгера. Рівняння Дірака представляє релятивістсько-інваріантне рівняння руху для біспінорного класичного поля електрона, що може бути застосоване для опису інших точкових ферміонів зі спіном $1/2$. Рівняння Дірака підтверджувало існування спіну та теоретично прогнозувало існування античастинок. Це рівняння стало основою для розвитку нового розділу квантової теорії поля – квантової електродинаміки, яка описує взаємодію електромагнітного поля та електрон-позитронного поля Дірака.

Протягом наступних років було розвинено математичний формалізм нової теорії та досліджено основні фізичні процеси розсіювання за участі релятивістських електронів та народження електрон-позитронних пар. Так, вже в 1929 році Френсіс Мотт отримав поперечний переріз пружного розсіювання релятивістського електрона на ядрі з урахуванням спіну [70]. Формула Мотта була узагальненням добре відомої формули Резерфорда. У процесі розсіюва-

ння електрона на ядрі чи атомі існує певна ймовірність квантового переходу електрона в стан з меншою енергією з випусканням одного фотона. У такий спосіб електрон гальмується в речовині і при цьому генерується випромінювання зі суцільним спектром та різкою межею, що відповідає початковій енергії електрона. Процес гальмівного випромінювання електрона на ядрі вперше в квантовому підході був вивчений Арнольдом Зоммерфельдом [71] для нерелятивістських енергій електронів. У загальному релятивістському випадку гальмівне випромінювання та народження пари електрон-позитрон фотоном на ядрі були досліджені Гансом Бете та Вальтером Гайтлером [72]. Лише через кілька років після того, як Дірак опублікував своє рівняння, датський фізик Крістіан Меллер успішно прорахував розсіювання електронів з погляду квантової електродинаміки [73, 74]. Його робота спочатку орієнтувалася на проблему процесу гальмування релятивістських електронів в речовині. Результатом стала добре відома формула Меллера, яка визначає переріз розсіювання для зіткнення двох релятивістських електронів. Подальший розвиток квантової електродинаміки та її фундаментальні результати були представлені в ряді підручників та монографій, серед яких виділимо [9, 75, 76], що також включають теоретичні результати згаданих вище робіт.

Одним із передбачень квантової електродинаміки є ефект народження електрон-позитронних пар в сильних електромагнітних полях, який має фундаментальний характер. Невдовзі після того, як було запропоновано релятивістське рівняння Дірака, Заутер обчислив ненульову ймовірність переходу електрона з негативного континууму в позитивний в присутності потенціального бар'єру [77]. Пізніше ця ймовірність була пов'язана зі швидкістю народження пар в статичному електричному полі. Гейзенберг і Ейлер в роботі [78] отримали вираз для ефективної дії однієї петлі в постійному зовнішньому полі. Повна уявна частина ефективної дії, що відповідає ймовірності розпаду вакууму в одиницю часу, була строго розрахована в рамках квантовоелектродинамічної теорії в дослідженні Швінгера [61]. Процес народження електрон-позитронної пари двома фотонами був розглянутий Брейтом та Вілером [79].

Рівняння Дірака було точно розв'язане для електрона, що рухається в полі плоскої електромагнітної хвилі довільного спектрального складу Дмитром Волковим [8, 53]. Функції Волкова стали основою теоретичного дослідження процесів квантової електродинаміки в зовнішніх електромагнітних полях. Створення когерентних джерел випромінювання (Н.Г. Басов, А.М. Прохоров, Ч. Таунс, 1953 р.) призвело до експериментальних і теоретичних досліджень різних аспектів взаємодії світла з речовиною на якісно новому рівні. У результаті було виявлено велику кількість явищ і ефектів, поява яких була обумовлена специфічними властивостями лазерного випромінювання. З'явилися нові розділи фізики: нелінійна оптика, лазерна спектроскопія, лазерна селективна фотофізика та фотохімія, лазерна плазма, атоми і молекули в лазерному полі та ін. У тому числі почала розвиватися квантова електродинаміка в сильних полях. Серед знакових публікацій в цьому напрямі слід виділити збірку робіт Володимира Івановича Рітуса та Анатолія Ілліча Нікішова [2]. У цій праці були детально досліджені процеси випромінювання фотона електроном, народження та анігіляції електрон-позитронних пар індуковані полем плоскої монохроматичної хвилі, викладені основні методи дослідження процесів в плоскохвильовому та постійному електромагнітному полі, визначений вклад радіаційних поправок. При цьому дослідження стосувалися широкого діапазону енергій частинок та інтенсивностей лазерних полів. Показано, що систему електрон+плоска монохроматична хвиля можна розглядати як квазічастинку з ефективною масою та квазіімпульсом.

Подальший розвиток квантової електродинаміки в сильних полях описаний У ряді монографій [80–93] та оглядових роботах [7, 94–103].

Основним об'єктом досліджень квантової електродинаміки в сильних полях є фізичні процеси в зовнішньому електромагнітному полі, серед яких виділимо: розсіювання електрона на ядрі та багатофотонна іонізація атомів [49–52, 81–86, 96–151], гальмівне випромінювання електрона на ядрі [14–16, 98–100, 152–174], народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі [175–185], розсіювання електрона на електроні [98, 103, 186–208] та розсіювання

лептона на лептоні [86, 209–213], розсіювання фотона на електроні [214–224]. А також процеси випромінювання фотона електроном [3, 42, 215–248] та народження електрон-позитронних пар [2–5, 61, 77, 249–261], що індукуються лазерним полем. Ці процеси є складовими процесу народження пар електроном в зовнішньому полі [5, 261–269] та є основою для розвитку КЕД-каскадів [7, 270–274]. Процесам під впливом двох лазерних хвиль, які є об'єктом представленого дослідження, присвячені роботи [50–52, 58, 86, 126, 149–151, 161–163, 182–184, 205, 215, 216, 235, 242, 251, 253, 275–284].

Розвиток методів посилення лазерного випромінювання, що вилився в методику підсилення чірпованих імпульсів (ПЧІ) [1, 43–48], поставив проблему врахування в теоретичних моделях імпульсного характеру лазерного поля. Значимо роботу Нарожного та Фофанова [40], де було досліджено процес випромінювання фотона електроном в імпульсному лазерному полі та розроблено методику вивчення процесів в рамках квазімонохроматичного наближення для зовнішнього поля. Зокрема, продемонстровано наближене розвинення амплітуди переходу в ряди Фур'є розділом на періодичну та слабку залежність величин від фази хвилі. Надалі такі підходи були узагальнені для процесів другого порядку за постійною тонкої структури та випадку двох лазерних хвиль. Фізичні процеси в імпульсних лазерних полях вивчалися в роботах [14–17, 40–42, 139, 171, 181, 195–198, 215, 219–223, 242–244, 252, 255, 257, 261, 282, 285–294]. Значний доробок в дослідженні фізичних процесів в імпульсних лазерних полях за участі автора був виконаний у відділі квантової електродинаміки сильних полів Інституту прикладної фізики НАН України під керівництвом Рощупкіна Сергія Павловича [14–17, 89, 215, 282, 285–290].

1.5.1. Розсіювання електрона на ядрі

Розсіювання електрона на сферично симетричному потенціалі ядра чи атома в зовнішньому лазерному полі є важливим елементарним процесом, що входить до різноманітних фізичних явищ індукованих лазерними полями. Цей лазер-модифікований процес можна розглядати як процес зіткнення трьох тіл,

де при розсіюванні взаємодіють не тільки електрон та ядро, але і електрон та лазерне поле. Завдяки накладенню цих взаємодій енергетичні та кутові розподіли розсіяних електронів змінюють свою структуру, що викликає науковий інтерес та має фундаментальне та прикладне значення. За рахунок вимушеного гальмівного випромінювання та поглинання (ВГВП) електроном фотонів лазерного поля енергія електрона змінюється ($E_f = E_i + n \cdot \hbar\omega$) навіть при пружному розсіюванні на кулонівському центрі.

У 1965 році Бункін та Федоров [49] розглянули проблему випромінювання та поглинання фотонів під час розсіювання електрона на кулонівському центрі у присутності електромагнітного поля. Пильна увага була приділена багатофотонним індукованим процесам. У дипольному наближенні для монохроматичної плоскої лазерної хвилі вони розраховували ймовірність переходу та переріз розсіювання, що відповідають процесам із обміном чітко визначеної кількості фотонів між електроном та зовнішнім полем. Початкові та кінцеві стани електрона були представлені функціями Волкова – розв’язком рівняння Дірака для електрона в плоскому електромагнітному полі.

У роботі [106] Кролл та Уотсон вивчали лазер-модифіковане розсіювання нерелятивістських електронів для випромінювання та поглинання декількох фотонів та розраховували багатоквантовий диференціальний переріз у випадку слабких потенціалів розсіювання та великих довжин лазерної хвилі. Подальше розвинення теорії процесу розсіювання електрона на атомному потенціалі набуло в серії робіт Мітлемана та інших [82, 110–114], а також в роботах інших авторів [81, 115–117, 157]. Було показано, що процес розсіювання електронів на атомах в лазерному полі може бути використаний для вивчення атомної структури мішені.

Ефекти багатофотонної іонізації атомів у лазерному полі були розглянуті в роботах [96, 99, 116, 127], результати були узагальнені в монографіях [83]. Експериментальне дослідження розсіювання нерелятивістських електронів на атомах було розпочато групою Вайнгартсхофера [128–130] та розвинуто в наступних роботах [131, 143–146].

У релятивістському випадку квантовий процес лазер-модифікованого розсіювання Мотта вперше детально був розглянутий в роботі Денисова та Федорова [104]. Для обчислення нелінійних перерізів процесу автори використали релятивістську форму функцій Волкова і розглядали поле як класичну монохроматичну плоску хвилю еліптичної поляризації. Подібні дослідження були продовжені в роботах [50–52, 84–86, 90, 96–100, 118–126, 132–142]. У роботі [125] було розглянуто проблему розсіювання Мотта в дуже інтенсивних лазерних полях циркулярної поляризації. Автори порівнювали результати релятивістських методів обчислення, що базуються на рівняннях Дірака та Клейна-Гордона, та нерелятивістських методів оснований на рівнянні Шредінгера.

Розвиток лазерних систем, що працюють в імпульсному режимі, спонукав розвинення нового теоретичного підґрунтя для врахування імпульсного характеру лазерного поля. Розсіювання електрона на ядрі в лазерному імпульсі було розглянуто автором та Рощупкіним в роботі [139]. Було визначено вплив тривалості та форми лазерного імпульсу на вид диференціального поперечного перерізу процесу ВГВП. Подібні дослідження також були проведені Бока [140, 141].

Вже на початку 1990-х Рощупкін та інші [50–52] опублікували серію праць про розсіювання електрона на ядрі в полі двох монохроматичних хвиль, що рухаються в одному напрямі. Для певної кінематики процесу автори проаналізували ефекти інтерференції, що виникають внаслідок вкладу двох полів. ВГВП при розсіюванні електрона на ядрі в присутності двох плоских електромагнітних хвиль в нерелятивістському наближенні вивчалось Карапетяном і Федоровим [115], при цьому аналіз проводився в дипольному наближенні по взаємодії електронів з електричними полями обох хвиль. Проблема була узагальнена на випадок багаточастотного плоского поля Рощупкіним та Ворошило в роботі [126]. Слід також зазначити дослідження відносно генерування вищих гармонік в процесі розсіювання повільних електронів на атомах під дією комбінації двох лазерних хвиль [149–151, 283]. Явище підсилення електромагнітної хвилі в процесах ВГВП вперше було представлено Маркузом (ефект Маркуза) [295] та більш детально було прораховано в серії робіт [136, 280, 296].

Навіть враховуючи значний науковий доробок в дослідженні лазер-модифікованого процесу розсіювання електрона на ядрі слід зазначити, що на сьогодні деякі актуальні питання в цьому напрямі залишаються відкритими. Зокрема, мало вивченими залишаються лазер-модифіковані процеси розсіювання електрона на малі кути, в тому числі в імпульсному полі; процес ВГВП в полі двох імпульсних лазерних хвиль та ефекти, що виникають в результаті інтерференції цих хвиль.

1.5.2. Гальмівне випромінювання електрона на ядрі

У процесі розсіювання електрона на ядрі чи атомі існує певна ймовірність квантового переходу електрона в стан з меншою енергією з випусканням одного фотона. У такий спосіб електрон гальмується в речовині і при цьому генерується випромінювання зі суцільним спектром та різкою межею, що відповідає початковій енергії електрона. Зазначимо, що ймовірність гальмування електрона із випромінювання великої кількості фотонів вкрай мала. Процес гальмівного випромінювання є цілком електромагнітним процесом, і його найбільш точний опис дає квантова електродинаміка. Інтенсивність випромінювання обернено пропорційна квадрату маси зарядженої частинки та пропорційна квадрату заряду ядра. Кутовий розподіл суттєво залежить від початкової енергії електрона. Процес гальмівного випромінювання електрона на ядрі вперше в квантовому підході був вивчений Зоммерфельдом [71] в нерелятивістському випадку і Бете та Гайтлером [72] в загальному релятивістському випадку.

У зв'язку з тим, що при розсіюванні електрона на ядрі в лазерному полі електрон вимушено випромінює і поглинає фотони зовнішнього поля, процес випромінювання фотона довільної частоти в зовнішньому полі часто називають спонтанним гальмівним випромінюванням (СГВ), виділяючи тим самим різні механізми зміни енергії електрона. У нерелятивістському випадку аналітичні вирази для спектрів СГВ в полі плоскої монохроматичної хвилі було отримано Карапетяном і Федоровим [155] для довільного виду потенціалу ядра в борнівському наближенні, а Чжоу та Розенбергом [160] в низькочастотному

наближенні. Борисов та Жуковський [154] розглянули процес СГВ ультрарелятивістських електронів на ядрі в полі плоскої хвилі при розсіюванні електрона на малі кути поблизу напрямку імпульсу спонтанного фотона та для довільних значень інтенсивності зовнішнього поля. Робота Крайнова та Рощупкіна [157] подає вивчення процесу СГВ, коли взаємодія електрона з ядром може бути розглянута в квазікласичному наближенні, а взаємодія електрона з лазерним полем враховується в першому порядку теорії збурень.

Процес СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в зовнішньому полі є процесом другого порядку по постійній тонкої структури і описується двома діаграмами Фейнмана. Характерною особливістю даного процесу є можливість його протікання резонансним чином, коли електрон в проміжному стані виходить на масову поверхню і його 4-імпульс задовольняє основному релятивістському співвідношенню $p_\mu p^\mu = m^2$. У резонансному випадку в області помірно-сильних полів СГВ нерелятивістського електрона на ядрі в полі монохроматичної плоскої хвилі вивчалось Лебедевим [152]. Борисовим та ін. [189] було розглянуто резонансне СГВ при зіткненні ультрарелятивістських електронів в області помірно-сильних полів для великих переданих імпульсів. У загальному випадку релятивістських енергій електрона задача СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в полі монохроматичної хвилі було вивчено Рощупкіним в роботах [158, 159].

У роботі [99] проведено огляд досліджень процесу гальмівного випромінювання при розсіюванні на ядрі в полі плоскої монохроматичної хвилі. У борнівському наближенні по взаємодії електрона з полем ядра в загальному релятивістському випадку отримана амплітуда СГВ електрона на ядрі в полі еліптично поляризованої хвилі довільної інтенсивності. Детально вивчено полюса амплітуди СГВ, пов'язані з виходом функції Гріна електрона в плоскохвильовому полі на масову оболонку.

При дослідженні процесу другого порядку по постійній тонкої структури в поле плоскої монохроматичної хвилі в умовах резонансу амплітуда процесу звертається в нескінченність. Усунення резонансних розбіжностей здійснюється введенням радіаційних поправок у функцію Гріна електрона в проміжному ста-

ні. Дану феноменологічну схему називають процедурою Брейта-Вігнера. Вона здійснюється шляхом включення уявної частини до маси проміжного електрона ($m \rightarrow m - i\Gamma_R$), яка визначається повною ймовірністю (в одиницю часу) комптонівського розсіювання хвилі проміжним електроном. У результаті резонансний пік набуває кінцеву ширину - радіаційну ширину резонансу Γ_R .

У роботах Рошупкіна та Лисенко розглядався інтерференційний ефект в процесі гальмівного випромінювання при розсіюванні релятивістського електрона на ядрі в полі двох світлових хвиль [161, 162].

Слід зазначити, що СГВ при розсіюванні електрона на ядрі вивчався також в роботах [166, 172, 173], які розвивають теоретичні уявлення про даний процес і містять корисні чисельні розрахунки для перерізу і спектру випромінювання.

Незважаючи на величезну кількість робіт по СГВ електрона на ядрі в зовнішньому світловому полі, даний процес в імпульсному світловому полі раніше не був вивчений. Дослідженню процесу СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в імпульсному світловому полі присвячені роботи [24, 26, 169–171].

1.5.3. Народження електрон-позитронних пар в лазерному полі

Народження електрон-позитронних пар в зовнішніх електромагнітних полях завжди викликало особливий науковий інтерес, оскільки є яскравим проявом еквівалентності речовини й енергії. Цілком зрозуміло, що для таких процесів є енергетичний поріг, що має бути не меншим ніж мінімальна енергія народженої пари $2m$. Народження пари лише одним фотоном за відсутності зовнішнього поля заборонено законами збереження енергії-імпульсу. Наявність зовнішнього електромагнітного поля знімає ці обмеження на однофотонне продукування пар, оскільки початковий імпульс включає як імпульс пробного фотона, так й імпульс фотонів зовнішнього поля. Лазер-індуковані процеси народження електрон-позитронних пар одним фотоном вивчаються достатньо давно [2–5, 61, 77, 249–257, 259–261, 297–299]. Зокрема в роботах [2, 249] розглянуто процес в однофотонному та багатифотонному наближенні. Показано, що процес має суттєвий енергетичний поріг, що суттєво перевищує дві маси електрона та

має мінімальне значення при зустрічному рухові початкового фотона та фотонів лазерного поля. Лазер-модифікований процес народження пари двома фотонами [79] є крос-каналом для розсіювання Комптона і детально розглянутий в роботах [260, 281]. Процеси анігіляції електрон-позитронної пари в один та два фотони вивчалися, зокрема, в роботах [2, 249, 288, 300, 301]. Було показано, що процес анігіляції в один фотон має резонансний характер, тому енергія і напрямок кінцевого фотона чітко визначені початковими умовами.

Інша можливість, яка наразі обговорюється в літературі - це створення пари лазером в полі ядра [180, 302–305]. На жаль, для наявних на сьогодні оптичних високоенергетичних лазерів ймовірність народження пар на ядрі в стані спокою дуже низька. Останнім часом цей процес розглядається у випадку рухомого ядра. При зіткненні швидких ядер з лазерним променем в системі спокою ядра частота лазерного променя значно збільшується за рахунок релятивістського зміщення Лоренца. Таким чином, пікове електричне поле в системі спокою ядра наближається до критичного поля, і ймовірності досягають спостережних значень. Інший варіант лазер-модифікованого процесу є народження електрон-позитронної пари енергетичним фотоном в кулонівському полі ядра, що є крос-каналом гальмівного випромінювання електрона на ядрі. Теорія цього процесу за відсутності поля була розвинена Бете та Гайтлером у своїй роботі відомій роботі [72]. У цьому випадку енергетичний поріг становить $2m$, оскільки енергія з кулонівського поля не поглинається. Амплітуда переходу для цього процесу ФНП вперше була обчислена Роцупкіним [177, 279], процес також досліджувався в роботах [175, 178, 179, 181–185].

Як бачимо з огляду, теорія процесу народження електрон-позитронних пар в імпульсних лазерних полях фактично відсутня.

1.5.4. Розсіювання електрона на електроні

Лише через кілька років після того, як Дірак опублікував своє рівняння, датський фізик Крістіан Меллер успішно прорахував розсіювання електронів з погляду квантової електродинаміки [73]. Результатом стала добре відома фор-

мула Меллера, яка визначає переріз розсіювання для зіткнення двох релятивістських електронів. У зовнішньому електромагнітному полі процес почав активно вивчатися в другій половині ХХ-ого століття. Уже в 1967 р. В.П. Олейнік проаналізував розсіювання Меллера в присутності монохроматичної плоскої хвилі циркулярної поляризації [186, 187]. Обчисливши ефективний поперечний переріз, автор продемонстрував, що для певних параметрів імпульсу електронів та електромагнітного випромінювання можуть виникати сильні резонанси, які пов'язані з виходом частинки в проміжному стані на масову поверхню. Крім того, він показав, що електрон у лазерному полі поводить себе аналогічно “квазічастинці”, що характеризується невизначеним числом дискретних енергетичних станів. Отже, для відповідних параметрів взаємодії слід спостерігати резонансні ефекти. Зазначимо, що після робіт Олейніка почався новий етап в дослідженні фізичних процесів у лазерному полі за умов резонансу. Більше десяти років потому Бос та ін. [188, 204] реалізував проблему резонансів у розсіюванні Меллера в однотипних лазерних полях (а саме у циркулярно-поляризованих монохроматичних плоских хвилях) та для нерелятивістських електронів із протилежними початковими імпульсами. Як вони показали, наявність електромагнітного випромінювання модифікує процес без вільного поля трьома основними способами: а) обидва електрони можуть поглинати або випромінювати ціле число лазерних фотонів; б) їх ефективні маси змінені; в) фактично можуть з'являтися лазер-індуковані резонансні розсіювання. Як наслідок а) та б) закони збереження виявляються різними за відсутності та наявності світлового поля. Це призводить до дискретних енергетичних спектрів розсіяних електронів.

У іншій роботі Берго, Варо та Федоров [190] також проаналізували розсіювання Меллера в присутності лазерного поля для випадку нерелятивістських енергій електронів. Було продемонстровано, що дипольне наближення дозволяє розділити рівняння Шредінгера на два рівняння, одне з яких враховує взаємодію з лазерним полем, а інше описує кулонівське відштовхування заряду. Проте, автори зробили висновок, що вплив лазерного поля на процес розсіювання електронів потрібно вивчати поза рамками дипольного наближення. Авторами

також проаналізували залежність законів збереження від інтенсивності поля у нерелятивістському випадку та резонансні явища для екранованого потенціалу Кулона. Через кілька років Казанцев і Соколов [191,192] вивчали динаміку двох електронів у лазерних полях в класичному підході. Було показано, що для дуже інтенсивного випромінювання ефективний потенціал взаємодії може змінювати знак і приводити до зв'язаних станів. У рамках класичного підходу взаємодія однаково заряджених частинок в імпульсному лазерному полі була розглянута в роботах Стародуба та Рощупкіна [194–198]. Обчислення ґрунтувалися на розв'язанні класичних рівнянь руху, що визначають динаміку заряджених частинок у полі. Автори визначили параметри лазерного імпульсу, для яких ефективні сили взаємодії електронів можуть ставати силами притягання або для яких може мати місце аномальне відштовхування частинок [198].

У роботах [199,200] Федоров і Рощупкін вивчали вплив лазерного поля на інтерференцію прямої та обмінної амплітуд розсіювання електрона на електроні за нерезонансних умов. Були знайдені умови, коли внесок інтерференційного доданку малий. У роботі [203] Рощупкін розглянув резонансний процес розсіювання для довільних енергій електронів. Вже у 90-х роках Денисенко та Рощупкін [86, 98, 205] досліджували нерезонансне розсіювання Меллера в полі двох лазерних хвиль циркулярної поляризації.

У 2004 році Панек та ін. [206] вивчали розсіювання Меллера в лінійно поляризованих лазерних полях релятивістських інтенсивностей (понад енергія електрона в плоскій хвилі одного порядку або більша, ніж енергія спокою). Вони визначили умови, за яких може мати місце резонанс. Автори показали, що за нерезонансних умов та певної кінематики отримані перерізи розсіювання мінімальні. Для випадку імпульсного лазерного поля в рамках квантової електродинаміки переріз розсіювання Меллера був обчислений в роботі Падусенко та Рощупкіна [289] і узагальнений для випадку розсіювання двох лептонів в електромагнітній хвилі. Розсіювання Меллера в інтенсивному лазерному полі було також представлено в оглядовій статті [103] разом з іншими фундаментальними явищами квантової електродинаміки сильних полів.

1.6. Експериментальна перевірка ефектів квантової електродинаміки в сильних лазерних полях

У сильному полі випромінювання істотну роль грають нелінійні ефекти, пов'язані з поглинанням з хвилі або випусканням в хвилю відразу декількох квантів. Це призводить до того, що поперечні перерізи фізичних процесів починають нелінійним чином залежати від інтенсивності падаючої хвилі. Міняються також кутові і спектральні розподіли в різних фізичних процесах. Експериментальна перевірка формул нелінійної квантової електродинаміки сильного поля стала можливою нещодавно, у зв'язку із створенням компактних лазерів оптичних частот високої потужності, досягнення яких стало можливим за рахунок використання коротких і жорстко сфокусованих імпульсів.

Серія експериментів з перевірки квантової електродинаміки, зокрема процес випромінювання спонтанного фотона при багатифотонному розсіянні Комптона лазерного пучка на електроні і подальшого процесу утворення електрон-позитронних пар, проводилася групою МакДональда на Стендфорському лінійному прискорювачі (Collaboration Princeton - Rochester-SLAC-Tennessee) [3–5]. В експерименті використовувалася лазерна установка, що могла працювати на двох довжинах хвиль – 1053 нм (інфрачервоне випромінювання) або 527 нм (зелене світло). Типове значення енергії одного імпульсу складало 0,8 Дж (1053 нм) і 0,5 Дж (527 нм), мінімальна тривалість імпульсу лазерного випромінювання 1,5 пс. Інтенсивність лазерного випромінювання у фокусі перевищувала 10^{18} Вт/см², що відповідає значенню інваріантного параметра $\eta_0 = 0,3$ (1.13), що вказує на можливість дослідження нелінійних ефектів. Енергія електронів в пучку складала 46,5 ГэВ ($\varepsilon/mc^2 = 10^5$). Кут між лазерним і електронним пучками дорівнював 17° . Проведені експерименти з урахуванням похибок показали добре узгодження з результатами теоретичних передбачень.

Серія експериментів з перевірки нелінійних ефектів в процесі розсіювання лазерного випромінювання на електронному пучку була проведена в Брукгейвенівській лабораторії за участі японських вчених [233, 234]. У спектрі випромінювання вони спостерігали та дослідили другу гармоніку випромінювання, що

пов'язана з процесом за участі вимушеного поглинання двох фотонів лазерного поля, а також спостерігали збільшення ефективної маси електрона за рахунок поендеромоторних поправок в потенціалі взаємодії.

Відзначимо, також серію експериментальних робіт по дослідженню взаємодії кластерів та атомів різних елементів з потужним імпульсним полем лазера та аналізу спектру випромінювання таких систем [306–308]. Так, в роботі [307] в спектрі гальмівного випромінювання автори спостерігали еквідистантні піки, які були інтерпретовані як резонансні піки в процесі лазер-модифікованого процесу спонтанного гальмівного випромінювання електрона на ядрі. Для теоретичного підґрунтя опису отриманих даних автори використали нашу роботу [171], що досліджує резонансне гальмівне випромінювання електрона на ядрі в полі імпульсного лазера.

Експериментальне дослідження КЕД в імпульсних лазерних полях також планується у рамках широкомасштабного наукового проекту по вивченню властивостей високоенергетичних часток FAIR (Дармштадт, Німеччина). У рамках цього проекту була розроблена і побудована лазерна установка PHELIX, яка дозволяє отримувати лазерні імпульси з потужністю аж до петаваттного діапазону. Проведені перші експерименти на цій лазерній установці [6]. Особливістю цього масштабного проекту є наявність високоенергетичних пучків сильнозаряджених іонів в широкому діапазоні мас, що дозволить досліджувати в присутності лазерного поля процесу іонізації та народження пар в недоступних раніше умовах.

Багато очікувань від широкомасштабного експерименту LUXE (Laser Und XFEL Experiment) [309–311], метою якого є використання високоякісного та високоенергетичного електронного пучка європейського лазера на вільних електронах XFEL (DESY, Гамбург, Німеччина) та потужного лазера. Науковою метою експерименту є вивчення процесів квантової електродинаміки в режимі сильних полів. Електрони високої енергії, що проходять через прискорюючу систему лазера на вільних електронах XFEL, та фотони високої енергії, що утворюються при гальмівному випромінюванні цих пучків електронів, взаємо-

діють з потужним лазерним імпульсом. При цьому, в системі спокою електронів електричне поле має досягати значення, яке в три рази більше критичного поля Швінгера (поле, при якому очікується, що сам вакуум стане нестабільним і стане спонтанно народжувати електрон-позитронні пари). Будуть досліджуватися процеси розсіювання Комптона та народження пар Брейта-Вілера за умов, коли нелінійні ефекти суттєві.

Експериментальна перевірка КЕД в сильних полях передбачена в рамках мега-проєкту ELI (Extreme Light Infrastructure), що передбачає створення чотирьох новітніх лазерних установок з потужністю випромінювання до 10^{24} Вт/см² [312–314]. Так, на установці ELI-NP (nuclear physics) в експериментальній камері Е6 планується використовувати два потужних лазерних промені, один з яких (промінь накачки) прискорює електрони до ультрарелятивістських енергій, а другий (дослідний промінь) виступатиме в ролі фонового поля для процесів розсіювання електронів, випромінювання жорстких фотонів та народження пар. Метою експерименту в ELI-NP є дослідження нових фізичних явищ на межі розділу фізики плазми, ядра та частинок. Пропонуються експерименти з газовими та твердотільними мішенями.

Експериментальне дослідження лазер-модифікованих процесів розсіювання має додаткові технічні складнощі, що пов'язані з необхідністю одночасної локалізації трьох частинок та фільтрації сигналу від фону процесу за відсутності поля. Ці проблеми були вирішені для процесу лазер-модифікованого розсіювання електрона на ядрі в ряді робіт [143–146] за рахунок чіткої синхронізації лазерного імпульсу та електронного пучка. Газова мішень була нерухомою, а лазерний імпульс ділився на два промені. Більш потужний із них використовувався безпосередньо як зовнішнє поле для процесу розсіювання, а інший виступав тригером для генерування електронного пучка. Таким чином, регулюючи часову затримку між променями вдалося локалізувати електронний та лазерний пучок одночасно на мішені. Фільтрація сигналу лазер-модифікованого процесу від фону процесу звичайного розсіювання Мотта була здійснена за допомогою використання детекторної системи особливої тороїдальної форми та ефектив-

них алгоритмів обробки даних. У роботі [143] вдалося спостерігати спектр електронів, що відповідає парціальним процесам з вимушеним випромінюванням та поглинанням одного фотона лазерного поля. Подальший розвиток даної експериментальної установки дозволив вивчати парціальні процеси вже за участі п'яти фотонів [145, 146].

Зазначимо, що дослідження лазер-модифікованого розсіювання електрона на ядрі в роботах [143–146] проводилося на базі лазерної системи з інтенсивністю, що відповідає діапазону помірно сильних полів (1.15). При цьому був показаний багатифотонний характер протікання процесу. Таким чином, вивчення лазер-модифікованих процесів в цьому діапазоні інтенсивностей представляє науковий інтерес для експериментального дослідження.

Висновки до розділу 1

Огляд літератури та методів дослідження відносно фізичних процесів під впливом зовнішнього лазерного поля вказує на наступне:

1. Постійний розвиток лазерних систем стимулює вивчення процесів квантової електродинаміки в імпульсних лазерних полях різних конфігурацій. Нові експериментальні умови ставлять все нові задачі для теоретичної фізики відносно вивчення процесів у потужних імпульсних полях та розвитку моделі описання лазерного випромінювання.

2. Теорія фізичних процесів у лазерному полі досить добре розвинена для моделі плоскої монохроматичної хвилі. У той же час, сучасні теоретичні дослідження фізичних процесів в імпульсних лазерних полях базуються в основному на об'ємних чисельних розрахунках. Досить часто результати таких досліджень важко безпосередньо порівняти з теоретичними результатами для випадку плоскої монохроматичної хвилі. Таким чином, застосування та розвинення нових підходів при вивченні процесів в імпульсних полях викликає науковий інтерес, оскільки аналітичні результати більш наглядно демонструють фізичні властивості процесів під впливом лазерного поля, що дозволяє досліджувати нові явища, закономірності та властивості процесів.

3. Навіть враховуючи значний науковий доробок у теоретичному дослідженні фізичних процесів у лазерному полі слід зазначити, що низка цікавих питань у цьому напрямі на сьогодні залишається відкритою. Мало дослідженими залишаються процеси саме в імпульсному лазерному полі, потреба у вивченні яких виникає для сучасних експериментальних умов. Зокрема, системний аналіз фізичних процесів в імпульсному полі: за резонансних умов; у випадку двох хвиль при кореляції випромінювання та поглинання фотонів лазерного поля; при розсіювання швидких частинок на малі кути за малих переданих між частинками імпульсів; коли енергія поля, що поглинається чи випромінюється частинкою, одного порядку за величиною з початковою кінетичною енергією частинок.

РОЗДІЛ 2

РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА НА ЯДРІ В ІМПУЛЬСНОМУ ЛАЗЕРНОМУ ПОЛІ

В цьому розділі вивчається лазер-модифіковане розсіювання електрона в полі ядра. Взаємодія електрона з полем ядра розглядається в першому борнівському наближенні, тобто електрон та ядро обмінюються одним фотоном. Зовнішнє поле імпульсного лазера описується як плоска немонахроматична хвиля та як суперпозиція двох співнапрямлених хвиль. Присутність зовнішнього силового поля призводить до того, що в процесі розсіювання на ядрі електрон вимушено випромінює і поглинає фотони зовнішнього поля. Теорія вимушеного гальмівного випромінювання і поглинання (ВГВП) в процесах розсіювання електрона в полі ядра і електромагнітному полі представляє науковий інтерес та вивчається досить давно [49–52, 81–86, 96–151]. Завдяки накладенню взаємодій електрон-ядро та електрон-лазерне поле, енергетичні та кутові розподіли розсіяних електронів мають більш складні та цікаві структури в порівнянні зі звичайним процесом пружного розсіювання електрона на ядрі. Взаємодію ядра з лазерним полем можна вважати незначною через велику різницю в масах електрона та ядра. Процес лазер-модифікованого розсіювання електрона на ядрі є важливим елементарним процесом, що входить до різноманітних фізичних явищ індукованих лазерними полями: нагрівання електронів у лазерній плазмі, повторне розсіювання фотоелектронів в інтенсивних лазерних полях, випромінювання високоенергетичних фотоелектронів із щільних газових середовищ в інтенсивних лазерних полях та інші.

Пружне розсіювання електрона на кулонівському полі ядра являє собою процес, що існує вже в першому наближенні теорії збурень. Поперечний переріз цього процесу розсіювання в борнівському наближенні було отримано Моттом в 1929 році [70]:

$$\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_f} = \frac{4 (Ze^2)^2 E^2}{q^4} \left(1 - \frac{q^2}{4E^2} \right). \quad (2.1)$$

Тут E – енергія електрона; Z – номер заряду ядра; $d\Omega_f$ – елемент тілесного кута електрона, q – переданий ядру імпульс. Вираз перед дужкою за своєю залежністю від кутів співпадає з перерізом Резерфорда $\sim \sin^{-4} \theta/2$ [315].

Розсіювання електронів на кулонівському потенціалі ядра в полі імпульсного лазера раніше вивчалось в роботах [139–141].

Результати, що представлені в цьому розділі, були опубліковані в роботах [19–21, 23] та апробовані [28, 30, 32]. Отримано аналітичні вирази для амплітуди переходу та перерізу процесу розсіювання електрона на ядрі в зовнішньому імпульсному лазерному полі. Визначено кінематичну область розсіювання, коли значення переданого від електрона до ядра імпульсу мінімальні і переріз розсіювання містить пік поблизу визначеного напрямку вильоту електрона. У випадку двох імпульсних лазерних хвиль процес детально досліджено в особливій кінематичній області, де вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої хвилі відбувається корельованим чином.

2.1. Розсіювання електрона на ядрі на малі кути в імпульсному лазерному полі

Незважаючи на тривалий період досліджень і велику кількість робіт, розсіювання електрона на ядрі в полі лазерної хвилі у випадку малих кутів розсіювання залишається недостатньо вивченим. Переріз розсіювання як в полі лазера, так і за його відсутності обернено пропорційний до четвертого степеня переданого імпульсу (2.1). Розсіюванню електрона на малі кути відповідають малі передані імпульси, коли переріз може значно зростати. Слід також підкреслити, що у випадку ультрарелятивістських енергій частинок ($E \gg m$) розсіювання в області малих кутів дає основний внесок у перерізи процесів КЕД як у присутності зовнішнього лазерного поля, так і за його відсутності. У зв'язку з цим, особливості процесів розсіювання на малі кути є суттєвими в ряді фізичних систем і застосувань. Підкреслимо також, що при розсіюванні електрона на кулонівському потенціалі на нульовий кут виникає нефізична розбіжність перерізу, яка пов'язана з дією кулонівського потенціалу на великих відстанях.

У представленому дослідженні вивчається розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі при малих кутах розсіювання в екранованому потенціалі ядра (потенціал Юкави). Досліджуються особливості парціальних процесів при малих переданих імпульсах, які по модулю одного порядку за величиною з імпульсом фотонів зовнішнього лазерного поля. Використовується релятивістська система одиниць ($\hbar = c = 1$) та стандартна метрика $(ab) = a_0b^0 - \mathbf{a}\mathbf{b}$ для 4-простору.

2.1.1. Постановка задачі та амплітуда процесу.

Амплітуда поля потужного короткого лазерного імпульсу швидко змінюється в просторі та часі, тому використання моделі плоскої монохроматичної хвилі для опису такого поля є досить проблематичним. Потужне імпульсне поле опишемо як плоску немонахроматичну хвилю, яка поширюється вздовж вісі z з площиною поляризації (xy) з 4-потенціалом в вигляді:

$$A^\mu(\varphi) = \frac{F_0}{\omega} \cdot g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) \cdot (e_x^\mu \cos \varphi + \delta e_y^\mu \sin \varphi), \quad (2.2)$$

$$\varphi = (k^\nu x_\nu) = \omega(t - z).$$

Тут, φ – фаза хвилі (змінна плоскої хвилі); τ – характерна тривалість лазерного імпульсу; F_0 – напруженість електричного поля імпульсу; ω – характерна частота лазерної хвилі; δ – параметр еліптичності поляризації хвилі, ($\delta = 0$ – відповідає лінійній поляризації, $\delta = \pm 1$ – циркулярній поляризації); $k = (\omega, \mathbf{k})$ – 4-хвильовий вектор; $e_x^\mu = (0, \mathbf{e}_x)$. За рахунок вибору калібрування Лоренца для 4-потенціалу можна прийняти $e_{x0} = e_{y0} = 0$ [9], тоді 4-вектори поляризації хвилі $e_y^\mu = (0, \mathbf{e}_y)$ задовольняють умови:

$$e_{x,y}^2 = -1, \quad (e_{x,y}^\mu k_\mu) = 0. \quad (2.3)$$

У виразі (2.2) функція $g(\varphi/\omega\tau)$ – огибаюча функція потенціалу зовнішньої хвилі, яка дозволяє врахувати імпульсний характер лазерного поля. Зручно

вибрати її рівною одиниці в центрі імпульсу: $g(0) = 1$, та затухаючою по експоненціальному закону за умови: $|\varphi| \gg \omega\tau$. У такому випадку величину τ можна розглядати як характерну тривалість лазерного імпульсу. Процес розглянуто для імпульсного лазерного поля, коли за час імпульсу хвиля здійснює велику кількість осциляцій амплітуди, тобто

$$\frac{\omega\tau}{2\pi} \gg 1. \quad (2.4)$$

Умову (2.4) називають умовою квазімонохроматичності лазерної хвилі [40].

Процес розсіювання електрона на ядрі в полі лазерної хвилі відноситься до типу лазер-модифікованих процесів, оскільки може протікати і за відсутності зовнішнього поля. Взаємодія електрона з полем ядра розглядається в першому борнівському наближенні:

$$v_{i,f} \gg Z\alpha_0, \quad (2.5)$$

де v_i та v_f – швидкості електрона до та після розсіювання, відповідно; α_0 – постійна тонкої структури (константа електромагнітної взаємодії).

Електромагнітне сферично симетричне поле ядра опишемо екранованим кулонівським потенціалом у наступному вигляді:

$$A_C(|\mathbf{x}|) = \frac{Ze}{|\mathbf{x}|} \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}|}{d}\right), \quad (2.6)$$

де d – довжина екранування.

Пружне розсіювання електрона в постійному кулонівському полі ядра є процес, що існує вже в першому наближенні теорії збурень. Йому відповідає діаграма з однією вершиною (див. рисунок 2.1). Оскільки без урахування вимушеного випромінювання та поглинання енергія електрона при розсіюванні в постійному полі зберігається, то енергетична компонента 4-імпульсу фотона віддачі дорівнює нулю, а квадрат 4-імпульсу не повинен бути рівний нулю, на відміну від квадрата 4-імпульсу реального фотона. У такому випадку закон збе-

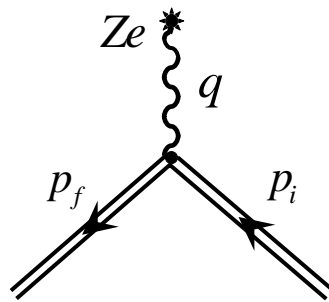


Рис. 2.1. Діаграма Фейнмана розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Подвійні входні та вихідні лінії відповідають хвильовим функціям електрона (функціям Волкова) в початковому й кінцевому станах, хвиляста лінія фотону віддачі ядра.

реження імпульсу не виконується і для опису процесу може бути використана діаграма з однією вершиною.

Амплітуда розсіювання електрона на кулонівському потенціалі ядра в полі імпульсного лазера для довільних кутів розсіювання була отримана в роботі [139]. В поданій роботі метод розрахунку амплітуди був узагальнений на випадок екранованого кулонівського потенціалу (2.6).

Амплітуда процесу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі в першому борнівському наближенні має загальний вигляд:

$$S = -ie \int d^4x \cdot \bar{\psi}_f(x, A) \cdot [\tilde{\gamma}^0 A_C(|\mathbf{x}|)] \cdot \psi_i(x, A), \quad (2.7)$$

де $\psi_i(x, A)$ та $\bar{\psi}_f(x, A)$ - функції Волкова електрона в початковому та кінцевому стані, тобто відповідні розв'язки рівняння Дірака нормовані на одну частинку в одиниці об'єму [8], [9]:

$$\psi_i(x, A) = \left[1 + \frac{e}{2(kp_i)} \hat{k} \hat{A} \right] \cdot \frac{u_i}{\sqrt{2E_i}} \exp(iS_i), \quad (2.8)$$

$$S_i = - \int \tilde{p}_i^\mu dx_\mu - \frac{\eta(\varphi) m}{(kp_i)} [(p_i e_x) \cos \varphi - \delta (p_i e_y) \sin \varphi] - (1 - \delta^2) \frac{\eta^2(\varphi) m^2}{4(kp_i)} \sin 2\varphi, \quad (2.9)$$

$$\tilde{p}_i^\mu = p_i^\mu + (1 + \delta^2) \eta^2(\varphi') \frac{m^2}{4(kp_i)} k^\mu. \quad (2.10)$$

$$\eta(\varphi') = \eta_0 \cdot g\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right), \quad \eta_0 = \frac{eF_0}{m\omega}. \quad (2.11)$$

Величина η_0 є класичний релятивістськи-інваріантний параметр (1.13), який чисельно дорівнює відношенню роботи поля на довжині хвилі над електроном до енергії спокою електрона і визначає інтенсивність поля в піці імпульсу; $p_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$ та $p_f = (E_f, \mathbf{p}_f)$ – 4-імпульси електрона в початковому і кінцевому станах, відповідно; u_i, \bar{u}_f – біспінори Дірака вільного електронного поля. Вирази виду \hat{a} означають скалярний добуток відповідного 4-вектора та гамма-матриць Дірака $\tilde{\gamma}^\mu = (\tilde{\gamma}_0, \vec{\gamma})$, ($\mu = 0, 1, 2, 3$), так наприклад, $\hat{k} = k_\mu \tilde{\gamma}^\mu = k_0 \tilde{\gamma}^0 - \mathbf{k} \vec{\gamma}$.

Вираз (2.9) представляє класичну дію для електрона в полі імпульсної лазерної хвилі, що розрахована з точністю до нульового порядку по малій величині $(\omega\tau)^{-1}$. Така структура класичної дії відповідає поділу руху класичного електрона на систематичне переміщення вздовж деякої плавної траєкторії і швидкі осциляції поблизу неї. Залежність \tilde{p}_i^μ від змінної φ є ефект “пондеромоторного” розсіювання [40, 42]. Через цю залежність 4-вектор \tilde{p}_i^μ , на відміну від випадку монохроматичної хвилі, вже не можна розглядати як квазіімпульс частинки в зовнішньому полі.

Підставляючи вирази для екранованого потенціалу ядра (2.6), хвильових функцій (2.8) та класичної дії (2.9) в загальний вираз (2.7), амплітуда процесу розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі набуде вигляду

$$S = -i \frac{Ze^2}{2\sqrt{E_i E_f}} (\bar{u}_f B u_i), \quad (2.12)$$

$$B = \int d^4x \frac{\exp(-|\mathbf{x}|/d)}{|\mathbf{x}|} G\left[\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right]. \quad (2.13)$$

У виразі (2.13) у функції під інтегралом залежність від фази зручно розділити на гармонічну та слабку через огинаючу функцію:

$$G\left[\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right] = D\left[\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right] \cdot \exp\left\{iR\left[\varphi, g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right]\right\}, \quad (2.14)$$

$$D = \tilde{\gamma}^0 + \frac{e\omega}{(kp_i)} \hat{A} - \frac{e^2 A^2 \omega}{2(kp_i)(kp_f)} \hat{k} + \frac{e}{2} \left[\frac{1}{(kp_f)} - \frac{1}{(kp_i)} \right] \hat{A} \hat{k} \tilde{\gamma}^0, \quad (2.15)$$

$$R \left(\varphi, g \left(\frac{\varphi}{\omega\tau} \right) \right) = \int \left(\tilde{p}_f^\mu - \tilde{p}_i^\mu \right) dx_\mu + \gamma(\varphi) \sin(\varphi - \chi) + \beta(\varphi) \sin 2\varphi. \quad (2.16)$$

Величини $\gamma(\varphi)$, $\beta(\varphi)$, χ визначаються наступним чином:

$$\gamma(\varphi) = \eta(\varphi) m \sqrt{(e_x q_{if})^2 + \delta^2 (e_y q_{if})^2}, \quad (2.17)$$

$$\beta(\varphi) = (1 - \delta^2) \eta^2(\varphi) m^2 \cdot \left(\frac{1}{(kp_f)} - \frac{1}{(kp_i)} \right), \quad (2.18)$$

$$\tan \chi = \delta \frac{(e_y q_{if})}{(e_x q_{if})}, \quad q_{if} = \frac{p_f}{(kp_f)} - \frac{p_i}{(kp_i)}. \quad (2.19)$$

Функція $G[\varphi, g(\varphi/\omega\tau)]$ у виразі (2.14) не являється строго періодичною функцією по змінній плоскій хвилі φ і, на відміну від випадку монохроматичної хвилі, не може бути розвинена в ряд Фур'є по всій області визначення. Проте будь-яка функція, що неперервно диференціюється, може бути розвинена в ряд Фур'є на відрізьку $[\varphi, \varphi + 2\pi]$:

$$G \left[\varphi, g \left(\frac{\varphi}{\omega\tau} \right) \right] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} H_l(\varphi) \exp(il\varphi), \quad (2.20)$$

$$H_l(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi}^{\varphi+2\pi} G \left[\varphi', g \left(\frac{\varphi'}{\omega\tau} \right) \right] \cdot \exp(-il\varphi') \cdot d\varphi'. \quad (2.21)$$

На наступному кроці використаємо відносно слабку залежність огинаючої потенціалу від фази. Розвинемо частину функції G , що залежить від огинаючої функції $g(\varphi'/\omega\tau)$, у ряд Тейлора поблизу точки $\varphi' = \varphi$,

$$G \left[\varphi', g \left(\frac{\varphi'}{\omega\tau} \right) \right] = G \left[\varphi', g \left(\frac{\varphi}{\omega\tau} \right) \right] + \frac{\varphi' - \varphi}{\omega\tau} \cdot \frac{\partial G}{\partial g} \cdot g' \left(\frac{\varphi}{\omega\tau} \right) + \dots \quad (2.22)$$

Звідси видно, що з точністю до нульового порядку по малій величині $(\omega\tau)^{-1}$, коефіцієнти Фур'є залежать від початкової точки відрізка $[\varphi, \varphi + 2\pi]$ тільки через повільно змінну функцію $g(\varphi/\omega\tau)$. У силу цього вираз для коефіцієнтів Фур'є (2.21) набуде виду:

$$H_l(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G\left[\varphi', g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right)\right] \cdot \exp(-il\varphi') \cdot d\varphi'. \quad (2.23)$$

Проводячи подальші перетворення виразу (2.23) отримаємо вираз для амплітуди розсіювання електрона на ядрі в полі лазерної хвилі в нульовому наближенні за малим параметром $(\omega\tau)^{-1}$ у вигляді суми по парціальних компонентах:

$$S = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l. \quad (2.24)$$

Парціальна компонента S_l визначає амплітуду розсіювання електрона на ядрі з вимушеним випромінюванням ($l > 0$) або поглинанням ($l < 0$) $|l|$ фотонів зовнішнього поля

$$S_l = -i \frac{Ze^2}{2\sqrt{E_i E_f}} (\bar{u}_f B_l u_i), \quad (2.25)$$

$$B_l = \int d^4x \frac{\exp(-|\mathbf{x}|/d)}{|\mathbf{x}|} \cdot H_l(\varphi) \cdot \exp\left[il\varphi + i \int (\tilde{p}_f^\mu - \tilde{p}_i^\mu) dx'_\mu\right], \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} H_l(\varphi) &= \tilde{\gamma}^0 L_l(\varphi) + \eta(\varphi) \frac{m}{4\omega\kappa_i} \hat{D}(\varphi) \hat{k} \tilde{\gamma}^0 + \eta(\varphi) \frac{m}{4\omega\kappa_f} \tilde{\gamma}^0 \hat{k} \hat{D}(\varphi) \\ &+ (1 + \delta^2) \frac{\eta^2(\varphi) m^2}{4\omega\kappa_i\kappa_f} \hat{k} L_l(\varphi) + (1 - \delta^2) \frac{\eta^2(\varphi) m^2}{8\omega\kappa_f\kappa_i} \hat{k} [L_{l-2}(\varphi) + L_{l+2}(\varphi)], \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$D(\varphi) = \varepsilon^* L_{l-1}(\varphi) + \varepsilon L_{l+1}(\varphi), \quad \varepsilon = e_x + i\delta e_y. \quad (2.28)$$

$$\kappa_{i,f} \equiv (kp_{i,f}) = E_{i,f} - |\mathbf{p}_{i,f}| \cos \theta_{i,f}, \quad \theta_{i,f} = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{i,f}), \quad (2.29)$$

тут величини $\theta_{i,f}$ – полярні кути вльоту-вильоту електрона; параметри $\kappa_{i,f}$ – згортки одиничного 4-вектора вздовж напрямку поширення хвилі та 4-імпульсів електронів у початковому і кінцевому станах. У виразах (2.27), (2.28) введено спеціальні функції L_l , які визначаються так:

$$L_l(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \exp \{i [\gamma(\varphi) \sin(\varphi' - \chi) + \beta(\varphi) \sin 2\varphi' - l\varphi']\}, \quad (2.30)$$

де параметри γ , β , χ визначаються виразами (2.17), (2.18), (2.19).

Проведемо інтегрування парціальної амплітуди переходу процесу розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі. Для цього детальніше розглянемо функцію (2.26):

$$B_l = \int d^4x \frac{\exp(-|\mathbf{x}|/d)}{|\mathbf{x}|} \cdot H_l(\varphi) \cdot \exp[i(qx) + i\omega\tau\lambda(\varphi/\omega\tau)], \quad (2.31)$$

$$\lambda\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) = (1 + \delta^2) \frac{m^2}{4\omega} \left(\frac{1}{\kappa_f} - \frac{1}{\kappa_i}\right) \int_{-\infty}^{\varphi/\omega\tau} \frac{d\varphi'}{\omega\tau} \eta^2\left(\frac{\varphi'}{\omega\tau}\right), \quad (2.32)$$

$$q = (q_0, \mathbf{q}) = p_f - p_i + lk, \quad (2.33)$$

де 4-вектор q визначає переданий ядру 4-імпульс. Поправки $\lambda(\varphi/\omega\tau)$ в (2.41), пов'язані з пондеромоторними силами [2], які діють на електрон в зовнішньому імпульсному полі (2.2).

У виразі (2.31) перейдемо від інтегрування по змінних z та t до $\xi_{\pm} = t \pm z$ ($\xi_- = \varphi/\omega$). Тоді вираз для B_l (2.31) може бути представлений у наступному вигляді:

$$B_l = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_- d\xi_+ H_l(\xi_-) \exp[i(q_-\xi_+ + q_+\xi_- + \omega\tau\lambda(\xi_-/\tau))] I_1(\xi_+, \xi_-), \quad (2.34)$$

$$I_1(\xi_+, \xi_-) = \iint \frac{\exp\left\{-iq_x x - iq_y y - d^{-1} \sqrt{x^2 + y^2 + (\xi_+ - \xi_-)^2/4}\right\}}{\sqrt{x^2 + y^2 + (\xi_+ - \xi_-)^2/4}} dx dy =$$

$$= \frac{2\pi}{q_{d\perp}} \exp\left(-\frac{q_{d\perp}}{2} \cdot |\xi_+ - \xi_-|\right), \quad (2.35)$$

$$q_{\pm} = \frac{1}{2}(q_0 \pm q_z), \quad q_{\parallel} = q_z, \quad q_{d\perp} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + d^{-2}}. \quad (2.36)$$

Підставимо значення інтегралів (2.35) у вираз (2.34), отримаємо

$$B_l = \frac{\pi}{q_{d\perp}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_- H_l(\xi_-) \exp\{iq_+ \xi_- + i\omega\tau\lambda(\xi_-/\tau)\} \cdot I_2(\xi_-), \quad (2.37)$$

$$I_2(\xi_-) = \exp(-q_{d\perp}\xi_-/2) \cdot \int_{-\infty}^{\xi_-} d\xi_+ \exp[i(q_- + q_{d\perp}/2)\xi_+] +$$

$$+ \exp(q_{d\perp}\xi_-/2) \cdot \int_{\xi_-}^{\infty} d\xi_+ \exp[i(q_- - q_{d\perp}/2)\xi_+]. \quad (2.38)$$

Виконаємо інтегрування в (2.38), отримаємо функцію B_l , що визначає амплітуду процесу розсіювання, у наступному вигляді:

$$B_l = \frac{4\pi}{q_{d\perp}^2 + 4q_-^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_- \cdot H_l(\xi_-) \exp\{i(q_+ + q_-)\xi_- + i\omega\tau\lambda(\xi_-/\tau)\}. \quad (2.39)$$

Отже, після розкладання в ряди Фур'є та інтегрування по просторових змінних отримаємо шукану амплітуду переходу в вигляді суми по парціальних компонентах, кожна з яких відповідає вимушеним процесам випромінювання чи поглинання певної кількості фотонів лазерного поля:

$$S_{fi} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l, \quad S_l = -i \frac{Ze^2\tau}{\sqrt{E_i E_f}} \cdot \frac{2\pi(\bar{u}_f \Delta_l(q_0) u_i)}{q_{d\perp}^2 + (q_0 - q_{\parallel})^2}, \quad (2.40)$$

$$\Delta_l(q_0) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot H_l(\phi) \exp\{i\tau(q_0\phi + \omega\lambda(\phi))\}, \quad \phi \equiv \frac{\varphi}{\omega\tau}. \quad (2.41)$$

Нагадаємо, що функція H_l визначається виразом (2.27), з якого видно, що амплітуда розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі довільної інтенсивності в загальному релятивістському випадку виражається через функції L_l . Вони визначають ймовірність вимушеного випромінювання і поглинання фотонів хвилі. Властивості цих функцій детально вивчені в роботі [67]. Вони можуть бути представлені у вигляді розкладу в ряд по функціях Бесселя з цілим показником, властивості яких детально викладені, наприклад, у книзі [68]:

$$L_l(\chi, \gamma(\phi), \beta(\phi)) = \exp(-il\chi) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp(2is\chi) J_{l-2s}(\gamma(\phi)) J_s(\beta(\phi)). \quad (2.42)$$

Тут функції J_s – функції Бесселя з цілими показниками. Аргументи цих функцій (2.17), (2.18), (2.19) можуть бути представлені наступним чином:

$$\cos \chi = \frac{(e_x q_{if})}{\sqrt{(e_x q_{if})^2 + \delta^2 (e_y q_{if})^2}}, \quad q_{if} = \frac{p_f}{\kappa_f} - \frac{p_i}{\kappa_i}, \quad (2.43)$$

$$\gamma(\phi) = \gamma_0 \cdot g(\phi), \quad \gamma_0 = \eta_0 \frac{m}{\omega} \sqrt{(e_x q_{if})^2 + \delta^2 (e_y q_{if})^2}, \quad (2.44)$$

$$\beta(\phi) = (1 - \delta^2) \eta^2(\phi) \frac{m^2}{\omega} \cdot \left(\frac{1}{\kappa_f} - \frac{1}{\kappa_i} \right). \quad (2.45)$$

Зауважимо, що параметри $\gamma(\phi)$ (2.44) і $\beta(\phi)$ (2.45) – квантові і залежать як від характеристик зовнішнього поля, так і від кінематики процесу розсіювання. Тут γ_0 є квантовий параметр баготофотонності Бункіна-Федорова. У випадку циркулярної поляризації зовнішньої хвилі ($\delta = \pm 1$) $\beta(\phi) = 0$ і спеціальні функції $L_l(\phi)$ (2.42) з точністю до фази спрощуються до функцій Бесселя [67]:

$$L_l(\phi) = \exp(-il\chi) \cdot J_l(\gamma(\phi)). \quad (2.46)$$

В граничному випадку монохроматичної хвилі та потенціалу без екранування,

$$\omega\tau \rightarrow \infty \Rightarrow g(\varphi/\omega\tau) \rightarrow 1, \quad d \rightarrow \infty,$$

функція H_l не залежить від змінної інтегрування ϕ . Тому $\Delta_l = 2\pi\delta(q_0)H_l$ і вираз для амплітуди (2.40) переходить у відому амплітуду в полі плоскої монохроматичної хвилі [49, 96, 99, 124]. Відзначимо також, що вирази для амплітуди розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі (2.40)-(2.41) справедливі для широкої області інтенсивностей зовнішнього лазерного поля і енергій електронів. Представлена постановка задачі включає в розгляд також і випадок малих кутів розсіювання електрона на ядрі.

2.1.2. Обчислення перерізу розсіювання.

Далі визначимо диференціальну ймовірність за весь час спостереження процесу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі із отриманих явних виразів для амплітуди переходу (2.40)-(2.45) скориставшись стандартним методом [9]:

$$dW = |S|^2 \frac{d^3\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3} = \sum_{l,l'} S_l S_{l'}^* \frac{d^3\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.47)$$

Зазначимо, що в сумі (2.47) по l' в силу умови квазімонохроматичності (2.4) достатньо зберегти доданки, що відповідають умові: $l' = l$. Таким чином, диференціальну ймовірність за одиницю часу можна представити у вигляді суми по парціальних компонентах:

$$\frac{dW}{T} = dw = \sum_l dw_l = \sum_l \frac{|S_l|^2}{T} \frac{d^3\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3}, \quad (2.48)$$

де T – деякий порівняно великий ($T \gtrsim \tau$) проміжок часу спостереження. Шуканий диференціальний переріз отримаємо з виразу (2.48) поділивши його на густину потоку падаючих частинок, яка у вибраному нами випадку рівна v_i :

$$d\sigma = \frac{dw}{v_i} = \sum_l d\sigma_l = \sum_l \frac{|S_l|^2 E_i}{T |\mathbf{p}_i|} \frac{d^3\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3}, \quad (2.49)$$

$$\frac{d\sigma_l}{d\Omega_f} = (Ze^2)^2 \int \frac{\omega\tau^2 d\xi}{2\pi T} \cdot \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \frac{\left| \int d\phi F_l(\phi) \exp\{i\omega\tau(\xi\phi + \lambda(\phi))\} \right|^2}{\left[q_{d\perp}^2 + (\omega\xi - q_{\parallel})^2 \right]^2}, \quad (2.50)$$

$$F_l(\phi) = (\bar{u}_f H_l(\phi) u_i). \quad (2.51)$$

Величина $d\sigma_l$ (2.50) – парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі в тілесний кут $d\Omega_f$ з випромінюванням або поглинанням $|l|$ фотонів зовнішнього поля.

У виразі (2.50) введена нова безрозмірна змінна інтегрування ξ . У силу наближення квазімонохроматичності (2.4) суттєва область інтегрування різко звужується і має місце наближений закон збереження енергії у вигляді

$$\xi = \frac{q_0}{\omega} = \frac{E_f - E_i}{\omega} + l \lesssim \frac{1}{\omega\tau}. \quad (2.52)$$

Для великих переданих імпульсів можна нехтувати залежністю від змінної інтегрування ξ в знаменнику виразу (2.50). Це відповідає випадку немалих кутів розсіювання, який був розглянутий раніше в роботі [139].

Звернемося до випадку розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі на малі кути, якому відповідають процеси розсіювання з малими переданими імпульсами

$$|\mathbf{q}| \sim \omega \Leftrightarrow \theta = \theta_f - \theta_i \sim l\omega/|\mathbf{p}_i|. \quad (2.53)$$

За таких умов залежність від змінної інтегрування суттєва як в знаменнику перерізу, так і в показнику експоненти. Проте в силу закону збереження (2.52) в іншій частині підінтегральної функції (2.50) можна вважати $\xi = 0$.

Розглянемо наближення, коли початкові характеристики електронів та інтенсивність хвилі відповідають умові

$$\eta_0^2 \frac{m^2}{\kappa_i^2} \ll 1. \quad (2.54)$$

Легко показати, що в цьому випадку для переданих імпульсів (2.53) квадратичними поправками по параметру η_0 можна знехтувати як в показнику експоненти, так і у функції $H_l(\phi)$ (2.27).

У виразі для парціального перерізу розсіювання електрона на ядрі (2.50) визначаємо полюси підінтегральної функції та застосовуємо теорему лишків для обчислення інтегралу по змінній ξ . У результаті одержимо

$$\frac{d\sigma_l}{d\Omega_f} = \frac{(Ze^2)^2}{(q^2 + d^{-2})^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi F_l(\phi) \int_{-\infty}^{\infty} d\phi' F_l^*(\phi + \phi') f_\delta(\phi'), \quad (2.55)$$

$$f_\delta(\phi') = \omega\tau \frac{(\mathbf{q}^2 + d^{-2})^2}{4\omega |q_{d\perp}|^3} \cos(q_{\parallel}\tau\phi') (1 + |q_{d\perp}\tau\phi'|) \exp(-|q_{d\perp}\tau\phi'|). \quad (2.56)$$

Тут введений інтервал усереднення по лазерному імпульсу ρ (Додаток Б).

Функція $f_\delta(\phi')$ (2.56) має максимум у точці $\phi' = 0$ і досить швидко спадає при збільшенні аргументу. При цьому вона симетрична і задовольняє умови

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\phi' \cdot f_\delta(\phi') = 1, \quad (2.57)$$

$$\lim_{\omega\tau \rightarrow \infty} f_\delta(\phi') = \delta(\phi'), \quad \lim_{q_{d\perp} \rightarrow \infty} f_\delta(\phi') = \delta(\phi'), \quad (2.58)$$

де $\delta(\phi')$ є дельта-функція Дірака. Таким чином, в граничному випадку монохроматичної хвилі $\omega\tau \rightarrow \infty$ вираз для парціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі (2.55) переходить у відомий вираз для відповідного перерізу у випадку монохроматичної хвилі [49].

Як впливає з (2.55), парціальний переріз обернено пропорційний до четвертого степеня переданого імпульсу. Розглянемо явний вид квадрата переданого імпульсу у випадку малих кутів розсіювання. Виберемо для розгляду процеси розсіювання в площині, яка утворена імпульсом початкового електрона і хвильовим вектором

$$\varphi_f = \varphi_i = 0, \quad q_y^2 = 0. \quad (2.59)$$

У цьому випадку легко отримати шукану явну форму

$$\mathbf{q}^2 = \mathbf{p}_i^2 \theta^2 - 2\theta l\omega |\mathbf{p}_i| \sin \theta_i + l^2 \omega^2 (\kappa_i^2 / \mathbf{p}_i^2 + \sin^2 \theta_i). \quad (2.60)$$

За відсутності екранування знаменник перетворюється на нуль у тривіальному випадку, $\theta = 0$, що пояснюється властивостями кулонівського потенціалу. Аналіз показує, що в екранованому кулонівському потенціалі переданий імпульс (2.60) не перетворюється на нуль ні при яких значеннях кутів і енергій електрона. Проте переданий імпульс (2.60) має точку мінімуму для значень кута розсіювання

$$\theta_{lm} = l\theta_m = \frac{l\omega}{|\mathbf{p}_i|} \sin \theta_i, \quad (2.61)$$

$$\frac{\mathbf{q}^2(\theta_{lm})}{l^2 \omega^2} = \frac{\kappa_i^2}{\mathbf{p}_i^2} = \begin{cases} E_i^2 / \mathbf{p}_i^2 > 1, & E_i \approx m; \\ \frac{m^4}{4E_i^4} (1 + \delta_i^2)^2 \ll 1, & E_i \gg m, \theta_i^2 \ll 1. \end{cases} \quad (2.62)$$

$$\delta_i = E_i \theta_i / m. \quad (2.63)$$

Також наявна ще одна виділена точка

$$\theta_{l\perp} = l\theta_{\perp} = \frac{l\omega E_i}{\mathbf{p}_i^2} \tan \theta_i, \quad (2.64)$$

у якій перпендикулярна полю компонента переданого імпульсу мінімальна.

Як видно з виразу (2.62), мінімальне значення переданого імпульсу суттєво залежить від енергії початкового електрона і початкового кута вльоту. Оскільки найцікавіший випадок малих переданих імпульсів, коли переріз розсіювання більший, подальше вивчення будемо виконувати для ультрарелятивістських енергій електрона і малих початкових кутів:

$$E_i \gg m, \quad \theta_i^2 \ll 1. \quad (2.65)$$

Тоді умова (2.54) і кути (2.61), (2.64) набувають вигляду

$$\eta_0 \ll m/E_i \ll 1. \quad (2.66)$$

$$\theta_m = \frac{\omega m}{|\mathbf{p}_i| E_i} \delta_i, \quad \theta_{\perp} = \frac{\omega m}{\mathbf{p}_i^2} \delta_i. \quad (2.67)$$

Виберемо циркулярну поляризацію лазерної хвилі $\delta = \pm 1$. Отримаємо вирази для параметрів багатопотонності (2.43)-(2.45) в області малих кутів розсіювання (2.53) за умов (2.65)-(2.66):

$$\cos \chi = \frac{-(q_{if})_x}{|\mathbf{q}_{if}|} = \pm 1, \quad \beta(\phi) = 0, \quad (2.68)$$

$$\gamma_0 = -\eta_0 \frac{m}{\omega} (q_{if})_x = \frac{4l\eta_0\delta_i}{(1 + \delta_i^2)^2} \left(1 - \frac{\theta}{2\theta_m} (1 - \delta_i^2) \right) \ll 1. \quad (2.69)$$

Як випливає з (2.69), параметр γ_0 при малих кутах стає класичним.

Розглянемо процесі розсіювання неполяризованого електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі. Шуканий переріз розсіювання для неполяризованого електрона знаходимо стандартним методом – шляхом усереднення по початкових і підсумовування по кінцевих поляризаціях електрона [9]. Таким чином, маємо

$$H_l(\phi) = \tilde{\gamma}^0 J_l(\phi) + \eta(\phi) \frac{m}{2\kappa_i} (\hat{\varepsilon}^* J_{l-1}(\phi) + \hat{\varepsilon} J_{l+1}(\phi)), \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} F_l(\phi) F_l^*(\phi') &= (\bar{u}_f H_l(\phi) u_i) (\bar{u}_f H_l^*(\phi') u_i) = \\ &= \frac{1}{2} \text{Sp}(\hat{p}_f + m) H_l(\phi) (\hat{p}_i + m) \bar{H}_l(\phi'). \end{aligned} \quad (2.71)$$

Після обчислення сліду матриці та нескладних математичних перетворень з використанням рекурентного співвідношення між функціями Беселля J_l та $J_{l\pm 1}$ отримаємо парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона

на ядрі в наступному вигляді

$$\frac{d\sigma_l}{d\Omega_f} = \frac{4(Ze^2)^2 E_i^2}{(\mathbf{q}^2 + d^{-2})^2} \left(1 - \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} \frac{1 + \delta_i^2}{2 + (\delta_i^2 - 1)\theta/\theta_m} \right)^2 W_l, \quad (2.72)$$

$$W_l = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi J_l(\phi) \int_{-\infty}^\infty d\phi' J_l(\phi + \phi') f_\delta(\phi'). \quad (2.73)$$

Зазначимо, що у випадку більших кутів розсіювання $f_\delta(\phi') \rightarrow \delta(\phi')$ і відповідно ймовірність вимушених процесів (2.73) переходить у відомий вираз [139]:

$$W_l = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi J_l^2(\phi). \quad (2.74)$$

Інтервал усереднення по лазерному імпульсу ρ залежить від умов конкретного експерименту. Наприклад, у випадку, коли зовнішнє поле є низкою послідовних лазерних імпульсів, параметр ρ є відношенням часу між піками сусідніх імпульсів і характерної тривалості одного лазерного імпульсу (див. Додаток Б).

Диференціальний переріз розсіювання неполяризованих електронів на екранованому потенціалі ядра (2.6) в елемент тілесного кута за відсутності зовнішнього поля (переріз Мотта) в області малих кутів розсіювання (2.53) має вигляд

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega_f} = \frac{4(Ze^2)^2 E_i^2}{(q_0^2 + d^{-2})^2}, \quad (2.75)$$

де q_0 – переданий імпульс для парціального процесу розсіювання $l = 0$.

Виберемо огибаючу функцію для 4-потенціалу імпульсної лазерної хвилі (2.2) у вигляді функції Гауса

$$g(\phi) = \exp\{-\phi^2\}. \quad (2.76)$$

Зазначимо, що параметр $\gamma_0 \ll 1$ через умову (2.66). Отже, основний внесок у переріз процесу розсіювання електрона на ядрі в області малих кутів розсіюва-

ння даватимуть парціальний процес з $l = 0$ ($d\sigma_0 = d\sigma_{Mott}$) і вимушені процеси випромінювання або поглинання одного фотона зовнішнього поля $l = \pm 1$. Тому можна прийняти $|\mathbf{p}_f| = |\mathbf{p}_i|$ скрізь, за винятком переданого імпульсу (2.60). Також функції Бесселя в (2.73) можуть бути розкладені по малому аргументу (2.69) для парціальних процесів $l = \pm 1$. У цьому випадку інтеграли у виразі (2.73) легко обчислити аналітично.

Після нескладних перетворень отримаємо відношення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі (2.2) і перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля в області малих кутів (2.75) для ультрарелятивістських енергій (2.65) у вигляді

$$R = \sum_l \frac{d\sigma_l}{d\sigma_{Mott}} \approx 1 + \frac{d\sigma_{+1}}{d\sigma_{Mott}} + \frac{d\sigma_{-1}}{d\sigma_{Mott}}, \quad (2.77)$$

$$\frac{d\sigma_{\pm 1}}{d\sigma_{Mott}} = \frac{\eta_0^2 \omega \tau (\mathbf{p}_i^2 \theta^2 + d^{-2})^2}{\omega (\mathbf{p}_i^2 (\theta \mp \theta_{\perp})^2 + d^{-2})^{3/2}} \frac{m^4}{E_i^4} K_{\pm 1} P_{\pm 1}, \quad (2.78)$$

$$K_{\pm 1} = \frac{4\delta_i^2}{(1 + \delta_i^2)^2} \left(\frac{E_i^2}{m^2} (1 - \delta_i^2) \left(1 \mp \frac{\theta}{\theta_{\perp}} \right) + 1 \right)^2, \quad (2.79)$$

$$P_{\pm 1} = \frac{\pi}{4\rho} \exp\left(-\left(q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2 - d^{-2}\right) \tau^2 / 2\right) \left((1 - q_{\perp}^2 \tau^2) \cos Q_{\perp\parallel} + Q_{\perp\parallel} \sin Q_{\perp\parallel} \right), \quad (2.80)$$

$$Q_{\perp\parallel} = |q_{\perp}| |q_{\parallel}| \tau^2. \quad (2.81)$$

В області малих кутів (2.53) і ультрарелятивістських енергій електрона (2.65) компоненти переданого імпульсу спрощуються до вигляду

$$q_{\perp} = -\omega \delta_i \frac{m}{E_i} \left(1 \mp \frac{\theta}{\theta_{\perp}} \right), \quad q_{\parallel} = \omega \frac{m^2}{2E_i^2} \left(\delta_i^2 \left(1 \mp \frac{2\theta}{\theta_{\perp}} \right) - 1 \right). \quad (2.82)$$

Вираз (2.78) описує пік із максимумом на куті розсіювання θ_{\perp} (2.67). Висота і ширина піку визначається початковою енергією електрона, енергією фотона зовнішнього поля, значенням довжини екранування. Оцінки показують, що для

оптичних частот лазерної хвилі перевищення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі над перерізом за відсутності зовнішнього поля складає доли відсотка. Отже, в чисельному аналізі звернімося до полів із енергією фотону порядку кеВ. Такі поля стали доступні експериментальній фізиці завдяки розвитку джерел рентгенівського випромінювання високої інтенсивності з вузьким енергетичним спектром. Серед таких слід згадати, зокрема, джерела синхротронного випромінювання, лазери на вільних електронах, джерела на ефекті зворотного розсіювання Комптона [246]. За певних, цілком реальних умов, електромагнітне випромінювання в таких установках може бути описано в рамках моделі плоскої квазімонохроматичної хвилі. При цьому інтенсивність може відповідати області помірно сильних полів.

На рисунках 2.2–2.3 а)-б) представлені парціальні перерізи розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної світлової хвилі в одиницях перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля (2.78) як функції кута розсіювання (а) $l = -1$, б) $l = +1$). Довжина екранування вибрана істотно більшою за характерні прицільні параметри розсіювання електрона, $d \ll \omega^{-1}$. Характерні значення кутів розсіювання: $\theta \sim \theta_{\perp} \sim 10^{-5}$. Як видно з рисунків а) та б), переріз розсіювання майже симетричний відносно вимушених процесів випромінювання і поглинання. При розсіюванні електрона на ядрі наявні два виділені напрями розсіювання, коли переданий імпульс малий і переріз розсіювання максимальний.

Рисунки 2.2 та 2.3 відрізняються значенням енергії фотона зовнішнього поля. Як видно з рисунків, при зростанні енергії початкового електрона максимальне значення відношення перерізів зменшується. Навпаки, при зростанні енергії фотонів зовнішнього лазерного поля відношення перерізів збільшується. Так, для $\omega = 0.5$ кеВ переріз розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі поблизу виділеного кута θ_{\perp} в 2-3 рази перевищує переріз розсіювання за відсутності зовнішнього поля. Для енергій фотона $\omega = 2$ кеВ відношення перерізів досягає двох порядків величини, проте для більш вузької області кутів розсіювання.

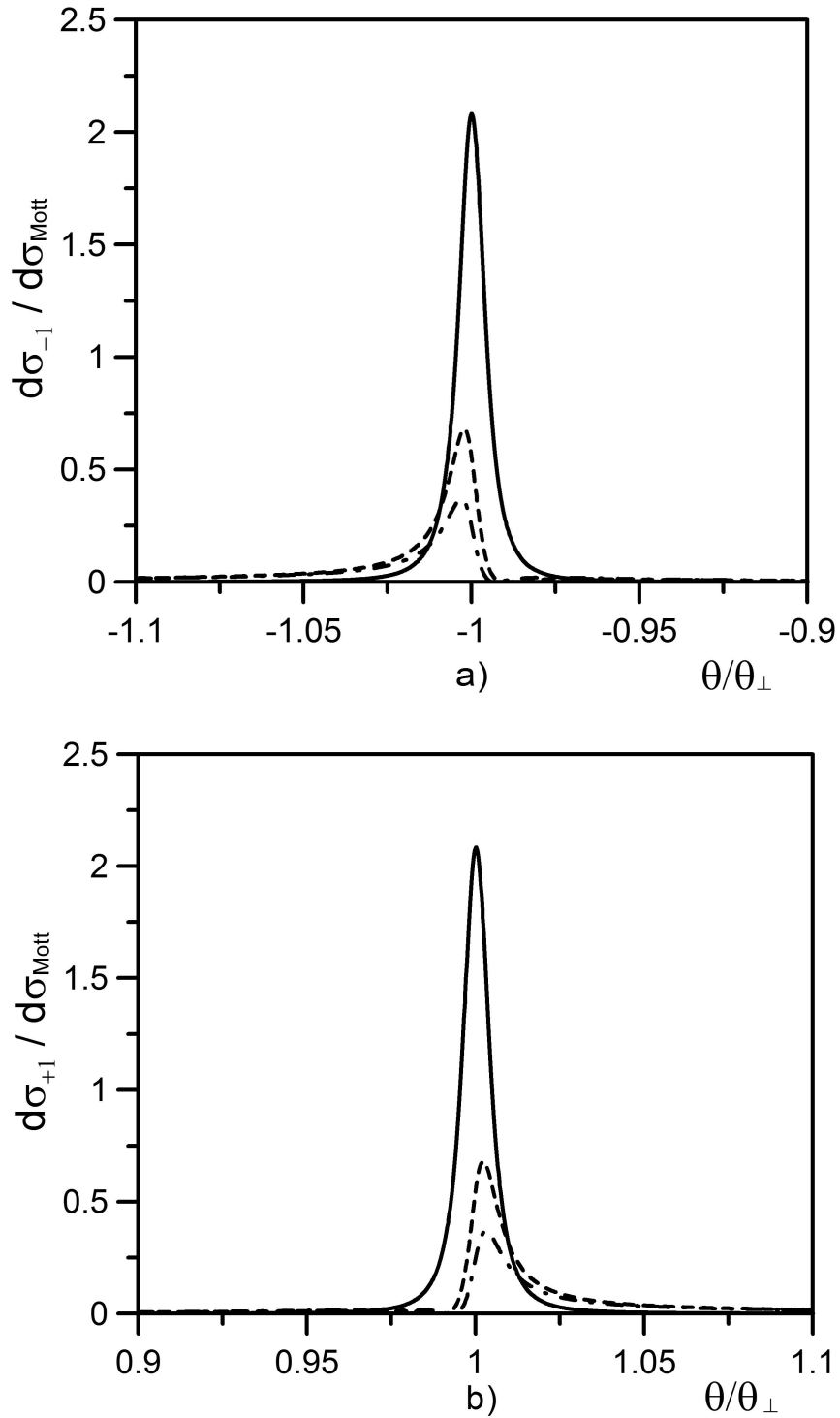


Рис. 2.2. Парціальні перерізи розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі в одиницях перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля (2.78) як функція кута розсіювання для різних енергій початкового електрона. Кут вльоту: $\theta_i = 5,73^\circ$. Параметри лазерного поля: $\omega = 0.5$ кеВ, $\eta_0 = 0.05$, $\omega\tau = 50$, $\rho = 2$, $d^{-1} = 0.3$ еВ. Рисунок а) відповідає процесам поглинання $l = -1$, рисунок б) процесам випромінювання $l = +1$. Суцільні криві відповідають енергії $E_i = 5.1$ МеВ, пунктирні $E_i = 10.2$ МеВ, штрих-пунктирні $E_i = 15.3$ МеВ.

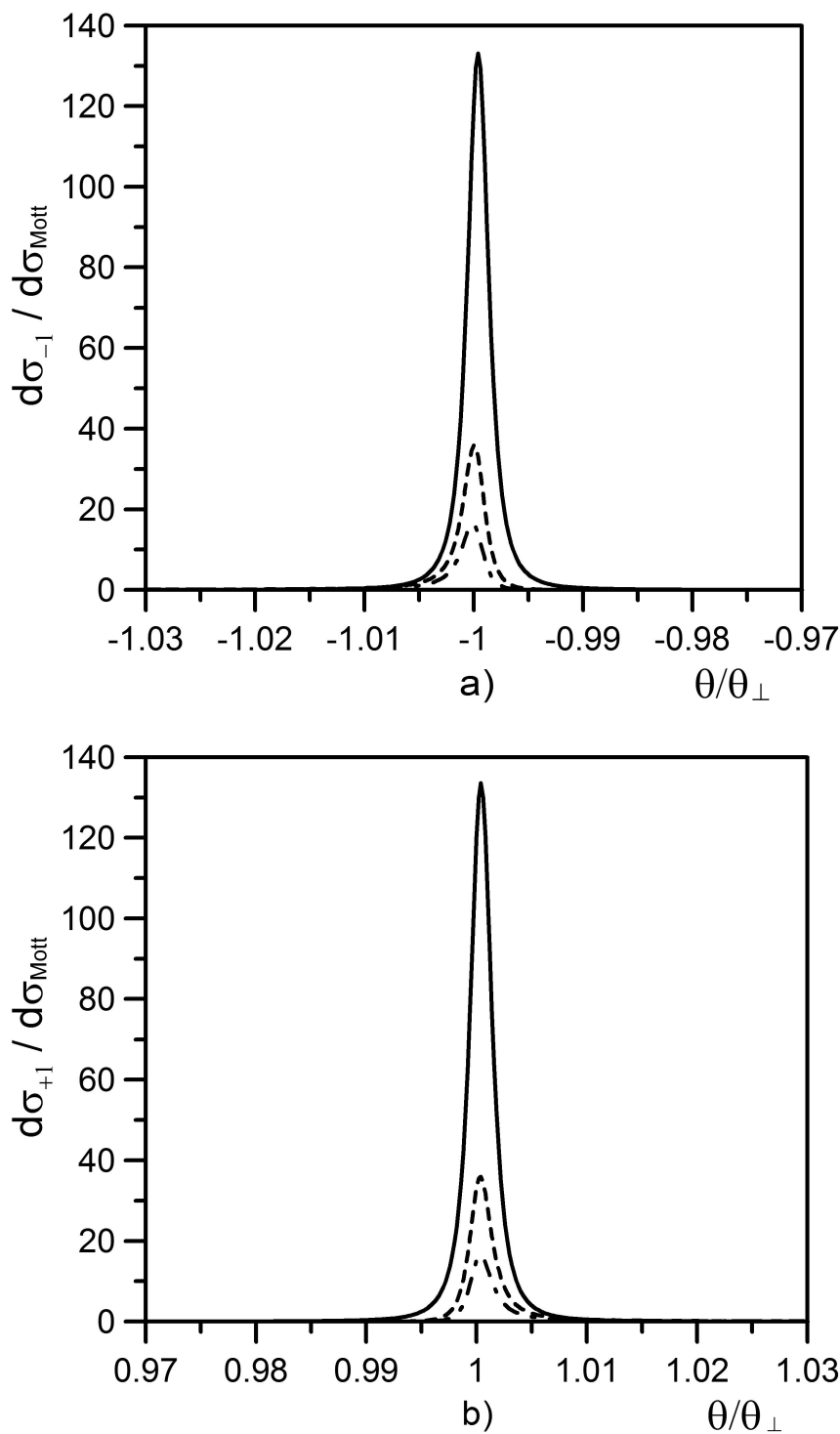


Рис. 2.3. Парціальні перерізи розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної лазерної хвилі в одиницях перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля (2.78) як функція кута розсіювання для різних енергій початкового електрона. Кут вльоту: $\theta_i = 5,73^\circ$. Параметри лазерного поля: $\omega = 2$ кеВ, $\eta_0 = 0.05$, $\omega\tau = 50$, $\rho = 2$, $d^{-1} = 0.3$ еВ. Рисунок а) відповідає процесам поглинання $l = -1$, рисунок б) процесам випромінювання $l = +1$. Суцільні криві відповідають енергії $E_i = 5.1$ МеВ, пунктирні $E_i = 10.2$ МеВ, штрих-пунктирні $E_i = 15.3$ МеВ.

Таким чином, при зростанні енергії початкового електрона максимальне значення відношення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі і перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля в області малих кутів зменшується. Навпаки, при зростанні енергії фотонів зовнішнього поля відношення перерізів збільшується.

2.2. Параметричний інтерференційний ефект при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль

Розсіювання електронів на кулонівському потенціалі ядра в присутності двох плоских монохроматичних електромагнітних хвиль вивчалось в роботах [51, 52, 126]. В цьому підрозділі вивчається процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Вивчалися особливості когерентних процесів вимушеного гальмівного випромінювання та поглинання фотонів зовнішнього поля, що супроводжують розсіювання електрона. Передбачено параметричний інтерференційний ефект в кінематичній області, коли хвильовий вектор лазерного поля та імпульси частинок в початкових та кінцевих станах лежать в одній площині (інтерференційна область). Показано, що в цій області встановлюється зв'язок між енергією та кутом вильоту частинки, а процеси вимушеного випромінювання і поглинання фотонів обох хвиль відбуваються корельованим чином.

2.2.1. Амплітуда процесу.

Поле зовнішнього лазерного імпульсу виберемо як суперпозицію двох плоских немонахроматичних хвиль, які поширюються в одному напрямі вздовж вісі z . У загальному випадку 4-потенціал такого поля може бути записаний у вигляді:

$$A(\varphi) = A_1(\varphi_1) + A_2(\varphi_2). \quad (2.83)$$

У виразі (2.83) кожен із доданків представимо наступним чином:

$$A_j(\varphi_j) = \frac{F_{0j}}{\omega_j} \cdot g_j \left(\frac{\varphi_j}{\omega_j \tau_j} \right) \cdot (e_{jx} \cos \varphi_j + \delta_j e_{jy} \sin \varphi_j), \quad (2.84)$$

$$\varphi_j = k_j x = \omega_j (t - z), \quad j = 1, 2, \quad (2.85)$$

де F_{0j} , ω_j – напруженість та частота кожної лазерної хвилі; δ_j – параметри еліптичності поляризації хвиль, ($\delta_j = 0$ – відповідає лінійній поляризації, $\delta_j = \pm 1$ – циркулярній поляризації); $k_j = (\omega_j, k_j)$ – 4-хвильові вектори, що відрізняються тільки величиною, але не напрямом; $e_{xj}^\mu = (0, e_{xj})$, $e_{yj}^\mu = (0, e_{yj})$ – 4-вектори поляризації хвиль, які задовольняють умови:

$$e_{xj,yj}^2 = -1, \quad (e_{xj,yj} k_j) = 0. \quad (2.86)$$

У виразі (2.84) функції $g_j(\varphi_j/\omega_j \tau_j)$ – огибаючі потенціалу зовнішньої хвилі, які дозволяють врахувати імпульсний характер зовнішнього лазерного поля. Процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль вивчається в рамках квазімонохроматичного наближення, коли за тривалість імпульсу кожна з хвиль здійснює велику кількість осциляцій амплітуди:

$$\frac{\omega_j \tau_j}{2\pi} \gg 1. \quad (2.87)$$

Слід підкреслити, що опис поля через потенціал (2.83) не враховує можливий фазовий зсув між світловими хвилями та передбачає, що максимуми лазерних імпульсів співпадають. Ефекти, що вносяться фазовим зсувом та розбіжністю у піках імпульсів, у представленому розгляді не вивчаються.

Будемо вивчати процес ВГВП при розсіюванні електрона на ядрі з потенціалом

$$A_0(|\mathbf{x}|) = \frac{Ze}{|\mathbf{x}|}, \quad (2.88)$$

у полі двох імпульсних лазерних хвиль (2.84) в першому борнівському наближенні по взаємодії електронів з полем ядра $Ze^2/v_{i,f} \ll 1$. Амплітуда процесу розсіювання електрона на ядрі у полі двох імпульсних хвиль в першому борнівському наближенні в загальному випадку визначається виразом (рис. 2.1)

$$S = -ie \int d^4x \cdot \bar{\psi}_f(x, A) \cdot (\tilde{\gamma}^0 A_0(|\mathbf{x}|)) \cdot \psi_i(x, A), \quad (2.89)$$

де $\psi_i(x, A)$ й $\bar{\psi}_f(x, A)$ - функції Волкова для електрона в початковому й кінцевому станах у плоскому лазерному полі [8,9]. Зазначимо, що функції Волкова справедливі для зовнішніх плоских хвиль довільного спектрального складу:

$$\psi_p(x, A) = \left[1 + \frac{e}{2(np)} \hat{n} \hat{A} \right] \frac{u_p}{\sqrt{2E_p}} \exp(-iS(p)), \quad p = p_i, p_f, \quad (2.90)$$

$$n^\mu = \frac{k_j^\mu}{\omega_j} = (1, 0, 0, -1), \quad \xi = \frac{\varphi_j}{\omega_j} = t - z. \quad (2.91)$$

Тут $p_{i,f} = (E_{i,f}, p_{i,f})$ - 4-імпульси початкового й кінцевого електрона; u_i, \bar{u}_f - біспінори Дірака вільного електронного поля. Функція S_p представляє з собою класичну дію для електрона в електромагнітному полі

$$S(p) = -(px) - \frac{e}{(np)} \int_0^\xi \left((p[A_1 + A_2]) - \frac{e}{2} (A_1 + A_2)^2 \right) d\xi. \quad (2.92)$$

Враховуючи явний вираз 4-потенціалу зовнішнього поля двох імпульсних хвиль (2.83)-(2.84) після відповідних математичних перетворень, класична дія (2.92) для електрона набуває вигляду

$$S(p) = \int \tilde{p}^\mu dx_\mu + \sum_j \gamma_{jp}(\xi) \sin(\omega_j \xi - \chi_{jp}) + \beta_{jp}^{(-)}(\xi) \sin 2\omega_j \xi + \alpha_{p-}(\xi) d_+ \sin((\omega_1 - \omega_2) \xi - \tau_+) + \alpha_{p+}(\xi) d_- \sin((\omega_1 + \omega_2) \xi - \tau_-), \quad (2.93)$$

де введені наступні позначення:

$$\tilde{p}^\mu = p^\mu + \sum_j 2\beta_{jp}^{(+)}(\xi) \int_{-\infty}^\xi d\xi' \cdot g_j^2(\xi') / g_j^2(\xi), \quad (2.94)$$

$$\gamma_{jp}(\xi) = \frac{m\eta_j(\xi)}{(k_j p)} \sqrt{(e_{jx}p)^2 + \delta_j^2 (e_{jy}p)^2}, \quad (2.95)$$

$$\beta_{jp}^{(\pm)}(\xi) = \frac{1}{8} (1 \pm \delta^2) \frac{m^2 \eta_j^2(\xi)}{(k_j p)}, \quad \tan \chi_{jp} = \delta_j \frac{(e_{jy}p)}{(e_{jx}p)}, \quad (2.96)$$

$$\alpha_{p\pm}(\xi) = \frac{m^2 \eta_1(\xi) \eta_2(\xi)}{2((k_1 \pm k_2)p)}, \quad (2.97)$$

$$d_{\pm}^c = d_{\pm} \cdot e^{i\tau_{\pm}} = (1 \pm \delta_1 \delta_2) \cos \Delta + i(\delta_1 \pm \delta_2) \sin \Delta. \quad (2.98)$$

$$\eta_j(\xi) = \eta_{0j} \cdot g_j(\xi/\tau_j), \quad j = 1, 2. \quad (2.99)$$

Тут $\Delta = \angle(\mathbf{e}_{1x}, \mathbf{e}_{2x})$ – кут між векторами поляризації лазерних хвиль.

Параметр γ_{jp} (2.95) у процесах розсіювання електрона на ядрі є характерний параметр багатофотонності Бункіна-Федорова. Відмітимо, що класична дія для електрона в зовнішньому полі нелінійним чином залежить від складових 4-потенціалу зовнішнього лазерного імпульсу. Це закономірно приводить до появи у виразі для дії (2.93) доданків, що відповідають ефектам інтерференції першої та другої хвиль, які формують поле лазера.

Перетворимо амплітуду процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль до наступного вигляду

$$S_{if} = \frac{-iZe^2}{2\sqrt{E_i E_f}} \int d^4x (\bar{u}_f B(\xi) u_i) \frac{1}{|\mathbf{x}|} \exp \left\{ -i \int (\tilde{p}_i^\mu - \tilde{p}_f^\mu) dx_\mu \right\}, \quad (2.100)$$

$$B(\xi) = \left[1 + \frac{e}{2\kappa_f} \hat{A} \hat{n} \right] \tilde{\gamma}^0 \left[1 + \frac{e}{2\kappa_i} \hat{n} \hat{A} \right] \exp \{ -i(S(p_i) - S(p_f)) \}, \quad (2.101)$$

$$\kappa_{i,f} = (np_{i,f}) = E_{i,f} - (p_z)_{i,f}.$$

Наступним кроком розвинемо амплітуду досліджуваного процесу ВГВП в ряди Фур'є за схемою, що була застосована в попередньому підрозділі. Амплітуда

процесу (2.100)-(2.101) в імпульсному полі не є монохроматичною функцією фази, тому її точне розвинення в ряди Фур'є виконувати некоректно. Проте завдяки умові квазімонохроматичності зовнішніх світлових хвиль (2.87), розклад в ряди Фур'є виконується з точністю до нульового порядку по малих величинах $(\omega_j \tau_j)^{-1}$. Виконуючи необхідні процедури інтегрування, отримаємо амплітуду процесу як суму по парціальних компонентах

$$S_{if} = \sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{\infty} S_{n_1 n_2}. \quad (2.102)$$

Тут кожна з парціальних амплітуд відповідає процесам, коли електрон при розсіюванні випромінює чи поглинає певну кількість фотонів першої та другої хвилі:

$$S_{n_1 n_2} = \frac{-iZe^2}{2\sqrt{E_i E_f}} \bar{u}_f M_{n_1 n_2} u_i, \quad (2.103)$$

$$M_{n_1 n_2} = \int d^4x \cdot \exp \left\{ i \int \left(\tilde{p}_f^\mu - \tilde{p}_i^\mu \right) dx_\mu + in_1 \varphi_1 + in_2 \varphi_2 \right\} \cdot \frac{D_{n_1 n_2}}{|\mathbf{x}|}, \quad (2.104)$$

$$D_{n_1 n_2} = \tilde{\gamma}_0 \cdot I_{n_1 n_2} + \frac{m}{4\kappa_i} \hat{F}_{n_1 n_2} \hat{n} \tilde{\gamma}_0 + \frac{m}{4\kappa_f} \tilde{\gamma}_0 \hat{n} \hat{F}_{n_1 n_2} + \frac{m^2}{4\kappa_i \kappa_f} B_{n_1 n_2} \hat{n}, \quad (2.105)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_{n_1 n_2} = & \eta_1(\xi) \left(e_1^{(-)} I_{n_1-1, n_2} + e_1^{(+)} I_{n_1+1, n_2} \right) + \\ & + \eta_2(\xi) \left(e_2^{(-)} I_{n_1, n_2-1} + e_2^{(+)} I_{n_1, n_2+1} \right), \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} B_{n_1 n_2} = & \eta_1^2(\xi) \left[(1 - \delta_1^2) (I_{n_1-2, n_2} + I_{n_1+2, n_2}) + 2(1 + \delta_1^2) I_{n_1 n_2} \right] + \\ & + \eta_2^2(\xi) \left[(1 - \delta_2^2) (I_{n_1, n_2-2} + I_{n_1, n_2+2}) + 2(1 + \delta_2^2) I_{n_1 n_2} \right] + \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$+ 2\eta_1(\xi) \eta_2(\xi) \left[d_-^c \cdot I_{n_1-1, n_2-1} + d_-^{c*} \cdot I_{n_1+1, n_2+1} + d_+^c \cdot I_{n_1-1, n_2+1} + d_+^{c*} \cdot I_{n_1+1, n_2-1} \right],$$

$$e_j^{(\pm)} = e_{jx} \pm i\delta_j e_{jy}. \quad (2.108)$$

Слід підкреслити, що матрична функція $D_{n_1 n_2}$ (2.105) включає в себе доданки різних порядків по класичних інваріантних параметрах η_{0j} . У зв'язку з громіздкістю аналітичних виразів у загальному випадку в цьому дослідженні процесу розсіювання в полі двох імпульсних хвиль обмежимося діапазоном помірно сильних полів

$$\eta_{0j} \ll 1, \quad \gamma_{0j} \gtrsim 1, \quad (2.109)$$

у якому цей процес раніше не розглядався.

Для діапазону помірно сильних полів (2.109) амплітуда процесу розсіювання електрона на ядрі спрощується до наступного вигляду

$$S_{n_1 n_2} = \frac{-iZe^2}{2\sqrt{E_i E_f}} (\bar{u}_f \tilde{\gamma}_0 u_i) M_{n_1 n_2}, \quad (2.110)$$

$$M_{n_1 n_2} = \int d^4x \cdot \frac{\exp\{i(qx)\}}{|\mathbf{x}|} \cdot I_{n_1 n_2}(\xi), \quad (2.111)$$

$$q = p_f - p_i + n_1 k_1 + n_2 k_2. \quad (2.112)$$

Тут 4-вектор q – переданий ядру 4-імпульс. У виразі (2.111) функції $I_{n_1 n_2}$ в загальному випадку залежать від 10-ти аргументів [67] (див. також додаток А)

$$I_{n_1 n_2} \equiv I_{n_1 n_2}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1; \chi_2, \gamma_2, \beta_2; \alpha_+, \alpha_-, \tau_+, \tau_-). \quad (2.113)$$

Аргументи функції (2.113) набувають вигляду

$$\gamma_j(\varphi_j) = \eta_j(\varphi_j) \frac{m}{\omega_j} \sqrt{(e_{jx} g_{if})^2 + \delta_j^2 (e_{jy} g_{if})^2}, \quad \tan \chi_j = \delta_j \frac{(e_{jy} g_{if})}{(e_{jx} g_{if})}, \quad (2.114)$$

$$\beta_j(\varphi_j) = \frac{1}{8} (1 - \delta_j^2) m^2 \frac{\eta_j^2(\varphi_j)}{\omega_j} \left(\frac{1}{\kappa_i} - \frac{1}{\kappa_f} \right), \quad g_{if} = \frac{p_i}{\kappa_i} - \frac{p_f}{\kappa_f}, \quad (2.115)$$

$$\alpha_{\pm}(\xi) = \frac{m^2 \eta_1(\xi) \eta_2(\xi)}{2(\omega_1 \pm \omega_2)} d_{\mp} \left(\frac{1}{\kappa_i} - \frac{1}{\kappa_f} \right). \quad (2.116)$$

Спеціальні функції $I_{n_1 n_2}$ (2.113) описують ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання при проходженні процесів КЕД в зовнішньому полі двох співнаправлених світлових хвиль. У випадку імпульсного характеру лазерного поля в квазімонохроматичному наближенні аргументи слабо залежать від фази світлових хвиль. У загальному випадку ці спеціальні функції мають досить складний вид, вони можуть бути розвинені в ряди по функціях Бесселя з цілими показниками. Основні властивості спеціальних функцій (2.113) були вивчені в роботі [67]. Вони спрощуються у випадку циркулярної поляризації обох лазерних хвиль:

$$\delta_1^2 = \delta_2^2 = 1 \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = 0, \quad (2.117)$$

$$I_{n_1 n_2} = e^{-i(n_1 \chi_1 + n_2 \chi_2)} \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{-is(\chi_1 \pm \chi_2 - \Delta)} J_s(\alpha_{\pm}) J_{n_1-s}(\gamma_1) J_{n_2 \mp s}(\gamma_2). \quad (2.118)$$

При цьому реалізується тільки одне з двох можливих значень інтерференційного параметра α_{\pm} . Знак « $-$ » відповідає значенням параметрів еліптичності $\delta_{1,2}$ одного знаку (вектори напруженості поля обертаються в одному напрямі відносно вісі поширення хвиль), відповідно знак « $+$ » – значенням різного знаку, коли вектори напруженості поля обертаються в протилежних напрямках. Функції J_n є функціями Бесселя з цілими показниками.

Для діапазону помірно сильних полів амплітуда процесу ВГВП (2.110)-(2.111) може бути проінтегрована по просторових компонентах (див. пункт 2.1.1). У результаті одержимо наступний вид для парціальної амплітуди процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох співнаправлених імпульсних лазерних хвиль

$$S_{if} = \sum_{n_1, n_2=-\infty}^{\infty} S_{n_1 n_2}, \quad (2.119)$$

$$S_{n_1 n_2} = \frac{-iZe^2}{2\sqrt{E_i E_f}} (\bar{u}_f \tilde{\gamma}_0 u_i) \frac{4\pi \cdot \Lambda_{n_1 n_2}(q_0)}{q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2}, \quad (2.120)$$

$$\Lambda_{n_1 n_2}(q_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \cdot I_{n_1 n_2}(\xi) \exp\{iq_0 \xi\}. \quad (2.121)$$

Підкреслимо, що отриманий аналітичний вираз для амплітуди процесу розсіювання електрона на ядрі (2.119)-(2.121) справедливий як для релятивістських, так і нерелятивістських енергій електрона.

2.2.2. Переріз процесу розсіювання в полі двох хвиль.

Наступним кроком визначимо диференціальну ймовірність процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль. Маючи аналітичний вираз для амплітуди переходу процесу (2.119)-(2.121) це нескладно виконати стандартним методом [9]:

$$dW = |S_{fi}|^2 \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(2\pi)^3} = \sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{\infty} S_{n_1 n_2} \cdot \sum_{n'_1, n'_2 = -\infty}^{\infty} S_{n'_1 n'_2}^* \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.122)$$

Слід зазначити, що за умови квазімонохроматичності лазерних хвиль (2.87) при обчисленні сум в (2.122) внесок доданків з числами $n'_{1,2} \neq n_{1,2}$ – малий. Тому при підсумовуванні достатньо прийняти $n'_{1,2} = n_{1,2}$ (див. також Додаток В). Таким чином, диференціальна ймовірність розсіювання електрона на ядрі в зовнішньому полі (2.83)–(2.84) за одиницю часу набуває вигляду суми по парціальних компонентах:

$$dw = \frac{dW}{T} = \sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{\infty} dw_{n_1 n_2}, \quad (2.123)$$

Диференціальний переріз процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль отримаємо, розділивши ймовірність за одиницю часу на густину потоку частинок, які розсіюються. У результаті отримаємо:

$$d\sigma = \frac{dW}{T \cdot v_i} = \sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2}, \quad (2.124)$$

$$d\sigma_{n_1 n_2} = \frac{(Ze^2)^2}{E_f |\mathbf{p}_i|} \cdot \frac{|\bar{u}_f \gamma^0 u_i|^2 \cdot |\Lambda_{n_1 n_2}(q_0)|^2 d^3 \mathbf{p}_f}{\left[q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2 \right]^2 2\pi T}, \quad (2.125)$$

де $d\sigma_{n_1 n_2}$ – парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль з випромінюванням чи поглинанням певної кількості фотонів першої та другої хвилі.

Залишимо поза увагою поляризаційні ефекти в процесі розсіювання електрона на ядрі. Після обчислення відповідних сум та усереднень по поляризації початкових та кінцевих частинок, отримаємо диференціальний переріз розсіювання для неполяризованих електронів

$$\frac{d\sigma_{n_1 n_2}}{d\Omega_f} = 2 (Ze^2)^2 \frac{|\mathbf{p}_f| m^2 + E_i E_f + \mathbf{p}_f \mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i| \left[q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2 \right]^2} \cdot |\Lambda_{n_1 n_2}(q_0)|^2 \frac{dE_f}{2\pi T}. \quad (2.126)$$

$$|\Lambda_{n_1 n_2}(q_0)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi I_{n_1 n_2}(\xi) \exp\{iq_0 \xi\} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi' I_{n_1 n_2}^*(\xi') \exp\{iq_0 \xi'\}. \quad (2.127)$$

Підкреслимо, що для процесу в полі монохроматичної хвилі інтегрування по енергії кінцевого електрона легко виконується завдяки виконанню закону збереження енергії. У випадку імпульсного зовнішнього поля закон збереження енергії чітко не виконується. Проте суттєва область інтегрування досить вузька завдяки умові квазімонохроматичності хвиль (2.87) (відхилення від основного значення частот зовнішніх хвиль незначне). Виключимо з розгляду розсіювання на малі кути.

Проведемо інтегрування диференціального перерізу по енергії кінцевого електрона. Наближений закон збереження енергії набуває вигляду

$$q_0 = E_f - E_i + n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 \sim \omega_{1,2} \cdot \frac{1}{\omega_{1,2} \tau_{1,2}} \ll \omega_{1,2}, \quad dE_f = dq_0. \quad (2.128)$$

Виконавши інтегрування, отримаємо диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в елемент тілесного

кута розсіяного електрона

$$\frac{d\sigma_{n_1 n_2}}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)}}{d\Omega_f} \cdot W_{n_1 n_2}. \quad (2.129)$$

Тут переріз $d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)}$ переходить у переріз розсіювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля (переріз Мотта), якщо знехтувати енергетичними поправками по зовнішньому лазерному полю. Функція $W_{n_1 n_2}$ визначає ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання n_1 фотонів першої та n_2 фотонів другої хвилі:

$$W_{n_1 n_2} = \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot \left| I_{n_1 n_2} \left(\phi, \frac{\tau_1}{\tau_2} \phi \right) \right|^2, \quad (2.130)$$

$$\phi = \frac{2\xi}{\tau_1}, \quad \rho = \frac{T}{\tau_1}. \quad (2.131)$$

Як бачимо, функція $W_{n_1 n_2}$ залежить від відношення часу спостереження до характерної тривалості лазерного імпульсу ρ (для конкретизації за характерну тривалість імпульсу вибраний параметр першої хвилі τ_1).

Для подальшого дослідження виберемо зовнішнє поле як суперпозицію двох співнаправлених світлових хвиль циркулярної поляризації. При цьому вектори напруженості хвиль обертаються в різних напрямках $\delta_1 = -\delta_2 = 1$. У такому випадку ймовірність вимушених процесів $W_{n_1 n_2}$ з урахуванням (2.118) набуває вигляду

$$W_{n_1 n_2} = \sum_s \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot J_s^2(\alpha_+(\phi)) \cdot J_{n_1-s}^2(\gamma_1(\phi)) \cdot J_{n_2-s}^2\left(\gamma_2\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\phi\right)\right), \quad (2.132)$$

де відповідні аргументи функцій Бесселя визначаються формулами (2.114), (2.116). Як бачимо, вираз для ймовірностей процесів вимушеного випромінювання та поглинання в загальному випадку досить складний для кількісного аналізу. Тому, в подальшому дослідженні звернімося до окремих найбільш цікавих випадків.

2.2.3. Область інтерференції та область Бункіна-Федорова.

Імовірність вимушеного випромінювання та поглинання електроном при розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль циркулярної поляризації визначається виразом (2.132), куди входять функції Бесселя з аргументами $\gamma_{1,2}$ (2.114) та α_+ (2.116). Як відомо із властивостей функцій Бесселя цілого порядку, величина аргументу функції Бесселя γ визначає характерну область значень для її порядку n : $\gamma \gtrsim n$. Оскільки показники функцій Бесселя у виразі (2.132) визначають кількість фотонів, що випромінюються чи поглинаються в процесі, то параметри $\gamma_{1,2}$ та α_+ відіграють роль параметрів багатofотонності. Величини цих параметрів при однакових кінематичних умовах можуть мати суттєво різні значення по порядку величини. Таким чином, виділяють різні кінематичні області розсіювання електрона: інтерференційна область, коли суттєвий параметр α_+ (2.116), та область Бункіна-Федорова, коли однойменний квантовий параметр багатofотонності є головним.

Будемо вважати, що процес розсіювання електрона на ядрі проходить:

а) в області Бункіна-Федорова, коли параметри багатofотонності задовольняють умови

$$\alpha_+ \ll \gamma_{1,2}, \quad (2.133)$$

б) в області інтерференції, коли справедливо

$$\alpha_+ \gtrsim \gamma_{1,2}. \quad (2.134)$$

З погляду наукового інтересу важливо виявити інтерференційну кінематичну область, в якій основним параметром багатofотонності є інтерференційний параметр α_+ (2.116) і параметричний інтерференційний ефект проявляється найбільш суттєво. З цією метою запишемо більш строгу ніж (2.134) умову:

$$\gamma_{1,2}(\varphi_{1,2}) = \eta_{1,2}(\varphi_{1,2}) \frac{m}{\omega_{1,2}} \sqrt{(e_{1,2x} g_{if})^2 + (e_{1,2y} g_{if})^2} = 0. \quad (2.135)$$

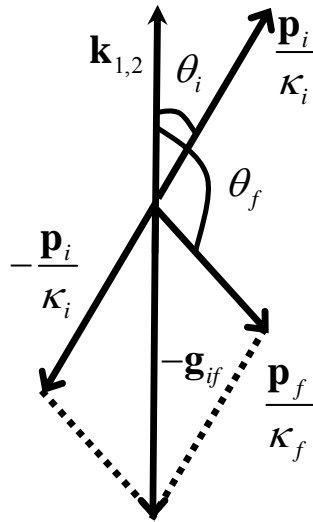


Рис. 2.4. Геометрія процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох світлових хвиль в інтерференційній області.

Легко бачити, що це відбувається, коли при розсіюванні електрона вектор \mathbf{g}_{if} (2.115) виявляється спрямованим уздовж хвильового вектора, тобто

$$(e_{1,2x}g_{if}) = (e_{1,2y}g_{if}) = 0. \quad (2.136)$$

Очевидно, дані умови можуть виконуватися лише при розсіюванні електрона в площині, що утворюється початковим імпульсом електрона та хвильовим вектором однієї з хвиль (напрямки поширення хвиль співпадають) (див. рис. 2.4). При цьому азимутальні кути початкового та кінцевого електрона співпадають

$$\varphi_i = \varphi_f. \quad (2.137)$$

Полярні кути та енергії електрона в початковому та кінцевому станах у такому випадку пов'язані співвідношенням

$$\frac{|\mathbf{p}_i|}{\kappa_i} \sin \theta_i = \frac{|\mathbf{p}_f|}{\kappa_f} \sin \theta_f. \quad (2.138)$$

Легко бачити, що в інтерференційній області, коли умова (2.138) виконується точно, вираз для ймовірності вимушених процесів (2.132) суттєво спрощується. Для нульових значень аргумента функцій Бесселя суми по індексу

s та одному із індексів $n_{1,2}$ – згортаються. Таким чином, дозволені процеси лише з поглинанням або випромінюванням рівного числа фотонів обох хвиль ($s = n_1 = n_2$), тобто відбувається кореляція між випромінюванням і поглинанням фотонів однієї хвилі відносно другої:

$$W_{n_+} = \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot J_{n_+}^2(\alpha_+(\phi)), \quad n_+ = n_1 = n_2. \quad (2.139)$$

Звідси випливає, що в інтерференційній області для циркулярної поляризації обох хвиль процес електрона на ядрі формально виглядає як процес розсіювання електрона на ядрі в полі однієї хвилі [49], [139].

2.2.4. Нерелятивістські енергії електрона.

При дослідженні процесів КЕД в зовнішніх лазерних полях різної конфігурації розділяють випадки релятивістських, нерелятивістських та ультрарелятивістських енергій частинок, що беруть участь у процесі. Для випадку помірно сильного лазерного поля (2.109) процес розсіювання електрона на ядрі має суттєво різні особливості для різних діапазонів енергій електрона. Нагадаємо, що раніше в явному вигляді було отримано диференціальний переріз процесу в елемент тілесного кута розсіяного електрона:

$$d\sigma = \sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2}, \quad \frac{d\sigma_{n_1 n_2}}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)}}{d\Omega_f} \cdot W_{n_1 n_2}, \quad (2.140)$$

$$W_{n_1 n_2} = \sum_s \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot J_s^2(\alpha_+(\phi)) \cdot J_{n_1-s}^2(\gamma_1(\phi)) \cdot J_{n_2-s}^2\left(\gamma_2\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\phi\right)\right). \quad (2.141)$$

При цьому має місце закон збереження енергії в рамках наближення (2.128).

Оцінимо енергетичний внесок фотонів першої та другої хвилі, що може бути випромінено чи поглинуто електроном в процесі розсіювання. З властивостей функцій Бесселя для релятивістських енергій електрона ($E_i \gtrsim m$) та області

помірно сильних полів (2.109) отримаємо

$$|n_{1,2}| \omega_{1,2}/E_i \lesssim \gamma_{1,2} \omega_{1,2}/E_i \sim \eta_{01,2} v_i \ll 1. \quad (2.142)$$

Таким чином, у релятивістському випадку енергетичним внеском фотонів зовнішнього поля ($n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2$) в законі збереження енергії можемо знехтувати. У відповідності до цього, вирази (2.140)-(2.141) суттєво спрощуються. Диференціальний переріз $d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)}$ переходить у переріз розсіювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля (переріз Мотта) $d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)} \Rightarrow d\sigma_{\text{Mott}}$, а аргументи функцій Бесселя в функції (2.141) не залежать від показників підсумовування. Таким чином, для релятивістських енергій електронів парціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в імпульсному світловому полі факторизується та має вид добутку перерізу розсіювання електрона на ядрі без зовнішнього поля та ймовірності випромінювання (поглинання) певного числа фотонів першої та другої хвиль. Процеси розсіювання та вимушеного випромінювання чи поглинання проходять незалежно. У цьому випадку легко провести підсумовування у виразі (2.140) по всіх парціальних процесах випромінювання та поглинання. В результаті одержимо

$$d\sigma = \sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2} = \sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)} \cdot W_{n_1 n_2} = d\sigma_{\text{Mott}} \sum_{n_1, n_2} W_{n_1 n_2} = d\sigma_{\text{Mott}}. \quad (2.143)$$

Таким чином, для релятивістських енергій електронів в області помірно сильних полів після підсумовування парціальних перерізів по всіх процесах вимушеного випромінювання та поглинання фотонів хвиль всі квантові внески компенсуються і диференціальний переріз (2.143) співпадає зі звичайним диференціальним перерізом розсіювання електрона на ядрі.

Нагадаємо, що в області помірно сильних полів (2.109) класичний параметр η_0 є характерною швидкістю коливань електрона в полі світлової хвилі. Розглянемо випадок нерелятивістських енергій, коли характерна швидкість коливань електрона в лазерному полі одного порядку за величиною з його поступальною

швидкістю

$$v_i \sim \eta_{01,2} \ll 1. \quad (2.144)$$

Закон збереження енергії набуває вигляду

$$\frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} + n_1\omega_1 + n_2\omega_2 \sim \omega_{1,2} \cdot \frac{1}{\omega_{1,2}\tau_{1,2}} \ll 1. \quad (2.145)$$

У такому випадку, як показує оцінка

$$|n_{1,2}| \lesssim \gamma_{1,2} = \eta_{01,2} \frac{mv_i}{\omega_{1,2}} \Rightarrow |n_{1,2}| \omega_{1,2} \lesssim mv_i^2, \quad (2.146)$$

енергетичним внеском фотонів зовнішнього поля ($n_1\omega_1 + n_2\omega_2$) в законі збереження енергії (2.145) не можна знехтувати.

Аргументи функцій Бесселя у виразі (2.141) для ймовірності $W_{n_1 n_2}$ вимушених процесів у випадку нерелятивістських енергій набувають вигляду

$$\gamma_j(\phi) = \eta_j(\phi) \frac{mv_i}{\omega_j} \sqrt{a_f^2 + a_i^2 - 2a_i a_f \cos(\varphi_f - \varphi_i)}, \quad (2.147)$$

$$\alpha_+(\phi) = \eta_1(\phi) \eta_2(\phi) \frac{mv_i}{\omega_1 + \omega_2} \cdot \frac{\rho_n \cos \theta_f - \cos \theta_i}{1 - v_i(\rho_n \cos \theta_f + \cos \theta_i)}, \quad (2.148)$$

$$a_f = \frac{\rho_n \sin \theta_f}{1 - v_i \rho_n \cos \theta_f}, \quad a_i = \frac{\sin \theta_i}{1 - v_i \cos \theta_i}, \quad (2.149)$$

$$\rho_n = \frac{v_f}{v_i} = \sqrt{1 - \frac{2(n_1\omega_1 + n_2\omega_2)}{mv_i^2}}. \quad (2.150)$$

Умова інтерференції у випадку нерелятивістських енергій електрона перетворюється наступним чином

$$\gamma_{1,2} = 0 \Rightarrow \varphi_i = \varphi_f; \quad a_i = a_f; \quad \frac{\rho_n \sin \theta_f}{1 - v_i \rho_n \cos \theta_f} = \frac{\sin \theta_i}{1 - v_i \cos \theta_i}. \quad (2.151)$$

Умова інтерференції задовольняється, коли електрон розсіюється на ядрі в полі двох світлових хвиль з кутом у кінцевому стані θ_{inf} :

$$\tan \frac{\theta_{\text{inf}}}{2} = \frac{\rho_n (1 - v_i \cos \theta_i) \pm \sqrt{\rho_n^2 (1 - v_i \cos \theta_i)^2 - (1 - \rho_n^2 v_i^2) \sin^2 \theta_i}}{(1 + \rho_n v_i) \sin \theta_i}. \quad (2.152)$$

Важливо підкреслити, що на відміну від випадку релятивістських енергій, для досліджуваного діапазону нерелятивістських енергій значення інтерференційного кута вильоту залежить від кількості фотонів першої та другої хвилі, що вимушено поглинаються чи випромінюються в процесі розсіювання. Як видно із закону збереження енергії (2.145), кожному куту вильоту електрона відповідає спектр значень для енергії електрона в кінцевому стані, оскільки вона залежить від чисел фотонів $n_{1,2}$. Отже, в рамках співвідношення (2.152) встановлюється відповідність між кутом вильоту й енергією електрона в кінцевому стані.

Як уже зазначалося, при урахуванні імпульсного характеру зовнішнього поля для процесу розсіювання електрона має місце лише наближений закон збереження енергії (2.145). Враховуючи цей факт, а також зв'язок між енергією кінцевого електрона і кутом вильоту в інтерференційній області, парціальні диференціальні перерізи ВГВП мають розширення поблизу інтерференційного кута вильоту електрона. Відзначимо, що в рамках моделі монохроматичної хвилі дане розширення не має місця.

Розглянемо розподіл парціальних процесів по кутах розсіювання електрона в інтерференційній області. Звернемося до парціального диференціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль у вигляді (2.126), у якому не проведено інтегрування по енергії кінцевого електрона. В інтерференційній області переріз спрощується до вигляду

$$\frac{d\sigma_{n_+}^{v_i \ll 1}}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{n_+}^{(*)v_i \ll 1}}{d\Omega_f} \cdot \frac{\omega_1 \tau_1}{2\pi\rho} \left| \int_0^\rho d\phi \cdot J_{n_+}(\alpha_+(\phi)) \exp \left\{ i\phi \frac{\omega_1 \tau_1}{2} \varsigma \right\} \right|^2 d\varsigma, \quad (2.153)$$

$$\varsigma = \frac{q_0}{\omega_1} = \frac{1}{\omega_1} (E_f - E_i + n_+ (\omega_1 + \omega_2)), \quad n_+ = n_1 = n_2. \quad (2.154)$$

Легко отримати зв'язок між енергією й кутом вильоту електрона:

$$\varsigma = q_{\text{inf}} (\theta_f - \theta_{\text{inf}}), \quad (2.155)$$

$$q_{\text{inf}} = \frac{mv_i^2}{\omega_1} \rho_{n_+}^2 \frac{1 - a_i v_i \tan \theta_{\text{inf}}}{\tan \theta_{\text{inf}} + a_i v_i}. \quad (2.156)$$

Таким чином, парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі на задані кути і з даною енергією (2.153) в полі двох імпульсних лазерних хвиль в умовах інтерференції набуває вигляду

$$\frac{d\sigma_{n_+}^{v_i \ll 1}}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{n_+}^{(*)v_i \ll 1}}{d\Omega_f} \cdot K_{n_+} d\varsigma, \quad (2.157)$$

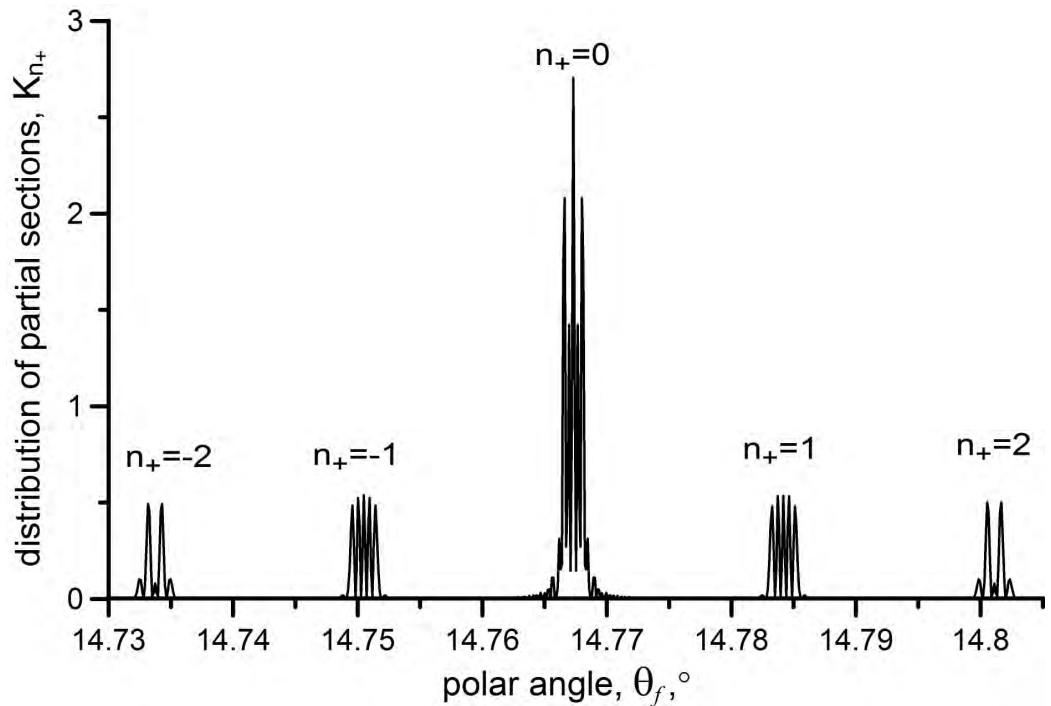
$$K_{n_+} = \frac{\omega_1 \tau_1}{2\pi \rho} \left| \int_0^\rho d\phi \cdot J_{n_+}(\alpha_+(\phi)) \cos \left\{ \phi \frac{\omega_1 \tau_1}{2} q_{\text{inf}} (\theta_f - \theta_{\text{inf}}) \right\} \right|^2. \quad (2.158)$$

Функція K_{n_+} у виді (2.158) описує розширення парціального диференціального перерізу поблизу інтерференційного кута вильоту.

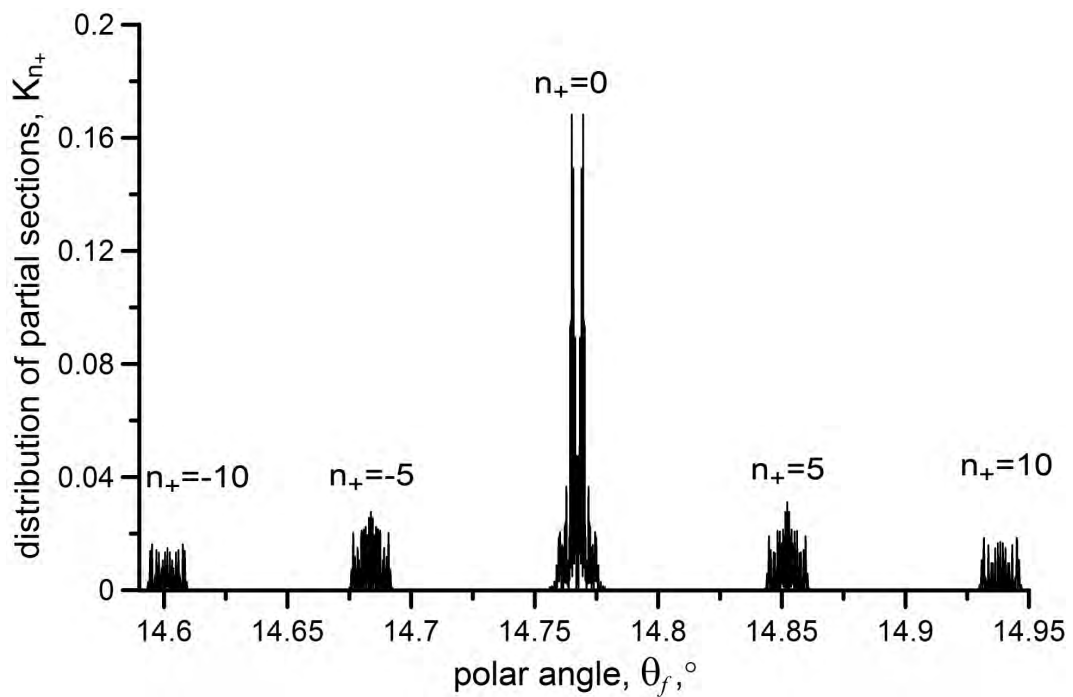
Виберемо огинаючі функції 4-потенціалу (2.84) поля двох імпульсних лазерних хвиль у вигляді функцій Гауса таким чином:

$$g_1(\phi) = g_2(\phi) = \exp \{-\phi^2\}, \quad \tau_1 = \tau_2. \quad (2.159)$$

На рисунку 2.5 а)-б) представлені розподіли парціальних перерізів розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль циркулярної поляризації по полярному куту вильоту електрона в інтерференційній області для різних значень числа фотонів n_+ . Розподіли на малюнках а) і б) представлені для різних інтенсивностей зовнішнього поля: а) $I_{01} = 2.85 \cdot 10^{15}$ Вт/см², $I_{02} = 6.80 \cdot 10^{15}$ Вт/см², ($\eta_{01,02} = 0.02$); б) $I_{01} = 1.78 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 4.25 \cdot 10^{16}$ Вт/см², ($\eta_{01,02} = 0.05$). Як видно з рисунків 2.5 а)-б), кожному парціальному процесу в інтерференційній області відповідає виділений напрям розсіювання з деяким розширенням. Розширення обумовлене імпульсним хара-



(a)



(b)

Рис. 2.5. Розподіл парціальних перерізів розсіювання електрона ($E_i = 0.51$ MeV ($v_i = 0.1$), $\theta_i = 162^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль ($\omega_1 = 2.1$ eV, $\omega_2 = 3$ eV, $\rho = \sqrt{2}$) по полярному куту вильоту електрона в інтерференційній області:

а) $I_{01} = 2.85 \cdot 10^{15}$ Вт/см², $I_{02} = 6.80 \cdot 10^{15}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.02$);

б) $I_{01} = 1.78 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 4.25 \cdot 10^{16}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.05$).

ктером зовнішнього поля. Таким чином, парціальні процеси в інтерференційній області можуть бути кінематично розділені, а їх перерізи – експериментально виміряні. Відзначимо, що відносно високий центральний пік у розподілі відповідає значенню $n_+ = 0$, коли процес розсіювання протікає без обміну енергією із зовнішнім лазерним полем. Ефект перерозподілу ймовірностей у бік менших значень раніше вже обговорювався в кандидатській роботі здобувача (див. також [169]). Зауважимо, що у випадку імпульсного зовнішнього поля найбільш вірогідні процеси, коли число фотонів $n_+ \sim 1$, на відміну від випадку монохроматичного поля, коли основна область для числа фотонів $n_+ \lesssim \alpha_+$. Осциляторний характер розширення парціальних перерізів обумовлений залежністю аргументу функції Бесселя α_+ (2.148) від огибаючої функції 4-потенціалу поля двохмодового імпульсного лазера.

На рисунках 2.5 а)-б) представлена лише центральна частина розподілу парціальних перерізів по кутах кінцевого електрона. Оцінимо по величині всю область кутів розсіювання електрона в інтерференційній області для парціальних процесів, які дають основний внесок. Із виразів (2.148), (2.152), (2.154) отримуємо:

$$\Delta\theta_f \sim \frac{\Delta E_f}{mv_i^2} \sim \frac{n_+\omega_1}{mv_i^2} \sim \frac{\alpha_+\omega_1}{mv_i^2} \sim \frac{\eta_{01}\eta_{02}}{v_i}. \quad (2.160)$$

Так, для параметрів процесу розсіювання на рисунку 2.5 а) характерна область кутів розсіювання в інтерференційній області $\Delta\theta_f \sim 1^\circ$, а для енергії $\Delta E_f \sim \alpha_+\omega_1 \sim 10$ еВ. Ці конкретні значення можуть бути експериментально виміряні, наприклад, в рамках міжнародного проекту FAIR.

Розглянемо розподіл парціальних перерізів по куту вильоту при виході із інтерференційної області, тобто при зростанні параметрів $\gamma_{1,2}$. Для цього скористаємося загальним виразом для парціальної ймовірності процесу в інтерференційній області (2.132). Відношення парціального диференціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль до перерізу розсію-

вання електрона на ядрі без зовнішнього поля в цьому випадку набуває вигляду

$$\frac{d\sigma_{n_+}^{v_i \ll 1}}{d\sigma_{\text{Mott}}} = \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot J_{n_+}^2(\alpha_+(\phi)) \cdot J_0^2(\gamma_1(\phi)) \cdot J_0^2(\gamma_2(\phi)). \quad (2.161)$$

Відзначимо, що розширення перерізу по куту вильоту, яке визначається виразом (2.161), має іншу природу, ніж описане раніше розширення завдяки врахуванню імпульсного характеру зовнішнього поля. Воно має місце також і у випадку поля двох монохроматичних хвиль.

На рис. 2.6 представлена парціальна ймовірність розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль як функції кута вильоту електрона з урахуванням розширення в інтерференційній області. Як видно з рис. 2.6, величина розширення по куту вильоту електрона визначається кількістю поглинених фотонів першої та другої хвилі. Для різних значень числа фотонів n_+ піки перекриваються. Отже, фіксованому куту вильоту відповідають вклади декількох парціальних процесів. Характер розподілу ймовірності (2.161) по куту вильоту показує, що інтерференційна кінематика для процесу розсіювання електрона на ядрі визначається неперервною областю кутів розсіювання з шириною (2.160). Таким чином, при виході з інтерференційної області залежність між енергією й кутом вильоту електрона зникає, що відображено на рисунку 2.6.

Порівняємо парціальні перерізи розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль в інтерференційній області і області Бункіна-Федорова. Переріз розсіювання в інтерференційній області в одиницях перерізу процесу за відсутності поля визначається парціальною ймовірністю вимушених процесів з корельованим випромінюванням і поглинанням фотонів обох хвиль, $n_1 = n_+$, $n_2 = n_+$. У всій області кутів розсіювання, включаючи область Бункіна-Федорова, відношення перерізів для того ж парціального процесу набуває вигляду

$$\frac{d\sigma_{n_+}^{v_i \ll 1}}{d\sigma_{\text{Mott}}} = W_{n_+} = \frac{1}{2\rho} \sum_s \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot J_s^2(\alpha_+(\phi)) \cdot J_{n_+-s}^2(\gamma_1(\phi)) \cdot J_{n_+-s}^2(\gamma_2(\phi)). \quad (2.162)$$

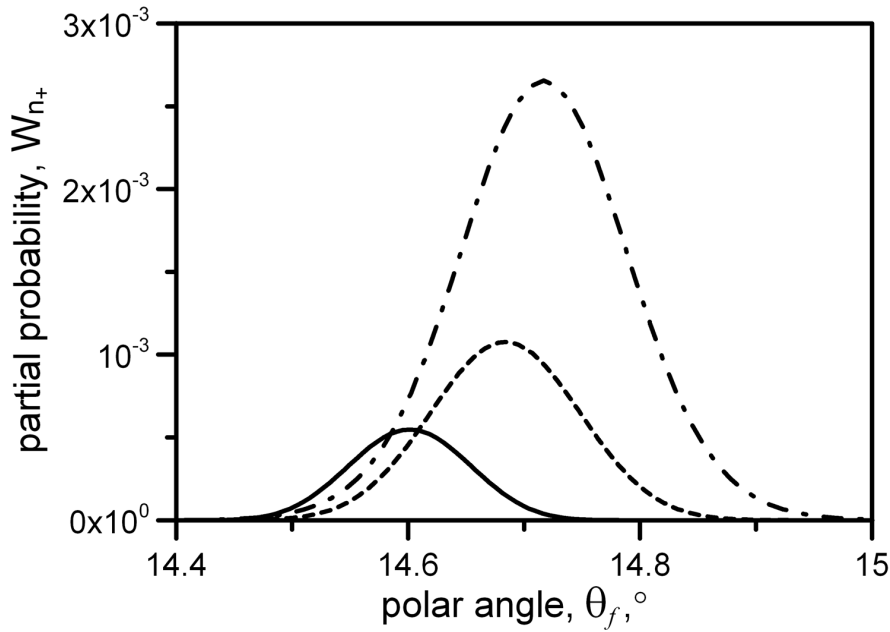


Рис. 2.6. Парціальна ймовірність розсіювання електрона з кінетичною енергією $E_i^{\text{kin}} = 2.55$ кеВ ($v_i = 0.1$, $\theta_i = 162^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль ($I_{01} = 2.85 \cdot 10^{15}$ Вт/см², $I_{02} = 6.80 \cdot 10^{15}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.02$), $\omega_1 = 2.1$ еВ, $\omega_2 = 3$ еВ, $\rho = \sqrt{2}$) як функція полярного кута вильоту електрона. Суцільна крива відповідає парціальному процесу з $n_+ = -10$, пунктирна – $n_+ = -5$, штрих-пунктирна – $n_+ = -3$.

На рисунку 2.7 представлена парціальна ймовірність вимушеного поглинання п'яти фотонів з першої і другої хвилі ($n_+ = -5$) (2.162) (суцільна крива). Інтерференційній області відповідає пунктирна крива (2.161). Як видно з рисунка 2.7, парціальна ймовірність в інтерференційній області на п'ять порядків величини може перевищувати відповідну ймовірність в іншій геометрії розсіювання. Різниця по порядку величини для парціальної ймовірності в різних кінематичних областях може бути виявлена експериментально.

2.2.5. Енергетичні спектри електрона.

Поставимо задачу вивчити розподіл диференціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль від енергії кінцевого електрона при фіксованій геометрії процесу розсіювання.

Парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох співнаправлених лазерних хвиль у випадку нерелятивістських енер-

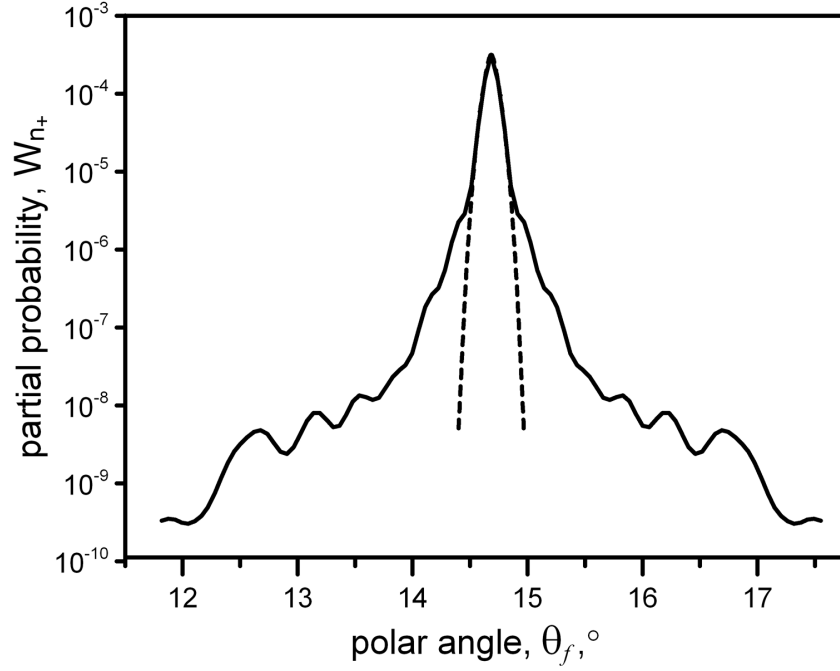


Рис. 2.7. Парціальна ймовірність для вимушеного процесу поглинання $n_+ = -5$ при розсіюванні електрона з кінетичною енергією $E_i^{\text{kin}} = 2.55$ кеВ ($v_i = 0.1$, $\theta_i = 162^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних хвиль ($\omega_1 = 2.1$ еВ, $\omega_2 = 3$ еВ, $\rho = \sqrt{2}$, $I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.1$)) як функція полярного кута вильоту електрона. Пунктирна крива відповідає інтерференційній області.

гій поза рамками дипольного наближення для циркулярної поляризації хвиль набуває вигляду

$$\frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{v_i \ll 1}}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)v_i \ll 1}}{d\Omega_f} \cdot W_{n_1 n_2}, \quad (2.163)$$

$$\frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)v_i \ll 1}}{d\Omega_f} = \frac{2Z^2 r_e^2 \rho_n (2 + v_i^2 (1 - (1 - \rho_n^2)/2 + \rho_n \cos \theta))}{[1 + \rho_n^2 - 2\rho_n \cos \theta + v_i (1 - \rho_n^2) (\rho_n \cos \theta_f - \cos \theta_i)]^2}, \quad (2.164)$$

де θ – кут розсіювання електрона, r_e – класичний радіус електрона. Для значення параметра, $\rho_n = 1$ ($n_1 = n_2 = 0$), диференціальний переріз (2.164), як і слід було чекати, переходить в переріз розсіювання нерелятивістського електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля (переріз Мотта) [70]:

$$\frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)v_i \ll 1} (\rho_n = 1)}{d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_f} = \frac{Z^2 r_e^2 (2 + v_i^2 (1 + \cos \theta))}{8 \sin^4 (\theta/2)}, \quad (2.165)$$

Формули (2.164)-(2.165) справедливі для всієї кінематичної області розсіювання електронів нерелятивістських енергій.

Розглянемо відношення диференціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль для помірно сильних полів і перерізу за відсутності зовнішнього поля:

$$R = \frac{\sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2}^{v_i \ll 1}}{d\sigma_{\text{Mott}}} = \sum_{n_1, n_2} \frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)v_i \ll 1}}{d\sigma_{\text{Mott}}} \cdot W_{n_1 n_2}. \quad (2.166)$$

Оскільки значення індексу n_2 велике ($n_2 \lesssim \gamma_{02} \sim mv_i^2/\omega_2 \gg 1$), перейдемо від дискретного розподілу по n_2 до неперервного розподілу по кінетичній енергії кінцевого електрона E_f^{kin} . Відзначимо, що при розгляді розподілу диференціального перерізу по енергії параметр ρ_n буде фіксований при заданій геометрії процесу. Враховуючи зв'язок

$$dE_f^{\text{kin}} = \omega_2 dn_2, \quad (2.167)$$

перейдемо у виразі (2.166) до інтеграла по E_f^{kin} :

$$R = \int_0^{+\infty} dE_f^{\text{kin}} \cdot R_E(E_f^{\text{kin}}), \quad (2.168)$$

$$R_E(E_f^{\text{kin}}) = \frac{d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)v_i \ll 1}(E_f^{\text{kin}})}{\omega_2 d\sigma_{\text{Mott}}} \cdot W_{n_1 n_2}(E_f^{\text{kin}}), \quad (2.169)$$

$$W_{n_1 n_2}(E_f^{\text{kin}}) = \sum_{n_1, s} \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi \cdot J_s^2(\alpha_+(\phi, E_f^{\text{kin}})) \times \\ \times J_{n_1-s}^2(\gamma_1(\phi, E_f^{\text{kin}})) J_{n_2-s}^2(\gamma_2(\phi, E_f^{\text{kin}})), \quad (2.170)$$

$$n_2 = \left[-n_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} + \left(1 - \frac{E_f^{\text{kin}}}{E_i^{\text{kin}}} \right) \frac{mv_i^2}{2\omega_2} \right]. \quad (2.171)$$

Функція $R_E(E_f^{\text{kin}})$ (2.169) визначає розподіл диференціального перерізу по

енергії кінцевого електрона для процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Необхідно провести інтегрування і підсумовування у виразі (2.170). При підсумовуванні слід врахувати, що індекс n_2 замінюється на ціле значення згідно з співвідношенням (2.171).

На рис. 2.8 а)-b) та рис. 2.9 а)-b) представлені розподіли по енергії кінцевого електрона для диференціального перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль (2.169)-(2.171) при фіксованих кутах вльоту-вильоту для випадків імпульсної хвилі і монохроматичної хвилі. Початкова енергія відповідає швидкості електрона $v_i = 0.1$. Розглядається розсіювання в площині, яка утворена хвильовим вектором лазерного поля й імпульсом початкового електрона $\varphi_i = \varphi_f$, що відповідає інтерференційній області. Початковий полярний кут електрона вибраний відповідно до геометрії експериментів SLAC [3, 4]. Інтенсивністю кожної з хвиль складає $I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см² та $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см², що відповідає значенням параметрів $\eta_{01,02} = 0.1$. У цьому випадку характерна швидкість осциляцій електрона в полі двох хвиль одного порядку за величиною зі швидкістю поступального руху електрона.

Відмінність у графіках на рис. 2.8 а)-b) та рис. 2.9 а)-b) у значенні параметра ρ , який є відношенням часу між піками сусідніх імпульсів і характерної тривалості одиничного лазерного імпульсу для кожної з хвиль і визначає інтервал усереднення в виразі (2.170). З рис. 2.8 а) та рис. 2.9 а) видно, що розподіл по енергії кінцевого електрона для розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль при фіксованих кутах вльоту-вильоту для випадків імпульсної хвилі якісно відрізняється від випадку монохроматичної хвилі.

На рис. 2.8 а) та рис. 2.9 а) для випадку імпульсних світлових хвиль значення розподілу $R_E(E_f^{\text{kin}})$ обрізані зверху поблизу значень $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$ з метою кращого візуального представлення отриманих результатів. Значення в центрі розподілу, коли $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$, для рис. 2.8 а) ($\rho = \sqrt{2}$) є $R_E(E_i^{\text{kin}}) \approx 11$, а для рис. 2.9 а) ($\rho = 3$) – $R_E(E_i^{\text{kin}}) \approx 310$. Наявність таких високих піків у випадку імпульсного поля легко пояснити. Значення кінцевої енергії поблизу точки $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$ відповідають парціальним процесам розсіювання електрона

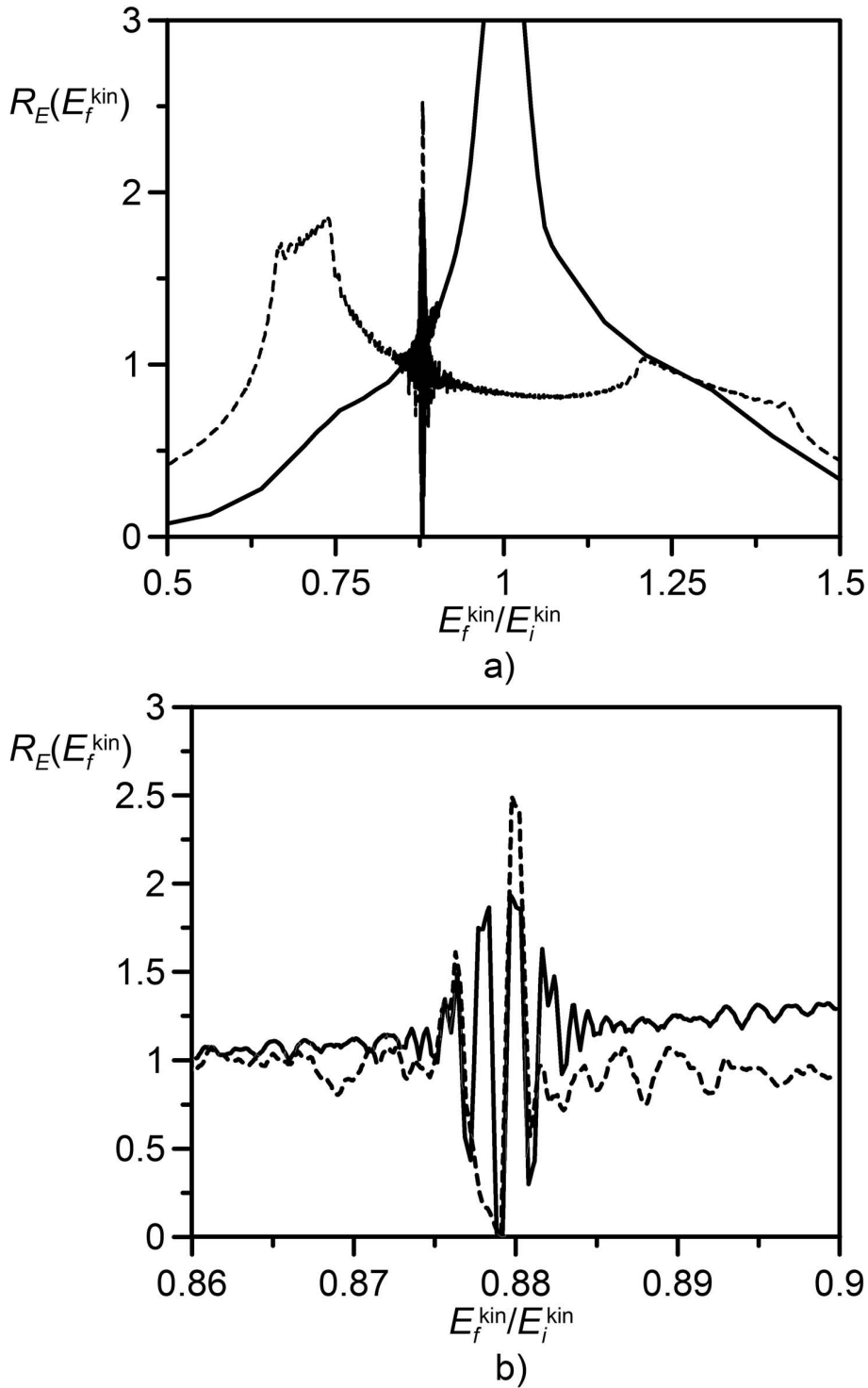


Рис. 2.8. Розподіл диференціального перерізу від енергії кінцевого електрона (2.169) для розсіювання електрона з кінетичною енергією $E_i^{\text{kin}} = 2.55$ кеВ ($\theta_i = 163^\circ$, $\theta = 178^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль ($I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.1$), $\omega_1 = 2.1$ еВ, $\omega_2 = 3$ еВ, $\rho = \sqrt{2}$). Рис. б) відповідає розподілу в інтерференційній області. Суцільна крива відповідає випадку двох імпульсних хвиль, пунктирна – двох монохроматичних хвиль.

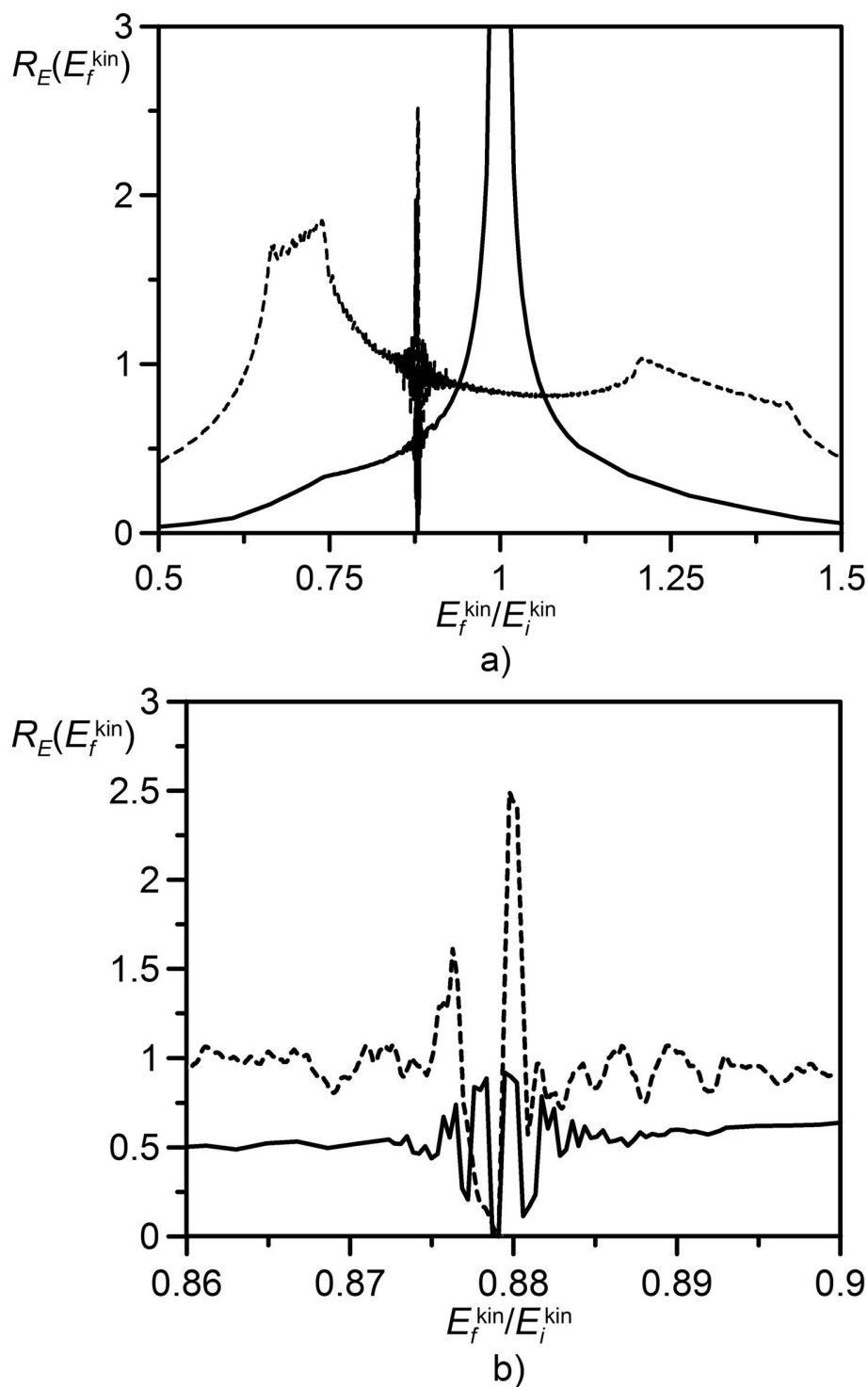


Рис. 2.9. Розподіл диференціального перерізу по енергії кінцевого електрона (2.169) для розсіювання електрона з кінетичною енергією $E_i^{\text{kin}} = 2.55$ кеВ ($\theta_i = 163^\circ$, $\theta = 178^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль ($I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.1$), $\omega_1 = 2.1$ еВ, $\omega_2 = 3$ еВ, $\rho = 3$). Рис. b) відповідає розподілу в інтерференційній області. Суцільна крива відповідає випадку двох імпульсних хвиль, пунктирна – двох монохроматичних хвиль.

на ядрі без поглинання і випромінювання фотонів першої і другої хвилі, або ж вимушеному поглинанню і випромінюванню їх малої кількості. Пригнічення багатофотонних процесів із значеннями $n_{1,2} \sim \gamma_{01,02}$ в порівнянні з процесами із $n_{1,2} \sim 1$ є характерним для моделі імпульсної лазерної хвилі. Ефект перерозподілу ймовірності в бік менших значень у випадку імпульсної хвилі раніше вже обговорювався, наприклад, в роботі [169]. Цим також можна пояснити й різницю у висоті піків для випадків $\rho = \sqrt{2}$ та $\rho = 3$. Для великих значень інтервалу усереднення зростає роль парціального процесу розсіювання без поглинання і випромінювання фотонів зовнішнього поля. При прямуванні $\rho \rightarrow \infty$, розподіл по енергії кінцевого електрона для розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль вироджується в дельта-функцію Дірака, що відповідає відсутності зовнішнього лазерного поля.

Диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль, підсумований по всіх парціальних процесах, (2.166) легко отримати, обчислюючи площу під кривою для розподілів на рис. 2.8 а) – рис. 2.9 а). Так: для випадку монохроматичних хвиль – $R \approx 1.10$; для випадку імпульсних хвиль – $R \approx 1.06$. Отже, диференціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох хвиль незначно перевищує відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля.

Тепер більш детально розглянемо розподіл по енергії кінцевого електрона в інтерференційній області (рис. 2.8 б) та рис. 2.9 б)). Особливістю розподілу по енергії кінцевого електрона для розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль якісний різний характер розподілу для області, де проявляється параметричний інтерференційний ефект, і області Бункіна-Федорова. Так, в інтерференційній області для значень, що відповідає умові (2.152), розподіл по енергії кінцевого електрона містить швидкі осциляції. Це вказує на те, що вимушене випромінювання і поглинання електроном при розсіянні на ядрі в інтерференційній області має корельований характер. Як видно з рис. 2.8 б) та рис. 2.9 б), спостерігається також і кількісна різниця в розподілі по енергії для інтерференційної кінематичної області і області Бункіна-Федорова. Так, для ви-

браного кута розсіювання на окремих значеннях енергії електрона в кінцевому стані переріз розсіювання в інтерференційній області в два рази для випадку імпульсного поля (у два з половиною рази для випадку монохроматичного поля) перевищує переріз в області Бункіна-Федорова.

Важливо відзначити, що кількісна різниця, обумовлена параметричним інтерференційним ефектом, може бути перевірена експериментально при вимірюванні енергетичного спектру кінцевих електронів і фіксованої геометрії процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль.

Як видно з рисунків рис. 2.8 та рис. 2.9, кількісна різниця в енергетичних спектрах електронів суттєво залежить від положення інтерференційної області, тобто від кута розсіювання електрона. Проведемо порівняльний аналіз енергетичних спектрів електронів, що розсіюються на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль для інтерференційної кінематики та геометрії процесу, в якій параметричний ефект інтерференції практично не проявляється (рис. 2.10(а) (б)). Початкова енергія відповідає значенню швидкості електрона $v_i=0.15$. Розсіювання електронів на ядрі розглядається в площині, утвореної хвильовими векторами поля лазерних хвиль і початковим імпульсом електрона, $\varphi_i = \varphi_f$. Полярні кути розсіювання електрона вибрані так, щоб інтерференційна область знаходилась в центральній частині спектру.

Особливістю спектрів енергії електронів є якісно інший характер розподілу для різних геометрій процесу розсіювання. Так, розподіл диференціального перерізу по кінцевій енергії електронів містить швидкі осциляції для кута вильоту $\theta_f = 12.7^\circ$ на рисунку 2.10(а) (суцільна лінія) і для кута вильоту $\theta_f = 12.6072^\circ$ на рисунку 2.10(б) (суцільна лінія), які відповідають в інтерференційній області. Це вказує на те, що вимушене випромінювання і поглинання фотонів лазерного поля в області інтерференції відбуваються корельованих чином. При фіксованому куту розсіювання параметричний інтерференційний ефект найбільш суттєво проявляється в частині енергетичного спектра для значень параметра

$$\varepsilon_{12}^{\text{inf}} \equiv \left. \frac{E_f^{\text{kin}}}{E_i^{\text{kin}}} \right|_{\gamma_{1,2}=0},$$

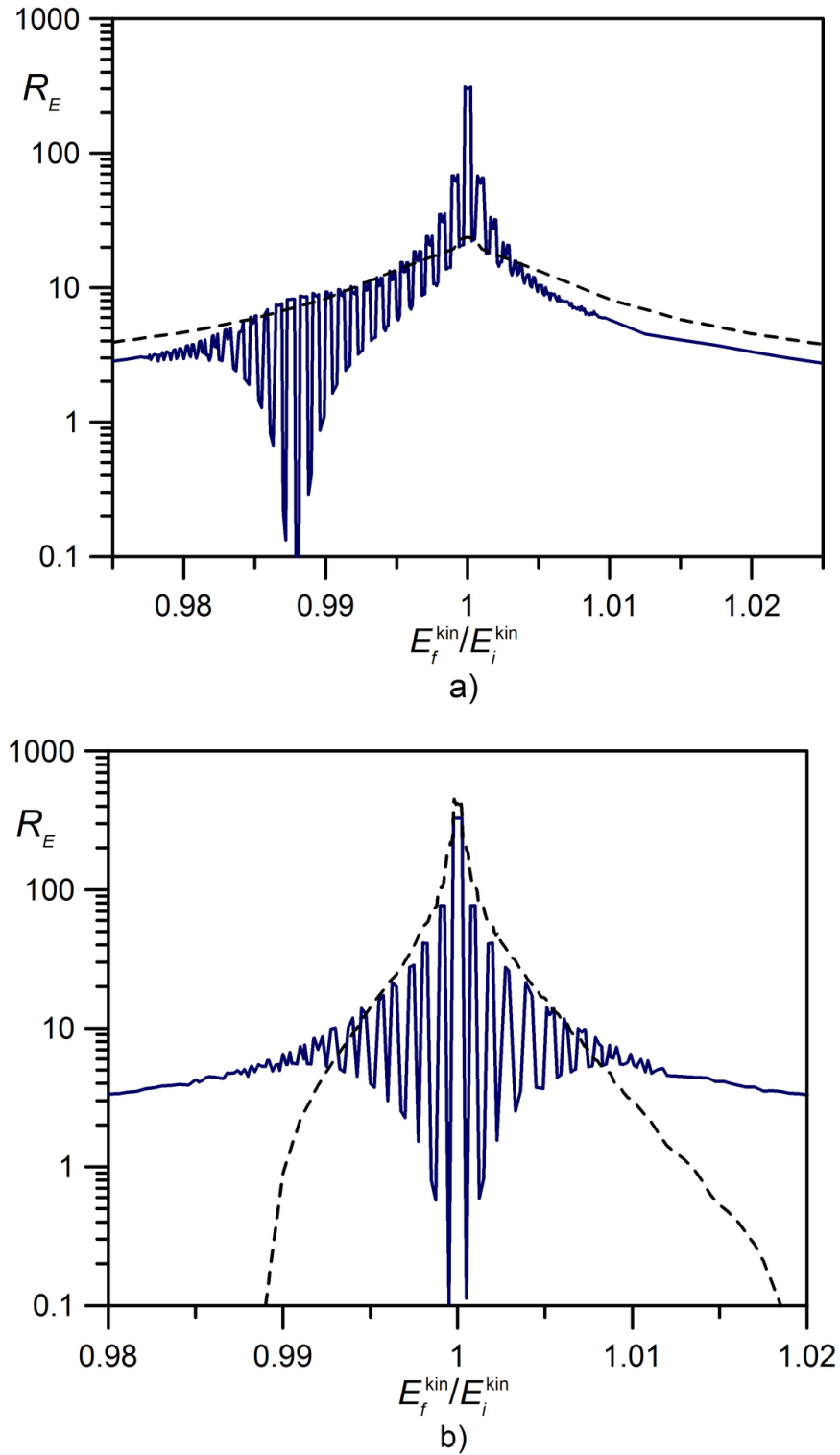


Рис. 2.10. Розподіл диференціального перерізу від енергії електрона (2.169) для розсіювання електрона з кінетичною енергією $E_i^{\text{kin}} = 5.74$ кеВ ($v_i=0.15$, $\theta_i = 163^\circ$, $\theta = 178^\circ$, $\varphi_i = \varphi_f$) на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль ($I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см² ($\eta_{01,02} = 0.1$), $\omega_1 = 2.1$ еВ, $\omega_2 = 3$ еВ, $\rho = 2$). Суцільні лінії відповідають інтерференційній області: а) $\theta_f = 12.7^\circ$, $\varepsilon_{12}^{\text{inf}} = 0.988$; б) $\theta_f = 12.6072^\circ$, $\varepsilon_{12}^{\text{inf}} = 1$. Пунктирні лінії відповідають області Бункіна-Федорова: а) $\theta_f = 19^\circ$; б) $\theta_f = 162.65^\circ$.

що відповідає умові інтерференції (2.151). Розподіл кінцевої енергії електронів в області Бункіна-Федорова (пунктирні лінії) описуються гладкими кривими.

Як показано на рисунках 2.10(а)-(б), при значеннях кінцевої енергії електрона $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$ в розподілі спостерігаються піки. Це відповідає випадку, коли парціальні процеси протікають з поглинанням і випромінюванням невеликого числа (включаючи 0) фотонів зовнішнього поля. Слід зазначити, що для випадку двох монохроматичних хвиль такий пік в розподілі по енергії відсутній, оскільки парціальні процеси з великими значеннями числа фотонів, $n_{1,2} \sim \gamma_{01,02}$, також дають істотний внесок для моделі монохроматичного поля (див. рис. 2.8а) та 2.9а)). Проте після підсумовування по вимушеним процесам переріз розсіювання в імпульсному полі того ж порядку за величиною, що і переріз в монохроматичному полі [139]. На рис. 2.10(б) (суцільна лінія) кут вильоту електрона вибирається для значення параметра $\varepsilon_{12}^{\text{inf}}=1$. Частина енергетичного спектра в інтерференційній області майже симетрична. На відміну від цього для випадку на рис. 2.10(а), частина енергетичного спектра в інтерференційній області має складну коливальну форму. Це обумовлено домінуванням парціальних процесів з малими значеннями чисел фотонів, $n_{1,2} \sim 1$, як в інтерференційній області, так і поблизу точки $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$. Різні форми енергетичних спектрів в області Бункіна-Федорова зумовлені різними значеннями кутів вильоту електронів: а) $\theta_f = 19^\circ$; б) $\theta_f = 162.65^\circ$.

З погляду експериментальної перевірки отриманих результатів представляє інтерес сумарний внесок парціальних процесів в межах кінцевого інтервалу енергій (площа під суцільними і пунктирними лініями на на рис. 2.10(а)-(б)). Виконавши розрахунки, отримаємо вклади в інтерференційній області R_{IR} та в області Бункіна-Федорова R_{BF} :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad R_{\text{IR}}(0.975 \leq \varepsilon_{12} \leq 1.025) &\approx 0.558, \\ R_{\text{BF}}(0.975 \leq \varepsilon_{12} \leq 1.025) &\approx 0.449; \\ \text{b)} \quad R_{\text{IR}}(0.98 \leq \varepsilon_{12} \leq 1.02) &\approx 0.600, \\ R_{\text{BF}}(0.98 \leq \varepsilon_{12} \leq 1.02) &\approx 0.858. \end{aligned}$$

Таким чином, сумарний внесок основної частини енергетичного спектра електрона має той же порядок величини для інтерференційної області та області Бункіна-Федорова. При цьому поперечний переріз розсіювання проінтегрований по енергії електрона в області Бункіна-Федорова може бути меншим (рис. 2.10(a), $\theta_f = 19^\circ$, $\theta = 144^\circ$) або більшим (рис. 2.10(b), $\theta_f = 162.65^\circ$, $\theta = 0.35^\circ$) ніж відповідний переріз в інтерференційній області. Як видно з рис. 2.10(a), максимальна різниця в розподілах відповідає значенню енергії $E_f^{\text{kin}} = E_i^{\text{kin}}$ і становить $R_{\text{MR},E}/R_{\text{BF},E} \approx 13$. Таким чином, диференціальний переріз лазер-модифікованого розсіювання електрона на ядрі в інтерференційній області може бути на порядок величини більший за диференціальний переріз в області Бункіна-Федорова при фіксованій кінцевій енергії електрона. Проте слід зазначити, що експериментальне дослідження тонкої структури енергетичного спектра електронів може бути виконане при використанні вимірювального обладнання з високою роздільною здатністю. Необхідні характеристики визначаються характерним кроком коливань в енергетичному спектрі (< 10 eV).

Важливо підкреслити, що осциляторний характер енергетичного спектру електрона в кінцевому стані безпосередньо пов'язаний з параметричним інтерференційним ефектом. Так, ефект проявляється в кореляції між випромінюванням фотонів першої та другої хвилі, що з однієї сторони збільшує ймовірність парціальних процесів з рівним числом фотонів (в деяких випадках процесів з числами, що відрізняються на одиницю), а з другої сторони пригнічує ймовірності інших процесів в інтерференційній кінематиці. Це відповідно приводить до перерозподілу ймовірностей і енергетичний спектр електрона має смугастий вигляд, де максимуми відповідають процесам з випромінюванням чи поглинанням рівного числа фотонів першої та другої хвилі. Як бачимо, загальний переріз процесу суттєво не змінюється, тому мова йде саме про перерозподіл ймовірностей. Можемо легко провести аналогію зі звичайним явищем інтерференції, оскільки смугастий вигляд та перерозподіл сигналу характерні для звичайних інтерференційних картин від накладання двох хвиль.

Висновки до розділу 2

У результаті вивчення процесу розсіювання електрона на екранованому потенціалі ядра в полі імпульсної лазерної хвилі на малі кути та процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох хвиль можна зробити наступні висновки.

1. При розсіюванні електрона на ядрі в області малих кутів спостерігаються виділені напрями розсіювання, які відповідають мінімальним значенням переданого імпульсу для кожного парціального процесу випромінювання і поглинання. При цьому максимальне значення перерізу розсіювання суттєво залежить від енергії початкового електрона.

2. У випадку ультрарелятивістських енергій електронів і помірно сильних полів основний внесок у переріз дають парціальні процеси з випромінюванням або поглинанням одного фотона зовнішнього лазерного поля. Парціальний переріз розсіювання має максимум поблизу виділеного напрямку розсіювання. Висота і ширина піку визначаються початковою енергією електрона, енергією фотона зовнішнього поля та значенням параметра екранування кулонівського потенціалу.

3. При зростанні енергії початкового електрона максимальне значення відношення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі і перерізу розсіювання за відсутності зовнішнього поля в області малих кутів зменшується. Навпаки, при зростанні енергії фотонів зовнішнього лазерного поля відношення перерізів збільшується. Так, наприклад, для $\omega = 0.5$ кеВ переріз розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі поблизу виділеного кута в 2-3 рази перевищує переріз розсіювання за відсутності зовнішнього поля. Для енергій фотона $\omega = 2$ кеВ відношення перерізів досягає двох порядків величини.

4. Процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль може домінувати в інтерференційній кінематичній області, де вимушене випромінювання і поглинання фотонів обох хвиль відбувається корельованим чином. При цьому також спостерігається сильна кореляція між кутом вильоту та енергією електрона в кінцевому стані, що істотно відрізняє процес розсіюва-

ння електрона на ядрі в інтерференційній області від розсіювання електрона в будь-якій іншій геометрії.

5. У диференціальному парціальному перерізі розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль спостерігається розширення піку поблизу інтерференційного кута вильоту електрона, яке пов'язане з врахуванням імпульсного характеру зовнішнього поля, тобто кінцевої спектральної ширини лазерного випромінювання. Досліджено залежності парціальних перерізів процесу від кута вильоту електрона в інтерференційній кінематичній області. Показано, що ймовірність парціальних процесів в інтерференційній області на кілька порядків величини може перевищувати відповідну ймовірність в області Бункіна-Федорова.

6. Вивчено розподіли по енергії кінцевого електрона для процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль. Розраховано загальний внесок парціальних процесів в переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в кінцевому інтервалі енергій. Розподіл по енергії електрона в кінцевому стані в інтерференційній області якісно відрізняється від розподілу для іншої геометрії процесу. Параметричним інтерференційний ефект проявляється в кореляції між випромінюванням фотонів першої та другої хвилі, що відповідно приводить до перерозподілу ймовірностей і енергетичний спектр електрона має смугастий вигляд. Максимуми в розподілі відповідають процесам з випромінюванням чи поглинанням рівного числа фотонів першої та другої хвилі. Для окремих значень енергії кінцевого електрона, переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в інтерференційній області на порядок величини перевищує переріз процесу в області Бункіна-Федорова. Експериментальне дослідження тонкої структури енергетичного спектра електронів може бути виконане при використанні вимірювального обладнання з високою роздільною здатністю.

РОЗДІЛ 3

ГАЛЬМІВНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА В ПОЛІ ЯДРА І ДВОХ ІМПУЛЬСНИХ ЛАЗЕРНИХ ХВИЛЬ

При розсіюванні на ядрі існує певна ймовірність переходу електрона в квантовий стан з більш низькою енергією з випромінюванням, як правило, одного фотона в полі ядра (ймовірність великого числа фотонів випромінювання дуже мала). При цьому енергія фотона обмежується початковою енергією електрона. Гальмівне випромінювання (ГВ) електрона на ядрі є одним з фундаментальних процесів КЕД, оскільки він є одним з основних механізмів втрат енергії електронів в зовнішньому електромагнітному полі. Перші квантово-механічні формули для перерізу процесу ГВ були отримані в 1931 р. Зоммерфельдом [71] в дипольному наближенні. В рамках релятивістської квантової теорії перший розрахунок процесу ГВ в борнівському наближенні в було отримано 1934 р. Бете і Гайтлером [72]. В присутності зовнішнього поля процес взаємодії електрона з ядром супроводжується також і вимушене випромінювання-поглинання фотонів зовнішнього поля визначеної енергії. Таким чином, є два суттєво різні фізичні механізми зміни енергії електрона. В зв'язку з цим, ГВ в присутності зовнішнього поля часто називають спонтанним гальмівним випромінюванням (СГВ), розрізняючи спонтанні і вимушені процеси.

Процес СГВ внаслідок розсіювання електронів на ядрі або атомі в присутності зовнішнього електромагнітного поля був об'єктом наукового інтересу протягом тривалого часу [14–16, 98–100, 152–174]. Теорія СГВ внаслідок розсіювання електронів на ядрі в полі плоскої електромагнітної хвилі досить добре розвинена. Борисов і Жуковський [154] розглянули нерезонансний процес СГВ в полі плоскої хвилі у випадку, коли ультрарелятивістський електрон розсіюється на малі кути, близькі до напрямку імпульсу спонтанного фотона. Аналітичні вирази для спектра випромінювання СГВ в плоскому монохроматичному полі довільного атомного потенціалу для нерелятивістських розрахунків в борнівському наближенні були отримані Чжоу і Розенбергом [160]. Резонансне СГВ

нерелятивістського електрона, розсіяного на ядрі в полі плоскої хвилі, було вивчено в роботах [152, 156]. В загальному релятивістському випадку проблема СГВ електрона на ядрі в полі плоскої однієї та двох монохроматичних хвиль була вивчена Рощупкіним та іншими [86, 98, 157–159, 161–163].

Ефекти, що виникають при нерезонансному СГВ електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі були вивчені автором та Рощупкіним для загального релятивістського випадку в роботі [169], для електронів нерелятивістської енергії - в роботі [170]. Резонансний випадок СГВ в імпульсному світловому полі розглядався в роботі [171], результати якої були використані в експериментальній роботі [307] для пояснення спектру гальмівного випромінювання при взаємодії кластерів з потужним імпульсним полем лазера.

Проблема СГВ електрона на ядрі в полі двох монохроматичних хвиль та інтерференційний квантовий ефект, що проявляється в особливій кінематичній області, досліджувалися в роботах [161–163]. Основним параметром багатофотонності в інтерференційній області стає квантовий інтерференційний параметр (1.16). Цей параметр пропорційний добутку інтенсивностей першої та другої хвилі.

В цьому розділі розглянуто процес спонтанного гальмового випромінювання при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль за резонансних та нерезонансних умов, який у таких випадках раніше не розглядався. Основні результати були опубліковані в роботах [14–17, 24, 26] та апробовані на конференціях [34, 37].

3.1. Нерезонансний процес в полі двох лазерних хвиль.

У процесі гальмування на ядрі електрон з 4-імпульсом $p_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$ поряд з вимушеним поглинанням і випромінюванням фотонів зовнішнього поля спонтанно випромінює фотон довільної частоти й переходить у кінцевий стан з 4-імпульсом $p_f = (E_f, \mathbf{p}_f)$. Це процес другого порядку за постійною тонкої структури і описується двома діаграмами Фейнмана (рис. 3.1).

Зовнішнє імпульсне поле представимо як суперпозицію двох плоских немонохроматичних хвиль, що поширюються в одному напрямку уздовж вісі z

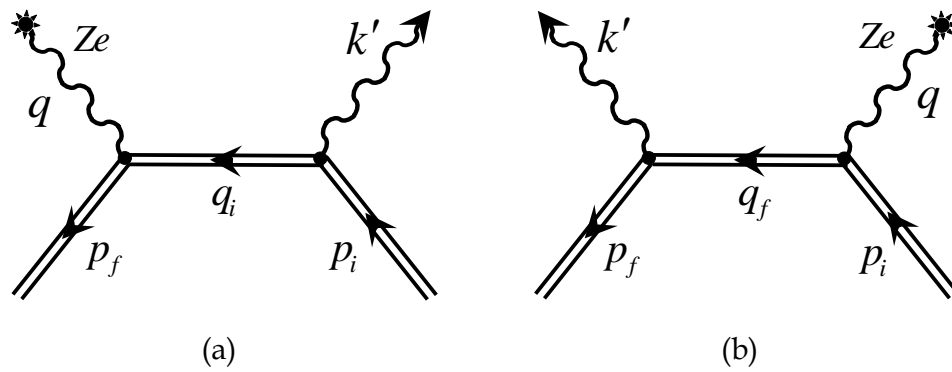


Рис. 3.1. Діаграми Фейнмана процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль. Подвійні вхідні й вихідні лінії відповідають функціям Волкова електрона в початковому й кінцевому станах, внутрішня лінія відповідає функції Гріна електрона в полі двох імпульсних хвиль. Хвилясті лінії відповідають 4-імпульсам спонтанного фотона та фотона віддачі ядра.

із площиною поляризації (xy). Чотири-потенціал такого поля можна описати виразами (2.83)-(2.86). Процес вивчається в рамках квазімонохроматичного наближення, коли амплітуда лазерної хвилі робить велику кількість осциляцій (2.87), та помірно сильних полів (2.109). Взаємодія електрона з ядром розглядається в рамках борнівського наближення (2.5), тобто вивчається випадок досить швидких електронів.

Амплітуда процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль в загальному випадку має вигляд

$$S_{fi} = -ie^2 \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{\psi}_f(x_2, A) \left[\tilde{\gamma}_0 A_0(|\mathbf{x}_2|) G(x_2, x_1, A) \hat{A}'(x_1, k') + \hat{A}'(x_2, k') G(x_2, x_1, A) \tilde{\gamma}_0 A_0(|\mathbf{x}_1|) \right] \psi_i(x_1, A), \quad (3.1)$$

Індекси i, f відповідають початковому й кінцевому станам електрона. Величина $A_0(|\mathbf{x}_{j'}|)$ у виразі (3.1) є кулонівський потенціал ядра, а $A'_\mu(x_{j'}, k')$ – 4-потенціал спонтанно випроміненого фотона:

$$A_0(|\mathbf{x}_{j'}|) = \frac{Ze}{|\mathbf{x}_{j'}|}, \quad (3.2)$$

$$A'_\mu(x_{j'}, k') = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega'}} \varepsilon_\mu^* \exp(ik'x_{j'}). \quad (3.3)$$

Тут ε_μ^* та $k' = (\omega', \mathbf{k}')$ – 4-вектор поляризації та 4-імпульс спонтанного фотона, $(k'x_{j'}) = \omega't_{j'} - \mathbf{k}'\mathbf{x}_{j'}$. Індекс $j' = 1, 2$ характеризує змінну інтегрування в першій і другій вершинах діаграми.

В амплітуді (3.1) функції $\psi_i(x_1, A)$ та $\bar{\psi}_f(x_2, A)$ – хвильові функції електрона в початковому й кінцевому станах (функції Волкова); $G(x_2, x_1, A)$ – функція Гріна електрона в проміжному стані в зовнішньому полі:

$$\begin{cases} \psi_i(x_1, A) = \mathfrak{S}_i(x_1) \cdot \frac{u_i}{\sqrt{2E_i}}, \\ \bar{\psi}_f(x_2, A) = \frac{\bar{u}_f}{\sqrt{2E_f}} \cdot \bar{\mathfrak{S}}_f(x_2); \end{cases} \quad (3.4)$$

$$G(x_2, x_1, A) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \cdot \mathfrak{S}_p(x_2) \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2} \bar{\mathfrak{S}}_p(x_1), \quad (3.5)$$

де функція $\mathfrak{S}(x_{j'})$ визначається наступним чином

$$\mathfrak{S}_\varsigma(x_{j'}) = \left[1 + \frac{e}{2(kp_\varsigma)} \hat{k} \hat{A}(kx_{j'}) \right] \exp\{iS(p_\varsigma, x_{j'})\}, \quad (3.6)$$

$$p_\varsigma = p, p_i, p_f;$$

$$S(p_\varsigma, x_j) = -(p_\varsigma x_j) - \frac{e}{(kp_\varsigma)} \int_{-\infty}^{kx_j} \left[(p_\varsigma A(\varphi')) - \frac{e}{2} A^2(\varphi') \right] d\varphi', \quad (3.7)$$

де $p_{i,f} = (E_{i,f}, \mathbf{p}_{i,f})$ – 4-вектори електрона в початковому і кінцевому станах. Вираз (3.7) визначає класичну дію електрона в електромагнітному полі, яка після підстановки явного виду 4-потенціалу двох імпульсних хвиль (2.83)-(2.87) може бути приведена до виду (2.93)- (2.99).

Будемо розглядати випадок циркулярної поляризації зовнішніх імпульсних

ХВИЛЬ:

$$\delta_1 = +1, \quad \delta_2 = \mp 1. \quad (3.8)$$

Після проведення нескладних перетворень одержимо амплітуду процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних помірно сильних лазерних хвиль у загальному релятивістському випадку у вигляді суми:

$$S_{fi} = \sum_{l,s=-\infty}^{\infty} S_{ls}, \quad (3.9)$$

$$S_{ls} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega' E_i E_f}} \bar{u}_f \left[B_{ls}^{(a)}(q_i) + B_{ls}^{(b)}(q_f) \right] u_i. \quad (3.10)$$

де u_i , \bar{u}_f – біспінори Дірака; S_{ls} – парціальна амплітуда процесу з поглинанням ($l, s < 0$) або випромінюванням ($l, s > 0$) фотонів зовнішнього лазерного поля. Функції $B_{ls}^{(a)}$ і $B_{ls}^{(b)}$ відповідають діаграмам процесу СГВ електрона на ядрі на рисунку 3.1a) та б), відповідно

$$B_{ls}^{(a)}(q_i) = 2\omega_1 \sum_{l',s'=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \frac{M_{l-l',s-s'}^0(p_f, q_i, \zeta) \left[\hat{q}_i + m + \zeta \hat{k} \right] (\varepsilon_\mu^* M_{l's'}^\mu(q_i, p_i, \zeta))}{[q_i^2 - m^2 + 2\zeta(k_1 q_i)] \left[\mathbf{q}_\perp^2 + (q_0 - q_z)^2 \right]}, \quad (3.11)$$

$$B_{ls}^{(b)}(q_f) = 2\omega_1 \sum_{l',s'=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \frac{(\varepsilon_\mu^* M_{l's'}^\mu(p_f, q_f, \zeta)) \left[\hat{q}_f + m + \zeta \hat{k} \right] M_{l-l',s-s'}^0(q_f, p_i, \zeta)}{\left[q_f^2 - m^2 + 2\zeta(k_1 q_f) \right] \left[\mathbf{q}_\perp^2 + (q_0 - q_z)^2 \right]}, \quad (3.12)$$

$$\begin{cases} q_i = p_i - k' - l'k_1 - s'k_2, \\ q_f = p_f + k' + (l-l')k_1 + (s-s')k_2, \\ q = p_f - p_i + k' + lk_1 + sk_2. \end{cases} \quad (3.13)$$

Тут 4-вектор q_i – це 4-імпульс проміжного електрона для першої діаграми на рис. 3.1a), q_f – 4-імпульс проміжного електрона для другої діаграми на рис. 3.1b). Переданий 4-імпульс q визначається сумою $lk_1 + sk_2$, яка вказує

скільки фотонів зовнішнього поля, які було вимушено поглинуто або випромінено електроном у процесі розсіювання на ядрі.

Уведемо нові змінні інтегрування

$$\phi_{j'} = \frac{\varphi_{j'}}{\omega_1 \tau_1} = \frac{\xi_{j'}}{\tau_1}, \quad (3.14)$$

$$\xi_1 = (\tilde{n}x_1) = t_1 - z_1, \quad \xi_2 = (\tilde{n}x_2) = t_2 - z_2. \quad (3.15)$$

У виразах (3.11) та (3.12) функція $M_{l-l',s-s'}^0$ відповідає розсіюванню електрона на ядрі [19,20], а функція $M_{l',s'}^\mu$ відповідає спонтанному випромінюванню фотона в зовнішньому полі [216,275]. Вони визначаються інтегралами по хвильових змінних наступним чином

$$M_{n_1 n_2}^0(p, p', \zeta) = \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_1 \exp\{i\zeta\omega_1\tau_1\phi_1\} \times \\ \times \left(\tilde{\gamma}^0 I_{n_1 n_2}(\phi_1) + \frac{m\hat{D}_{n_1 n_2}(\phi_1)}{2(\tilde{n}p')} + \frac{m}{4} \left(\frac{1}{(\tilde{n}p')} - \frac{1}{(\tilde{n}p)} \right) \hat{D}_{n_1 n_2}(\phi_1) \hat{n} \tilde{\gamma}^0 \right), \quad (3.16)$$

$$M_{n_1 n_2}^\mu(p, p', \zeta) = \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_2 \exp\{i(q_0 - \zeta\omega_1)\tau_1\phi_2\} \cdot (\tilde{\gamma}^\mu I_{n_1 n_2}(\phi_2) + \\ + \frac{m}{2(\tilde{n}p')} \left(\hat{D}_{n_1 n_2}(\phi_2) \tilde{n}^\mu - D_{n_1 n_2}^\mu(\phi_2) \hat{n} \right) + \frac{m}{4} \left(\frac{1}{(\tilde{n}p')} - \frac{1}{(\tilde{n}p)} \right) \hat{D}_{n_1 n_2}(\phi_2) \hat{n} \tilde{\gamma}^\mu). \quad (3.17)$$

Внаслідок умови квазімонохроматичності хвилі (2.87) істотна область змінної інтегрування у виразах (3.11) та (3.12) різко звужується:

$$\zeta \lesssim (\omega_j \tau_j)^{-1} \ll 1. \quad (3.18)$$

Функції $D_{n_1 n_2}$ у виразах (3.16) та (3.17) мають вигляд

$$D_{n_1 n_2}(\phi_{j'}) = \eta_1(\phi_{j'}) \left(\varepsilon_1^{(+)} I_{n_1-1, n_2}(\phi_{j'}) + \varepsilon_1^{(-)} I_{n_1+1, n_2}(\phi_{j'}) \right) \\ + \eta_2 \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \phi_{j'} \right) \left(\hat{\varepsilon}_2^{(+)} I_{n_1, n_2-1}(\phi_{j'}) + \hat{\varepsilon}_2^{(-)} I_{n_1, n_2+1}(\phi_{j'}) \right), \quad (3.19)$$

$$\eta_j(\phi_{j'}) = \eta_{0j} g_j(\phi_{j'}), \quad \varepsilon_j^{(\pm)} = e_{jx} \pm i\delta_j e_{jy}. \quad (3.20)$$

Спеціальні функції $I_{n_1 n_2}(\phi_{j'})$ у (3.19) визначають ймовірність багатопотонних парціальних процесів у полі двох лазерних хвиль [67, 89]. Їхні аргументи в загальному релятивістському випадку для циркулярної поляризації зовнішніх хвиль (3.8) мають вигляд

$$\gamma_j \equiv \gamma_j(p, p', \phi_{j'}) = \gamma_{0j}(p, p') \cdot g_j(\phi_{j'}), \quad (3.21)$$

$$\gamma_{0j}(p, p') = \eta_{0j} \frac{m}{\omega_j} \sqrt{-Q_{pp'}^2}, \quad Q_{pp'} = \frac{p}{(\tilde{n}p)} - \frac{p'}{(\tilde{n}p')}, \quad (3.22)$$

$$\tan\chi_1 = \frac{(e_{1y} Q_{pp'})}{(e_{1x} Q_{pp'})}, \quad \tan\chi_2 = \mp \frac{(e_{2y} Q_{pp'})}{(e_{2x} Q_{pp'})} = \tan(\chi_1 - \Delta), \quad (3.23)$$

$$\alpha_{\pm}(p, p', \phi_{j'}) = \alpha_{0\pm}(p, p') \cdot g_1(\phi_{j'}) g_2(\phi_{j'} \tau_1 / \tau_2), \quad (3.24)$$

$$\alpha_{0\pm}(p, p') = \eta_{01} \eta_{02} \frac{m^2}{\omega_{\pm}} \left(\frac{1}{(\tilde{n}p)} - \frac{1}{(\tilde{n}p')} \right). \quad (3.25)$$

У виразі (3.23) кут $\chi_1 = \angle(\mathbf{Q}_{pp'\perp}, \mathbf{e}_{1x})$ – кут між проекцією вектора $\mathbf{Q}_{pp'}$ на площину (xy) та вектором поляризації \mathbf{e}_{1x} ; $\Delta = \angle(\mathbf{e}_{1x}, \mathbf{e}_{2x})$ кут між векторами поляризації лазерних хвиль.

Для того щоб отримати вирази для функцій M_{n_1, n_2}^0 (3.16) та M_{n_1, n_2}^{μ} (3.17), що відповідають діаграмам а) і б) на рисунку 3.1, у виразах (3.19)-(3.25) слід виконати наступні заміни:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad M_{n_1, n_2}^0 &: n_1 = l - s, n_2 = l' - s', p = p_f, p' = q_i \\ M_{n_1, n_2}^{\mu} &: n_1 = l', n_2 = s', p = q_i, p' = p_i, \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad M_{n_1, n_2}^0 &: n_1 = l - s, n_2 = l' - s', p = q_f, p' = p_i, \\ M_{n_1, n_2}^{\mu} &: n_1 = l', n_2 = s', p = p_f, p' = q_f. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Зауважимо, що аргументи $\gamma_{0j}(p, p')$ (3.22) і $\alpha_{0\pm}(p, p')$ (3.25) є суттєво квантовими в загальному випадку. Вони можуть мати різний порядок за величиною відносно один одного в залежності від кінематики розсіювання. Аргументи $\gamma_{0j}(p, p')$ (3.22) – це параметри багатофотонності Бункіна-Федорова, вони визначають ймовірність вимушених багатофотонних процесів у полі однієї хвилі незалежно одне від одного при кулонівській взаємодії між частинками. Параметри $\alpha_{0\pm}(p, p')$ (3.25) визначаються доданком, який стосується інтерференції першої й другої лазерних хвиль. Вони визначають ймовірність вимушених корельованих процесів поглинання та випромінювання фотонів обох хвиль [50–52]. Зауважимо, що ці параметри визначаються добутком амплітуд напруженостей першої (η_{01}) та другої (η_{02}) хвиль, а також комбінаційними частотами $\omega_{\pm} = \omega_1 \pm \omega_2$.

3.1.1. Нерезонансна амплітуда процесу в інтерференційній області.

У випадку помірно сильних полів (2.109) парціальна амплітуда значно спрощується

$$S_{ls}^{\eta_{0j} \ll 1} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega' E_i E_f}} \bar{u}_f \left[B_{ls}^{(a)}(\tilde{\gamma}^0, q_i, \hat{\varepsilon}^*) + B_{ls}^{(b)}(\hat{\varepsilon}^*, q_f, \tilde{\gamma}^0) \right] u_i. \quad (3.28)$$

Функції (3.16) та (3.17) перетворюються наступним чином

$$M_{n_1, n_2}^0(p, p', \zeta) = \tilde{\gamma}^0 \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_1 \exp\{i\zeta\omega_1\tau_1\phi_1\} \times \\ \times I_{n_1 n_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p, p', \phi_1), \alpha_{\pm}(p, p', \phi_1)), \quad (3.29)$$

$$M_{n_1, n_2}^{\mu}(p, p', \zeta) = \tilde{\gamma}^{\mu} \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_2 \exp\{i(q_0 - \zeta\omega_1)\tau_1\phi_2\} \times \\ \times I_{n_1 n_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p, p', \phi_2), \alpha_{\pm}(p, p', \phi_2)). \quad (3.30)$$

Для того щоб отримати відповідні вирази для амплітуд а) та б) (Рис. 3.1), слід виконати заміни (3.26) – (3.27) у співвідношеннях (3.29)–(3.30).

Для нерезонансного випадку

$$q_{i,f}^2 - m^2 \gg \frac{(kq_{i,f})}{\omega_1 \tau_1}, \quad (3.31)$$

у знаменнику амплітуди $B_{ls}^{(a)}$ (3.11) та $B_{ls}^{(b)}$ (3.12) можна знехтувати залежністю від змінної інтегрування, що спричинена врахуванням імпульсного характеру поля. Таким чином, у нерезонансному випадку в функціях (3.29)-(3.30)) можна покласти $\zeta = 0$ скрізь, за винятком показників експонент. Інтегрування по змінній ζ проводиться тривіально, у результаті одержимо

$$B_{ls}^{(a)}(\tilde{\gamma}^0, \hat{\varepsilon}^*) = \sum_{l',s'} \frac{4\pi \Delta_{l-l',s-s',l',s'}(q_i)}{\mathbf{q}_\perp^2 + (q_0 - q_z)^2} \tilde{\gamma}^0 \frac{\hat{q}_i + m}{q_i^2 - m^2} \hat{\varepsilon}^*, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{l-l',s-s',l',s'}(q_i) &= \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \exp\{iq_0\tau_1\phi\} \times \\ &\times I_{l-l',s-s'}(\chi_{0j}, \gamma_j, \alpha_\pm; p_f, q_i, \phi) I_{l's'}(\chi_{0j}, \gamma_j, \alpha_\pm, q_i, p_i, \phi). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Як уже зазначалося, у роботах [50–52] було показано, що у випадку плоских монохроматичних хвиль парціальний переріз СГВ в інтерференційній області може значно перевищувати відповідний переріз у будь-якій іншій геометрії. Доцільно очікувати такий ефект і у випадку імпульсних лазерних хвиль. У подальшому будемо розглядати досліджуваний процес в інтерференційній області, коли параметри $\gamma_{0j}(p, p')$ (3.22) малі:

$$\gamma_{0j}(p, p') \approx 0. \quad (3.34)$$

$$Q_{pp'}^2 = 0, \quad \chi_{0j} = 0. \quad (3.35)$$

Умови (3.35) виконуються у випадку, коли вектори $\mathbf{Q}_{pp'}$ спрямовані уздовж або проти напрямку поширення обох хвиль, тобто перпендикулярно площині поляризації (див рис. 3.2). Як було показано в [161, 162] для нерезонансного СГВ електрона при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох плоских монохрома-

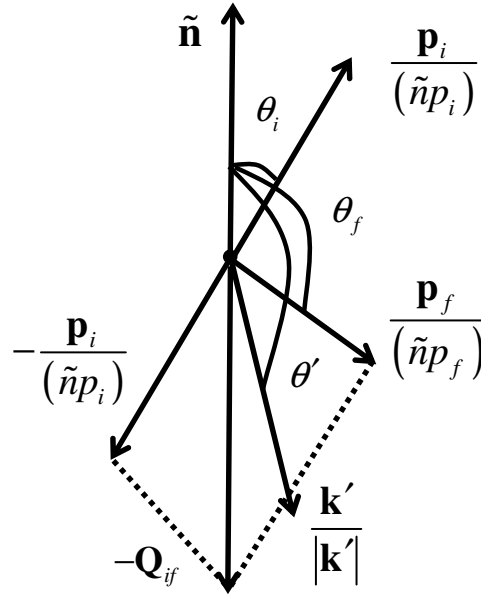


Рис. 3.2. Геометрія процесу СГВ електрона на ядрі в області інтерференції для релятивістських енергій електронів.

тичних хвиль, кінематика розсіювання електрона та вильоту спонтанно випроміненого фотона для першої та другої діаграм однакова. Причому розсіювання та випромінювання відбувається в одній площині, що утворена імпульсом початкового електрона та хвильовим вектором (напрямком поширення обох хвиль). Азимутальні кути спонтанно випроміненого фотона, електрона в початковому й кінцевому станах рівні, а полярні кути та енергії пов'язані співвідношеннями:

- для розсіювання електрона на ядрі:

$$\frac{|\mathbf{p}_f|}{(\tilde{n}p_f)} \sin \theta_f = \frac{|\mathbf{p}_i|}{(\tilde{n}p_i)} \sin \theta_i, \quad (3.36)$$

- для спонтанного випромінювання фотона:

$$\cot \frac{\theta'}{2} = \frac{|\mathbf{p}_i|}{(\tilde{n}p_i)} \sin \theta_i, \quad \theta' = \angle(\tilde{\mathbf{n}}, \mathbf{k}'). \quad (3.37)$$

У виразі (3.36) кут θ' – полярний кут спонтанно випроміненого фотона; кути $\theta_i = \angle(\tilde{\mathbf{n}}, \mathbf{p}_i)$ та $\theta_f = \angle(\tilde{\mathbf{n}}, \mathbf{p}_f)$ – полярні кути електрона в початковому та кінцевому станах, відповідно; $\theta = \angle(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f)$ – кут розсіювання електрона, який

введено для зручності. Інтерференційна кінематика розсіювання, що задається співвідношеннями (3.36) та (3.37), аналогічна для випадків монохроматичних та імпульсних зовнішніх хвиль.

З властивостей функцій Бесселя випливає, що $n_1 = \pm n_2$ за умови (3.34). Отже, в інтерференційній області (3.35) у випадку циркулярної поляризації зовнішніх хвиль функції $I_{n_1 n_2}(\phi)$, що визначають амплітуду СГВ (3.9), (3.28), (3.32)-(3.33), переходять у функції Бесселя:

$$I_{l-l', s-s'}(\chi_{0j}, \gamma_j, \alpha_{\pm}; p, p', \phi) \rightarrow e^{-i(l_{\pm}-s_{\pm})\Delta} J_{l_{\pm}-s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p, p', \phi)), \quad (3.38)$$

$$I_{l's'}(\chi_{0j}, \gamma_j, \alpha_{\pm}; p, p', \phi) \rightarrow e^{-is_{\pm}\Delta} J_{s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p, p', \phi)).$$

Тут

$$l_{\pm} = l = \pm s, \quad s_{\pm} = l' = \pm s', \quad (3.39)$$

це кількість фотонів обох хвиль, які випромінюються або поглинаються електроном в інтерференційній області. Як слідує з співвідношення (3.39), вимушене випромінювання-поглинання в процесі СГВ протікає корельованим чином.

Остаточно амплітуда СГВ електрона при нерезонансному розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних хвиль циркулярної поляризації та інтенсивності (2.109) в інтерференційній області набуває вигляду

$$S_{l_{\pm}} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega' E_f E_i}} \sum_{s_{\pm}=-\infty}^{\infty} \bar{u}_f \left(T_{l_{\pm}-s_{\pm}}^{(a)} + T_{l_{\pm}-s_{\pm}}^{(b)} \right) u_i, \quad (3.40)$$

$$T_{l_{\pm}-s_{\pm}}^{(a)} = \frac{4\pi e^{-il_{\pm}\Delta} \Delta_{l_{\pm}-s_{\pm}}(q_i)}{\mathbf{q}_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} \tilde{\gamma}^0 \frac{\hat{q}_i + m}{q_i^2 - m^2} \hat{\epsilon}^*, \quad (3.41)$$

$$\Delta_{l_{\pm}-s_{\pm}}(q_i) = \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot \exp\{iq_0 \tau_1 \phi\} J_{l_{\pm}-s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p_f, q_i, \phi)) J_{s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(q_i, p_i, \phi)), \quad (3.42)$$

$$\begin{cases} q = p_f - p_i + k' + l_{\pm} (k_1 \pm k_2), \\ q_i = p_i - k' - s_{\pm} (k_1 \pm k_2), \\ q_f = p_f + k' + (l_{\pm} - s_{\pm}) (k_1 \pm k_2). \end{cases} \quad (3.43)$$

Щоб отримати відповідні співвідношення для амплітуди на діаграмі b) (рис. 3.1), слід виконати заміни: $q_i \rightarrow q_f$, $\tilde{\gamma}^0 \leftrightarrow \hat{\varepsilon}^*$ у виразах (3.41) та (3.42). У силу того, що інтегральні функції $T_{l_{\pm}-s_{\pm}}^{(a)}$ плавно залежать від змінної ϕ , інтеграли у виразі (3.42) будуть не малі лише за умови, $q_0\tau_1 \lesssim 1$, яка по суті представляє наближений закон збереження енергії:

$$q_0 = E_f - E_i + \omega' + l_{\pm}\omega_{\pm} \lesssim \tau_1^{-1} \ll \omega_1. \quad (3.44)$$

Отриманий вираз для амплітуди СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль при граничному переході $\omega_j\tau_j \rightarrow \infty$ збігається з відповідним виразом для амплітуди процесу в полі двох плоских монохроматичних хвиль (для випадку циркулярної поляризації) [161, 162]. Дійсно, у цьому випадку функції $\Delta_{l_{\pm}-s_{\pm}}(q_i)$ в (3.42) набувають вигляду

$$\Delta_{l_{\pm}-s_{\pm}}(q_i) = 2\pi\delta(q_0) J_{l_{\pm}-s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p_f, q_i)) J_{s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(q_i, p_i)). \quad (3.45)$$

В області помірно сильних полів (2.109) у нерезонансному випадку амплітуду переходу для процесу СГВ електрона на ядрі (3.40) можна підсумувати по індексу s_{\pm} [169]. Після простих математичних перетворень одержимо

$$S_{fi} = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} S_{l_{\pm}}, \quad (3.46)$$

$$S_{l_{\pm}} = -i \frac{4Ze^3\sqrt{\pi^3}e^{-il_{\pm}\Delta}}{\sqrt{2\omega'E_fE_i}} \bar{u}_f \frac{\Delta_{l_{\pm}}(q_0) \cdot H}{\mathbf{q}_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} u_i, \quad (3.47)$$

$$H = \tilde{\gamma}^0 \frac{\hat{q}_i + m}{q_i^2 - m^2} \hat{\varepsilon}^* + \hat{\varepsilon}^* \frac{\hat{q}_f + m}{q_f^2 - m^2} \tilde{\gamma}^0, \quad (3.48)$$

$$\Delta_{l_{\pm}}(q_0) = \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi J_{l_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p_f, p_i, \phi)) \exp\{iq_0\tau_1\phi\}. \quad (3.49)$$

Тут аргументи функцій Бесселя $J_{l_{\pm}}$ визначаються співвідношеннями (3.24) – (3.25) для значень $p = p_f$, $p' = p_i$. Таким чином, вирази (3.46)-(3.49) визначають шукану нерезонансну амплітуду СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох помірно сильних (2.109) імпульсних хвиль циркулярної поляризації (3.8) для інтерференційної області.

3.1.2. Нерезонансний переріз процесу в полі двох хвиль.

Визначимо диференційну ймовірність за весь час спостереження нерезонансного процесу СГВ електрона на ядрі в імпульсному світловому полі з амплітуди (3.46)-(3.49) [9]

$$dW = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} \sum_{l'_{\pm}=-\infty}^{\infty} S_{l_{\pm}} S_{l'_{\pm}}^* \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (3.50)$$

У силу умови квазімонохроматичності хвилі (2.87) внесок доданків з $l'_{\pm} \neq l_{\pm}$ в сумі (3.50) малий. Таким чином, диференціальну ймовірність в одиницю часу для досліджуваного процесу можна представити у вигляді суми по парціальних ймовірностях

$$dw = \frac{dW}{T} = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} dw_{l_{\pm}}, \quad (3.51)$$

тут T – великий проміжок часу спостереження.

Диференціальний переріз розсіювання процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль одержимо з ймовірності в одиницю часу (3.51) шляхом поділу на густину потоку частинок, що розсіюються v_i . У результаті цього одержимо

$$d\sigma = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} d\sigma_{l_{\pm}}, \quad (3.52)$$

де $d\sigma_{l_{\pm}}$ – парціальний диференціальний переріз процесу для випромінювання спонтанного фотона в інтервал частот $d\omega'$ і тілесний кут $d\Omega'$, розсіювання кінцевого електрона в тілесний кут $d\Omega_f$ з випромінюванням ($l_{\pm} > 0$) або поглинанням ($l_{\pm} < 0$) $|l_{\pm}|$ рівної кількості фотонів першої та другої хвилі:

$$\frac{d\sigma_{l_{\pm}}}{d\omega'd\Omega'd\Omega_f} = \frac{Z^2 e^6 \omega'}{T (2\pi)^3} \int dE_f \frac{|\mathbf{p}_f| |\bar{u}_f H u_i|^2 |\Delta_{l_{\pm}}(E_f)|^2}{|\mathbf{p}_i| \left(\mathbf{q}_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2 \right)^2}. \quad (3.53)$$

У виразі для парціального перерізу процесу (3.53) враховуються співвідношення $d^3 p_f = |\mathbf{p}_f| E_f dE_f d\Omega_f$ та $d^3 k' = \omega'^2 d\omega' d\Omega'$.

Виберемо огинаючі функції 4-потенціалів імпульсних хвиль у вигляді функцій Гауса:

$$g_1(\phi) = \exp\{-\phi^2\}, \quad g_2\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\phi\right) = \exp\left\{-\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2}\phi^2\right\}. \quad (3.54)$$

Для інтерференційної області (3.36) кут вильоту електрона в кінцевому стані має вигляд

$$\tan \frac{\theta_{f(\text{int})}}{2} = \frac{(\tilde{n} p_i)}{|\mathbf{p}_i| \sin \theta_i (1+1/v_f)} \left[1 \pm \sqrt{\frac{(\omega'_{\text{max}} - \omega') (2E_i - \omega'_{\text{max}} - \omega')}{(E_i - \omega')^2 - m^2}} \right], \quad (3.55)$$

при цьому максимально можлива частота спонтанного фотона:

$$\omega'_{\text{max}} = E_i - m \sqrt{1 + \frac{p_i^2}{(\tilde{n} p_i)^2} \sin^2 \theta_i}. \quad (3.56)$$

Виключимо з розгляду розсіювання електрона на малі кути

$$\theta \gg \frac{\omega_1}{|\mathbf{p}_i|} (\omega_1 \tau_1)^{-1} \ll 1. \quad (3.57)$$

Залишимо поза увагою поляризаційні ефекти в лазер-модифікованому процесі гальмівного випромінювання електрона на ядрі. Після відповідного усереднення та підсумовування по поляризаціям початкового та кінцевого електронів

і спонтанного фотона вираз для парціального перерізу (3.53) набуде наступної форми

$$d\sigma_{l_{\pm}} = d\sigma_{l_{\pm}}^* \cdot W_{l_{\pm}}. \quad (3.58)$$

Величина $d\sigma_{l_{\pm}}^*$ переходить у переріз гальмівного випромінювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього лазерного поля $d\sigma_{\text{ВН}}$ (переріз Бете-Гайтлера [9, 72]) у випадку, коли енергетичними поправками по полю можна знехтувати. Величина $W_{l_{\pm}}$ – ймовірність вимушеного випромінювання і поглинання електронем рівного числа фотонів зовнішніх імпульсних хвиль, яка в загальному випадку має вигляд

$$W_{l_{\pm}} = \sum_s \int_0^{\rho} \frac{d\phi}{\rho} J_s^2(\alpha_{\pm}(\phi)) J_{l_{\pm}-s}^2(\gamma_1(\phi)) J_{l_{\pm}-s}^2(\gamma_2(\phi)), \quad \rho = \frac{T}{\tau_1}. \quad (3.59)$$

Вираз (3.59) містить функції Бесселя з аргументами $\gamma_{1,2}$ (3.21) і α_{\pm} (3.24), які виступають у ролі параметрів багатофотонних процесів для СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль.

При розсіюванні електрона на інтерференційний кут ($\theta_f = \theta_{\text{f(int)}}$, $\gamma_{1,2} = 0$) парціальна ймовірність випромінювання та поглинання рівного числа фотонів зовнішніх хвиль визначається наступним чином

$$W_{l_{\pm}}|_{\theta_f = \theta_{\text{f(int)}}} = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} d\phi J_{l_{\pm}}^2(\alpha_{0\pm} \exp\{-\phi^2(\tau_1^2/\tau_2^2 + 1)\}), \quad (3.60)$$

а при розсіюванні поблизу інтерференційного кута ($\theta_f \approx \theta_{\text{f(int)}}$, $\gamma_{1,2} \ll 1$):

$$W_{l_{\pm}}|_{\theta_f \approx \theta_{\text{f(int)}}} = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} d\phi J_{l_{\pm}}^2(\alpha_{\pm}(\phi)) J_0^2(\gamma_1(\phi)) J_0^2(\gamma_2(\phi)). \quad (3.61)$$

Відмітимо, що у виразі для ймовірності (3.60)–(3.61) аргумент функції Бесселя одного порядку за величиною з квантовим інтерференційним параметром $\alpha_{0\pm}$:

$$\alpha_{0\pm}(p_f, p_i) = \eta_{01}\eta_{02} \frac{m^2}{\omega_{\pm}} \left(\frac{1}{(\tilde{n}p_f)} - \frac{1}{(\tilde{n}p_i)} \right). \quad (3.62)$$

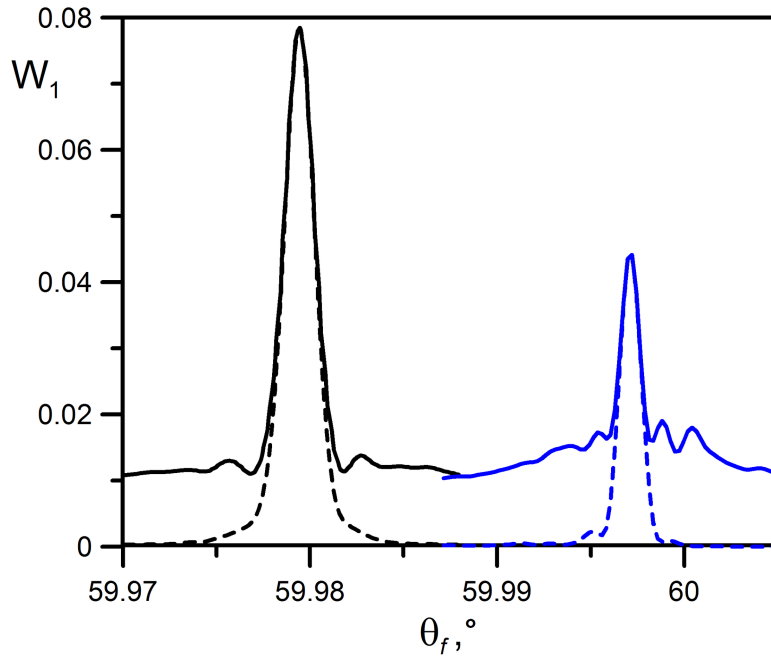


Рис. 3.3. Парціальна ймовірність випромінювання одного фотона кожної з хвиль $l_+ = 1$ (3.59) в процесі СГВ електрона з енергією $E_i = 1.02$ MeV на ядрі в полі двох імпульсних хвиль як функція кута вильоту електрона θ_f . Пунктирні лінії відповідають парціальному процесу в інтерференційній області (3.61). Криві ліворуч відповідають енергії спонтанного фотона $\omega' = 0.5$ кеВ; криві праворуч – $\omega' = 0.1$ кеВ. Кут вльоту електрона $\theta_i = \pi/3$, параметри зовнішнього поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.2$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ, $\tau_1 = \tau_2$, $\rho = 2$.

Отже, для процесу нерезонансного СГВ при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних помірно сильних хвиль в інтерференційній області ймовірність поглинання-випромінювання рівного числа фотонів обох хвиль визначається квантовим інтерференційним параметром (3.62).

Розглянемо випадок релятивістських енергій електрона ($E_{i,f} \gtrsim m$). Становить інтерес порівняти величину і вигляд парціальної ймовірності в процесі СГВ при розсіюванні електрона в інтерференційній області і при іншій геометрії розсіювання у випадку двох імпульсних хвиль. На рис. 3.3 представлена парціальна ймовірність (3.59) вимушеного випромінювання одного фотона для кожної імпульсної хвилі циркулярної поляризації ($\delta_1 = -\delta_2$) у процесі нерезонансного СГВ електрона на ядрі як функція кута вильоту електрона θ_f . Розглянуто два випадки, що відрізняються значеннями енергії спонтанно ви-

проміненого фотона та заданими параметрами зовнішнього імпульсного поля та початкової геометрії процесу.

Як видно з рис. 3.3, досліджувана ймовірність має пік поблизу розсіювання на інтерференційний кут, форма якого описується виразом для ймовірності (3.61) (пунктирні криві). При цьому парціальна ймовірність в інтерференційній області кутів на порядок величини перевищує відповідну ймовірність для інших кутів вильоту електрона. Легко бачити з рис. 3.3 і виразу $\theta_{f(\text{int})}$, що при збільшенні енергії спонтанно випроміненого фотона інтерференційний кут зменшується, а величина піку в ймовірності (3.60) зростає.

На рисунку 3.4 представлена парціальна ймовірність поглинання трьох (рис. 3.4a)) і п'яти (рис. 3.4b)) фотонів кожної із зовнішніх хвиль циркулярної поляризації ($\delta_1 = -\delta_2$) як функція кута вильоту електрона θ_f .

З рисунків 3.3, 3.4a) та 3.4b) легко бачити, що ймовірність процесу в інтерференційній області на порядок величини перевищує ймовірність в іншій кінематиці розсіювання. З ростом числа фотонів, як і слід було очікувати для імпульсного поля, парціальна ймовірність процесів випромінювання та поглинання зменшується. Це пояснюється перерозподілом ймовірностей вимушеного випромінювання-поглинання фотонів зовнішнього поля у бік менших значень для моделі імпульсної хвилі в порівнянні з моделлю монохроматичного поля [169]. Відмітимо, що для релятивістських енергій електрона інтерференційна область досить вузька: $\Delta\theta_{f(\text{int})} \sim 0.01^\circ$. Описаний параметричний інтерференційний ефект може бути виявлений за допомогою детектора з високою роздільною здатністю по куту та енергії електрона.

Диференціальний переріз (3.52), (3.58), (3.60) для випадку релятивістських енергій електрона можна просумувати по всіх можливих процесах вимушеного випромінювання та поглинання фотонів лазерних хвиль. Після простих перетворень одержимо

$$d\sigma = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} d\sigma_{l_{\pm}} = d\sigma_{\text{ВН}} \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} W_{l_{\pm}} = d\sigma_{\text{ВН}}. \quad (3.63)$$

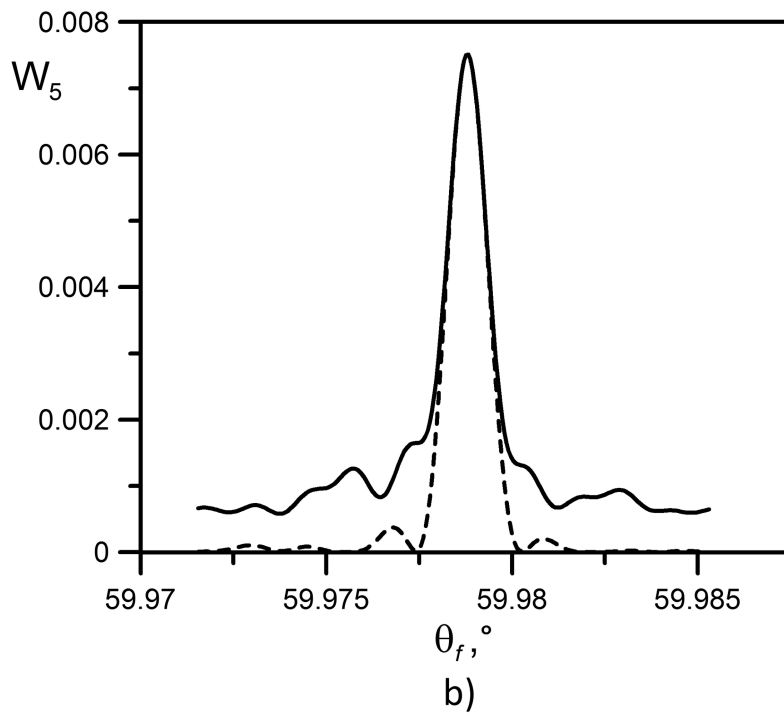
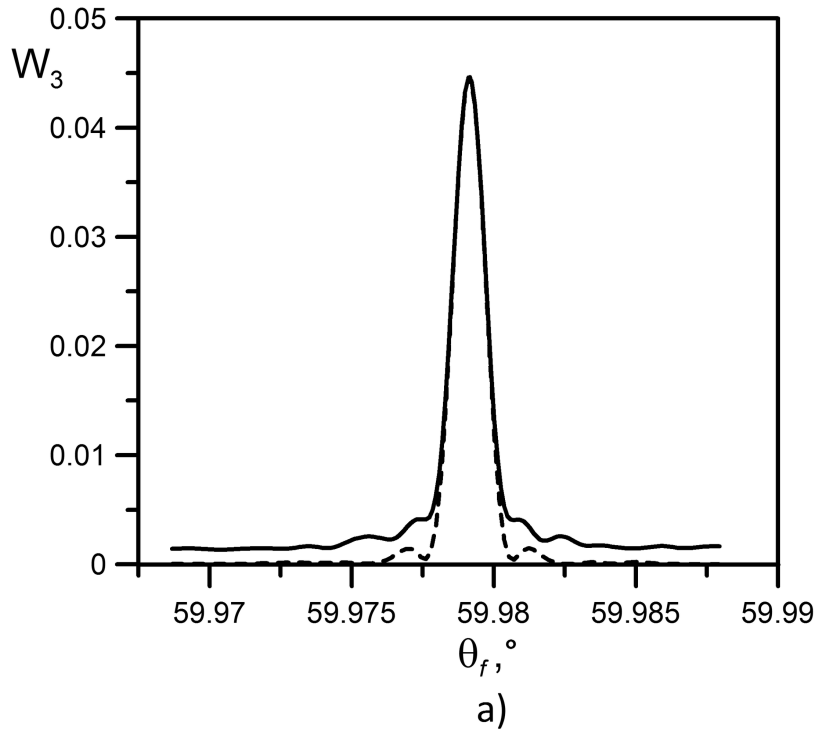


Рис. 3.4. Парціальна ймовірність випромінювання рівного числа фотонів кожної з хвиль (3.59) в процесі СГВ електрона з енергією $E_i = 1.02$ MeV на ядрі в полі двох імпульсних хвиль як функція кута вильоту електрона θ_f .

Пунктирні лінії відповідають парціальному процесу в інтерференційній області (3.61). Кут вльоту електрона $\theta_i = \pi/3$, параметри зовнішнього лазерного поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.2$, $\omega_1 = 2.35$ eV, $\omega_2 = 1$ eV, $\tau_1 = \tau_2$, $\rho = 2$.

Рис. а) відповідає випромінюванню $l_+ = 3$ фотонів; рис. б) відповідає випромінюванню $l_+ = 5$ фотонів.

Таким чином, для релятивістських енергій електрона в області помірно сильних полів після підсумовування по парціальних процесах всі суттєво квантові внески компенсуються та диференціальний переріз (3.52) збігається зі звичайним диференціальним перерізом гальмівного випромінювання електрона на ядрі (переріз Бете-Гайтлера).

При граничному переході до випадку двох плоских монохроматичних хвиль співвідношення (3.60) набуває вигляду

$$W_{l_{\pm}} = J_{l_{\pm}}^2 (\alpha_{\pm} (p_f, p_i)), \quad (3.64)$$

і співвідношення (3.52), (3.58), (3.64) представляють диференціальний переріз процесу СГВ при розсіюванні релятивістського електрона на ядрі в полі двох плоских монохроматичних хвиль в інтерференційній області. З виразів (3.60) та (3.64) видно, що в полі двох імпульсних хвиль імовірність вимушеного випромінювання та поглинання певного числа фотонів хвиль визначається середнім значенням відповідних ймовірностей у полі монохроматичних хвиль.

3.1.3. Переріз процесу у випадку нерелятивістських енергій.

Розглянемо випадок нерелятивістських енергій електрона. Відзначимо, що в нерелятивістському випадку класичний параметр (1.13) має смисл швидкості осциляцій електрона в полі хвилі [2, 89]. Будемо вивчати процес нерезонансного СГВ при розсіюванні нерелятивістського електрона на ядрі в інтерференційній області (3.36)-(3.37) в помірно сильному полі двох імпульсних хвиль (2.109), коли швидкість осциляцій електрона в піку імпульсу кожної із хвиль більша або одного порядку зі швидкістю їх поступального руху

$$\eta_{0j} \gtrsim v_{i,f} \ll 1. \quad (3.65)$$

Закон збереження енергії (3.44) в цьому випадку набуває вигляду

$$\frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} + \omega' + l_{\pm}\omega_{\pm} \lesssim \frac{1}{\omega_1\tau_1} \cdot \omega_1 \ll \omega_1. \quad (3.66)$$

Відзначимо, що в дипольному наближенні значення інтерференційного параметра $\alpha_{0\pm}$ (3.62) прямує до нуля. Отже, квантовий інтерференційний параметр відмінний від нуля тільки з урахуванням релятивістських поправок по v_i , тобто поза рамками дипольного наближення. Так, маємо

$$\alpha_{0\pm}^{(v_i \ll 1)}(p_f, p_i) = \eta_{01}\eta_{02} \frac{mv_i}{2\omega_{\pm}} (\cos \theta_i - \rho_{l_{\pm}} \cos \theta_f). \quad (3.67)$$

Тут через параметр $\rho_{l_{\pm}}$ позначено величину

$$\rho_{l_{\pm}} = \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} = \sqrt{1 - \frac{2(\omega' + l_{\pm}\omega_{\pm})}{mv_i^2}}. \quad (3.68)$$

З урахуванням виразу (3.67) оцінимо внесок поправок по зовнішньому лазерному полю в законі збереження (3.66):

$$\frac{|l_{\pm}| \omega_{\pm}}{mv_i^2} \lesssim \left| \alpha_{0\pm}^{(v_i \ll 1)} \right| \frac{\omega_{\pm}}{mv_i^2} \sim \frac{\eta_{01}\eta_{02}}{v_i} \lesssim 1. \quad (3.69)$$

Таким чином, на відміну від розглянутого раніше випадку релятивістських енергій електрона, для інтенсивності поля $\eta_{01}\eta_{02} \sim v_i$ енергетичними поправками по лазерному полю в законі збереження енергії (3.66) знехтувати не можна.

Отримаємо кінематичні співвідношення для інтерференційної області у випадку нерелятивістських енергій електрона в полі двох імпульсних хвиль. З урахуванням закону збереження енергії (3.66) та інтерференційної умови (3.36) для кутів вильоту електрона маємо

$$\sin \theta_{f(\text{int})} = \frac{\sin \theta_i}{\rho_{l_{\pm}}}. \quad (3.70)$$

Оскільки функція “sin” обмежена, то враховуючи (3.68) та (3.70), маємо обмеження на енергію спонтанно випроміненого фотона у вигляді

$$\omega'_{\text{max}} = \frac{1}{2}mv_i^2 \cos^2 \theta_i - |l_{\pm}| \omega_{\pm}. \quad (3.71)$$

Важливо підкреслити, що в розглянутому випадку кут вильоту електрона залежить від числа фотонів першої та другої хвилі, що поглинаються або випромінюються електроном в процесі розсіювання на ядрі (3.70).

Легко показати, що для нерелятивістських енергій електрона загальний вираз для кута вильоту спонтанно випроміненого фотона (3.37) спрощується до наступного вигляду:

$$\theta' = \pi - 2v_i \sin \theta_i, \quad (3.72)$$

тобто, в інтерференційній області фотон вилітає у вузькому конусі в протилежному напрямку відносно поширення хвилі.

Диференціальний переріз процесу СГВ нерелятивістського електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль в інтерференційній області має вигляд

$$d\sigma^{(v_i \ll 1)} = \sum_{l_{\pm} = -\infty}^{\infty} d\sigma_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)}. \quad (3.73)$$

Тут $d\sigma_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)}$ – парціальний диференціальний переріз СГВ з вимушеним випромінюванням ($l_{\pm} > 0$) або поглинанням ($l_{\pm} < 0$) $|l_{\pm}|$ фотонів має вигляд

$$d\sigma_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)} = d\sigma_{l_{\pm}}^{*(v_i \ll 1)} \cdot W_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)}. \quad (3.74)$$

В нерелятивістському випадку переріз $d\sigma_{l_{\pm}}^{*(v_i \ll 1)}$ суттєво залежить від рівного числа фотонів обох хвиль і при $l_{\pm} = 0$ переходить у переріз процесу за відсутності зовнішнього поля:

$$d\sigma_{l_{\pm}}^{*(v_i \ll 1)} = \frac{4Z^2 \alpha^3 \rho_{l_{\pm}}^3}{\pi^2 m^2 \mathbf{q}_{l_{\pm}}^4} \omega' \sin^2 \theta_f d\omega' d\Omega_f d\Omega', \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{l_{\pm}}^2 &= \mathbf{p}_i^2 \left(1 + \rho_{l_{\pm}}^2 - 2\rho_{l_{\pm}} \cos \theta + (\omega' - l_{\pm} \omega_{\pm})^2 / \mathbf{p}_i^2 \right) \\ &+ 2 \left(\cos \theta_i - \rho_{l_{\pm}} \cos \theta_f \right) (\omega' - l_{\pm} \omega_{\pm}) / |\mathbf{p}_i|. \end{aligned} \quad (3.76)$$

Функція $W_{l_{\pm}}$ у виразі (3.74)– ймовірність вимушеного випромінювання або поглинання рівного числа фотонів зовнішніх імпульсних хвиль аргументи якої залежать від числа фотонів

$$W_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)} = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} d\phi J_{l_{\pm}}^2 \left(\alpha_{0\pm}^{(v_i \ll 1)} \exp \left\{ -\phi^2 \left(\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2} + 1 \right) \right\} \right). \quad (3.77)$$

Вирази (3.73)–(3.77) визначають диференціальний нерезонансний переріз процесу СГВ нерелятивістського електрона на ядрі в помірно сильному полі двох імпульсних хвиль в інтерференційній області. Таким чином, на відміну від випадку релятивістських енергій та помірно сильних полів диференціальний парціальний переріз СГВ не факторизується на переріз гальмівного випромінювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля та ймовірність випромінювання (поглинання) певної кількості фотонів зовнішнього поля. Така факторизація має місце лише для більш слабких полів $\eta_{01}\eta_{02} \ll v_i$, коли енергетичний внесок по вимушеним процесам можна вважати несуттєвим.

На рисунку 3.5 представлена парціальна ймовірність випромінювання рівного числа фотонів для кожної імпульсної хвилі із циркулярною поляризацією ($\delta_1 = -\delta_2$) у процесі нерезонансного СГВ нерелятивістського ($v_i = 0.05$) електрона на ядрі як функція кута вильоту електрона θ_f (див. (3.59) і (3.61) у нерелятивістському випадку, поза рамками дипольного наближення). Аналогічно до випадку на рис. 3.3 розглянуто два випадки з різними значеннями енергії спонтанного фотона та заданими параметрами зовнішнього імпульсного поля і початковою геометрією.

Як видно з рис. 3.5 та співвідношення (3.70), положення інтерференційної області та величина ймовірності залежать від енергії спонтанно випроміненого фотона. Так, при збільшенні його частоти інтерференційний кут $\theta_{f(\text{int})}$ зменшується, а ймовірність зростає. У порівнянні з релятивістським випадком тут кутова ширина більша: $\Delta\theta_{f(\text{int})} \sim 1^\circ$. При цьому ймовірність парціального процесу в інтерференційній області для нерелятивістських енергій електрона на порядок величини перевищує ймовірність в іншій геометрії розсіювання.

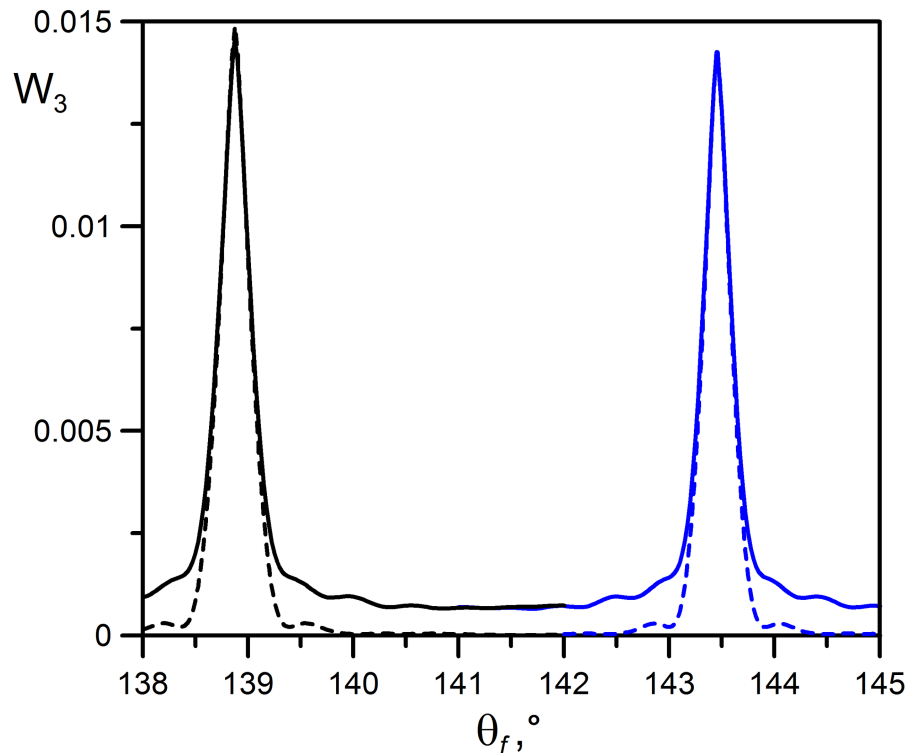


Рис. 3.5. Парціальна ймовірність випромінювання трьох фотонів $l_+ = 3$ для кожної імпульсної хвилі в процесі нерезонансного СГВ нерелятивістського електрона ($v_i = 0.05$) на ядрі як функція кута вильоту електрона θ_f . Кут вильоту електрона: $\theta_i = \pi/6$. Пунктирні лінії відповідають процесу в інтерференційній області (3.70). Криві ліворуч відповідають енергії спонтанного фотона $\omega' = 0.2$ кеВ, криві праворуч - $\omega' = 0.1$ кеВ. Параметри зовнішнього поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.2$, $\tau_1 = \tau_2$, $\rho = 2$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ.

На рис. 3.6 представлено відношення диференціального перерізу СГВ нерелятивістського електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль, підсумованого по всіх парціальних процесах поглинання і випромінювання, до перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зовнішнього поля як функція інтерференційного кута вильоту електрона $\theta_{f(\text{int})}$ (3.70):

$$R = \frac{\sum_{l_{\pm}} d\sigma_{\pm}^{(v_i \ll 1)}}{d\sigma_{\text{ВН}}^{(v_i \ll 1)}} = \sum_{l_{\pm}} \rho_{l_{\pm}}^3 \frac{\mathbf{q}_{l_{\pm}=0}^4}{\mathbf{q}_{l_{\pm}}^4} \cdot W_{l_{\pm}}^{(v_i \ll 1)}. \quad (3.78)$$

Як видно з рисунку 3.6, на відміну від випадку релятивістських енергій електрона, переріз процесу, підсумований по парціальних процесах, може суттєво відрізнитися від перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зов-

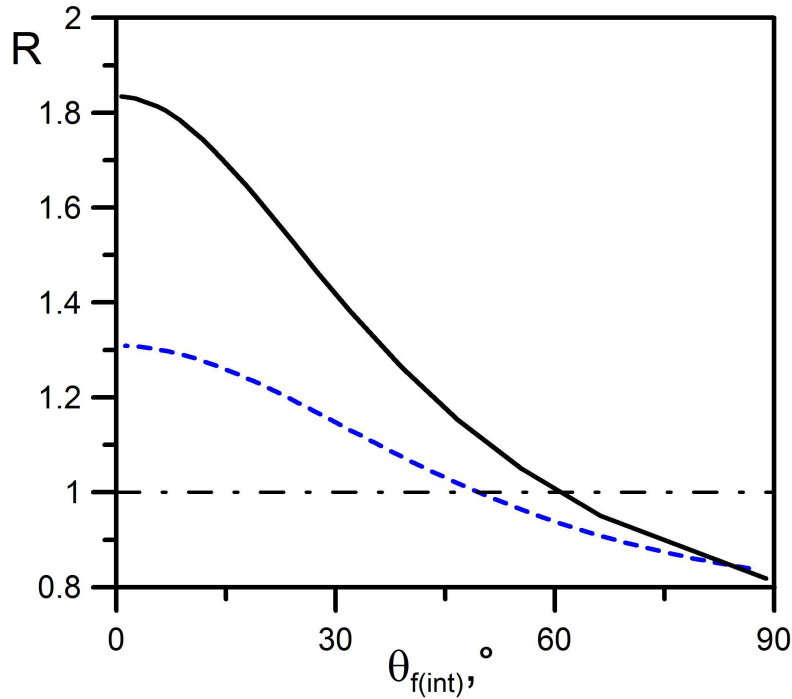


Рис. 3.6. Відношення диференціального перерізу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль, підсумованого по всіх парціальних процесах, до перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зовнішнього поля (3.78) як функція інтерференційного кута вильоту $\theta_{f(\text{int})}$ (3.70). Обчислення проводилися при наступних параметрах зовнішніх хвиль: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.2$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ, $\tau_1 = \tau_2$, $\rho = 2$; початковій швидкості електрона $v_i = 0.05$ та різних значеннях енергії спонтанно випроміненого фотона: суцільна крива відповідає енергії фотона $\omega' = 0.5$ кеВ; пунктирна крива – $\omega' = 0.3$ кеВ.

нішнього поля. Також видно, що в інтерференційній області маємо діапазон кутів вильоту електрона, для якого відношення перерізів (3.78) більше одиниці. Так, для енергій спонтанно випроміненого фотона $\omega' = 0.3$ кеВ, для невеликих кутів вильоту (кути вльоту близькі π) підсумований по всіх процесах випромінювання та поглинання фотонів зовнішніх хвиль переріз на 30% перевищує переріз процесу без зовнішнього поля. З ростом енергії спонтанно випроміненого фотона дане відношення зростає. Так, для $\omega' = 0.5$ кеВ підсумований переріз перевищує звичайний майже в 2 рази. Однак зі збільшенням інтерференційного кута вильоту $\theta_{f(\text{int})}$ відношення перерізів (3.78) падає, а, починаючи з деякого кута, переріз у зовнішньому імпульсному полі стає меншим за переріз за відсутності зовнішнього поля.

Слід підкреслити, що параметричний інтерференційний ефект проявляється у визначеній кінематичній області. Отже, експериментальна перевірка результатів на рис. 3.3-3.5 можлива тільки при вимірюванні диференціальних характеристик поперечного перерізу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Для цієї мети процес гальмівного випромінювання повинен розглядатися в площині, яка визначається початковим імпульсом електрона і хвильовим вектором лазерного поля. Спонтанний фотон повинен спостерігатися при полярному куті (3.37) в діапазоні енергій $(0, \omega'_{\max})$. Закон збереження енергії (3.44) дозволяє визначити число фотонів l_{\pm} , якщо енергія фотона гальмівного випромінювання і енергія електрона в кінцевому стані вимірюються одночасно при обраному куті спостереження. З іншого боку, при відборі процесів із заданими енергіями спонтанного фотона та кінцевого електрона можна отримати кутовий розподіл перерізу СГВ для конкретного парціального процесу. Для лазерних систем з напруженістю поля $\sim 10^{17}$ В·см⁻² значний ефект передбачається для нерелятивістської енергії електронів і енергій спонтанного фотона ~ 0.1 кеВ. Слід зазначити, що експериментальне дослідження тонкої структури енергетичного спектра електрона і кутового розподілу можливе за допомогою вимірювального обладнання з високою роздільною здатністю (< 5 eV).

Наведені вище міркування справедливі і по відношенню до перевірки результатів на рис. 3.6, за винятком необхідності вимірювання енергії електрона в кінцевому стані. Відзначимо також, що фоном від процесу нелінійного комптонівського розсіювання можна знехтувати. Ймовірність такого лазеріндукованого процесу суттєво залежить від напруженості поля ($\sim \eta_{0j}^2$) і порівняно мала для вибраних параметрів задачі. Отримані результати можуть бути перевірені експериментально, наприклад, за допомогою наукових установок на джерелах імпульсного лазерного випромінювання (SLAC, FAIR, XFEL, ELI, XCELS).

3.2. Резонансний процес гальмівного випромінювання в полі двох лазерних хвиль

3.2.1. Кінематичні особливості процесу гальмівного випромінювання в полі двох хвиль.

Розглянемо резонансну кінематику в межах інтерференційної області. Як було показано в роботах [161, 162] кінематику процесу СГВ в полі двох лазерних хвиль ідентична для першої та другої діаграм. Більше того, розсіювання електрона на ядрі та випромінювання спонтанного фотону відбувається в площині, що утворена початковим імпульсом електрона та хвильовим вектором лазерного поля. Тому азимутальні кути електрона в початковому і кінцевому стані та азимутальний кут вильоту фотона рівні:

$$\varphi' = \varphi_f = \varphi_i. \quad (3.79)$$

У той же час полярні кути й імпульси частинок пов'язані співвідношеннями (3.36)–(3.37), які перепишемо наступним чином

$$\cot \frac{\theta'}{2} = a_i, \quad a_f = a_i, \quad a_{i,f} \equiv \frac{|\mathbf{p}_{i,f}|}{(\tilde{n}p_{i,f})} \sin \theta_{i,f}, \quad (3.80)$$

Важливо відзначити, що інтерференційні умови (3.80) для процесів спонтанного випромінювання фотона та розсіювання електрона на ядрі можуть виконуватися незалежно один від одного. Наприклад, процес випромінювання проходить в інтерференційній області (під кутом (3.80)), а полярний кут електрона після розсіювання на ядрі може бути довільним.

Співвідношення (3.38), що показують виродження спеціальних функцій в інтерференційній області для циркулярної поляризації лазерних хвиль, в загальному випадку зручно представити в наступній формі

$$I_{n_1 n_2}(\phi) = e^{-in_1 \Delta} J_{n_1}(\alpha_{\pm}(\phi)) \delta_{n_1, \pm n_2}, \quad (3.81)$$

де $\delta_{n_1, \pm n_2}$ символ Кронекера. Позначимо через

$$\omega_{ab} \equiv s_1 \omega_1 + s_2 \omega_2 \quad (3.82)$$

енергію, яка поглинається електроном із зовнішнього лазерного поля при спонтанному випромінюванні фотона. З явного вигляду (3.19) легко бачити, що в інтерференційній області (3.79)-(3.80) кількість фотонів першої і другої хвилі (s_1, s_2) рівна або відрізняється на одиницю. Отже, величина (3.82) може бути визначена таким чином

$$\omega_{ab} = \begin{cases} s_1 (\omega_1 + \omega_2), & s_1 = s_2, \\ s_1 (\omega_1 + \omega_2) + \omega_2, & s_1 = s_2 - 1, \\ s_1 (\omega_1 + \omega_2) - \omega_2, & s_1 = s_2 + 1. \end{cases} \quad (3.83)$$

Вираз (3.83) показує, що в такий спосіб процеси випромінювання-поглинання фотонів першої та другої хвилі корелюють між собою. Детальніше інтерференційна кінематика процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох хвиль розглянута в попередньому підрозділі.

Разом з інтерференційною кінематикою в процесі СГВ електрона на ядрі в зовнішньому полі можна виділити резонансну кінематику. Вона пов'язана з можливістю виходу електрона в проміжному стані на масову поверхню і зумовлена виконанням закону збереження енергії-імпульсу для складових процесу другого порядку за постійною електромагнітної взаємодії. Амплітуда процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох хвиль має резонансний характер, коли виконуються умови

$$q_{i,f}^2 - m^2 \lesssim \frac{(k_1 q_{i,f})}{\omega_1 \tau_1}, \quad (3.84)$$

як це легко бачити з виразів (3.11), (3.12) та (3.18). Отже, в умовах резонансу 4-імпульс електрона в проміжному стані лежить поблизу масової поверхні. При дослідження резонансних властивостей перерізів лазер-модифікованих процесів КЕД в області помірно сильних полів в амплітуді переходу слід зберігати додан-

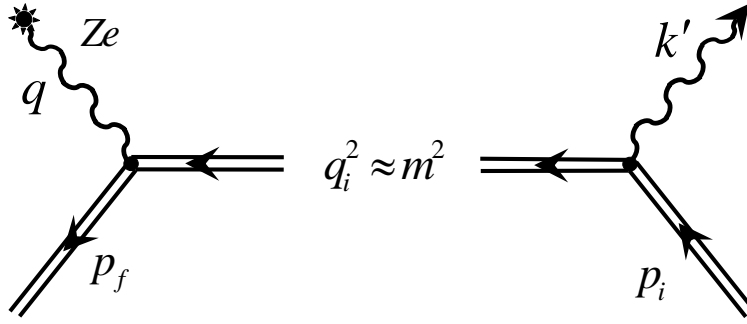


Рис. 3.7. Резонансна діаграма Фейнмана для процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних світлових хвиль.

ки, що пропорційні першому порядку по інваріантному параметру η_0 . Отже, у виразах для амплітуди (3.16)-(3.17) слід зберегти всі доданки.

Інтерференція резонансних амплітуд, що відповідають діаграмам а) та б) на рисунку. 3.1 (не пов'язана з інтерференцією лазерних хвиль), можлива при одночасному виконанні умови (3.84) для електрона в станах з 4-імпульсами q_i і q_f . Як показано в роботах [159, 163, 171], це реалізується, коли електрон розсіюється на малі кути

$$\theta = \angle(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f) \sim (1 - (np_i)/E_i) \cdot \omega_{\pm}/|\mathbf{p}_i| \ll 1. \quad (3.85)$$

Виключимо з розгляду розсіювання на такі малі кути і надалі будемо вивчати резонансні властивості лише діаграми а) (див. рисунок 3.7).

Розглянемо процес СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль у випадку, коли інтерференційна кінематика співпадає з резонансною кінематикою. Зафіксуємо кут вильоту спонтанно випроміненого фотона відповідно до умови (3.80). Таким чином, процес випромінювання протікає в інтерференційній області і відбувається за рахунок корельованого випромінювання і поглинання фотонів з першої та другої хвилі. Для зручності представимо вирази, що визначають величини q_i та q (3.13) для амплітуди на діаграмі а) на рисунку 3.7,

як закони збереження для кожної з вершин

$$\begin{cases} p_i + s_1 k_1 + s_2 k_2 = q_i + k', \\ q = p_f - q_i + (l_1 + s_1) k_1 + (l_2 + s_2) k_2; \end{cases} \quad (3.86)$$

За резонансних умов (3.84) закони збереження справедливі тільки для значень $\omega_{ab} > 0$. Отримаємо, що функція $M_{s_1, s_2}^\mu(q_i, p_i, \zeta)$ (див. (3.17)) в умовах резонансу визначає амплітуду процесу випромінювання електроном з 4-імпульсом p_i фотона з 4-імпульсом k' за рахунок поглинання енергії ω_{ab} (3.82) із зовнішнього лазерного поля. Цей процес для випадку однієї зовнішньої електромагнітної хвилі розглядався в роботі [40]. Величина $M_{l_1+s_1, l_2+s_2}^0(p_f, q_i, \zeta)$ (3.16) з урахуванням величини переданого 4-імпульсу q (див. друга рівність (3.86)) визначає амплітуду розсіювання електрона з 4-імпульсом q_i на ядрі в полі двох імпульсних хвиль з поглинанням або випромінюванням $|l_1 + s_1|$ фотонів першої хвилі та $|l_2 + s_1|$ фотонів другої хвилі. Цей процес для випадку однієї електромагнітної хвилі в нерелятивістському випадку вивчався Бункіним і Федоровим [49], у загальному релятивістському випадку – Денисовим і Федоровим [104]. У полі двох імпульсних хвиль розсіяння електрона на ядрі описано в попередньому розділі, результати опубліковані в роботах [19–21, 30].

Таким чином, процес резонансного СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль ефективно зводиться до двох послідовних процесів першого порядку за постійною тонкою структури. Це випромінювання фотона електроном у полі двох імпульсних хвиль і розсіяння електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль (див. рисунок 3.7). Легко перевірити, що при паралельному русі спонтанно випроміненого фотона і фотонів зовнішніх імпульсних хвиль резонансний процес СГВ не спостерігається.

Взявши до уваги вираз (3.86), ми можемо знайти енергію (частоту) спонтанного фотона в умовах резонансу [159, 163, 171] для діапазону помірно сильних полів (2.109). З точністю до нульового порядку по малому параметру $(\omega_1 \tau_1)^{-1}$

резонансна частота визначається наступним чином:

$$\omega'_{res} \equiv \omega'_i \frac{1}{1 + d_i}, \quad \omega'_i = \omega_{ab} \frac{(np_i)}{(n'p_i)}, \quad (3.87)$$

$$n' = \frac{k'}{\omega'} = (1, \mathbf{n}'), \quad d_i = \omega_{ab} \frac{(nn')}{(n'p_i)}. \quad (3.88)$$

З виразів (3.87) та (3.88) легко бачити, що в досить широкому діапазоні енергій електронів та кутів розсіювання справедливо: $d_i \ll 1$ (за винятком ультрарелятивістських електронів з енергією порядку $\sim m^2/\omega_{1,2}$, що рухаються у вузькому конусі близько до напрямку поширення спонтанно випроміненого фотона). Тому резонанси в основному спостерігаються, коли частота спонтанного фотона дорівнює ω'_i (3.87).

В інтерференційній області (3.79) та (3.80), резонансна частота фотона може бути виражена через кути та енергію електрона в початковому стані в наступному вигляді

$$\omega'_{res} = \omega_{ab} \frac{1 + a_i^2}{1 - a_i^2 + a_i \cot \theta_i} \quad (3.89)$$

З виразів (3.87)-(3.89) легко бачити, що можна виділити чотири характерні області резонансних частот ω_i : випадок нерелятивістських енергій $\omega_i \approx \omega_{1,2}$; граничний випадок ультрарелятивістських енергій, коли електрон рухається у вузькому конусі з фотонами зовнішнього поля $\omega_i \ll \omega_{1,2}$; ультрарелятивістський випадок з електроном у вузькому конусі зі спонтанно випроміненим фотоном $\omega_i \gg \omega_{1,2}$; в інших випадках $\omega_{i,f} \sim \omega_{1,2}$.

Таким чином, для процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль можлива одночасна реалізація резонансних та інтерференційних умов. Зокрема, ефекти будуть спостерігатися при спонтанному випромінювання фотону з енергією (3.87)-(3.89) під кутом вильоту (3.80).

3.2.2. Зворотне розсіювання Комптона.

В рамках дослідження резонансних властивостей процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі в лазерному полі розглянемо процес випромінювання фотона електроном в особливій кінематиці, коли ультрарелятивістський електрон під малим кутом зіштовхується з лазерним імпульсом. Цей процес ще називають зворотнім розсіюванням Комптона. Розглянемо особливості формування випромінювання та дослідимо вплив імпульсного характеру зовнішнього лазерного поля на спектральний склад випромінювання в процесі зворотного розсіювання Комптона.

У рамках квантової теорії процес розсіювання фотона електроном був описаний Клейном та Нішиною [226]. Процес випромінювання фотона електроном в лазерному полі (багатофотонний лазерно-індукований ефект Комптона) вивчався в роботах Рітуса та Нікішова [2, 249] для моделі монохроматичної хвилі. Експериментальне дослідження процесу для потужних імпульсних лазерних полів було проведено в рамках експерименту E144 в Стенфордській національній лабораторії SLAC [5]. Результати експерименту пояснили Нарожний та Фофанов [40] в рамках моделі квазімонохроматичної хвилі.

Науковий інтерес у вивченні зворотного розсіювання Комптона лазерного випромінювання викликаний з можливістю генерування фотонів з енергією значно більшою за енергію лазерного кванта. Запишемо закон збереження 4-імпульсу для процесу розсіювання фотонів лазерного поля на електроні:

$$p_i + nk = p_f + k_X, \quad (3.90)$$

де p_i , p_f – 4-імпульси електрона у початковому та кінцевому стані, відповідно; k – 4-імпульс фотона лазерного поля; n – кількість фотонів лазерного поля, що поглинає електрон; k_X – 4-імпульс випроміненого фотона. Будемо вважати, що електрон з релятивістським фактором $\gamma = E_i/m \gg 1$ зіштовхується з лазерним імпульсом під малим кутом $\theta_i = \pi - \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_i)$. Тоді нескладними

перетвореннями отримаємо вираз для енергії розсіяного фотона у вигляді:

$$\omega_X \approx \frac{2\gamma^2 \cdot n\omega (1 + \cos \theta_i)}{1 + \gamma^2 \theta^2}, \quad (3.91)$$

де $\theta \sim 1/\gamma$ – кут вильоту фотонів відносно початкового напрямку руху електронів. Як і слід було чекати, вираз (3.91) повністю узгоджується з співвідношенням (3.87). Легко бачити, що розсіюванню оптичних фотонів ($\omega \sim 1$ еВ) на ультрарелятивістських електронах МеВ-них енергій ($\gamma \sim 10^2$) відповідає випромінювання в рентгенівському діапазоні ($\omega \sim 10^4$). Збільшення енергії фотонів, що випромінює електрон, можна пояснити ефектом Доплера. Так, в системі спокою електрона енергія фотона лазерного поля набуває зміщення Лоренца в бік суттєво більших значень, що дає випромінювання жорстких фотонів в лабораторній системі. В той же час при випромінюванні імпульс електрона суттєво не змінюється, тому закон збереження імпульсу вказує на випромінювання фотонів у вузькому діапазоні кутів вздовж початкового руху електрона.

Ефект зворотного розсіювання Комптона використовують для генерування вузько направленою квазімонохроматичного рентгенівського випромінювання, зокрема в проєкті ThomX [245–247]. Його метою є створення компактного джерела рентгенівського випромінювання на базі прискорювача електронів з номінальною енергією 50 МеВ та лазерної системи. Зауважимо, що для інтенсивностей лазера ($I_p \sim 1$ ГВт/см²), що використовується в установці ThomX, переважає процес вимушеного поглинання одного фотона ($n = 1$) і багатофотонні ефекти не проявляється. Таким чином, ми маємо однофотонний процес комптонівського розсіювання на електроні, який подібний до описаного в роботі Клейна та Нішини [226].

Деякі питання відносно процесу зворотного розсіювання Комптона залишаються малодослідженими. Зокрема, аналітичне дослідження впливу спектрального розподілу та форми лазерного імпульсу на кутові та спектральні характеристики пучка рентгенівських фотонів, яке ми пропонуємо на прикладі проєкту ThomX [38]. Визначення характеристик спектрального та кутового розподілу рентгенівських променів є дуже важливим для можливостей їх подальшого

практичного застосування. Кожен метод дослідження з використанням рентгенівського випромінювання накладає певні вимоги на характеристики рентгенівського випромінювання (інтенсивність, когерентність, розбіжність, лінійні розміри тощо). Зокрема, більшість методів рентгенівського фазового контрасту потребують квазімонохроматичного рентгенівського випромінювання з високою просторовою когерентністю.

Для визначення зв'язку спектрального розподілу та форми лазерного імпульсу з характеристиками пучка рентгенівських фотонів використовуємо модель квазімонохроматичної хвилі (2.2)-(2.4). Врахування імпульсного характеру поля в першу чергу дає невизначеність в законі збереження енергії. Спектральний розподіл лазерного імпульсу має кінцеве значення ($\sim (\omega\tau)^{-1}$). Ця ширина спектральних ліній природним чином визначає спектральну ширину рентгенівських променів з формули (3.91).

Таким чином, ми можемо узагальнити формулу Клейна-Нішини у випадку, коли зовнішнє лазерне поле має імпульсний характер. Диференціальна ймовірність зворотного розсіювання Комптона може бути представлена у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega_X} = & K_{KN} \cdot \frac{\tau}{\tau_e} \int_0^{\tau_e/\tau} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \cdot g(\xi) g(\xi') \times \\ & \times \frac{\tau}{2\pi} \cos(\tau(\omega_X + E_f - E_i - \omega)(\xi' - \xi)). \end{aligned} \quad (3.92)$$

Тут $\xi = 2\varphi/\omega\tau$ – безрозмірна фаза лазерної хвилі; τ_e – тривалість пучка електронів. Функція K_{KN} у виразі (3.92) визначається з формули Клейна-Нішини: $dW_{KN} = K_{KN} \cdot \delta(\omega_X + E_f - E_i - \omega) d\omega_X$. У граничному випадку монохроматичної хвилі, $\omega\tau \rightarrow \infty$, $g(\varphi/\omega\tau) \rightarrow 1$, диференціальна ймовірність (3.92), як і слід було очікувати, збігається з виразом Клейна-Нішини [226].

На рисунку 3.8 показано співвідношення dW/K_{KN} для моделі квазімонохроматичної хвилі як функція енергії рентгенівського фотона поблизу характерних значень (3.91) для параметрів проєкту ThomX: $\omega = 1,23$ еВ, $\tau = 1$ пс, $\omega\tau \approx 1000$, $E_i = 50$ МеВ ($\gamma \approx 100$), $\tau_e = 20$ пс. Ця залежність визначає

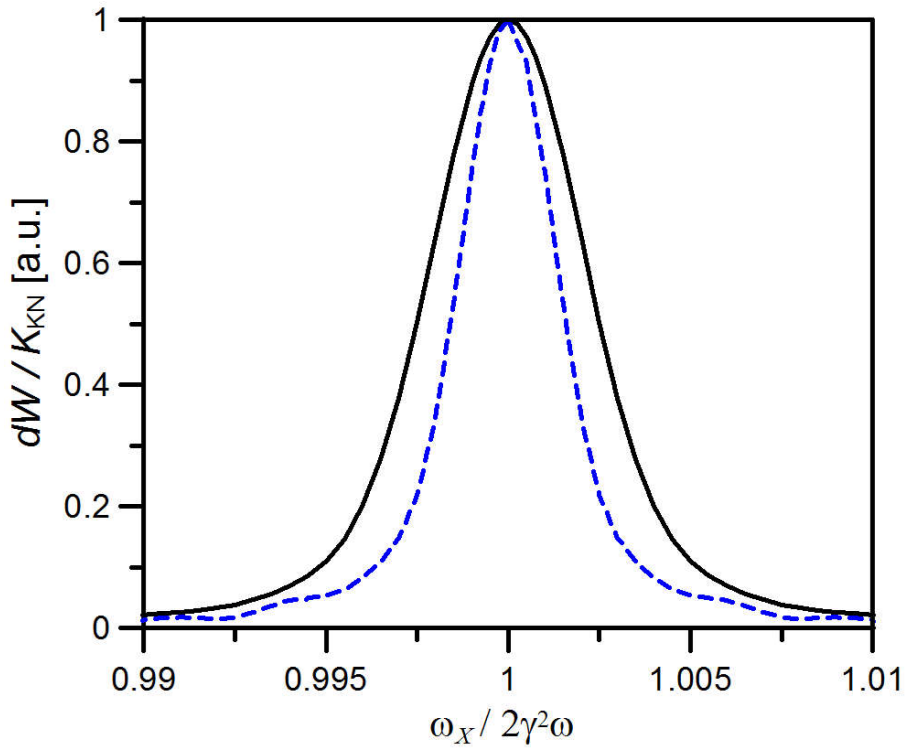


Рис. 3.8. Розширення рентгенівського спектру, спричинене імпульсним характером лазерного поля для типового лазерного імпульсу ThomX та параметрів електронного пучка. Кут випромінювання $\theta = 1/\gamma$. Суцільна лінія відповідає огинаючій функції у вигляді функції Гауса $g(\xi) = \exp(-\xi^2)$, пунктирна лінія відповідає функції Лоренца $g(\xi) = (1 + \xi^2)^{-1}$.

розширення спектра рентгенівського випромінювання, що спричинюється імпульсною природою зовнішнього поля. Це розширення має велике принципове значення, оскільки воно спостерігається для всіх кутів вильоту фотонів.

Як показує аналіз, імпульсне лазерне поле з тривалістю в пікосекундному діапазоні дає розширення рентгенівської спектральної лінії $\Delta\omega_X/\omega_X \sim 10^{-3}$. Це значення можна порівняти з відповідними розширеннями, що спричинені іншими факторами: розподіл по енергії електронного пучка ($\Delta E_i/E_i \sim 10^{-3}$), розміри поперечного перерізу електронного пучка ($\sim 10\mu m$), які визначають розміри активної зони джерела випромінювання.

Досить важливо, що ширина спектральної лінії лазерного випромінювання $\Delta\omega \sim 10^{-3}$ еВ дає розширення спектра рентгенівських променів величиною одного порядку з розширенням, що викликані доплерівською шириною енергії пучка електронів $\Delta E_i \sim 10^4$ еВ!

3.2.3. Параметри багатифотонності в спеціальній кінематиці.

У поданій роботі розвинуто методику дослідження резонансних процесів КЕД в імпульсному лазерному полі. Так, усунення нефізичної резонансної розбіжності досягається в рамках математичного формалізму без застосування феноменологічної процедури Брейта-Вігнера. Умова (3.18) дозволяє істотно спростити інтегрування в амплітуді процесу (3.11)

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \frac{\exp\{i\zeta\omega_1\tau_1(\phi_2 - \phi_1)\}}{q_i^2 - m^2 + 2\zeta(k_1q_i) + i0} = -i\pi \frac{\exp\{i\beta_i(\phi_1 - \phi_2)\}}{(k_1q_i)} \text{H}(\phi_1 - \phi_2). \quad (3.93)$$

Тут, $\text{H}(\phi_2 - \phi_1)$ – функція Хевісайда; β_i – резонансний параметр, який описує резонансний процес СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль

$$\beta_i \equiv \frac{q_i^2 - m^2}{4(nq_i)}\tau = \left(1 - \frac{\omega'}{\omega'_{res}}\right) \frac{\omega_{ab}\tau}{2}. \quad (3.94)$$

Як видно з виразу (3.94), величина параметра β_i визначається кінематикою процесу і характеристиками зовнішніх імпульсних хвиль. Значення цього параметра визначає, наскільки 4-імпульс проміжного електрона близький до масової поверхні або наскільки частота спонтанного фотона близька до резонансної частоти. Важливо підкреслити, що при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.79) і (3.80) резонансна частота фотона (3.87)-(3.89) визначається кількістю фотонів першої і другої хвилі. Таким чином, спостереження резонансного піку на такій частоті в напрямі (3.79) і (3.80) може служити експериментальним підтвердженням резонансного параметричного інтерференційного ефекту.

Амплітуда процесу СГВ електрона на ядрі в інтерференційній області для циркулярної поляризації зовнішніх лазерних хвиль (3.8) визначається функціями Бесселя цілого порядку. Як уже зазначалося, вигляд аргументів цих функцій може істотно змінюватися в залежності від кінематики процесу. Визначимо явний вигляд і порядок величини параметрів багатифотонності $\gamma_{0j}(p, p')$ (3.22) та $\alpha_{0\pm}(p, p')$ (3.25) для процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних

хвиль в умовах резонансу (3.87) при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.80).

Відмітимо кілька корисних співвідношень між згортками 4-векторів частинок, що беруть участь в процесі СГВ електрона на ядрі у випадку випромінювання на резонансній частоті (3.87):

$$\begin{aligned}(q_i p_i) &= m^2 + \omega_{ab} (nk') \\ (k' p_i) &= \omega_{ab} (nq_i).\end{aligned}\tag{3.95}$$

Для процесу спонтанного випромінювання фотона електроном параметри Бункіна-Федорова (3.22) та інтерференційний параметр (3.25) з урахуванням співвідношень (3.95) можуть бути представлені у вигляді

$$\gamma_{0j}^{(e)} \equiv \gamma_{0j}(q_i, p_i) = 2\eta_{0j} \frac{\omega_{ab}}{\omega_j} \sqrt{\frac{u'}{u_{ab}} \left(1 - \frac{u'}{u_{ab}}\right)},\tag{3.96}$$

$$\alpha_{0\pm}^{(e)} \equiv \alpha_{0\pm}(q_i, p_i) = 2\eta_{01}\eta_{02} \frac{\omega_{ab}}{\omega_{\pm}} \frac{u'}{u_{ab}}.\tag{3.97}$$

Тут введені релятивістські інваріантні параметри

$$u_{ab} = 2\omega_{ab} \frac{(np_i)}{m^2}, \quad u' = \frac{(nk')}{(nq_i)}.\tag{3.98}$$

Відмітимо також, що параметри (3.96) та (3.97) в умовах резонансу стають класичними і фактично визначаються величиною параметрів η_{01} та η_{02} . У цьому випадку в діапазоні інтенсивностей (2.109) маємо

$$\alpha_{0\pm}^{(e)} \sim \eta_{01}\eta_{02} \ll 1, \quad \gamma_{0j}^{(e)} \lesssim \eta_{0j} \ll 1.\tag{3.99}$$

Отже, основний внесок у резонансний переріз в області помірно сильних полів (2.109) дають парціальні процеси з малими числами фотонів ($s_{1,2} = 1; 0$), коли функції Бесселя мають найбільше значення. Легко бачити, що в інтерференційній області (3.79) і (3.80) виконується умова: $\gamma_{0j}^{(e)} = 0 \rightarrow u' = u_{ab}$.

Для процесу розсіювання електрона на ядрі параметри Бункіна-Федорова (3.22) зручно представити через параметри (3.80) у вигляді

$$\gamma_{0j}^{(s)} \equiv \gamma_{0j}(p_f, q_i) = \eta_{0j} \frac{m}{\omega_j} \sqrt{a_i^2 + a_f^2 - 2a_i a_f \cos(\varphi_f - \varphi_i)}. \quad (3.100)$$

Легко бачити, що в інтерференційних умовах (3.79) і (3.80) $\gamma_{0j}^{(s)} = 0$. При цьому для процесу розсіювання електрона на ядрі в полі двох хвиль в інтерференційній області (3.79) та (3.80) в умовах резонансу (3.87) інтерференційний параметр (3.25) якісно не змінюється і має наступний порядок величини

$$\alpha_{0\pm}^{(s)} \equiv \alpha_{0\pm}(p_f, q_i) \sim \eta_{01} \eta_{02} \frac{m}{\omega_{\pm}} \gg 1. \quad (3.101)$$

Таким чином, процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль має багатофотонний характер.

3.2.4. Амплітуда процесу в спеціальній кінематиці.

Розглянемо випадок циркулярної поляризації лазерних хвиль, коли вектори напруженостей полів обертаються в протилежному напрямі:

$$\delta_1 = -\delta_2 = 1. \quad (3.102)$$

Виберемо огинаючі функції для 4-потенціалів імпульсних хвиль (2.84) з рівною тривалістю $\tau = \tau_1 = \tau_2$ як функції Гауса, що залежать від безрозмірних хвильових змінних:

$$g_1(\phi_{1,2}) = g_2(\phi_{1,2}) = \exp\{-\phi_{1,2}^2\}, \quad \phi_{1,2} \equiv \frac{\varphi_{1,2}}{\omega_{1,2}\tau}. \quad (3.103)$$

Розглянемо резонансний процес СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в інтерференційній області (3.79) і (3.80) для діаграми а) (див. рисунок 3.7) при поглинанні в першій вершині малої кількості фотонів зовні-

шнього лазерного поля:

$$s_{1,2} = 1; 0, \quad s_1\omega_1 + s_2\omega_2 > 0, \quad \omega_1 > \omega_2. \quad (3.104)$$

За таких умов спонтанний фотон вилітає в заданому напрямі (3.79) і (3.80) з частотою близькою до резонансної частоти (3.87). Для огинаючих потенціалів імпульсних хвиль (3.103) та діапазону помірно сильних інтенсивностей (2.109), після простих перетворень амплітуда резонансного СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль може бути представлена у вигляді

$$S_{fi}^{(a)} = \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} S_{l_1 l_2}^{(a)}, \quad S_{l_1 l_2}^{(a)} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega' E_i E_f}} B_{l_1 l_2}^{(a)}. \quad (3.105)$$

У силу оцінки (3.99) частина амплітуди процесу (3.17), яка відповідає випромінюванню фотона електроном, може бути розвинена в ряд за малими параметрами η_{01} та η_{02} . Тоді, використовуючи співвідношення (3.93) і вигляд огинаючих функцій (3.103), проінтегруємо по хвильовій змінній ϕ_2 ($\phi_1 \rightarrow \phi$):

$$B_{l_1 l_2}^{(a)} = -\frac{i\pi\sqrt{\pi}\tau^2}{2(nq_i)} \int d\phi \frac{\exp\{iq_0\tau\phi\}}{q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} \left(B_{l_1 l_2}^{(1,0)} + B_{l_1 l_2}^{(0,1)} + B_{l_1 l_2}^{(1,1)} \right). \quad (3.106)$$

Для парціальних компонент $B_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}$ верхні індекси відповідають кількості фотонів, що поглинаються у першій вершині діаграми з першої (s_1) і другої (s_2) хвилі. Зазначимо, що парціальний процес $s_1 = 1; s_2 = -1$; виключений з розгляду в силу вибору виду поляризації (3.102) (параметр $\alpha_{0-}^{(s)}$ в цьому випадку не проявляється). Парціальні компоненти $B_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}$ визначаються таким чином

$$B_{l_1 l_2}^{(1,0)} = \exp\{2i\beta_i\phi - \beta_i^2\} (\operatorname{erf}(\phi + i\beta_i) + 1) \tilde{Q}_{l_1 l_2}^{(1,0)}, \quad (3.107)$$

$$B_{l_1 l_2}^{(1,1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left\{2i\beta_i\phi - \frac{\beta_i^2}{2}\right\} \left(\operatorname{erf}\left(\sqrt{2}\phi + \frac{i\beta_i}{\sqrt{2}}\right) + 1 \right) \tilde{Q}_{l_1 l_2}^{(1,1)}, \quad (3.108)$$

$$\tilde{Q}_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)} = \bar{u}_f M_{l_1 + s_1, l_2 + s_2}^0(p_f, q_i, \phi) (\hat{q}_i + m) (\varepsilon_{\mu}^* M_{-s_1, -s_2}^{\mu}(q_i, p_i)) u_i. \quad (3.109)$$

У виразах (3.107) і (3.108) функція " erf " є функція помилок. У співвідношенні (3.109) функцію $M_{l_1+s_1, l_2+s_2}^0(p_f, q_i, \phi)$ (3.16) в області помірно сильних інтенсивностей полів (2.109) можна спростити до вигляду

$$M_{l_1+s_1, l_2+s_2}^0(p_f, q_i, \phi) = \tilde{\gamma}^0 I_{l_1+s_1, l_2+s_2} \left(\chi_{0j}^{(s)}, \gamma_{0j}^{(s)}, \alpha_{0+}^{(s)}, \phi \right). \quad (3.110)$$

Функції $M_{-s_1, -s_2}^\mu(q_i, p_i)$ для значень $s_{1,2}$ (3.104), після розвинення в ряди спеціальних функцій (3.38) за малими параметрами η_{01} та η_{02} , набувають наступної форми

$$M_{-1,0}^\mu(q_i, p_i) = -e^{i\chi_1^{(e)}} \frac{\gamma_{01}^{(e)}}{2} \tilde{\gamma}^\mu + \frac{m\eta_{01}}{4(nq_i)} \hat{\varepsilon}_1^{(-)} \hat{n} \tilde{\gamma}^\mu + \frac{m\eta_{01}}{4(np_i)} \tilde{\gamma}^\mu \hat{n} \hat{\varepsilon}_1^{(-)}, \quad (3.111)$$

$$M_{-1,-1}^\mu(q_i, p_i) = -e^{i\Delta} \left(\frac{\alpha_{0+}^{(e)}}{2} - \frac{\gamma_{01}^{(e)} \gamma_{02}^{(e)}}{4} \right) \tilde{\gamma}^\mu + \frac{m\hat{D}_{-1,-1} \hat{n} \tilde{\gamma}^\mu}{4(nq_i)} + \frac{m\tilde{\gamma}^\mu \hat{n} \hat{D}_{-1,-1}}{4(np_i)} + \frac{e^{i\Delta} m^2 \eta_{01} \eta_{02}}{8(nq_i)(np_i)} \hat{n} n^\mu, \quad (3.112)$$

$$\hat{D}_{-1,-1} = -\frac{1}{2} \left(\eta_{01} e^{i\chi_2^{(e)}} \gamma_{02}^{(e)} \hat{\varepsilon}_1^{(-)} + \eta_{02} e^{i\chi_1^{(e)}} \gamma_{01}^{(e)} \hat{\varepsilon}_2^{(-)} \right). \quad (3.113)$$

Вирази для парціальної компоненти $B_{l_1 l_2}^{(0,1)}$ легко отримати з функції $B_{l_1 l_2}^{(1,0)}$ (3.107), (3.109), (3.111) заміною: $\eta_{01} \rightarrow \eta_{02}$, $\gamma_{01}^{(e)} \rightarrow \gamma_{02}^{(e)}$, $\chi_{01}^{(e)} \rightarrow \chi_{02}^{(e)}$. Слід зазначити, що різні частини амплітуди мають різний порядок за величиною параметрів $\eta_{01,02}$:

$$M_{l_1+s_1, l_2+s_2}^0 \sim 1, \quad M_{-1,0}^\mu \sim \eta_{01}, \quad M_{-1,-1}^\mu \sim \eta_{01} \eta_{02}.$$

Таким чином, вирази (3.105)-(3.112) визначають шукану резонансну амплітуду процесу СГВ в полі двох імпульсних хвиль помірно сильної інтенсивності (2.109) і циркулярної поляризації (3.102). Отриманий результат (3.105)-(3.112) в граничному випадку $\omega_j \tau_j \rightarrow \infty$ співпадає з відповідними виразами для резонансної амплітуди у випадку двох монохроматичних хвиль [161, 162].

3.2.5. Резонансний переріз процесу в полі двох лазерних хвиль.

Отримаємо диференціальний переріз процесу СГВ в полі двох імпульсних лазерних хвиль з амплітуди переходу (3.105)-(3.112), використовуючи стандартний підхід [9] (див. також початок підрозділу 2.2.2)

$$d\sigma^{(a)} = \frac{|S_{fi}^{(a)}|^2}{v_i T} \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (3.114)$$

Враховуючи співвідношення $d^3 p_f = |\mathbf{p}_f| E_f dE_f d\Omega_f$ та $d^3 k' = \omega'^2 d\omega' d\Omega'$, в силу умови квазімонохроматичності хвилі (2.87) диференціальний переріз процесу СГВ в полі двох хвиль може бути представлений у виді суми по парціальних компонентах

$$\frac{d\sigma^{(a)}}{d\omega' d\Omega' d\Omega_f} = \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} \frac{d\sigma_{l_1 l_2}^{(a)}}{d\omega' d\Omega' d\Omega_f}, \quad (3.115)$$

де $d\sigma_{l_1 l_2}^{(a)}$ – парціальний диференціальний переріз випромінювання спонтанного фотона в інтервал енергій $d\omega'$ та тілесного кута $d\Omega'$, розсіювання електрона в тілесний кут $d\Omega_f$ з випромінюванням ($l_{1,2} > 0$) або поглинанням ($l_{1,2} < 0$) l_1 фотонів першої хвилі та l_2 фотонів другої хвилі.

В силу умови квазімонохроматичності хвилі (2.87) парціальний переріз $d\sigma_{l_1 l_2}^{(a)}$ може бути проінтегрований по кінцевій енергії розсіяного електрона dE_f . Це легко виконати з урахуванням зв'язку між енергією електрона і параметром q_0 (3.44). Інтегрування можна провести тільки для парціальних компонент. Натомість загальному перерізу (3.115) відповідає спектр значень енергії електрона в кінцевому стані, який визначається значеннями чисел фотонів l_1 та l_2 , що взяли участь в процесі гальмівного випромінювання електрона на ядрі.

Використовуючи амплітуду (3.105)-(3.112), запишемо диференціальний парціальний переріз в умовах резонансу у вигляді

$$d\sigma_{l_1 l_2}^{(a)} = d\sigma_{l_1 l_2}^{(1,0)} + d\sigma_{l_1 l_2}^{(0,1)} + d\sigma_{l_1 l_2}^{(1,1)}. \quad (3.116)$$

Для парціальних перерізів $d\sigma_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}$ верхні індекси відповідають кількості фотонів, що поглинаються в першій вершині діаграми а) з першої (s_1) та другої (s_2) хвилі:

$$\frac{d\sigma_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}}{d\omega' d\Omega' d\Omega_f} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2 m^2 \omega' \tau^2}{32\pi (nq_i)^2 q^4} P_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}(\beta_i) Q^{(s_1, s_2)}. \quad (3.117)$$

Тут функція $P_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}(\beta_i)$ суттєво залежить від резонансного параметра β_i (3.94) і по суті визначає профіль резонансного піку, при цьому $P^{(1,0)} \approx P^{(0,1)}$:

$$P_{l_1 l_2}^{(1,0)}(\beta_i) = \exp\{-2\beta_i^2\} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{d\phi}{4\rho} |\operatorname{erf}(\phi + i\beta_i) + 1|^2 |I_{l_1+1, l_2}(\phi)|^2, \quad (3.118)$$

$$P_{l_1 l_2}^{(1,1)}(\beta_i) = \exp\{-\beta_i^2\} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{d\phi}{8\rho} \left| \operatorname{erf}\left(\sqrt{2}\phi + \frac{i\beta_i}{\sqrt{2}}\right) + 1 \right|^2 |I_{l_1+1, l_2+1}(\phi)|^2. \quad (3.119)$$

Функція $|I_{l_1+1, l_2}(\phi)|^2$ визначає парціальну ймовірність процесів вимушеного випромінювання і поглинання фотонів зовнішніх хвиль при розсіюванні електрона на ядрі в зовнішньому полі двох хвиль інтенсивністю (2.109) [67]. З виразів (3.118) і (3.119) легко бачити, що резонансний переріз через експонентну залежність різко зменшується із зростанням резонансного параметра β_i і буде істотним за умови

$$\beta_i \lesssim 1 \Rightarrow \frac{\omega'_{res} - \omega'}{\omega'_{res}} \sim \frac{1}{\omega\tau}. \quad (3.120)$$

Провівши підсумовування та усереднення по поляризаціях частинок за загальними правилами [9], легко отримати вираз для функції $Q^{(s_1, s_2)}$ у вигляді суми діагональних елементів добутку матриць:

$$Q^{(s_1, s_2)} = \frac{1}{2} \operatorname{Sp} [\tilde{\gamma}^0 (\hat{p}_f + m) \tilde{\gamma}_0 (\hat{q}_i + m) M_{-s_1, -s_2, \mu}(\hat{p}_i + m) \bar{M}_{-s_1, -s_2}^\mu(\hat{q}_i + m)]. \quad (3.121)$$

Відмітимо, що за умов резонансу (3.84) обчислення сліду (3.121) значно спрощується. Після нескладних обчислень отримаємо диференціальний парціальний

переріз процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль при спонтанному випромінюванні фотона в резонансній області для значень чисел фотонів $s_{1,2}$ (3.104) у вигляді

$$d\sigma_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)} = \frac{\omega' \tau^2 E_i}{2 (nq_i)^2} \cdot dW'_{s_1, s_2} \cdot d\sigma_{l_1 + s_1, l_2 + s_2}^{(s)} \cdot P_{l_1 l_2}^{(s_1, s_2)}(\beta_i). \quad (3.122)$$

Величина $d\sigma_{l_1 + s_1, l_2 + s_2}^{(s)}$ – парціальний диференціальний переріз розсіювання електрона з 4-імпульсом q_i на ядрі й переходом у стан з 4-імпульсом p_f з випромінюванням ($l_{1,2} + s_{1,2} > 0$) або поглинанням ($l_{1,2} + s_{1,2} < 0$) $|l_1 + s_1|$ фотонів першої хвилі та $|l_2 + s_2|$ фотонів другої хвилі:

$$\frac{d\sigma_{l_1 + s_1, l_2 + s_2}^{(s)}}{d\Omega_f} = \frac{2Z^2 r_e^2 m^2}{\mathbf{q}^4} (m^2 + (q_i p_f) + 2\mathbf{q}_i \mathbf{p}_f), \quad (3.123)$$

де r_e – класичний радіус електрона.

Функція dW'_{s_1, s_2} – є диференційна ймовірність в одиницю часу спонтанного випромінювання фотона k' початковим електроном з 4-імпульсом p_i з переходом у стан з 4-імпульсом q_i за рахунок поглинання s_1 фотонів першої хвилі й s_2 фотонів другої хвилі. У загальному випадку ця ймовірність може бути представлена у вигляді

$$\frac{dW'_{s_1, s_2}}{d\omega' d\Omega'} = \frac{\alpha m^2}{4\pi E_i} W''_{s_1, s_2}, \quad (3.124)$$

$$W''_{s_1, s_2} = -4 |I_{-s_1, -s_2}|^2 \left(1 - \frac{u_{ab} u'}{2(1+u')} \right) - \quad (3.125)$$

$$- \frac{(D_{-s_1, -s_2} D_{-s_1, -s_2}^*)}{2} \left(1 + \frac{u'^2}{2(1+u')} \right) - \Re \{ I_{-s_1, -s_2} B_{-s_1, -s_2}^* \} - \quad (3.126)$$

$$- \frac{4u'}{m} \Re \left\{ I_{-s_1, -s_2} \left((q_i D_{-s_1, -s_2}^*) - \frac{1}{1+u'} (p_i D_{-s_1, -s_2}^*) \right) \right\}. \quad (3.127)$$

Зазначимо, що ймовірність (3.125) в граничному випадку $\omega_j \tau_j \rightarrow \infty$ співпадає з відповідним виразом для випадку двох монохроматичних хвиль [275].

Для парціальних процесів випромінювання спонтанного фотона із значен-

нями чисел фотонів $s_{1,2}$ (3.104) загальний вираз (3.125) може бути спрощено. Так, з урахуванням (3.111)-(3.112), отримуємо:

$$W''_{1,0} = \eta_{01}^2 \left[1 + \frac{u'^2}{2(1+u')} - \frac{4u'}{u_{ab}} \left(1 - \frac{u'}{u_{ab}} \right) \right], \quad (3.128)$$

$$W''_{1,1} = \eta_{01}^2 \eta_{02}^2 \left[-\frac{4u'^2}{u_{ab}^2} \gamma_{ab}^2 \left(1 - \frac{u_{ab}u'}{2(1+u')} \right) + \frac{4u'}{u_{ab}} \gamma_{ab} - \frac{(D_{-1,-1} D_{-1,-1}^*)}{2} \left(1 + \frac{u'^2}{2(1+u')} \right) - \frac{4u'^2}{mu_{ab}} \gamma_{ab} \cdot \Re \left\{ (q_i D_{-1,-1}^*) - \frac{1}{1+u'} (p_i D_{-1,-1}^*) \right\} \right], \quad (3.129)$$

$$\gamma_{ab} \equiv 1 - \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} \left(1 - \frac{u'}{u_{ab}} \right). \quad (3.130)$$

Легко бачити, що в інтерференційній області (3.79) та (3.80) ($u' = u_{ab}$, $\gamma_{ab} = 0$) для спонтанного випромінювання фотона диференціальна ймовірність (3.124), (3.128) та (3.129) спрощуються до вигляду:

$$\frac{dW'_{1,0}}{d\omega' d\Omega'} = \frac{\alpha m^2 \eta_{01}^2}{4\pi E_i} \left(1 + \frac{u'^2}{2(1+u')} \right), \quad (3.131)$$

$$\frac{dW'_{1,1}}{d\omega' d\Omega'} = \frac{\alpha m^2 \eta_{01}^2 \eta_{02}^2}{2\pi E_i} \frac{u'^2}{1+u'}. \quad (3.132)$$

Як слідує з виразів (3.131) та (3.132), в інтерференційній області ймовірність спонтанного випромінювання фотона за рахунок поглинання одного фотона значно більша, ніж ймовірність при поглинанні по одному фотону з кожної хвилі:

$$\frac{dW'_{1,0}}{dW'_{1,1}} \sim \eta_{01}^{-2} u'^{-2} \sim \frac{m^2}{\eta_{01}^2 \omega_1^2} \gg 1. \quad (3.133)$$

За межами інтерференційної області відношення (3.133) не настільки велике: $dW'_{1,0}/dW'_{1,1} \sim \eta_{01}^{-2}$.

У випадку релятивістських енергій електрона ($E \gtrsim m$) і помірної інтенсивності зовнішніх хвиль (2.109) переріз процесу СГВ електрона на ядрі (3.115) та (3.122) може бути легко підсумовано по парціальних процесах. У цьому випадку поправками по полю можна знехтувати і переріз (3.123) переходить в переріз розсіювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля $d\sigma_{l_1 l_2}^{(*)} \approx d\sigma_{\text{Mott}}$ [9, 70]. У результаті отримаємо

$$d\sigma^{(a)} = \sum_{s_1, s_2} d\sigma_{s_1, s_2} \approx d\sigma_{1,0} + d\sigma_{0,1} + d\sigma_{1,1}, \quad (3.134)$$

$$d\sigma_{s_1, s_2} = \frac{E_i \tau^2}{2(nq_i)^2} \cdot d\sigma_{\text{Mott}} \cdot \omega'_{s_1, s_2} dW'_{s_1, s_2} \cdot P_{res}^{(s_1, s_2)}, \quad (3.135)$$

де через величини ω'_{s_1, s_2} позначені резонансні частоти (3.87) для конкретного парціального процесу і значень чисел фотонів $s_{1,2}$ (3.104). Функції $P_{res}^{(s_1, s_2)}(\beta_i)$ описують профіль резонансних піків:

$$P_{res}^{(1,0)}(\beta_i) = \exp\{-2\beta_i^2\} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{d\phi}{4\rho} |\text{erf}(\phi + i\beta_i) + 1|^2, \quad (3.136)$$

$$P_{res}^{(1,1)}(\beta_i) = \exp\{-\beta_i^2\} \int_{-\rho}^{\rho} \frac{d\phi}{8\rho} \left| \text{erf}\left(\sqrt{2}\phi + \frac{i\beta_i}{\sqrt{2}}\right) + 1 \right|^2. \quad (3.137)$$

На рисунку 3.9 представлена функція $P_{res}^{(1,0)}(\beta_i)$ як залежність від енергії спонтанного фотона (див. співвідношення (3.94)). Легко бачити, що істотна область значень для енергії фотона, досить вузька і визначається умовою (3.120). При цьому зменшення значення функції має експонентний характер.

Визначимо пролітну ширину резонансу в процесі СГВ електрона на ядрі, як різницю між резонансною частотою спонтанного фотона і значенням частоти фотона, для якої значення функції профілю піку падає в e разів ω'_e ($\beta_{ie} = 2$):

$$\beta_{ie} = 2 \Rightarrow \Gamma_{\omega'} \equiv \omega'_{res} - \omega'_e = \frac{4\omega'_{res}}{\omega_{ab}\tau}. \quad (3.138)$$

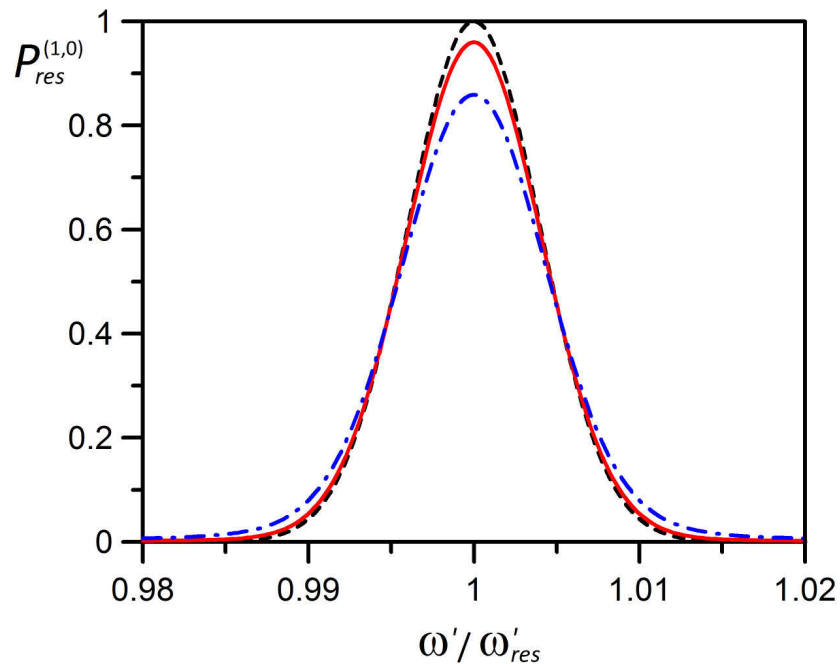


Рис. 3.9. Профіль резонансного піку в перерізі процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Параметри електрона в початковому стані: $E_i = 1.02$ МеВ, $\theta_i = 163^\circ$. Параметри зовнішнього поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.1$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ, $\tau = 0.1$ пс. Суцільна крива відповідає значенню $\rho = 5$, штрих-пунктирна крива $\rho = \sqrt{2}$. Пунктирною кривою показана функція Гауса $\exp\{-2\beta_i^2\}$.

Як і слід було очікувати, пролітна ширина резонансу $\Gamma_{\omega'}$ (3.138) обернено пропорційна до тривалості імпульсу. Відмітимо, що пролітну ширину резонансу можна також ввести шляхом представлення профілю резонансного піку у вигляді функції Лоренца [171]. Значення для пролітної ширини в цих двох випадках відрізняються несуттєво. Функція $P_{res}^{(s_1, s_2)}(\beta_i)$ (3.136)-(3.137) по суті описує форму спектру гальмівного випромінювання при розсіюванні електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль у резонансній області. За межами резонансної області спектр гальмівного випромінювання визначається нерезонансними властивостями перерізу процесу СГВ, який для помірно сильних полів в області малих частот співпадає з перерізом гальмівного випромінювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля [169, 171].

Диференціальний переріз (3.135) можна проінтегрувати в резонансній області по енергії спонтанного фотона ω' . Унаслідок малості пролітної ширини

резонансу залежність від енергії ω' достатньо зберегти тільки в резонансному параметрі β_i . Тоді, використовуючи співвідношення $d\omega' = -d\beta_i \cdot \Gamma_{\omega'}/2$, отримуємо резонансний переріз процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі в полі двох хвиль при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.79) та (3.80) у вигляді

$$\frac{d\sigma^{(a)}}{d\Omega' d\Omega_f} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{E_i \tau}{(nq_i)^2 \omega_{ab}} \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_f} \left(\omega'_{1,0}{}^2 \frac{dW'_{1,0}}{d\Omega'} + \omega'_{0,1}{}^2 \frac{dW'_{0,1}}{d\Omega'} \right). \quad (3.139)$$

Переріз процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля $d\sigma_{\text{BH}}$ (переріз Бете-Гайтлера [72]) у розглянутому випадку може бути представлений в виді добутку перерізу пружного розсіювання електрона на ядрі $d\sigma_{\text{Mott}}$ та ймовірності випромінювання фотона $dW_{k'}$

$$\frac{d\sigma_{\text{BH}}}{d\Omega' d\Omega_f} = \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_f} \cdot \frac{dW_{k'}}{d\Omega'}, \quad (3.140)$$

$$\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_f} = \frac{2Z^2 r_e^2 m^2}{\mathbf{q}^4} (E_i E_f + m^2 + \mathbf{p}_i \mathbf{p}_f), \quad (3.141)$$

$$\frac{dW_{k'}}{d\Omega'} = \frac{\alpha}{4\pi^2} \cdot \left\{ \mathbf{q}^2 - (\mathbf{n}' \mathbf{q})^2 \cdot \frac{m^2}{\kappa'_i \kappa'_f} \right\} \cdot \frac{d\omega'}{\omega' \kappa'_i \kappa'_f}, \quad (3.142)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i, \quad \kappa'_{i,f} = E_{i,f} - \mathbf{n}' \mathbf{p}_{i,f}.$$

У подальшому аналізі розглянемо відношення резонансного перерізу процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль (3.139) при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.79) та (3.80) до перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зовнішнього поля (3.140)-(3.142)

$$R_{\text{res}} = R_{1,0} + R_{0,1}. \quad (3.143)$$

$$R_{1,0} = \frac{d\sigma_{\text{res}}^{(1,0)}}{d\sigma_{\text{BH}}} = \frac{\pi \sqrt{2\pi}}{8} \eta_{01}^2 (\omega_1 \tau)^2 \frac{\omega'_{\text{res}} m^2}{\omega_1 \mathbf{p}_i^2} \cdot f_{1,0}. \quad (3.144)$$

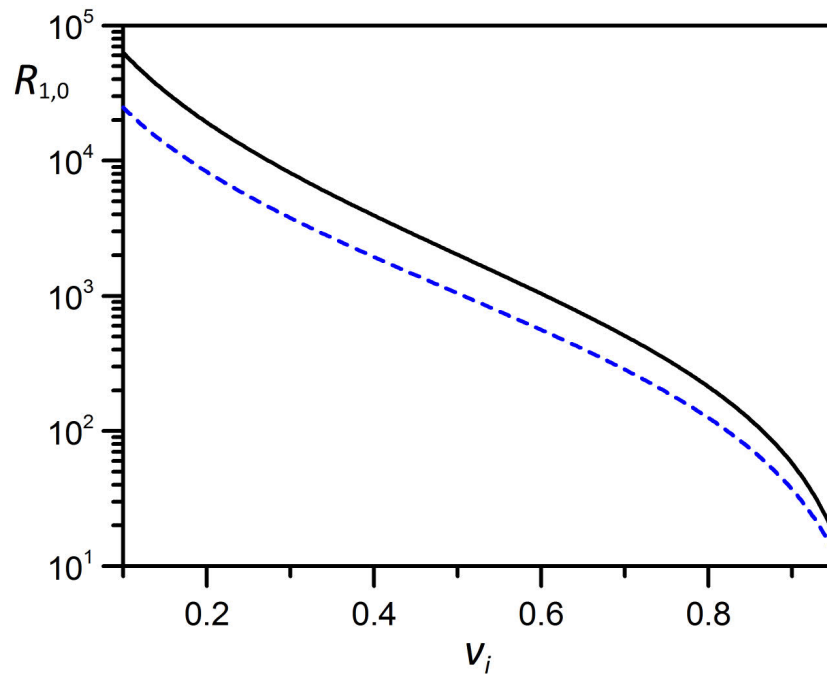


Рис. 3.10. Залежність відношення резонансного перерізу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль до перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зовнішнього поля (3.144) як функція енергії початкового електрона ($\theta_i = 163^\circ$). Параметри зовнішнього поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.1$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ, $\tau = 0.1$ пс. Суцільна крива відповідає значенню кута вильоту електрона $\theta_f = 10^\circ$, пунктирна крива – $\theta_f = 30^\circ$.

Тут функція $f_{1,0} \sim 1$ і має вигляд

$$f_{1,0} = \frac{\kappa'_f / \kappa'_i}{4 \sin^2(\theta/2) - (\cos \theta'_f - \cos \theta'_i)^2 m^2 / \kappa'_i \kappa'_f}, \quad (3.145)$$

де θ – кут розсіювання електрона.

На рисунку 3.10 представлена величина $R_{1,0}$ (3.144) як функція початкової швидкості електрона. З рисунку 3.10 видно, що в області релятивістських енергій електронів резонансний диференціальний переріз СГВ електрона на ядрі з одночасною реєстрацією кутів вильоту розсіяного електрона і спонтанного фотона може на п'ять порядків величини перевищувати відповідний переріз без зовнішнього поля. В області ультрарелятивістських енергій електрона це відношення різко падає.

3.2.6. Розподіл по енергії електрона в кінцевому стані.

Як уже зазначалося, при пружному процесі гальмівного випромінювання електрона на ядрі в зовнішньому полі кінцеве значення енергії електрона має певний спектр значень навіть при фіксованому значенні енергії спонтанного фотона. Значення енергії електрона залежить від кількості фотонів зовнішнього поля, що вимушено випромінюються або поглинаються електроном. Розподіл по енергії визначається ймовірністю парціальних процесів вимушеного випромінювання і поглинання.

Як було показано в попередньому розділі, параметричний інтерференційний ефект, пов'язаний з корельованим випромінюванням і поглинанням фотонів першої і другої лазерної хвилі, проявляється в якісній зміні виду спектру кінцевих частинок в інтерференційній області. Резонансний парціальний переріз процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль з випромінюванням фотона в елемент тілесного кута $d\Omega'$ і розсіюванням електрона в елемент тілесного кута $d\Omega_f$ може бути представлений у вигляді

$$\frac{d\sigma_{l_1, l_2}^{(1,0)}}{d\Omega' d\Omega_f} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{E_i \tau \omega_{1,0}'^2}{(nq_i)^2 \omega_1} \cdot \frac{dW_{1,0}'}{d\Omega'} \cdot \frac{d\sigma_{l_1+1, l_2}^{(*)}}{d\Omega_f} \cdot W_{l_1+1, l_2}, \quad (3.146)$$

$$W_{l_1+1, l_2} = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi \left| I_{l_1+1, l_2} \left(\alpha_{0+}^{(s)}, \gamma_{01}^{(s)}, \gamma_{02}^{(s)}, \phi \right) \right|^2. \quad (3.147)$$

Тут функція W_{l_1+1, l_2} (3.147) є парціальна ймовірність вимушеного випромінювання і поглинання фотонів зовнішніх хвиль при розсіюванні електрона на ядрі в зовнішньому полі двох хвиль для випадку циркулярної поляризації (3.102). Аргументи спеціальної функції I_{l_1+1, l_2} визначаються виразами (3.100) та (3.101). Парціальний переріз лазер-модифікованого процесу розсіювання електрона на ядрі $d\sigma_{l_1+1, l_2}^{(*)}$ визначено виразом (3.123).

Розглянемо спектр електронів у кінцевому стані для процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох хвиль у випадку нерелятивістських енергій електрона,

коли відношення резонансного перерізу до перерізу без зовнішнього поля найбільше. Для нерелятивістських енергій, коли швидкість електрона задовольняє умову, $v_{i,f} \sim \eta_{01,02} \ll 1$, характерна швидкість осциляцій електрона у полі двох лазерних хвиль одного порядку за величиною зі швидкістю поступального руху електрона. Закон збереження енергії може бути записаний у вигляді

$$E_f^{kin} - E_i^{kin} + \omega' + l_1\omega_1 + l_2\omega_2 \approx 0, \quad E_{i,f}^{kin} = \frac{mv_{i,f}^2}{2}, \quad (3.148)$$

$$\varepsilon_k \equiv \frac{E_f^{kin}}{E_i^{kin}} = 1 - \frac{2(\omega' + l_1\omega_1 + l_2\omega_2)}{mv_i^2}. \quad (3.149)$$

Відношення резонансного перерізу СГВ нерелятивістського електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль до перерізу гальмівного випромінювання за відсутності зовнішнього поля набуває вигляду

$$R_{1,0}^{(v_i \ll 1)} = \sum_{l_1, l_2} R_{l_1, l_2}^{(1,0)} = \sum_{l_1, l_2} \frac{d\sigma_{l_1, l_2}^{(1,0)}}{d\sigma_{\text{ВН}}}, \quad (3.150)$$

$$R_{l_1, l_2}^{(1,0)} = R_{1,0} \cdot \frac{d\sigma_{l_1+1, l_2}^{(*)}}{d\sigma_{\text{Mott}}} W_{l_1+1, l_2}, \quad (3.151)$$

де відношення $R_{1,0}$ визначено виразом (3.144)

Парціальний переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох хвиль $d\sigma_{l_1+1, l_2}^{(*)}$ (3.123) у нерелятивістському випадку може бути представлений так:

$$\frac{d\sigma_{l_1+1, l_2}^{(*)v_i \ll 1}}{d\Omega_f} = \frac{2Z^2 r_e^2 \sqrt{\varepsilon_k} (2 + v_i^2 (1 + \sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta))}{[1 + \varepsilon_k - 2\sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta + v_i (\sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta_f - \cos \theta_i)]^2}. \quad (3.152)$$

Для значень чисел фотонів $l_1 = l_2 = 0$ диференціальний переріз (3.152), як і слід було чекати, переходить у відповідний переріз розсіювання нерелятивістського електрона на ядрі за відсутності зовнішнього поля.

Розглянемо випадок розсіювання електронів нерелятивістських енергій у площині, що утворюється початковим імпульсом електрона і хвильовим векто-

ром зовнішнього поля. Аргументи функцій Бесселя у виразі (3.147) для ймовірності W_{l_1+1, l_2} вимушених процесів набувають вигляду

$$\gamma_{0j}^{(s)} = \eta_{0j} \frac{mv_i}{\omega_j} |a_i - a_f|, \quad (3.153)$$

$$\alpha_{0+}^{(s)} = \eta_{01}\eta_{02} \frac{mv_i}{\omega_1 + \omega_2} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta_f - \cos \theta_i}{1 - v_i (\sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta_f + \cos \theta_i)}, \quad (3.154)$$

$$a_f = \frac{\sqrt{\varepsilon_k} \sin \theta_f}{1 - v_i \sqrt{\varepsilon_k} \cos \theta_f}, \quad a_i = \frac{\sin \theta_i}{1 - v_i \cos \theta_i}. \quad (3.155)$$

У випадку нерелятивістських енергій електрона співвідношення для інтерференційного кута вильоту (3.55) набуває форми

$$\tan \frac{\theta_{\text{inf}}}{2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_k}}{a_i (1 + \sqrt{\varepsilon_k} v_i)} \left(1 - \sqrt{1 - a_i^2 (1 - \varepsilon_k v_i^2) / \varepsilon_k} \right). \quad (3.156)$$

Відмітимо, що у виразі (3.156) перед квадратним коренем виключений знак "+", оскільки цей випадок відповідає розсіюванню електрона на малі кути, для яких інтерференційний параметр (3.154) малий і параметричний інтерференційний ефект практично не проявляється.

Важливо підкреслити, що для досліджуваного діапазону нерелятивістських енергій значення інтерференційного кута вильоту електрона залежить від кількості фотонів першої і другої хвилі, що випромінюються або поглинаються в процесі СГВ. Таким чином, у рамках співвідношення (3.156) у кінематичній області, де проявляється параметричний інтерференційний ефект, встановлюється відповідність між кутом вильоту й енергією електрона в кінцевому стані, що істотно відрізняє процес СГВ електрона в інтерференційній області від процесу в будь-якій іншій геометрії.

Перейдемо у виразі для відношення перерізів (3.150) від розподілу по числу фотонів l_2 (у загальному випадку $l_2 \lesssim \gamma_{02}^{(s)} \sim mv_i^2 / \omega_2 \gg 1$) до розподілу по безрозмірній кінетичній енергії електрона в кінцевому стані ε_k . З урахуванням зв'язку між енергією та числом фотонів (3.149), отримаємо вираз для відноше-

ння резонансного перерізу СГВ електрона на ядрі до перерізу за відсутності зовнішнього поля у наступному вигляді:

$$R_{1,0}^{(v_i \ll 1)} = \int d\varepsilon_k R_\varepsilon(\varepsilon_k), \quad R_\varepsilon(\varepsilon_k) = R_{1,0} \frac{mv_i^2}{2\omega_2} \sum_{l_1} \frac{d\sigma_{l_1+1,l_2}^{(*)v_i \ll 1}(\varepsilon_k)}{d\sigma_{\text{Mott}}} W_{l_1+1,l_2}(\varepsilon_k), \quad (3.157)$$

$$W_{l_1+1,l_2}(\varepsilon_k) = \sum_s \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi \cdot J_s^2\left(e^{-2\phi^2} \alpha_{0+}^{(s)}(\varepsilon_k)\right) \times \\ \times J_{l_1+1-s}^2\left(e^{-\phi^2} \gamma_{01}^{(s)}(\varepsilon_k)\right) \cdot J_{l_2-s}^2\left(e^{-\phi^2} \gamma_{02}^{(s)}(\varepsilon_k)\right). \quad (3.158)$$

$$l_2 = \left[- (l_1 + 1) \frac{\omega_1}{\omega_2} + (1 - \varepsilon_k) \frac{mv_i^2}{2\omega_2} \right]. \quad (3.159)$$

Функція $R_\varepsilon(\varepsilon_k)$ (3.157) визначає розподіл диференціального перерізу по енергії кінцевого електрона для процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. При підсумовуванні у виразі (3.158) слід врахувати, що значення цілого індексу l_2 визначається згідно зі співвідношенням (3.159).

На рисунку 3.11(а)-(b) представлені розподіли по енергії кінцевого електрона для диференціального перерізу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль (3.157)-(3.158) при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.79) та (3.80) і фіксованих кутах вльоту-вильоту. Процеси розсіювання та випромінювання розглядаються в площині, що утворюється хвильовим вектором лазерного поля та початковим імпульсом електрона $\varphi_i = \varphi_f = \varphi'$, що відповідає інтерференційній області. Полярний кут вльоту електрона вибрано у відповідності до експериментів SLAC [3, 4]. Інтенсивності кожної з хвиль: $I_{01} = 7.1 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $I_{02} = 1.7 \cdot 10^{17}$ Вт/см², відповідають значенням параметрів $\eta_{01,02} = 0.1$. У цьому випадку характерна швидкість осциляцій електрона у світловому полі двох хвиль одного порядку з величиною швидкості поступального руху електрона. Відмінність у графіках на рис. 3.11(а) та 3.11(б) в значенні кута вильоту електрона, який в інтерференційній області відповідає $\varepsilon_k = 1$ для рисунка (а) та $\varepsilon_k = 0.995$ для рисунка (б).

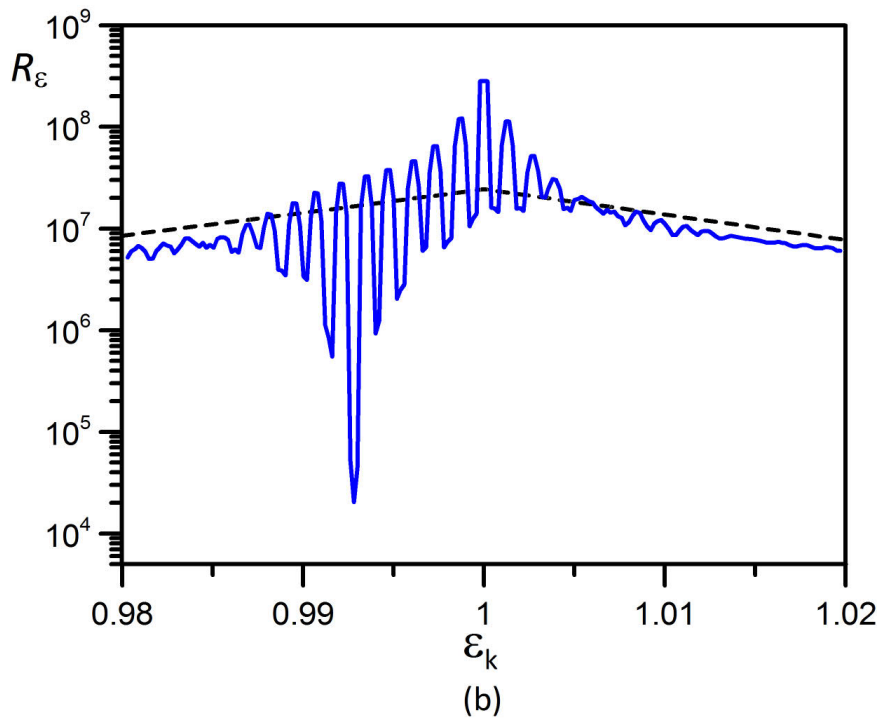
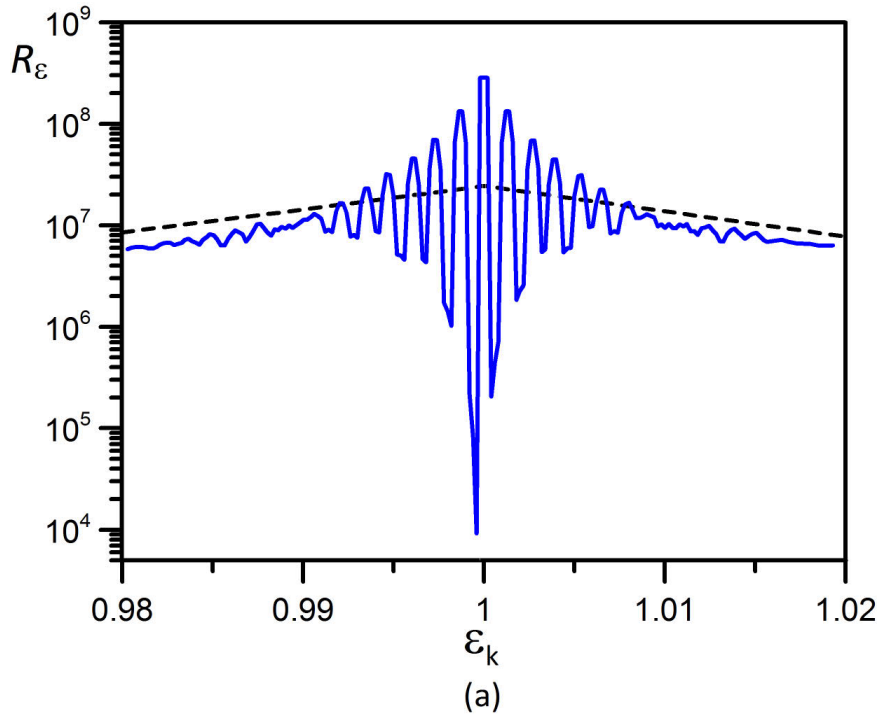


Рис. 3.11. Розподіл резонансного перерізу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль (3.157)-(3.158) в одиницях звичайного перерізу СГВ по енергії кінцевого електрона при спонтанному випромінюванні фотона в інтерференційній області (3.79) та (3.80). Початкова швидкість та кут електрона $v_i = 0.1$, $\theta_i = 163^\circ$. Параметри зовнішнього лазерного поля:

$$\eta_{01} = \eta_{02} = 0.1, \quad \omega_1 = 2.35 \text{ eV}, \quad \omega_2 = 1 \text{ eV}, \quad \tau = 0.1 \text{ пс.}$$

Суцільна крива відповідає значенню кута вильоту $\theta_f = 13.945^\circ$ для рисунка (а) та $\theta_f = 14^\circ$ для рисунка (b). Пунктирна крива відповідає області Бункіна-Федорова $\theta_f = 23^\circ$.

Особливістю розподілу по енергії кінцевого електрона для розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль є якісно різний характер розподілу для кінематичної області, де проявляється параметричний інтерференційний ефект, і області Бункіна-Федорова. Легко бачити, що інтерференційній області розподіл по енергії електрона містить швидкі осциляції. Це свідчить про те, що вимушене випромінювання і поглинання електроном фотонів лазерного поля при розсіянні на ядрі в інтерференційній області має корельований характер. Як показано на рисунку 3.11, резонансний поперечний переріз процесу СГВ електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в інтерференційній області до двох порядків величини може перевищувати відповідний переріз у кінематичній області Бункіна-Федорова.

Висновки до розділу 3.

1. Для процесу нерезонансного спонтанного гальмівного випромінювання електрона при розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних помірно сильних хвиль детально вивчено параметричний інтерференційний ефект, який полягає в корельованому поглинанні та випромінюванні рівного числа фотонів обох хвиль. При цьому процес розсіювання електрона і випромінювання спонтанного фотона відбуваються в одній площині, що утворюється імпульсом початкового електрона і напрямком поширення обох хвиль.

2. Показано, що в інтерференційній області кут вильоту електрона і величина парціальної ймовірності залежать від енергії спонтанно випроміненого фотона. При збільшенні його енергії кут вильоту електрона $\theta_{f(\text{int})}$ зменшується, а відповідна парціальна ймовірність зростає. З ростом кількості фотонів зовнішнього поля l_{\pm} ймовірність вимушених процесів зменшується. Поблизу інтерференційного кута вильоту електрона спостерігається розширення піку в парціальному перерізі: для релятивістських енергій електрона інтерференційна область – $(\Delta\theta_{f(\text{int})} \sim 0.01^{\circ})$, для нерелятивістських $(\Delta\theta_{f(\text{int})} \sim 1^{\circ})$. Підкреслимо, що парціальна ймовірність процесу в інтерференційній області на порядок величини перевищує відповідну ймовірність в іншій кінематиці розсіювання.

3. Показано, що для нерелятивістських енергій в інтерференційній області існує область кутів вильоту електрона, для яких переріз процесу СГВ в полі двох імпульсних хвиль, просумований по всім процесам випромінювання і поглинання фотонів, більший ніж переріз процесу за відсутності зовнішнього поля. Так, для енергії спонтанно випроміненого фотона $\omega' = 0.3$ кеВ і невеликих кутів вильоту переріз на 30% перевищує відповідний переріз процесу без зовнішнього поля. З ростом енергії спонтанно випроміненого фотона відношення перерізів росте. Так, для $\omega' = 0.5$ кеВ просумований переріз перевищує звичайний майже в 2 рази. Зі збільшенням інтерференційного кута вильоту відношення перерізів зменшується, а починаючи з деякого кута, переріз в імпульсному полі стає меншим за переріз процесу за відсутності поля.

4. Процес спонтанного гальмівного випромінювання електрона на ядрі в зовнішньому лазерному полі двох імпульсних хвиль характеризується наявністю особливої кінематичної області, де переріз процесу має резонансний характер і процеси вимушеного випромінювання і поглинання фотонів першої і другої хвилі протікають корельованим чином. В умовах резонансу досліджуваний процес другого порядку по постійної тонкої структури ефективно розпадається на два процеси першого порядку.

5. Резонансний диференціальний переріз процесу СГВ з одночасною реєстрацією кутів випромінювання спонтанного фотона та розсіяного електрона може перевищувати на кілька порядків величини відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля. Найбільше значення (п'ять порядків) це відношення має у випадку нерелятивістських енергій електронів і різко зменшується для ультрарелятивістських енергій електронів.

6. В інтерференційній кінематичній області встановлюється відповідність між кутом випромінювання та кінцевою енергією електронів. Було показано, що для нерелятивістських енергій електронів резонансний переріз процесу СГВ в полі двох імпульсних лазерних хвиль в межах інтерференційної області на два порядки може перевищувати відповідний поперечний переріз у кінематичній області Бункіна-Федорова.

РОЗДІЛ 4

ФОТОНАРОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЇ ПАРИ НА ЯДРІ В ІМПУЛЬСНОМУ ЛАЗЕРНОМУ ПОЛІ

Фотонародження пари (ФНП) електрона і позитрона в полі атомного ядра представляє науковий інтерес, оскільки є одним з основних процесів взаємодії гамма-квантів з речовиною. Так, для енергій фотонів понад 3 МеВ процеси ФНП є переважаючим механізмом втрати енергії в більшості матеріалів. Тому цей процес привертає увагу вже досить тривалий час [175–185]. Уперше диференціальний переріз для цього процесу в рамках квантової електродинаміки був отриманий Бете та Гайтлером у добре відомій роботі [72]. У нерезонансному випадку процес ФНП на ядрі в полі одної та двох монохроматичних хвиль був вивчений у роботах [175, 176, 182]. Вперше найбільш загальний розрахунок диференціального перерізу для процесу ФНП на ядрі в полі плоскої монохроматичної хвилі був виконаний Рощупкіним у роботі [177].

Теорію резонансного фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в електромагнітному полі плоскої монохроматичної хвилі було розвинено в роботах [176, 279]. Борисов та ін. в роботі [176] вивчили резонансний процес ФНП на ядрі в окремому випадку ультрарелятивістських енергій електрона і позитрона, коли початковий фотон і фотони лазерного поля летять назустріч один одному. Як результат такої залежності для ультрарелятивістських енергій переважаючим є процес, коли народжені електрон і позитрон вилітають під малими кутами відносно напрямку руху початкового фотона.

У цьому розділі досліджено процес народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в полі однієї та двох імпульсних лазерних хвиль. Проведено аналіз відношення підсумованого по парціальних процесах перерізу народження пари на ядрі в полі лазерної хвилі до перерізу процесу за відсутності поля як функція азимутального кута для моделі плоскої монохроматичної хвилі і моделі імпульсної хвилі. Вивчено процес резонансного фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в полі імпульсної світлової хвилі. Показано, що резо-

нанс має місце, коли енергія початкового фотона більша граничного значення, яке значно більше за дві енергії спокою електрона. Народжені електрон і позитрон мають ультрарелятивістські енергії.

Процес народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль характеризується наявністю інтерференційної кінематичної області. Кут падіння початкового фотона визначає мінімальну енергію народженої пари. Детально проаналізовано розподіл диференціального перерізу процесу фотонародження в інтерференційній області від кінетичної енергії пари. Основні результати цього розділу були опубліковані в роботах [12–17, 25] та апробовані на конференціях [29, 36].

4.1. Фотонародження електрон-позитронної пари в лазерному полі

Опишемо зовнішній електромагнітний імпульс як плоску еліптично поляризовану квазімонохроматичну хвилю, що поширюється вздовж вісі z з 4-потенціалом (2.2)-(2.4).

Розглянемо народження пари електрона з 4-імпульсом $p_- = (E_-, p_-)$ і позитрона з 4-імпульсом $p_+ = (E_+, p_+)$ фотоном $k_i = (\omega_i, k_i)$ на ядрі в зовнішньому імпульсному полі (2.2)-(2.4) у першому борнівському наближенні по взаємодії електрона і позитрона з кулонівським полем ядра. Діаграми Фейнмана для процесу фотонародження пари на ядрі в зовнішньому світловому полі представлені на рисунку 4.1.

Хвильова функція початкового фотона визначається наступним виразом

$$A_i(x, k_i) = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_i}} \cdot \varepsilon_i \cdot \exp(ik_i x) \quad (4.1)$$

де ε_i і $k_i = (\omega_i, k_i)$ – 4-вектор поляризації і 4-імпульс початкового фотона, $(k_i x) = \omega_i t - \mathbf{k}_i \mathbf{x}$. Поле ядра опишемо кулонівським потенціалом у вигляді

$$A_0(|\mathbf{x}|) = \frac{Ze}{|\mathbf{x}|}. \quad (4.2)$$

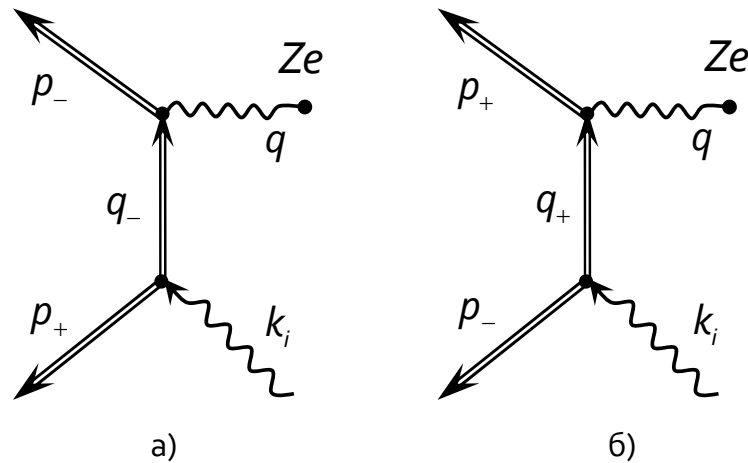


Рис. 4.1. Діаграми Фейнмана процесу фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в полі імпульсної електромагнітної хвилі. Подвійні вільні лінії означають хвильові функції електрона і позитрона в полі хвилі, внутрішні лінії — функціям Гріна електрона та позитрона в полі хвилі, хвилясті лінії відповідають початковому γ -кванту k_i і переданому ядру імпульсу q .

4.1.1. Амплітуда переходу для процесу фотонародження пари.

Відмітимо той факт, що процес ФНП на ядрі є крос-канал процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі. Тому, вирази для амплітуди лазер-модифікованого процесу ФНП можуть бути отримані із відповідних співвідношень для процесу СГВ використовуючи заміни:

$$p_- \rightarrow p_f, \quad p_+ \rightarrow -p_i, \quad k_i \rightarrow -k'. \quad (4.3)$$

де p_- , p_+ , k_i — 4-імпульси електрона, позитрона і початкового фотона, відповідно. Процес спонтанного гальмівного випромінювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі було детально описано в попередньому розділі та роботах [169–171]. Ураховуючи вказані результати, можна представити амплітуду переходу для процесу ФНП на ядрі в помірно сильному імпульсному полі (1.15) у вигляді

$$S^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l^{(\pm)}, \quad (4.4)$$

де $S_l^{(\pm)}$ – парціальна амплітуда ФНП, яка відповідає процесам з випромінюванням ($l > 0$) або поглинанням ($l < 0$) $|l|$ фотонів зовнішнього поля:

$$S_l^{(\pm)} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \bar{u}_- [B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) + B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)] u_+. \quad (4.5)$$

Тут функції $B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i)$, $B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)$ відповідають діаграмам а) і б) (див. рисунок 4.1) для процесу ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі.

Розглянемо діаграму а), для якої (див. також [169–171]):

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\omega}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\Lambda_{l-n}(\xi) \tilde{\gamma}_0 [\hat{q}_- + m + \xi \hat{k}] \hat{\varepsilon}_i \Lambda_n(\xi)}{q_-^2 - m^2 + 2\xi(kq_-) + i0}, \quad (4.6)$$

де 4-вектор $q = (q_0, \mathbf{q})$ – переданий ядру 4-імпульс; q_- – 4-імпульс електрона в проміжному стані

$$\begin{cases} q = p_- + p_+ - k_i + lk \\ q_- = k_i - nk - p_+, \\ q_+ = k_i - nk - p_-. \end{cases} \quad (4.7)$$

Тут q_+ – 4-вектор позитрона в проміжному стані для діаграми б) (див. рис. 4.1).

У виразі (4.6) інтегральні функції Λ_{l-n} та Λ_n відповідно рівні:

$$\begin{cases} \Lambda_{l-n}(\xi) = \tau \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot L_{l-n}(\phi) \cdot \exp\{iq_0\tau\phi - i(\xi\omega\tau)\phi\}, \\ \Lambda_n(\xi) = \tau \int_{-\infty}^{\infty} d\phi' \cdot L_n(\phi') \cdot \exp\{i(\xi\omega\tau)\phi'\}; \end{cases} \quad (4.8)$$

де змінні інтегрування мають вигляд

$$\phi = \frac{\varphi}{\omega\tau}, \quad \phi' = \frac{\varphi'}{\omega\tau}. \quad (4.9)$$

Осцилюючий характер підінтегральної функції у виразі (4.8) визначає істо-

тну область змінної інтегрування ξ :

$$|\xi| \lesssim \frac{1}{\omega\tau} \ll 1. \quad (4.10)$$

В інтегралах (4.8) спеціальні функції $L_n(\phi')$, $L_{l-n}(\phi)$, які визначають ймовірності вимушених процесів в полі однієї лазерної хвилі, плавно залежать від змінних інтегрування (4.9) і визначаються таким чином

$$L_n(\phi') \equiv L_n(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi') \beta_{q-p_+}(\phi')) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \exp \left\{ i \left[\gamma_{q-p_+}(\phi') \sin(\varphi - \chi_{q-p_+}) \beta_{q-p_+}(\phi') \sin 2\varphi - n\varphi \right] \right\}. \quad (4.11)$$

Аргументи інтегральної функції (4.11) відіграють роль параметрів багатофотонності та у розглянутому випадку набувають форми

$$\tan \chi_{q-p_+} = \delta \frac{(e_y Q_{q-p_+})}{(e_x Q_{q-p_+})}, \quad Q_{q-p_+} = \frac{q_-}{(kq_-)} - \frac{p_+}{(kp_+)}, \quad (4.12)$$

$$\gamma_{q-p}(\phi') = \eta(\phi') m \sqrt{(e_x Q_{q-p_+})^2 + \delta^2 (e_y Q_{q-p_+})^2}, \quad (4.13)$$

$$\beta_{q-p_+}(\phi') = \frac{1}{8} (1 - \delta^2) \eta^2(\phi') m^2 \left[\frac{1}{(kq_-)} + \frac{1}{(kp_+)} \right]. \quad (4.14)$$

Зазначимо, що спеціальна функція $L_n(\phi')$ відповідає процесу народження пари початковим фотоном в зовнішньому полі, а функція $L_{l-n}(\phi)$ відповідає процесу розсіювання електрона (діаграма а)) чи позитрона (діаграма б)) на ядрі з вимушеним випромінюванням чи поглинанням $|l-n|$ фотонів лазерного поля. Функцію $L_{l-n}(\phi) \equiv L_{l-n}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi) \beta_{p-q_-}(\phi))$ легко отримати з виразів (4.11)-(4.14) заміною: $n \rightarrow l-n$; $q_- \rightarrow p_-$; $p_+ \rightarrow -q_-$.

У подальшому дослідженні в цьому підрозділі зосередимо увагу на нерезонансному випадку, коли для 4-імпульсів електрона та позитрона в проміжному

стані виконується умова:

$$q_{\pm}^2 - m^2 \gg \frac{(kq_{\pm})}{\omega\tau}. \quad (4.15)$$

У нерезонансному випадку (4.15) в амплітуді B_{l-} (4.6) можна покласти $\xi = 0$ скрізь, за винятком показників експонент. Це дозволяє легко провести інтегрування по змінній ξ . Після простих математичних перетворень вираз для функції B_{l-} (4.6) набере наступного вигляду

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4\pi \cdot \Lambda_{n,l-n}^{(-)}(q_0)}{q^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \cdot \frac{\tilde{\gamma}_0(\hat{q}_- + m)\hat{\varepsilon}_i}{q_-^2 - m^2}, \quad (4.16)$$

$$\Lambda_{n,l-n}^{(-)}(q_0) = \tau \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot L_n(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi) \beta_{q-p_+}(\phi)) \times \\ \times L_{l-n}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi) \beta_{p-q_-}(\phi)) \exp(iq_0\tau\phi). \quad (4.17)$$

Відмітимо, що вираз для амплітуди $B_{l+}(\hat{\varepsilon}^*, \tilde{\gamma}_0)$ можна отримати зі співвідношень (4.16)-(4.17), якщо зробити заміни: $q_- \rightarrow -q_+$ та $\tilde{\gamma}_0 \leftrightarrow \hat{\varepsilon}_i$.

З виразів (4.11)-(4.14) випливає, що функція перед експонентою в інтегралі (4.17) є плавно змінною функцією аргументу ϕ . Отже, в показнику експоненти $q_0\tau \lesssim 1$ інакше інтеграл (4.17) буде малий з огляду на швидкі осциляції підінтегральної функції. Закон збереження енергії для досліджуваного процесу ФНП на ядрі в імпульсному лазерному полі виконується в рамках співвідношення:

$$q_0 = E_- + E_+ - \omega_i + l\omega \lesssim \frac{1}{\omega\tau} \cdot \omega \ll \omega. \quad (4.18)$$

У законі збереження (4.18) величина l може бути виміряна експериментально і визначає кількість фотонів зовнішнього поля, що були випромінені ($l > 0$) чи поглинуті ($l < 0$) в процесі народження пари початковим фотоном на ядрі. Істотна область значень l визначається показником спеціальних функцій L_l (4.11), які визначають імовірність багатифотонних процесів. З властивостей функцій L_l і виразу для аргументу (4.13) випливає, що основний

вклад у суму (4.4) вносять процеси з випромінюванням або поглинанням числа фотонів:

$$|l| \lesssim \gamma_0 = \eta_0 \cdot mv_{\pm}/\omega. \quad (4.19)$$

У області помірно сильних полів (1.15) і релятивістських енергій електрона і позитрона ($E_{\pm} \gtrsim m$) енергетичним вкладом фотонів зовнішнього поля в співвідношеннях (4.7) можна знехтувати, оскільки

$$|l| \omega/E_{\pm} \lesssim \eta_0 m/E_{\pm} \ll 1. \quad (4.20)$$

З огляду на це проведемо підсумовування по індексу n у виразі (4.16):

$$S_l^{(\pm)} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \cdot \frac{4\pi \cdot \Delta_l(q_0)}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \left(\bar{u}_- M^{(\pm)} u_+ \right) \quad (4.21)$$

$$M^{(\pm)} = \tilde{\gamma}_0 \frac{\hat{q}_- + m}{q_-^2 - m^2} \hat{\varepsilon}_i + \hat{\varepsilon}_i \frac{-\hat{q}_+ + m}{q_+^2 - m^2} \tilde{\gamma}_0, \quad (4.22)$$

$$\Delta_l(q_0) = \tau \int_{-\infty}^{\infty} L_l[\chi_{\pm}, \gamma_{\pm}(\phi) \beta_{\pm}(\phi)] \cdot \exp(iq_0 \tau \phi) d\phi, \quad (4.23)$$

$$\tan \chi_{\pm} = \delta \frac{(e_y q_{\pm})}{(e_x q_{\pm})}, \quad q_{\pm} = \frac{p_-}{(kp_-)} - \frac{p_+}{(kp_+)}, \quad (4.24)$$

$$\gamma_{\pm}(\phi) = \frac{\eta(\phi)}{\omega} \sqrt{(e_x q_{\pm})^2 + \delta^2 (e_y q_{\pm})^2}, \quad (4.25)$$

$$\beta_{\pm}(\phi) = \frac{1}{8} (1 - \delta^2) \eta_0^2 g^2(\phi) \left(\frac{1}{(kp_-)} + \frac{1}{(kp_+)} \right). \quad (4.26)$$

Вирази (4.4), (4.21)-(4.26) визначають шукану нерезонансну амплітуду процесу фотонародження релятивістської пари електрон-позитрон на ядрі в помірно сильному імпульсному полі. Підкреслимо, що ця амплітуда справедлива і для нерелятивістських енергій частинок за умови: $\eta_0 \ll v_{\pm}$.

4.1.2. Переріз процесу фотонародження пари на ядрі.

Диференціальний переріз процесу ФНП на ядрі в імпульсному лазерному полі визначається з амплітуди (4.4), (4.21)-(4.26) за загальними правилами. Він має вид суми по парціальних компонентах:

$$d\sigma^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l^{(\pm)}, \quad (4.27)$$

де $d\sigma_l^{(\pm)}$ – парціальний диференціальний переріз ФНП на ядрі в імпульсному лазерному полі з випромінюванням ($l > 0$) або поглинанням ($l < 0$) $|l|$ фотонів лазерного поля. Парціальний переріз визначається наступним виразом

$$d\sigma_l^{(\pm)} = \frac{|S_l^{(\pm)}|^2}{T} \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3}, \quad (4.28)$$

тут T – деякий великий час спостереження $T \gtrsim \tau$.

Візьмемо до уваги співвідношення $d^3p_{\pm} = |\mathbf{p}_{\pm}| E_{\pm} dE_{\pm} d\Omega_{\pm}$. З урахуванням умови квазімонохроматичності зовнішньої імпульсної хвилі (2.4) можна легко проінтегрувати парціальний диференціальний переріз (4.28) по енергії кінцевого електрона. У результаті отримаємо парціальний переріз народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в імпульсному полі у вигляді

$$d\sigma_l^{(\pm)} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2}{(2\pi)^2} \cdot \frac{m^2 |\mathbf{p}_+| |\mathbf{p}_-|}{\omega_i q^4} \left| \bar{u}_- M^{(\pm)} u_+ \right|^2 W_l^{(\pm)} d\Omega_+ d\Omega_- dE_+, \quad (4.29)$$

$$W_l^{(\pm)} = \frac{1}{\rho} \int_{-\rho/2}^{\rho/2} |L_l[\chi_{\pm}, \gamma_{\pm}(\phi) \beta_{\pm}(\phi)]|^2 d\phi, \quad \rho = \frac{T}{\tau}. \quad (4.30)$$

У нашому дослідженні залишимо поза увагою поляризаційні ефекти. Тоді диференціальний переріз лазер-модифікованого процесу ФНП на ядрі (4.29) слід усереднити по поляризації початкового фотона і підсумувати по поляризаціях електрона та позитрона в кінцевих станах. Після проведення відповідних математичних перетворень отримаємо нерезонансний диференціальний переріз

процесу ФНП на ядрі в імпульсному лазерному полі в наступному вигляді

$$d\sigma_l^{(\pm)} = d\sigma_*^{(\pm)} \cdot W_l^{(\pm)}, \quad (4.31)$$

де $d\sigma_*^{(\pm)}$ – диференціальний переріз ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля [9,72]; $W_l^{(\pm)}$ – ймовірність вимушеного випромінювання або поглинання $|l|$ фотонів зовнішнього поля (4.30). Таким чином, у розглянутому нерезонансному випадку парціальний переріз ФНП факторизується на добуток перерізу ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля та ймовірності вимушеного випромінювання або поглинання фотонів зовнішнього поля.

Слід зазначити, що в граничному переході до моделі плоскої монохроматичної хвилі ($\omega\tau \rightarrow \infty$) вираз для ймовірності (4.30) набуває вигляду

$$W_l^{(\pm)} = |L_l [\chi_{\pm}, \gamma_{\pm}(0) \beta_{\pm}(0)]|^2. \quad (4.32)$$

Тоді співвідношення (4.31)-(4.32) представляють парціальний переріз процесу ФНП релятивістських енергій на ядрі для моделі плоскої помірно сильної монохроматичної хвилі (1.15). Як слідує з (4.30), (4.32), в імпульсному полі ймовірність процесів вимушеного випромінювання або поглинання фотонів зовнішнього поля визначається як середнє значення по лазерному імпульсу від відповідної ймовірності в полі монохроматичної хвилі.

Диференціальний переріз (4.27), (4.31) у випадку релятивістських енергій пари можна легко підсумувати по усіх можливих процесах випромінювання і поглинання фотонів лазерного поля з огляду на умову (4.20):

$$d\sigma^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l^{(\pm)} = d\sigma_*^{(\pm)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} W_l^{(\pm)} = d\sigma_*^{(\pm)}. \quad (4.33)$$

Таким чином, для релятивістських енергій електрона і позитрона після підсумовування парціальних перерізів по усіх процесах вимушеного випромінювання і поглинання фотонів всі істотно квантові внески компенсуються і диференціальний переріз (4.33) співпадає з перерізом ФНП на ядрі за відсутності поля.

4.1.3. Нерелятивістські енергії електрон-позитронної пари.

Розглянемо процес народження пари фотонем на ядрі в імпульсному полі лазера у випадку нерелятивістських енергій електрона і позитрона, коли після народження швидкість їх осциляцій в лазерному полі одного порядку за величиною зі швидкістю поступального руху

$$\eta_0 \lesssim v_{\pm} \ll 1. \quad (4.34)$$

Оскільки, дослідження процесу проводиться в рамках борнівського наближення, то в таких умовах на величину енергії початкового фотона накладається обмеження

$$Z\alpha \ll \sqrt{\frac{\omega_i - 2m}{m}} \ll 1. \quad (4.35)$$

Закон збереження енергії (4.18) в цьому випадку спрощується до вигляду

$$\frac{\mathbf{p}_-^2}{2m} + \frac{\mathbf{p}_+^2}{2m} - mT_i + l\omega \lesssim \frac{1}{\omega\tau} \cdot \omega, \quad (4.36)$$

де для зручності введена безрозмірна величина T_i , яка визначається енергією початкового фотона:

$$T_i \equiv \frac{\omega_i - 2m}{m}. \quad (4.37)$$

Ураховуючи властивості інтегральних функцій L_l , легко оцінити по порядку величини кількість фотонів l , що випромінюють або поглинають електрон та позитрон нерелятивістських енергій у процесі ФНП:

$$|l| \lesssim \gamma_{\pm} \sim \gamma_0 = \eta_0 \frac{mv_{\pm}}{\omega} \Rightarrow |l|\omega \sim \frac{\eta_0}{v_{\pm}} \cdot \frac{p_{\pm}^2}{m} \lesssim \frac{p_{\pm}^2}{m}. \quad (4.38)$$

Таким чином, для помірно сильних інтенсивностей (1.15) енергетичними поправками по полю в законі збереження енергії (4.36) знехтувати не можна.

Після спрощень у нерелятивістському наближенні, отримуємо наступний аналітичний вираз для нерезонансного диференціального перерізу ФНП на ядрі в імпульсному полі:

$$d\sigma^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l^{(\pm)}, \quad (4.39)$$

$$d\sigma_l^{(\pm)} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2}{64\pi^2} \cdot \frac{|\mathbf{p}_+| |\mathbf{p}_-(l)|}{m^5} \times \quad (4.40)$$

$$\times (\mathbf{p}_+^2 \sin^2 \theta_+ + \mathbf{p}_-^2(l) \cdot \sin^2 \theta_-) \cdot W_l^{(\pm)} \cdot d\Omega_+ d\Omega_- dE_+,$$

де $\theta_- = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_-)$ та $\theta_+ = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_+)$ – полярні кути електрона і позитрона.

Подальший аналіз будемо проводити для циркулярної поляризації зовнішньої хвилі ($\delta = \pm 1$) з огинаючою функцією потенціалу у вигляді функції Гауса. Функція $W_l^{(\pm)}$ (4.30), яка визначає ймовірність парціальних процесів, у випадку циркулярної поляризації набуває вигляду

$$W_l^{(\pm)} = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho J_l^2(\gamma_l \exp\{-(2\phi)^2\}) d(2\phi), \quad (4.41)$$

$$\gamma_l = \frac{\eta_0}{\omega} \sin \theta_+ \sqrt{\mathbf{p}_+^2 \mathbf{p}_-^2(l) \cdot \frac{\sin^2 \theta_-}{\sin^2 \theta_+} - 2 |\mathbf{p}_+| |\mathbf{p}_-(l)| \frac{\sin \theta_-}{\sin \theta_+} \cos \varphi}. \quad (4.42)$$

Азимутальний кут φ – є кут між площинами $(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}_-)$ та $(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}_+)$, а величина $|\mathbf{p}_-(l)|$ визначається із закону збереження енергії (4.36):

$$|\mathbf{p}_-(l)| = m \sqrt{2 \left(T_i - \frac{l\omega}{m} \right) - \frac{\mathbf{p}_+^2}{m^2}}. \quad (4.43)$$

На відміну від розглянутого вище випадку релятивістських енергій, у силу залежності від числа фотонів l парціальний переріз процесу ФНП нерелятивістських енергій (4.40) не факторизується на переріз процесу ФНП за відсутності зовнішнього поля та ймовірність вимушених процесів. Енергія, яка може випромінюватися або поглинатися з поля народженою парою, може бути одного

порядку за величиною з їх кінетичною енергією. Виникає питання, наскільки переріз (4.39), підсумований по парціальних процесах, буде відрізнятися від диференціального перерізу звичайного процесу ФНП фотоном на ядрі.

У подальшому дослідженні обмежимося випадком, коли поперечні компоненти імпульсу початкового фотона дорівнюють нулю. Це відповідає паралельному ($k_i \uparrow \uparrow k$) або зустрічному ($k_i \uparrow \downarrow k$) рухові початкового фотона і фотона зовнішньої хвилі. Покладемо також, що електрон і позитрон вилітають з рівними полярними кутами $\sin \theta_- = \sin \theta_+ = \sin \theta_{\pm}$. У цьому випадку відношення нерезонансного перерізу ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі до відповідного перерізу ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля набуває вигляду

$$R = \frac{d\sigma^{(\pm)}}{d\sigma_*^{(\pm)}} = \sum_{l=-\infty}^{l_{\max}} \sqrt{1 - 2F_l} (1 - F_l) \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} J_l^2(\gamma_l(\varphi) \exp\{-\phi^2\}) d\phi, \quad (4.44)$$

$$F_l = \frac{l\omega}{mT_i}, \quad \gamma_l(\varphi) = \eta_0 \frac{m\sqrt{2T_i}}{\omega} \sin \theta_{\pm} \sqrt{1 - 2F_l - \sqrt{1 - 2F_l} \cos \varphi}. \quad (4.45)$$

Зазначимо, що максимальна кількість випромінюваних фотонів l_{\max} обмежена законом збереження енергії (4.36).

На рисунку 4.2 представлено відношення перерізів R (4.44) як функцію азимутального кута φ при фіксованих полярних кутах вильоту пари. Це відношення розглянуто для моделі плоскої монохроматичної хвилі і моделі імпульсної хвилі. Відмітимо, що диференціальний переріз ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля в нерелятивістському випадку не залежить від азимутального кута, тобто має аксіальну симетрію [9].

З рисунків 4.2 видно, що підсумований по парціальних процесах переріз $d\sigma^{(\pm)}$ більший за переріз за відсутності зовнішнього поля $d\sigma_*^{(\pm)}$ для всіх значень азимутального кута. Максимум відношення R (4.44) припадає на значення кута $\varphi = 180^\circ$, що відповідає народженню електрона та позитрона в площині з падаючим фотоном. У цьому випадку в процесі народження електрон і позитрон поглинає з хвилі найбільшу кількість фотонів імпульсної хвилі, оскільки параметри $\gamma_l(\varphi)$ та $|F_l|$ (4.45) – максимальні.

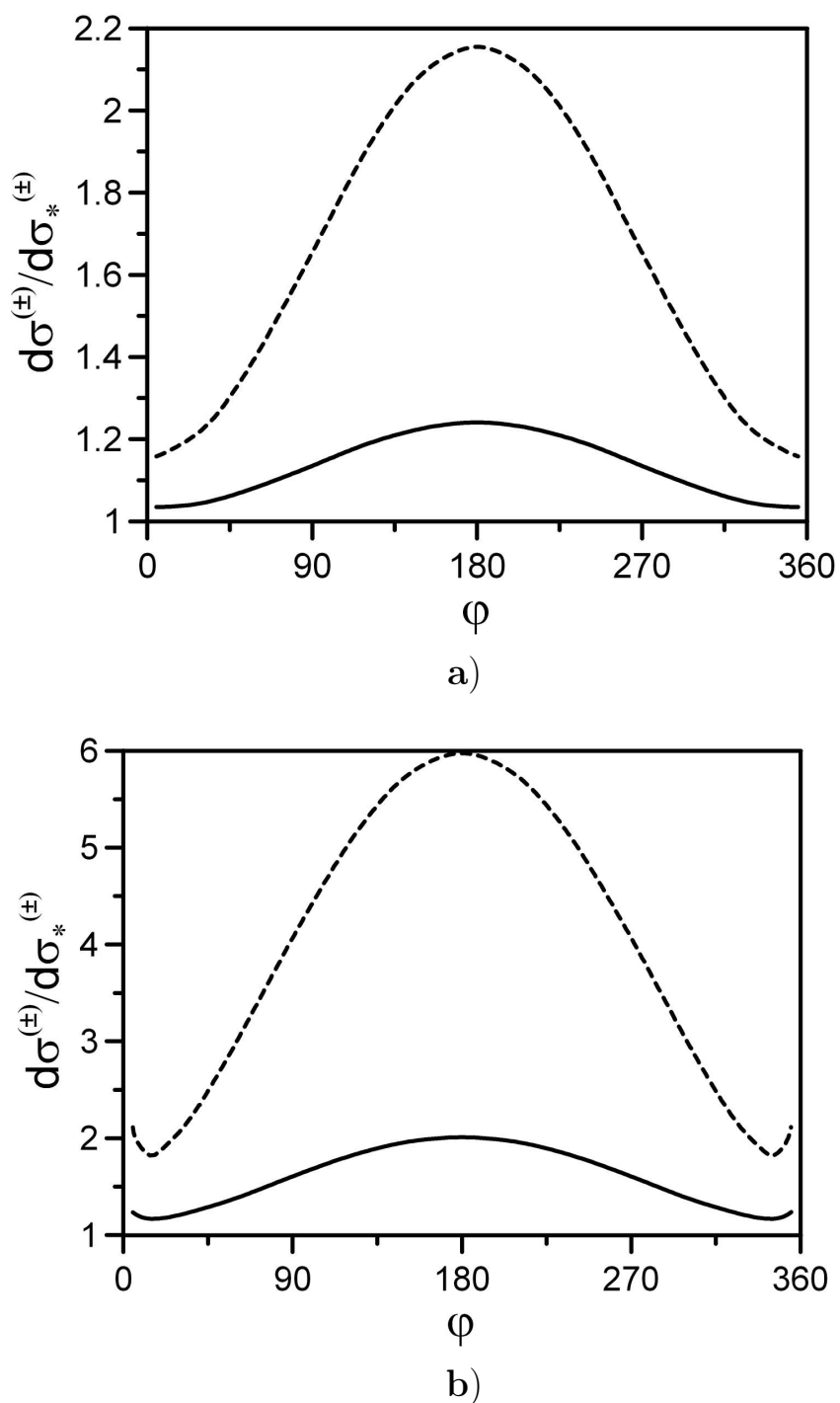


Рис. 4.2. Залежність відношення перерізів R (4.44) від азимутального кута. Енергія початкового фотона $\omega_i = 1,027$ MeB ($T_i = 0,01$); електрон і позитрон вилітають з рівними полярними кутами: а) $\theta_{\pm} = 30^\circ$; б) $\theta_{\pm} = 90^\circ$; швидкість позитрона $v_+ = 0,1$; інтенсивність поля в центрі лазерного імпульсу $\eta_0 = 0,1$; енергія фотона лазерного поля $\omega = 2,35$ eB.

Суцільна лінія відповідає випадку імпульсної хвилі ($\rho = 3$),
пунктирна лінія – випадку монохроматичної хвилі.

Як видно з рисунку 4.2 а), для кутів вильоту електрона і позитрона $\theta_{\pm} = 30^{\circ}$ нерезонансний переріз $d\sigma^{(\pm)}$ може на 25% перевищувати звичайний переріз $d\sigma_*^{(\pm)}$, при цьому для моделі монохроматичної хвилі нерезонансний переріз більше ніж у два рази перевищує звичайний переріз. З рисунку 4.2 б) видно, що для кутів вильоту електрона і позитрона $\theta_{\pm} = 90^{\circ}$ нерезонансний переріз $d\sigma^{(\pm)}$ може у два рази перевищувати звичайний переріз $d\sigma_*^{(\pm)}$, при цьому для моделі монохроматичної хвилі нерезонансний переріз у шість разів перевищує звичайний переріз. У цьому випадку максимум розподілу відповідає вильоту електрона і позитрона уздовж однієї лінії в протилежних напрямках.

Відмінність в абсолютній величині перевищення нерезонансного перерізу над звичайним перерізом ФНП на ядрі для імпульсного поля і монохроматичної хвилі легко зрозуміти. У роботі [169] було досліджено розподіл ймовірності по числу фотонів лазерного поля для моделей монохроматичної хвилі та імпульсної хвилі. Було показано, що для імпульсної лазерної хвилі найбільш вірогідні процеси з числом фотонів $l \sim 1$, а для випадку монохроматичної хвилі – $l \sim \gamma_0$. Таким чином, у випадку імпульсної хвилі ймовірності вимушених процесів набувають перерозподілу і процеси з поглинанням та випромінюванням $l \sim \gamma_0$ фотонів пригнічені.

4.2. Резонансне фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в полі імпульсного лазера.

У цьому підрозділі розглянемо резонансні властивості процесу ФНП на ядрі в імпульсному полі лазера, що пов'язані з виходом проміжної частинки на масову оболонку. Умова виникнення резонансу для процесу ФНП визначається співвідношенням:

$$q_{\pm}^2 - m^2 \lesssim \frac{(kq_{\pm})}{\omega\tau}. \quad (4.46)$$

Тобто 4-імпульс частинки в проміжному стані в умовах резонансу лежить поблизу масової поверхні.

Рівності в співвідношенні (4.7), що визначають 4-імпульси q та q_{\pm} , зручно записати для амплітуд а) і б) (рис. 4.1) відповідно у вигляді

$$\begin{cases} k_i + rk = q_- + p_+, \\ q = p_- - q_- (l + r) k; \end{cases} \quad (4.47)$$

$$\begin{cases} k_i + rk = p_- + q_+, \\ q = p_+ - q_+ (l + r) k. \end{cases} \quad (4.48)$$

Вирази (4.47)-(4.48) по суті є законами збереження 4-імпульсу для вершин діаграм (рис. 4.1), які в силу умови (4.46) виконуються тільки для значень $r > 0$.

Ураховуючи умову (4.46), з виразу (4.47) можна отримати енергію початкового фотона ω_i^{res} (резонансну частоту), для якої може спостерігатися резонанс. З точністю до членів нульового порядку по малому параметру $(\omega\tau)^{-1}$ для діаграм а) і б) (див. рис. 4.1) отримуємо:

$$\omega_i^{res} = \omega_i^{\pm} \equiv r\omega \cdot \frac{(np_{\mp})}{(n_i q_{\pm})}, \quad (4.49)$$

$$n = k/\omega = (1, \mathbf{n}), \quad n_i = k_i/\omega_i = (1, \mathbf{n}_i). \quad (4.50)$$

В області помірно сильних полів (1.15) закон збереження енергії ($q_0 \approx 0$) можна записати у вигляді

$$\omega_i \approx E_- + E_+. \quad (4.51)$$

Як слідує з виразу (4.49), в області помірно сильних полів резонанси можливі лише для ультрарелятивістських позитрона p_+ (діаграма а)) і електрона p_- (діаграма б)), якщо вони рухаються у вузькому конусі з початковим γ -квантом k_i . При цьому резонансні частоти (4.49) набувають вигляду

$$\omega_i^{\pm} = \frac{E_{\pm}}{1 - W_{\pm}/E_{\pm}}, \quad W_{\pm} = \frac{m^2}{r\omega} \cdot \frac{(1 + \delta_{i\pm}^2)}{2(nn_i)}, \quad (4.52)$$

де

$$\delta_{i\pm} = \theta_{i\pm} \cdot (E_{\pm}/m), \quad \theta_{i\pm} = \angle(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}_{\pm}) \ll 1. \quad (4.53)$$

Таким чином, резонанси можливі лише для енергій позитрона (електрона) більших порогового значення W_{\pm} (4.52): $E_{\pm} > W_{\pm} \sim m^2/\omega$.

Використовуючи вирази для резонансних частот (4.52), нескладно отримати енергію позитрона в умовах резонансу

$$E_+ = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{\omega_i^{th}}{\omega_i}} \right\} \cdot \omega_i, \quad (4.54)$$

де ω_i^{th} – порогова енергія початкового γ -кванта, яка визначається так

$$\omega_i^{th} = \frac{2m^2}{\omega(1 - \cos \theta_i)}, \quad \theta_i = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i). \quad (4.55)$$

Як видно з виразу (4.55), величина порогової енергії початкового фотона істотно залежить від його орієнтації відносно напрямку поширення хвилі. Так, порогова енергія мінімальна, коли початковий фотон поширюється назустріч хвилі. У протилежному випадку, при паралельному русі початкового фотона з фотонами зовнішнього поля, резонанси не спостерігаються. Відмітимо, що енергію електрона можна отримати із виразу (4.54) шляхом зміни знака на протилежний перед квадратним коренем.

З виразу (4.54) випливає, що поблизу порога ($\omega_i - \omega_i^{th} \ll \omega_i^{th}$) енергії народжених електрона та позитрона рівні ($E_+ = E_- \cong \omega_i^{th}/2$). Якщо ж енергія початкового фотона велика, тобто $\omega_i \gg \omega_i^{th}$, тоді енергії електрона і позитрона істотно відрізняються одна від одної: $E_{\pm} = \omega_i - \omega_i^{th}/4 \approx \omega_i$, $E_{\mp} \approx \omega_i^{th}/4$.

Умова інтерференції резонансних амплітуд для діаграм а) та б) на рисунку 4.1 набуває вигляду

$$\omega_i^+ = \omega_i^- \Rightarrow (np_-)(n_iq_-) = (np_+)(n_iq_+). \quad (4.56)$$

Використовуючи закон збереження енергії (4.51) і вирази для частоти (4.52) отримаємо, що інтерференція резонансних амплітуд відбувається, якщо електрон p_- і позитрон p_+ рухаються у вузькому конусі з падаючим γ -квантом k_i , причому $\delta_{i-} = \delta_i$, і $\theta_{i-} \sim \omega/E_-$.

Надалі розглянемо резонанс однієї з діаграм. Вважатимемо, що енергія і, відповідно, частота початкового фотона має значення

$$\omega_i \approx \omega_i^{res} = \omega_i^- . \quad (4.57)$$

4.2.1. Резонансна амплітуда процесу.

В умовах резонансу (4.49) амплітуда процесу ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі має вигляд

$$S^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l^{(\pm)}, \quad (4.58)$$

де $S_l^{(\pm)}$ – парціальна амплітуда, яка відповідає процесам з випромінюванням або поглинанням $|l|$ -фотонів зовнішнього поля

$$S_l^{(\pm)} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \bar{u}_- [B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) + B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)] u_+ . \quad (4.59)$$

Тут функції $B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i)$ та $B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)$ відповідають діаграмам а) і б) для процесу фотонародження електрон-позитронної пари на ядрі в імпульсному лазерному полі, які зображені на рисунку 4.1. Отримаємо явний вигляд цих функцій після введення резонансного параметра та інтегрування за схемою (3.93):

$$\begin{aligned} B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) &= \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{2\omega\tau^2}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \cdot \frac{i\pi}{2(kq_-)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\phi L_{l+r}(\phi) \exp\{i(q_0\tau + 2\beta)\phi\} \cdot \tilde{\gamma}_0(\hat{q}_- + m) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\phi' F_{-r}(\phi') \exp\{-2i\beta\phi'\} \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\beta = \frac{q_-^2 - m^2}{4(kq_-)} \omega \tau. \quad (4.61)$$

Тут функції $F_{-r}(\phi')$, $L_{l+r}(\phi)$ плавно залежать від змінних інтегрування та визначені наступними співвідношеннями

$$\begin{aligned} F_{-r}(\phi') &= \hat{\varepsilon}^* \cdot L_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi')) + \\ &+ ((e_x + i\delta e_y) b_\eta) \cdot g(\phi') L_{-r+1}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi')), \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$b_\eta = \frac{1}{4} \eta_0 m \left(\frac{\hat{\varepsilon}^* \hat{k} \tilde{\gamma}}{(kp_i)} + \frac{\tilde{\gamma} \hat{k} \hat{\varepsilon}^*}{(kq_i)} \right), \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned} L_{-r}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi'), \beta_{p-q_-}(\phi')) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \{ i [\gamma_{p-q_-}(\phi') \sin(\varphi - \chi_{p-q_-}) + \beta_{p-q_-}(\phi') \sin 2\varphi + r\varphi] \}. \end{aligned} \quad (4.64)$$

З урахуванням закону збереження 4-імпульсу (перше рівняння в системі (4.47)) та виду матричної функції $F_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi'))$ (4.62) впливає, що в резонансі вона визначає амплітуду процесу народження фотоном з 4-імпульсом k_i електрон-позитронної пари з 4-імпульсами q_- та p_+ за рахунок поглинання r фотонів зовнішнього лазерного поля. Цей процес розглядався Рітусом, Нікішовим та ін. для випадку монохроматичної хвилі (див. огляд [2]), а також Нарожним і Фофановим в імпульсному лазерному полі [252]. Величина $L_{l+r}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi), \beta_{p-q_-}(\phi)) \cdot \tilde{\gamma}_0$ з урахуванням величини переданого 4-імпульсу q (див. другу рівність (4.47)) визначає амплітуду процесу розсіювання проміжного електрона з 4-імпульсом q_- на ядрі в полі імпульсної світлової хвилі з поглинанням або випромінюванням $|l+r|$ фотонів хвилі [139].

Отже, за відсутності інтерференції прямої та обмінної амплітуд, процес резонансного ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі ефективно зводиться до двох послідовних процесів першого порядку за сталою тонкої структури: однофотонне народження пари в полі імпульсного лазера і розсіювання електрона

на ядрі в полі імпульсної хвилі (див. рис. 4.1). Для діаграми б) на рис. 4.1 відмінність полягає лише в заміні значення 4-імпульсу електрона в проміжному стані $q_- \rightarrow -q_+$ і зміні послідовності процесів першого порядку.

Інтегральні функції (4.11) для циркулярної поляризації зовнішньої хвилі ($\delta = \pm 1$) визначаються функціями Бесселя цілочисельного порядку. У випадку циркулярної поляризації хвилі в умовах резонансу аргумент функції Бесселя (4.13) для процесу однофотонного народження пари можна представити в наступному вигляді

$$\gamma_{q-p_+}(\phi') = 2r \cdot \eta_0 g(\phi') \cdot \frac{1+z_+}{z_+ z_r} \sqrt{z_+ z_r - (1+z_+)^2}, \quad (4.65)$$

де інваріантні параметри z_+ та z_r визначаються як

$$z_+ = \frac{(kp_+)}{(kq_-)} \approx \frac{E_+}{\omega_i - E_+}, \quad z_r = 2r \cdot \frac{(kk_i)}{m^2}. \quad (4.66)$$

З виразів (4.65)-(4.66) випливає, що в умовах резонансу, як і слід було чекати, для цієї частини амплітуди квантовий параметр Бункіна-Федорова переходить у класичний інваріантний параметр

$$\gamma_{q-p_+}(\phi') \sim \eta_0 \ll 1. \quad (4.67)$$

Отже, основний вклад у резонансний переріз в області помірно сильних полів дає перший резонанс $r = 1$, коли функція Бесселя має найбільше значення. Це відповідає тому, що процес однофотонного народження електрон-позитронної пари в полі імпульсної хвилі головним чином проходить за рахунок поглинання одного фотона зовнішнього поля. При цьому аргумент функції Бесселя $J_{l+r}(\gamma_{p-q_-}(\phi))$ по порядку величини $\gamma_{p-q_-}(\phi) \sim \gamma_0 \gtrsim 1$ і зберігає свою квантову природу. Отже, процес розсіювання проміжного електрона на ядрі в полі помірно сильної імпульсної хвилі має багатофотонний характер.

Розглянемо резонансний процес ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі циркулярної поляризації ($\delta = \pm 1$) за рахунок поглинання одного фотона

зовнішньої хвилі $r = 1$. Для огинаючої функції 4-потенціалу у вигляді (2.2) амплітуду переходу процесу ФНП (4.60) можна спростити до вигляду

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \frac{2\pi \cdot \tilde{\gamma}_0 (\hat{q}_- + m) \hat{F}}{\mathbf{q}^2 + q_0 (q_0 - 2q_z)} \cdot \frac{-i\omega\tau^2 \sqrt{\pi}}{4(kq_-)} \exp\left\{-\frac{\beta^2}{4}\right\} \cdot I(q_0, \beta), \quad (4.68)$$

$$\hat{F} = -\frac{1}{2} \exp\{i\chi_{q-p_+}\} \gamma_{q-p_+}(0) \hat{\varepsilon}_i + ((e_x + i\delta e_y) b_\eta), \quad (4.69)$$

$$I(q_0, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi J_{l+1}(\phi) \cdot \exp\{i(q_0\tau + 2\beta)\phi\} \cdot [\operatorname{erf}(2\phi + i\beta/2) + 1]. \quad (4.70)$$

Тут $\operatorname{erf}(2\phi + i\beta/2)$ є функція помилок, а функція b_η пропорційна параметру η_0 і визначена співвідношенням (4.63).

4.2.2. Резонансний переріз процесу.

Диференціальний переріз процесу ФНП на ядрі в імпульсному полі легко визначити за загальними правилами з виразів для амплітуди (4.58)-(4.59), (4.68)-(4.70):

$$d\sigma^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l^{(\pm)}, \quad (4.71)$$

де $d\sigma_l^{(\pm)}$ – парціальний диференціальний переріз процесу ФНП на ядрі в імпульсному полі лазера з випромінюванням ($l > 0$) або поглинанням ($l < 0$) $|l|$ фотонів зовнішнього поля.

В умовах резонансу й ультрарелятивістських енергій електрона та позитрона енергетичним вкладом фотонів зовнішнього лазерного поля можна знехтувати. Завдяки цьому, резонансний переріз (4.71) легко підсумувати по всіх можливих процесах випромінювання і поглинання фотонів хвилі:

$$\frac{d\sigma_{res}^{(\pm)}}{dE_+ d\Omega_+ d\Omega_-} = \frac{Z^2 e^6}{(2\pi)^2} \frac{|\mathbf{p}_-| |\mathbf{p}_+|}{\omega_i \mathbf{q}^4} |\bar{u}_- M_- u_+|^2 \cdot P_{res}, \quad (4.72)$$

$$P_{res} = \pi (\omega\tau)^2 \frac{\exp\{-\beta^2/2\}}{64 (kq_-)^2} \cdot \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \cdot \left| \operatorname{erf} \left(\phi + \frac{i\beta}{2} \right) + 1 \right|^2, \quad (4.73)$$

$$M_- = \tilde{\gamma}_0 (\hat{q}_- + m) \hat{F}. \quad (4.74)$$

Не будемо розглядати поляризаційні ефекти. Після проведення відповідних усереднень і підсумовувань, а також враховуючи, що тілесний кут можна перетворити до вигляду $d\Omega_+ = (m^2/2E_+^2) d\delta_i^2 d\varphi$, отримаємо наступний вираз для резонансного диференціального перерізу ФНП на ядрі в імпульсному лазерному полі:

$$d\sigma_{1res}^{(\pm)} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{m^2\omega_i}{z_+} \cdot P_{res} \cdot d\sigma_s(q_-) dW_{pair}^{(1)} d\delta_{i+}^2 d\varphi. \quad (4.75)$$

Тут

$$d\sigma_s(q_-) = 2z^2 r_e^2 \frac{|\mathbf{p}_-| m^2}{|\mathbf{q}_-| \mathbf{q}^4} (m^2 + E_-(q_-)_0 + \mathbf{p}_- \mathbf{q}_-) d\Omega_-, \quad (4.76)$$

є диференціальним перерізом розсіювання на ядрі електрона з 4-імпульсом q_- , а функція

$$dW_{pair}^{(1)} = \alpha \frac{\eta_0^2 m^2}{4\omega_i} \left\{ \frac{4(1+z_+)^2}{z_+ z_1} \left(1 - \frac{(1+z_+)^2}{z_+ z_1} \right) - 2 + \frac{(1+z_+)^2}{z_+} \right\} \cdot \frac{dz_+}{(1+z_+)^2} \quad (4.77)$$

виражає ймовірність народження початковим фотоном k_i пари електрон-позитрон з 4-імпульсами q_- та p_+ за рахунок поглинання одного фотона зовнішнього поля. Проведемо інтегрування у виразі (4.75) по азимутальному куту $d\varphi$ і параметру $d\delta_i^2$. При цьому зробимо заміну змінної інтегрування $d\delta_i^2 \rightarrow d\beta$, де параметр β (4.61) в умовах резонансу набуває виду

$$\beta = \frac{\omega\tau}{2} \left[1 - \frac{(1+z_+)^2}{z_+ z_1} (1 + \delta_{i+}^2) \right]. \quad (4.78)$$

У результаті цього отримаємо

$$d\sigma_{1res}^{(\pm)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\omega\tau}{2} \cdot \frac{\omega_i}{m^2 z_1} \cdot d\sigma_s(q_-) dW_{pair}^{(1)}. \quad (4.79)$$

У кінематичній області резонансу процес ФНП на ядрі, що проходить за відсутності зовнішнього поля, був розглянутий Байером та ін. [95]. Було показано, що амплітуди а) і б) (див. рис. 4.1) мають полюси в різних областях кутів вильоту пари і тому не інтерферують між собою. При цьому переріз факторизується:

$$d\sigma_{pair} = dW_{k_i}(p_+, q_-) \cdot d\sigma_S(q_-) \quad (4.80)$$

де $q_- = k_i - p_+$; $dW_{k_i}(p_+, q_-)$ – імовірність народження електрон-позитронної пари q_- та p_+ фотонем k_i . Розглянемо відношення резонансного перерізу процесу ФНП (4.79) до звичайного перерізу (4.80)

$$R_{res} = \frac{d\sigma_{1res}^{(\pm)}}{d\sigma_{pair}} = \frac{\omega_i}{4m\Gamma_\tau(1+z_+)} \cdot \frac{dW_{pair}^{(1)}}{dW_{k_i}(p_+, q_-)}. \quad (4.81)$$

Тут введена пролітна ширина резонансу Γ_τ , яка має явний вигляд

$$\Gamma_\tau = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\omega\tau} \cdot \frac{(kq_-)}{m}. \quad (4.82)$$

Звідси видно, що пролітна ширина визначається частотою і тривалістю лазерного імпульсу, а також кінематикою процесу. Нагадаємо, що при дослідженні резонансного процесу ФНП на ядрі в полі монохроматичної хвилі розбіжність у диференціальному перерізі, зазвичай, усувається шляхом урахування радіаційних поправок у функції Гріна проміжної частинки. Відповідно до процедури Брейта-Вігнера для цього потрібно додати уявну частину до маси електрона або позитрона : $m \rightarrow m - i\Gamma_R$.

Тут радіаційна ширина резонансу Γ_R вводиться феноменологічно,

$$\Gamma_R = \frac{1}{3}\alpha\eta_0^2 \cdot \frac{\sigma_c(q_-)}{\sigma_T} \cdot \frac{(kq_-)}{m}, \quad (4.83)$$

де $\sigma_c(q_-)$ – повний переріз розсіювання Комптона фотона зовнішнього поля на проміжному електроні з 4-імпульсом q_- (найбільш ймовірний канал виходу електрона з проміжного стану), а σ_T – переріз розсіювання Томпсона. З порівняння резонансних ширин (4.82) та (4.83) отримаємо, що пролітна ширина буде більше за радіаційну, коли параметри лазерного імпульсу відповідають нерівності:

$$\omega\tau < \frac{3}{\alpha\eta_0^2} \cdot \frac{\sigma_c(q_-)}{\sigma_T}. \quad (4.84)$$

Умові (4.84) відповідають помірно сильні поля оптичних частот у пікосекундному діапазоні тривалостей. Джерелами таких імпульсних полів можуть слугувати, наприклад, титан-сапфіровий лазер (Ti: Sapphire) або твердотілий лазер на основі алюмо-ітрієвого граната $Y_2Al_5O_{12}$ з добавками неодима Nd (Nd: YAG). Титан-сапфірові лазери мають широку смугу генерації (700-1100 нм) і широкий діапазон тривалості імпульсу (10 пс – 10 фс) за рахунок різного вибору режиму стиснення випромінювання [316].

У логарифмічному наближенні [95] відношення перерізів (4.81) істотно спрощується і набуває вигляду

$$R_{res} = \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \eta_0^2 \omega\tau \cdot \left[\ln \frac{E_+}{m} \right]^{-1}. \quad (4.85)$$

Проведемо оцінку відношення перерізів (4.85) для пікосекундного лазера, якому відповідають параметри: $\eta_0 \approx 0.1$; $\lambda = 1064$ нм, ($\omega = 1.17$ еВ); $\tau = 25$ пс. Початковий γ -квант рухається назустріч хвилі з енергією близькою до порогового значення (4.55) $\omega_i = 5 \cdot 10^5 m = 255$ ГеВ. Отримаємо значення відношення перерізів $R_{res} \approx 40$. Отже, резонансний переріз ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі на порядок величини може перевищувати відповідний переріз ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля.

4.3. Параметричний інтерференційний ефект при фотонародженні пар на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль

Зовнішнє імпульсне лазерне поле виберемо як суперпозицію двох плоских немонахроматичних хвиль. У загальному випадку 4-потенціал такого поля може бути представлений у вигляді

$$A(\varphi) = A_1(\varphi_1) + A_2(\varphi_2). \quad (4.86)$$

У виразі (4.86) кожен із доданків представимо наступним чином:

$$A_j(\varphi_j) = \frac{F_{0j}}{\omega_j} \cdot g_j \left(\frac{\varphi_j}{\omega_j \tau_j} \right) \cdot (e_{jx} \cos \varphi_j + \delta_j e_{jy} \sin \varphi_j), \quad (4.87)$$

$$\varphi_j = k_j x = \omega_j (t - z), \quad j = 1, 2,$$

де F_{0j} , ω_j – напруженість та частота кожної лазерної хвилі; δ_j – параметри еліптичності поляризації хвиль, ($\delta_j = 0$ – відповідає лінійній поляризації, $\delta_j = \pm 1$ – циркулярній поляризації); $k_j = (\omega_j, k_j)$ – 4-хвильові вектори; $e_{xj}^\mu = (0, \mathbf{e}_{xj})$, $e_{yj}^\mu = (0, \mathbf{e}_{yj})$ – 4-вектори поляризації хвиль, які відповідають умовам:

$$e_{xj,yj}^2 = -1, \quad (e_{x,yj} k_j) = 0. \quad (4.88)$$

У виразі (4.87) функції $g_j(\varphi_j/\omega_j \tau_j)$ – огинаючі функції потенціалу зовнішньої хвилі, які дозволяють врахувати імпульсний характер двох лазерних хвиль. Процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль вивчається в рамках наближення квазімонахроматичності, коли за тривалість імпульсу кожна з хвиль здійснює велику кількість осциляцій амплітуди:

$$\frac{\omega_j \tau_j}{2\pi} \gg 1. \quad (4.89)$$

Слід підкреслити, що опис поля через потенціал (4.86) не враховує можливий фазовий зсув між світловими хвилями та передбачає, що максимумами

лазерних імпульсів співпадають. Ефекти, що вносяться фазовим зсувом та розбіжністю в піках імпульсів, у представленому розгляді не вивчаються.

Взаємодія електрона та позитрона з ядром розглядається в рамках борнівського наближення. Тобто вивчається випадок достатньо швидких електрона і позитрона:

$$v_{\mp} \gg Z\alpha, \quad (4.90)$$

де v_- та v_+ – швидкості електрона та позитрона, відповідно; Z – номер заряду ядра; α – постійна тонкої структури (константа електромагнітної взаємодії).

Задача ФНП на ядрі в полі двох лазерних хвиль буде вивчатися в діапазоні помірно сильних полів (1.15), а також для випадку циркулярної поляризації зовнішніх імпульсних хвиль (3.8).

4.3.1. Амплітуда процесу в полі двох імпульсних хвиль.

Розглянемо народження пари електрона $p_- = (E_-, \mathbf{p}_-)$ та позитрона $p_+ = (E_+, \mathbf{p}_+)$ фотоном $k_i = (\omega_i, \mathbf{k}_i)$ на ядрі в зовнішньому полі двох імпульсних хвиль (4.86) - (4.87) у першому борнівському наближенні по взаємодії електрона і позитрона з кулонівським полем ядра (4.90) (див. діаграми на рис. 4.1). Хвильові функції електрона та позитрона визначаються функціями Волкова (3.4), а проміжні стани з 4-імпульсами q_- та q_+ , відповідно описуються функціями Гріна в зовнішньому полі плоскої хвилі (3.5). Хвильова функція початкового фотона визначається виразом (4.1) а поле ядра описується кулонівським потенціалом у вигляді (4.2).

Нагадаємо, що процес народження пари електрон-позитрон фотоном в полі ядра є крос-каналом процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі. Враховуючи результати для процесу спонтанного гальмівного випромінювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль (див. попередній розділ та роботи [13, 16, 17]), можна представити амплітуду ФНП на ядрі в помірно

сильному лазерному полі двох хвиль у виді суми по парціальних компонентах:

$$S_{fi} = \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} S_{l_1 l_2}. \quad (4.91)$$

Тут кожна із парціальних амплітуд $S_{l_1 l_2}$ відповідає процесам з випромінюванням ($l_1, l_2 < 0$) або ($l_1, l_2 > 0$) поглинанням електроном та позитроном l_1 фотонів першої хвилі та l_2 фотонів другої хвилі:

$$S_{l_1 l_2} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \bar{u}_- \left[B_{l_1 l_2}^{(a)}(\tilde{\gamma}^0, \hat{\varepsilon}_i) + B_{l_1 l_2}^{(b)}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}^0) \right] u_+. \quad (4.92)$$

У виразі (4.92) $\bar{u}_- = \bar{u}(p_-)$ та $u_+ = u(-p_+)$ – біспінори Дірака для вільного електронного поля; функції $B_{l_1 l_2}^{(a)}(\tilde{\gamma}^0, \hat{\varepsilon}_i)$ та $B_{l_1 l_2}^{(b)}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}^0)$ відповідають діаграмам а) та б) на рис. 4.1 відповідно:

$$B_{l_1 l_2}^{(a)}(\tilde{\gamma}^0, \hat{\varepsilon}_i) = \sum_{s_1, s_2 = -\infty}^{\infty} 4\pi \frac{\Delta_{l_1, 2-s_1, 2, s_1, 2}^{(a)}(q_-, q_0)}{q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} \tilde{\gamma}^0 \frac{\hat{q}_- + m}{q_-^2 - m^2} \hat{\varepsilon}_i, \quad (4.93)$$

$$B_{l_1 l_2}^{(b)}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}^0) = \sum_{s_1, s_2 = -\infty}^{\infty} 4\pi \frac{\Delta_{s_1, 2, l_1, 2-s_1, 2}^{(b)}(q_+, q_0)}{q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} \hat{\varepsilon}_i \frac{-\hat{q}_+ + m}{q_+^2 - m^2} \tilde{\gamma}^0. \quad (4.94)$$

Інтегральні функції $\Delta_{l_1, 2-s_1, 2, s_1, 2}^{(a)}(q_-, q_0)$ та $\Delta_{s_1, 2, l_1, 2-s_1, 2}^{(b)}(q_+, q_0)$ визначені наступним чином

$$\begin{aligned} \Delta_{l_1, 2-s_1, 2, s_1, 2}^{(a)}(q_-, q_0) &= \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot I_{l_1-s_1, l_2-s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p_-, q_-, \phi), \alpha_{\pm}(p_-, q_-, \phi)) \times \\ &\times I_{s_1, s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(q_-, -p_+, \phi), \alpha_{\pm}(q_-, -p_+, \phi)) \exp\{iq_0 \tau_1 \phi\}. \end{aligned} \quad (4.95)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{s_1, 2, l_1, 2-s_1, 2}^{(b)}(q_+, q_0) &= \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \cdot I_{s_1, s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p_-, -q_+, \phi), \alpha_{(\pm)}(p_-, -q_+, \phi)) \times \\ &\times I_{l_1-s_1, l_2-s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(-q_+, -p_+, \phi), \alpha_{\pm}(-q_+, -p_+, \phi)) \exp\{iq_0 \tau_1 \phi\}. \end{aligned} \quad (4.96)$$

Величини s_1 , $l_1 - s_1$ та s_2 , $l_2 - s_2$ визначають кількість фотонів, які вимуше-

но поглинаються або випромінюються електрон-позитронною парою з першої і другої хвилі, в першій та другій вершині, відповідно. Тоді параметри l_1 і l_2 є загальним числом фотонів зовнішнього поля, які брали участь у процесі народження і можуть бути виміряні експериментально. Чотири-імпульси q_- і q_+ , q мають вигляд

$$\begin{cases} q_- = k_i - p_+ - s_1 k_1 - s_2 k_2 = p_- - q + (l_1 - s_1) k_1 + (l_2 - s_2) k_2, \\ q_+ = k_i - p_- - s_1 k_1 - s_2 k_2 = p_+ - q + (l_1 - s_1) k_1 + (l_2 - s_2) k_2, \\ q = p_- + p_+ - k_i + l_1 k_1 + l_2 k_2. \end{cases} \quad (4.97)$$

У виразах (4.95)-(4.96) змінна інтегрування ϕ є безрозмірна змінна лазерного поля. Інтегральні функції (4.95)-(4.96) плавно залежать від змінної інтегрування ϕ , тому в силу осцилюючого характеру основний внесок інтеграли дають за умови: $q_0 \tau_1 \lesssim 1$. Ця умова по суті визначає закон збереження енергії:

$$q_0 = E_- + E_+ - \omega_i + l_1 \omega_1 + l_2 \omega_2 \ll \omega_1. \quad (4.98)$$

Спеціальні функції $I_{n_1 n_2}(\phi)$ в (4.95)-(4.96) визначають імовірність парціальних багатифотонних процесів у полі двох імпульсних лазерних хвиль. Функції $I_{s_1, s_2}(q_-, -p_+, \phi)$ та $I_{s_1, s_2}(p_-, -q_+, \phi)$ відповідають процесу народження пари початковим фотонам k_i в полі двох імпульсних хвиль [252]. В той же час функції $I_{l_1 - s_1, l_2 - s_2}(p_-, q_-, \phi)$ та $I_{l_1 - s_1, l_2 - s_2}(-q_-, -p_+, \phi)$ відповідають розсіюванню електрона q_- чи позитрона q_+ в проміжному стані на ядрі в полі двох імпульсних хвиль [19–21, 139]. Ці спеціальні функції $I_{n_1 n_2}$ детально вивчені в роботі [67]. Їх можна представити у вигляді розвинення в ряд по функціях Бесселя цілого порядку. У випадку циркулярної поляризації лазерних хвиль (3.8) функції $I_{n_1 n_2}(\phi)$ спрощуються до вигляду

$$I_{n_1 n_2}(\chi_{0j}, \gamma_j, \alpha_{\pm}) = e^{-i(n_1 \chi_{01} + n_2 \chi_{02})} \sum_{r=-\infty}^{\infty} J_r(\alpha_{\pm}) J_{n_1 - r}(\gamma_1) J_{n_2 \mp r}(\gamma_2). \quad (4.99)$$

Аргументи функцій (4.99) визначаються наступним чином:

$$\gamma_j(p, p', \phi) = g_{1,2}(\phi) \cdot \gamma_{0j}(p, p'), \quad (4.100)$$

$$\gamma_{0j}(p, p') = \eta_{0j} \frac{m}{\omega_j} \sqrt{-Q_{pp'}^2}, \quad Q_{pp'} = \frac{p}{(np)} - \frac{p'}{(np')}, \quad (4.101)$$

$$\tan \chi_{01} = \frac{(e_{1y} Q_{pp'})}{(e_{1x} Q_{pp'})}, \quad \tan \chi_{02} = \mp \frac{(e_{2y} Q_{pp'})}{(e_{2x} Q_{pp'})}, \quad (4.102)$$

$$\alpha_{\pm}(p, p', \phi) = \alpha_{0\pm}(p, p') \cdot g_1(\phi) \cdot g_2\left(\phi \frac{\tau_1}{\tau_2}\right), \quad (4.103)$$

$$\alpha_{0\pm}(p, p') = \eta_{01} \eta_{02} \frac{m^2}{\omega_{\pm}} \left[\frac{1}{(np)} - \frac{1}{(np')} \right]. \quad (4.104)$$

Тут $n \equiv (1, \mathbf{n}) = k_j/\omega_j$, \mathbf{n} – одиничний вектор уздовж напрямку поширення лазерних хвиль. При цьому реалізується тільки одне з двох можливих значень інтерференційного параметра α_{\pm} . Знак " \pm " у виразах (4.99)-(4.104) відповідає різним типам циркулярної поляризації лазерних хвиль (3.8). Знак « $-$ » відповідає значенням параметрів еліптичності одного знаку (вектори напруженості поля обертаються в одному напрямку відносно вісі поширення хвиль), відповідно знак « $+$ » – значенням різного знаку, коли вектори напруженості поля обертаються в протилежних напрямках. Функції J_n є функціями Бесселя з цілими показниками.

З виразів (4.99)-(4.104) легко отримати явний вид аргументів для всіх функцій $I_{n_1 n_2}(\phi)$ відповідними замінами. Наприклад, для функції $I_{l_1 - s_1, l_2 - s_2}(p_-, q_-, \phi)$ індекси набувають значень: $n_1 = l_1 - s_1$ та $n_2 = l_2 - s_2$; величини p та p' слід змінити на p_- та q_- , відповідно.

Зауважимо, що аргументи $\gamma_{0j}(p, p')$ (4.101) та $\alpha_{0\pm}(p, p')$ (4.104) в загальному випадку є квантовими параметрами. Очевидно, що вони можуть мати різний порядок за величиною по відношенню один до одного в залежності від кінематики процесу. Аргументи $\gamma_{0j}(p, p')$ (4.101) – параметри Бункіна-Федорова,

які визначають імовірність вимушених процесів у полі кожної хвилі незалежно один від одного, при кулонівській взаємодії між частинками. Параметри $\alpha_{0\pm}(p, p')$ (4.104) визначаються доданком в амплітуді процесу, який відповідає за інтерференцію першої та другої хвиль. Легко бачити, що ці параметри пропорційні добутку напруженостей першої (η_{01}) і другої (η_{02}) хвиль. Інтерференційні параметри (4.104) визначають ймовірність корельованих процесів поглинання та випромінювання електроном та позитроном фотонів обох хвиль в лазер-модифікованому процесі ФНП на ядрі.

Крім того, слід підкреслити, що отриманий вираз для амплітуди (4.91)-(4.104) в граничному випадку $\omega_j \tau_j \rightarrow \infty$ переходить у відповідний вираз для амплітуди в полі двох монохроматичних хвиль [279]. При виключенні одної з хвиль, $\eta_{02} = 0$, отримана амплітуда (4.91)-(4.104) співпадає з виразами для амплітуди процесу у випадку однієї хвилі [177].

4.3.2. Амплітуда процесу в інтерференційній області.

У роботах [50–52, 86, 89, 279] було показано, що у випадку плоских монохроматичних хвиль парціальний переріз ФНП в інтерференційній області може значно перевищувати відповідний переріз у будь-якій іншій геометрії. Доцільно очікувати такого ефекту й у випадку імпульсних лазерних хвиль. Тому в подальшому будемо розглядати досліджуваний процес в інтерференційній області, коли параметри $\gamma_{0j}(p, p')$ (4.101) малі:

$$\gamma_{0j}(p, p') \approx 0. \quad (4.105)$$

Умова (4.105) та явний вид (4.101) приводять до релятивістсько-інваріантних співвідношень для амплітуд, що відповідають діаграмам а) та б) на рис. 4.1:

$$\begin{aligned} Q_{p-q-}^2(p_-, q_-) &= Q_{q-, p+}^2(q_-, -p_+) = 0, \\ Q_{p-, q+}^2(p_-, -q_+) &= Q_{q+, p+}^2(-q_+, -p_+) = 0. \end{aligned} \quad (4.106)$$

Умови (4.106) виконуються у випадку, коли вектори $\mathbf{Q}_{pp'}$ спрямовані вздовж або назустріч напрямку поширення обох хвиль, тобто перпендикулярно площині поляризації $(\mathbf{e}_{jx}, \mathbf{e}_{jy})$. Інтерференційна кінематика фотонародження пари електрон-позитрон на ядрі в двох лазерних хвилях ідентична для амплітуд першої та другої діаграми [89]. Також відмічаємо, що в межах інтерференційної області, разом з умовою (4.106), виконується наступні умови:

$$\chi_{0j} = 0, \quad (4.107)$$

$$\varphi_+ = \varphi_- = \varphi_i. \quad (4.108)$$

Вираз (4.106) дозволяє отримати необхідне співвідношення між полярними кутами та енергією пари з кутом вильоту початкового фотона:

$$a_{\mp} = \cot \frac{\theta_i}{2}, \quad a_{\mp} = \frac{|\mathbf{p}_{\mp}|}{(np_{\mp})} \sin \theta_{\mp}, \quad (4.109)$$

$$a_+ = a_-, \quad (np_{\mp}) = E_{\mp} - |\mathbf{p}_{\mp}| \cos \theta_{\mp}. \quad (4.110)$$

Кут $\theta_i = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{k}_i)$ у виразі (4.109) означає кут між напрямком поширення лазерних хвиль та напрямком вильоту початкового фотона; $\theta_{\mp} = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{p}_{\mp})$ в (4.110) означає кут між напрямком поширення лазерних хвиль та напрямком вильоту електрона (θ_-) та позитрона (θ_+). Зазначимо, що кінематика процесу і, відповідно, вирази (4.109) та (4.110) справедливі як для випадку монохроматичних хвиль, так і для випадку зовнішніх імпульсних хвиль.

Із співвідношень (4.109)-(4.110) легко визначити швидкість (енергію) електрона і позитрона, народжених фотоном в інтерференційній області, у залежності від їх кутів вильоту

$$v_{\mp} = \frac{|\mathbf{p}_{\mp}|}{E_{\mp}} = \left[\cos \theta_{\mp} + \sin \theta_{\mp} \tan \frac{\theta_i}{2} \right]^{-1}. \quad (4.111)$$

Після деяких простих перетворень вираз (4.111) може бути приведений до рів-

няння відносно кутів вильоту пари. Вони визначаються наступним чином:

$$\tan \frac{\theta_{\mp}}{2} = \frac{v_{\mp}}{(1 + v_{\mp}) \cos(\theta_i/2)} \left[\sin \frac{\theta_i}{2} \mp \sqrt{1 - \frac{\cos^2(\theta_i/2)}{v_{\mp}^2}} \right], \quad (4.112)$$

де знак " \mp " перед квадратним коренем відноситься як до електрона, так і позитрона. Таким чином, у рамках співвідношень (4.111)-(4.112) в кінематичній області, де проявляється параметричний інтерференційний ефект, встановлюється відповідність між кутами вильоту й енергією кінцевих частинок, що істотно відрізняє процес народження пари в інтерференційній області від відповідного процесу в будь-якій іншій геометрії.

З виразу (4.112) видно, що швидкості поступального руху електрона та позитрона в межах інтерференційної області обмежені знизу величиною, яка залежить від кута падіння початкового фотона

$$v_{\min} \equiv \cos(\theta_i/2). \quad (4.113)$$

Коли енергія початкового фотона така, що електрон і позитрон народжуються з енергіями близькими до значень E_{\min} ($v_{\mp} \rightarrow v_{\min}$), отримаємо:

$$\theta_{\mp} = \theta_i/2 \mp \sqrt{2(1 - v_{\min}/v_{\mp})} \approx \theta_i/2. \quad (4.114)$$

Тобто пара електрон та позитрон народжується в межах вузького конуса вздовж бісектриси кута між хвильовим вектором \mathbf{k}_1 та імпульсом падаючого кванта \mathbf{k}_i .

Слід зазначити, що для досліджуваного процесу при зростанні енергії початкового фотона (далеко від порога) напрямок вильоту електронів та позитронів відходить від бісектриси цього кута. Як видно з рівняння (4.113), вибором значень кутів вильоту та енергії фотона можна плавно змінювати мінімальну енергію народжених частинок.

Якщо припустити, що імпульс падаючого фотона майже антипараллельний

до хвильового вектора k_1 :

$$\Delta\theta_i = (\pi - \theta_i) \ll 1, \quad v_{\min} \approx \Delta\theta_i/2 \ll 1. \quad (4.115)$$

У цьому випадку порогова енергія для падаючого фотона набуває вигляду

$$\omega_i^{th} = 2(m + mv_{\min}^2/2) + l_{\pm}\omega_{\pm}. \quad (4.116)$$

Другий доданок у виразі в дужках (4.116) має значення мінімальної кінетичної енергії електрона (позитрона). У протилежному граничному випадку, коли імпульс падаючого фотону майже паралельний хвильовому вектору \mathbf{k}_1 ($\theta_i \ll 1$), маємо ультррелятивістські мінімальні енергії електрона та позитрона.

Залежність кутів виходу електрона та позитрона від їх енергії в інтерференційній області представлена на рисунку 4.3. Криві відрізняються різним значенням кута між початковим фотоном і напрямком поширення хвиль. Так, наприклад, при фіксованих куту вильоту та швидкості електрона, які відповідають вибраній точці на нижній частині кривої, швидкість позитрона (з врахуванням поглиненої та випроміненої енергії поля) та його кута виходу визначаються точками на верхній частині кривої. Закон збереження енергії, обмеження на мінімальну швидкість (4.113) і характерний діапазон значень чисел фотонів l_1 і l_2 визначають ділянку кривої і, відповідно, кінематичну область, де може з'явитися позитрон.

Як слідує з властивостей функцій Бесселя та рівняння (4.99), $n_2 = -\delta_2 n_1$ за умови (4.105). Таким чином, функції $I_{n_1 n_2}(\phi)$, які визначають амплітуду процесу ФНП в полі двох лазерних хвиль, вироджуються по одному із індексів та переходять у функції Бесселя в межах інтерференційної області (4.106) для циркулярної поляризації:

$$\begin{aligned} I_{l_1-s_1, l_2-s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p, p'), \alpha_{\pm}(p, p')) &\rightarrow e^{-i(l_{\pm}-s_{\pm})\Delta} J_{l_{\pm}-s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p, p')), \\ I_{s_1, s_2}(\chi_{0j}, \gamma_j(p, p'), \alpha_{\pm}(p, p')) &\rightarrow e^{-is_{\pm}\Delta} J_{s_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p, p')). \end{aligned} \quad (4.117)$$

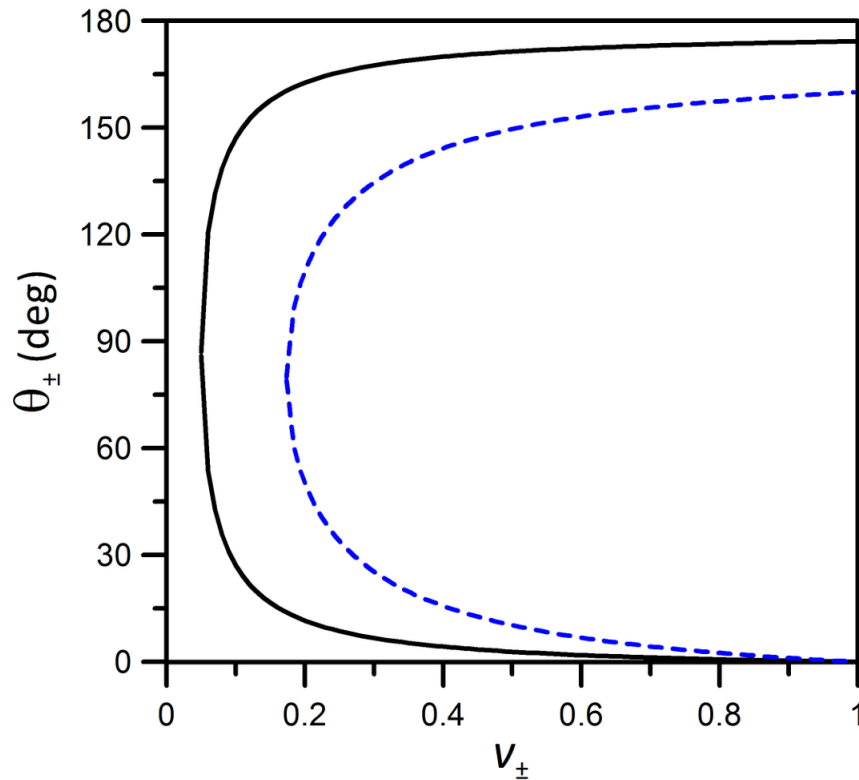


Рис. 4.3. Залежність кутів вильоту пари від швидкості електрона та позитрона в інтерференційній області. Суцільна крива відповідає куту між початковим фотоном та напрямком поширення хвиль $\theta_i = 175^\circ$, пунктирна крива відповідає куту $\theta_i = 160^\circ$.

$$l \equiv l_1 = -\delta_2 l_2, \quad s \equiv s_1 = -\delta_2 s_2. \quad (4.118)$$

Тут кут $\Delta = \angle(\mathbf{e}_{1x}, \mathbf{e}_{2x})$ – кут між векторами поляризації першої та другої лазерної хвилі. Вираз (4.118) визначає кількість фотонів обох хвиль, що вимушено випромінюються та поглинаються електрон-позитронною парою в межах інтерференційної області. Таким чином, у межах інтерференційної області пара випромінює (поглинає) фотони обох хвиль корельованим чином. Формально це виглядає, ніби електрон-позитронна пара вимушено випромінює (поглинає) ціле число фотонів комбінованих частот ($\omega_{\text{com}} = \omega_1 \pm \omega_2$), хоча насправді таких фотонів немає.

Нерезонансна амплітуда (4.91) - (4.96) може бути підсумована по індексу s_{\pm} у випадку помірно сильного поля (2.109). З огляду на властивості функцій Бесселя після деяких нескладних перетворень, в інтерференційній області отри-

маємо

$$S_{fi} = \sum_{l_{\pm}=-\infty}^{\infty} S_{l_{\pm}}, \quad S_{l_{\pm}} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \bar{u}_- B_{l_{\pm}} u_+, \quad (4.119)$$

$$B_{l_{\pm}} = \frac{4\pi e^{-il_{\pm}\Delta} \cdot H}{q_{\perp}^2 + (q_0 - q_z)^2} \Delta_{l_{\pm}}(p_-, -p_+, q_0), \quad (4.120)$$

$$H = \tilde{\gamma}^0 \frac{\hat{q}_- + m}{q_-^2 - m^2} \hat{\varepsilon}_i + \hat{\varepsilon}_i \frac{-\hat{q}_+ + m}{q_+^2 - m^2} \tilde{\gamma}^0, \quad (4.121)$$

$$\Delta_{l_{\pm}}(p_-, -p_+, q_0) = \tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi J_{l_{\pm}}(\alpha_{\pm}(p_-, -p_+, \phi)) \exp\{iq_0\tau_1\phi\}, \quad (4.122)$$

$$\alpha_{0\pm}(p_-, -p_+) = \frac{m^2 \eta_{01} \eta_{02}}{\omega_{\pm}} \left(\frac{1}{(np_-)} + \frac{1}{(np_+)} \right). \quad (4.123)$$

Тут значення швидкостей і полярних кутів пари відповідають інтерференційним умовам. Таким чином, вирази (4.119) - (4.122) визначають шукану нерезонансну амплітуду ФНП в полі двох імпульсних циркулярно поляризованих хвиль у межах інтерференційної області. Підкреслимо, що ця амплітуда також справедлива для нерелятивістських енергій пари електрон-позитрон у рамках борнівського наближення за умови на напруженості поля: $\eta_{01}\eta_{02} \ll v_{\mp}$.

Закон збереження енергії (4.98) в інтерференційній області набуває виду:

$$q_0 = E_- + E_+ - \omega_i + l_{\pm}\omega_{\pm} \ll \omega_1. \quad (4.124)$$

Також слід зазначити, що амплітуда процесу (4.91)-(4.96) може бути просумована по індексу s_{\pm} і поза рамками інтерференційної кінематичної області. У цьому випадку амплітуда процесу має вид подвійної суми по числах фотонів кожної з хвиль l_1, l_2 та визначається спеціальними функціями $I_{l_1, l_2}(\alpha_{\pm}(p_-, -p_+, \phi), \gamma_1(p_-, -p_+, \phi), \gamma_2(p_-, -p_+, \phi))$ з аргументами (4.101), (4.123).

4.3.3. Переріз процесу у випадку релятивістських енергій.

Отримаємо диференціальний переріз процесу ФНП для релятивістських енергій пари, використовуючи вирази для амплітуди переходу (4.119)-(4.122):

$$d\sigma = \frac{|S_{fi}|^2}{T} \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3}. \quad (4.125)$$

Диференціальний переріз процесу може бути представлений у виді суми по парціальних компонентах:

$$d\sigma = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l, \quad (4.126)$$

де $d\sigma_l$ – парціальний переріз народження пари електрона з енергією в проміжку $[E_-, E_- + dE_-]$ в елементі тілесного кута $d\Omega_-$ та позитрона в проміжку $[E_+, E_+ + dE_+]$ та $d\Omega_+$ з випромінюванням ($l > 0$) чи поглинанням ($l < 0$) рівног числа фотонів першої та другої хвиль. З урахуванням співвідношення: $d^3p_{\mp} = |\mathbf{p}_{\mp}| E_{\mp} dE_{\mp} d\Omega_{\mp}$, цей переріз набуває форми

$$\frac{d\sigma_l}{dE_- dE_+ d\Omega_- d\Omega_+} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2}{(2\pi)^2 T} \frac{m^2 |\mathbf{p}_+| |\mathbf{p}_-|}{\omega_i \mathbf{q}^4} \cdot |\bar{u}_- H u_+|^2 |\Delta_l(p_-, -p_+, q_0)|^2. \quad (4.127)$$

Вибираємо огинаючі функції потенціалу імпульсних хвиль у вигляді функцій Гауса:

$$g_1(\phi) = g_2(\phi\tau_1/\tau_2) = \exp\{-\phi^2\}, \quad \tau_1 = \tau_2. \quad (4.128)$$

Залишимо поза увагою поляризаційні ефекти для досліджуваного процесу ФНП на ядрі. Після відповідних усереднень та підсумовувань по поляризаціях падаючого фотона та народжених електрона і позитрона, вираз для парціального перерізу (4.127) має вигляд

$$d\sigma_l = d\sigma_l^* \cdot W_l. \quad (4.129)$$

Величина $d\sigma_l^*$ перетворюється на диференціальний поперечний переріз процесу ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля (переріз Бете-Гайтлера $d\sigma_{\text{BH}}$) [9,72], у випадку, коли енергетичні поправки по лазерному полю незначні. Величина W_l – імовірність процесів вимушеного випромінювання та поглинання електроном та позитроном рівної кількості фотонів імпульсних хвиль:

$$W_l(p_-, -p_+) = \sum_r \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi J_r^2(\alpha) J_{l-r}^2(\gamma_1) J_{l+\delta_2 r}^2(\gamma_2). \quad (4.130)$$

В інтерференційній області, коли енергія та кути народженої пари відповідають умовам (4.112), ймовірність вимушених процесів поглинання і випромінювання спрощується до вигляду

$$W_l = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho J_l^2(\alpha_0(p_-, -p_+) \cdot \exp(-2\phi^2)) d\phi. \quad (4.131)$$

Величина $\rho = T/\tau_1$ у виразах (4.130) і (4.131) визначає інтервал усереднення по лазерному імпульсу. Його значення визначається умовами конкретного експерименту. Так, якщо зовнішнє поле представляє собою набір рівнотривалих послідовних імпульсів, то параметр ρ приймає значення співвідношення тривалості між сусідніми імпульсами та ширини одиночного імпульсу.

Аргумент функції Бесселя (4.131) має однаковий порядок за величиною як і квантовий інтерференційний параметр $\alpha_0(p_-, -p_+)$ (4.123). Тому для процесу нерезонансного ФНП на ядрі, при релятивістських енергіях електрона та позитрона і помірно сильних інтенсивностях лазерного поля, в межах інтерференційної області ймовірність вимушених процесів випромінювання та поглинання однакової кількості фотонів обох хвиль визначається квантовим інтерференційним параметром (4.123). Процес вивчається за умов, коли $\eta_{0j} \ll 1$ та $\gamma_{0j} \ll 1$, а основним параметром багатофотонності є квантовий параметр $\alpha_0 \gg 1$.

На рисунку 4.4 представлені парціальні ймовірності випромінювання рівного числа фотонів зовнішнього поля ($l = 0; 1; 2$) в процесі фотонародження пар на ядрі (4.130) в залежності від кута вильоту позитрона θ_+ поблизу інтерференційної області (4.112) у випадку циркулярної поляризації $\delta_1 = 1$,

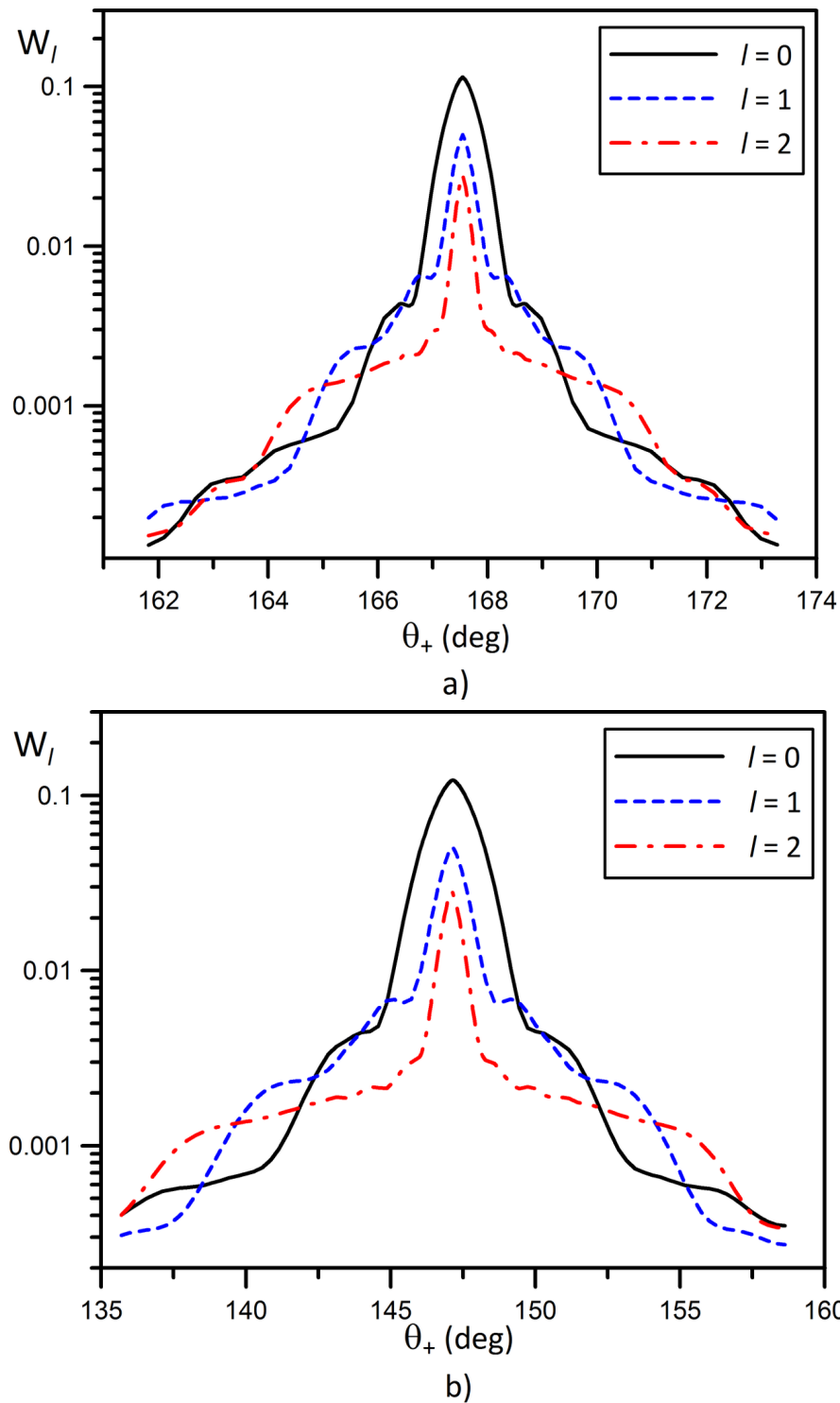


Рис. 4.4. Парціальна ймовірність випромінювання рівного числа фотонів обох лазерних хвиль в процесі фотонародження пар на ядрі (4.130) в залежності від кута вильоту позитрона поблизу інтерференційної області. Параметри поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.02$, $\theta_i = 175^\circ$, $\omega_1 = 2.35$ еВ, $\omega_2 = 1$ еВ, $\rho = \sqrt{3}$. Рис а): енергія початкового фотона $\omega_i = 1.066$ МеВ ($T_i = 0.09$), швидкість електрона і позитрона $v_- = 0.3$ і $v_+ = 0.3$, кут вильоту електрона $\theta_- = 6.73^\circ$. Рис б): енергія початкового фотона $\omega_i = 1.025$ МеВ ($T_i = 0.01$), швидкість електрона і позитрона $v_- = 0.1$ і $v_+ = 0.1$, кут вильоту електрона $\theta_- = 27.12^\circ$.

$\delta_2 = -1$. Початковий фотон перетинається з лазерним імпульсом під кутом 5° ($\theta_i = 175^\circ$). Рисунок 4.4 а) відповідає релятивістським енергіям пари, рисунок 4.4 б) – нерелятивістським енергіям. Кут вильоту і швидкість електрона фіксовані і відповідають інтерференційній умові (4.112).

Як видно з рисунка 4.4, розподіл парціальної ймовірності по куту вильоту позитрона має явно виражений пік. Положення максимуму розподілів на рисунку 4.4 визначається значеннями кутів вильоту позитрона, які відповідають інтерференційній умові (4.112) (а) $\theta_+ = 167.55^\circ$ і б) $\theta_+ = 147.15^\circ$). Вершина піку може бути описана виразом для парціальної ймовірності в інтерференційній області (4.131). При цьому значення параметра багатофотонності (4.123) для випадку на рисунку а), $\alpha_{0\pm}(p_-, -p_+) = 134$, більше, ніж у випадку для рисунку б), $\alpha_{0\pm}(p_-, -p_+) = 123$. Це пояснює незначну відмінність у висоті максимумів на рисунках 4.4 а) і б). Із зростанням числа фотонів висота піку зменшується, а його положення поступово зміщується відносно інтерференційного кута вильоту позитрона. З рисунка 4.4 легко бачити, що парціальна ймовірність в інтерференційній області на два порядки величини може перевищувати ймовірність в іншій геометрії розсіювання (області Бункіна-Федорова).

Слід зазначити, що у випадку нерелятивістських енергій електрона і позитрона (рисунок 4.4 б)) область кутів вильоту в інтерференційній області де-що ширша порівняно з випадком релятивістських енергій (рисунок 4.4 а)). У діапазонах кутів, що представлені на рисунках а) і б), розподіл парціальної ймовірності практично симетричний відносно інтерференційного кута вильоту позитрона. Усі приведені вище міркування і закономірності зберігаються при розгляді розподілу по куту вильоту електрона зважаючи на симетрію основних виразів відносно заміни електрон-позитрон.

Аналогічно до випадку однієї лазерної хвилі для релятивістських енергій та області помірно сильних полів спостерігається факторизація парціального перерізу процесу на переріз за відсутності зовнішнього поля та ймовірність вимушеного випромінювання та поглинання фотонів зовнішнього поля. Після підсумовування по всіх можливих парціальних процесах усі суттєво квантові вклади

компенсуються і диференціальний переріз (4.126) збігається з диференціальним перерізом процесу ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля $d\sigma_{\text{ВН}}$. Також зазначимо, що в граничному випадку двох плоских монохроматичних хвиль співвідношення для ймовірності вимушених процесів (4.130) переходить у відповідний вираз для процесу ФНП на ядрі в полі двох монохроматичних хвиль в інтерференційній області.

4.3.4. Переріз процесу у випадку нерелятивістських енергій.

Розглянемо випадок нерелятивістських енергій народжених електрона та позитрона, $v_{\mp} \ll 1$, коли швидкість їх осциляцій у зовнішньому полі одного порядку за величиною зі швидкістю їх поступального руху

$$\eta_{01,02} \lesssim v_{\mp}, \quad (4.132)$$

й енергетичний вклад фотонів зовнішнього поля суттєвий.

Оскільки, ми розглядаємо процес в рамках борнівського наближення (4.90), то для значень енергії падаючого фотону накладаються додаткові умови (4.35). Закон про збереження енергії (4.98) в цьому випадку набуває вигляду

$$\frac{mv_-^2}{2} + \frac{mv_+^2}{2} - mT_i + l_1\omega_1 + l_2\omega_1 \ll \omega_1, \quad (4.133)$$

де безрозмірна величина T_i визначена виразом (4.37).

Диференціальний переріз процесу фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль у нерелятивістському випадку спрощується до вигляду

$$d\sigma = \sum_{l_1, l_2 = -\infty}^{\infty} d\sigma_{l_1 l_2}^{(v_{\mp} \ll 1)}, \quad \frac{d\sigma_{l_1 l_2}^{(v_{\mp} \ll 1)}}{dE_- dE_+ d\Omega_- d\Omega_+} = \frac{d\sigma_{l_1 l_2}^{*(v_{\mp} \ll 1)}}{dE_- dE_+ d\Omega_- d\Omega_+} \cdot W_{l_1 l_2} \cdot f_{\delta}(q_0). \quad (4.134)$$

Переріз $d\sigma_{l_1 l_2}^{*(v_{\mp} \ll 1)}$ залежить від числа фотонів у вимушених процесах і пере-

творюється на переріз за відсутності зовнішнього поля $d\sigma_{\text{ВН}}$ при $l_1 = l_2 = 0$:

$$\frac{d\sigma_{l_1 l_2}^{*(\nu_{\mp} \ll 1)}}{dE_- dE_+ d\Omega_- d\Omega_+} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2}{64\pi^2} \cdot \frac{v_+ v_-}{m} (v_+^2 \cdot \sin^2 \theta_+ + v_-^2 \cdot \sin^2 \theta_-). \quad (4.135)$$

Функція $W_{l_1 l_2}$ визначає ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання фотонів лазерного поля в процесі народження пари:

$$W_{l_1 l_2} = \sum_r \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi J_r^2(\alpha_0 \exp(-2\phi^2)) J_{l_1-r}^2(\gamma_{01} \exp(-\phi^2)) J_{l_2+\delta_2 r}^2(\gamma_{02} \exp(-\phi^2)). \quad (4.136)$$

Тут аргументи функцій Бесселя у випадку нерелятивістських енергій набувають вигляду

$$\gamma_{0j} = \eta_{0j} \frac{m}{\omega_j} \sqrt{a_-^2 + a_+^2 - 2a_- a_+ \cos(\varphi_- - \varphi_+)}, \quad (4.137)$$

$$a_- = \frac{v_- \sin \theta_-}{1 - v_- \cos \theta_-}, \quad a_+ = \frac{v_+ \sin \theta_+}{1 - v_+ \cos \theta_+}, \quad (4.138)$$

$$\alpha_0 = \eta_{01} \eta_{02} \frac{m}{\omega_{\text{com}}} (2 + v_- \cos \theta_- + v_+ \cos \theta_+). \quad (4.139)$$

Слід підкреслити, що інтерференційний параметр (4.139) для лазер-модифікованого процесу ФНП на один порядок за величиною більший за відповідний параметр для процесу гальмівного випромінювання електрона на ядрі у полі двох лазерних хвиль [24].

Зазначимо, що функція $W_{l_1 l_2}$ (4.136), власне кажучи, не представляється як ймовірність вимушеного випромінювання або поглинання фотонів лазерного поля, що зумовлено залежністю її аргументів від кількості фотонів l_1, l_2 . Таким чином, для випадку (4.132) парціальний диференціальний переріз нерезонансного процесу ФНП не факторизується на переріз процесу за відсутності поля та ймовірність випромінювання (поглинання) певної кількості фотонів лазерного поля. Така факторизація відбувається для більш слабких полів, коли $\eta_{01,02} \ll v_{\mp}$ [89, 279].

Розглянемо розподіл диференціального перерізу процесу ФНП на ядрі в полі двох лазерних хвиль по енергії електрона та позитрона при фіксованій геометрії процесу народження. Підкреслимо, що у випадку імпульсного лазерного поля закон збереження енергії строго не виконується, проте завдяки умовам квазімонохроматичності поля (2.87) істотна область інтегрування по енергії різко звужується (4.133) і $f_\delta(q_0) \rightarrow \delta(q_0)$. Енергія електронів та позитронів у кінцевих станах (E_- та E_+) визначається енергією падаючого фотона ω_i і кількістю фотонів першої l_1 та другої l_2 хвилі. Закон збереження встановлює відповідність між цими п'ятьма величинами. Кількість фотонів зовнішнього поля, які брали участь у процесі народження пари на ядрі, в реальному експерименті безпосередньо визначити досить важко. Тому для зручності використаємо закон збереження енергії для згортки однієї із сум, наприклад, по l_2 , у виразі (4.134).

Таким чином, при фіксованій енергії електрона можна отримати розподіл диференціального перерізу по енергії позитрона у вигляді

$$\frac{d\sigma}{dE_- d\Omega_- d\Omega_+} = \frac{Z^2 \alpha r_e^2}{64\pi^2} \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \frac{v_+(l_1) v_-}{m} (v_+^2(l_1) \sin^2\theta_+ + v_-^2 \sin^2\theta_-) W_{l_1 l_2} \frac{dE_+}{\omega_2}. \quad (4.140)$$

Тут, у функції $W_{l_1 l_2}$ (4.136) слід замінити показник l_2 на ціле число:

$$l_2 \Rightarrow \left[-l_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} + (1 - \varepsilon_{\text{kin}}) \frac{mT_i}{\omega_2} \right]. \quad (4.141)$$

У виразі (4.141) величина ε_{kin} визначається наступним чином:

$$\varepsilon_{\text{kin}} \equiv \frac{v_+^2 + v_-^2}{2T_i} = \frac{mv_+^2/2 + mv_-^2/2}{\omega_i - 2m}. \quad (4.142)$$

Величина ε_{kin} має значення відношення кінетичної енергії пари (сума кінетичних енергій електрона та позитрона) до різниці між енергією падаючого фотона та енергією спокою електрона і позитрона. Цей безрозмірний параметр зручний для подальшого аналізу розподілу диференціального перерізу: $dE_+ = mT_i d\varepsilon_{\text{kin}}$. Відмітимо, що значення параметра $\varepsilon_{\text{kin}} = 1$ відповідає парці-

альним процесам з числами фотонів $l_1 = l_2 = 0$ і значенням швидкостей для процесу ФНП на ядрі за відсутності зовнішнього поля.

Для кількісного аналізу розглянемо відношення отриманого диференціального перерізу до перерізу процесу за відсутності зовнішнього поля:

$$R = \int d\varepsilon_{\text{kin}} \cdot \frac{d\sigma(\varepsilon_{\text{kin}})}{d\sigma_{\text{BH}}}, \quad (4.143)$$

$$\frac{d\sigma(\varepsilon_{\text{kin}})}{d\sigma_{\text{BH}}} = \frac{mT_i}{\omega_2} \sqrt{\frac{2T_i\varepsilon_{\text{kin}} - v_-^2}{2T_i - v_-^2}} \frac{(2T_i\varepsilon_{\text{kin}} - v_-^2) \sin^2\theta_+ + v_-^2 \sin^2\theta_-}{(2T_i - v_-^2) \sin^2\theta_+ + v_-^2 \sin^2\theta_-} \cdot W(\varepsilon_{\text{kin}}), \quad (4.144)$$

$$W(\varepsilon_{\text{kin}}) = \sum_{l_1} W_{l_1 l_2} = \sum_{l_1, r=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi \cdot J_r^2(\alpha) J_{l_1-r}^2(\gamma_1) J_{l_2+\delta_2 r}^2(\gamma_2). \quad (4.145)$$

На рисунку 4.5 представлено розподіл диференціального перерізу (4.144) по кінетичній енергії пари. Рисунок 4.5 а) представляє собою порівняння розподілів при різних кутах вильоту позитрона в межах інтерференційної області. У той час як, рисунок 4.5 б) дає порівняння розподілу за енергією пари для випадків, коли процес протікає в інтерференційній області та області Бункіна-Федорова. Для випадку, який описується суцільною кривою, геометрія вибирається відповідно до умови інтерференції (4.112) ($\alpha_0(p_-, -p_+) = 123$) і для малих значень числа фотонів зовнішнього поля лазера.

З рисунку 4.5 легко бачити, що розподіл по кінетичній енергії пари характеризується наявністю коливань у межах інтерференційної області. Кожний з максимумів відповідає певному парціальному процесу з випромінюванням чи поглинанням рівної кількості фотонів обох хвиль (див. рисунок 4.4 б)). При цьому також змінюється енергія електрон-позитронної пари, тому в розподілі на рисунку 4.5 кожен з піків можна спостерігати окремо. Із збільшенням кількості фотонів висота відповідного піка зменшується. При невеликій зміні кута вильоту позитрона (пунктирна крива на рисунку 4.5 а)) інтерференційна область зміщується відповідно до умови (4.112). У цьому випадку висота максимумів в інтерференційній області менша і визначається як значенням кута вильоту

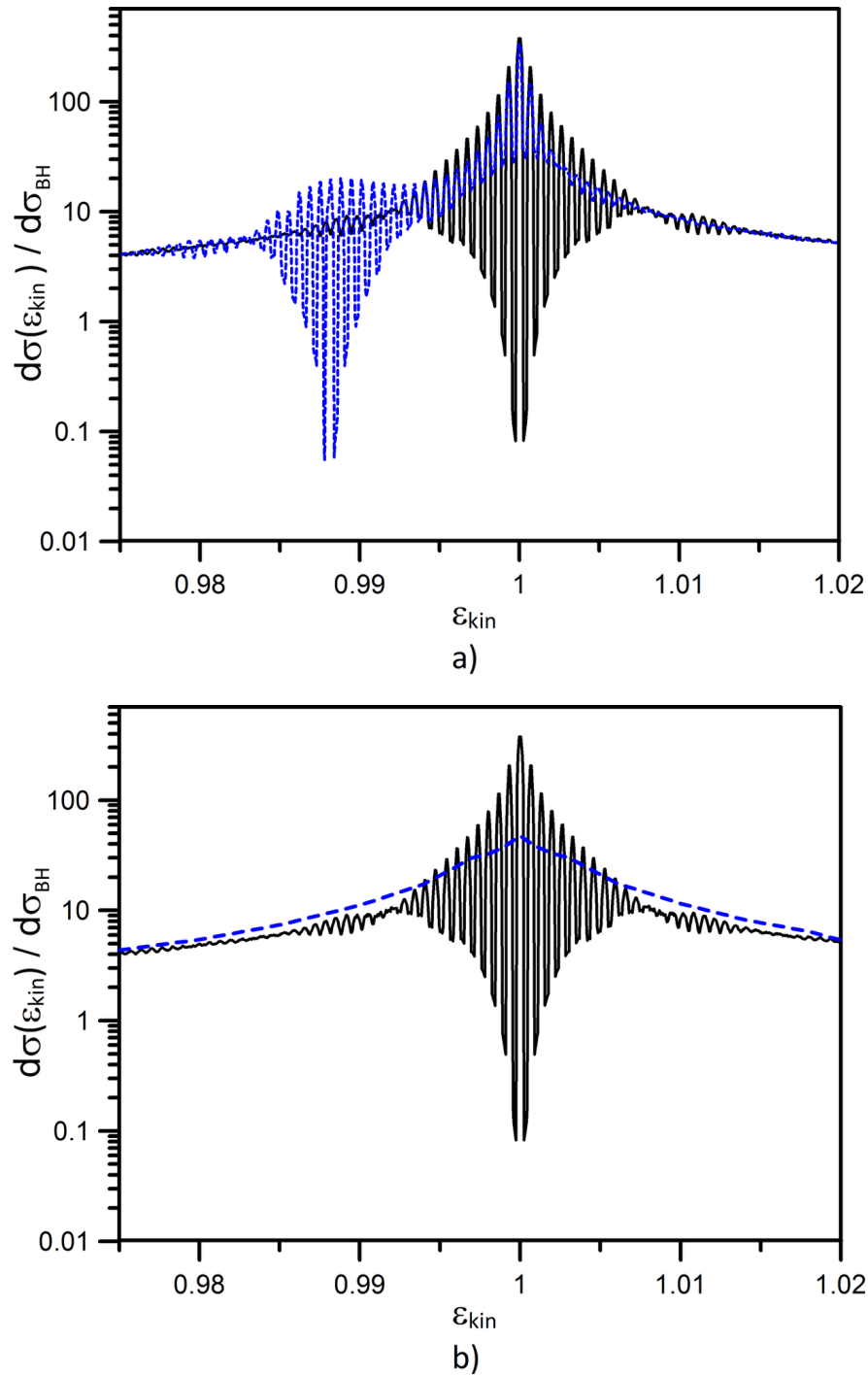


Рис. 4.5. Розподіл диференціального перерізу процесу фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох лазерних хвиль (4.144) від кінетичної енергії пари при фіксованій геометрії процесу народження. Початковий фотон з енергією $\omega_i = 1.025$ MeV ($T_i = 0.01$) стикається з лазерним імпульсом під кутом 5° ($\theta_i = 175^\circ$). Параметри поля: $\eta_{01} = \eta_{02} = 0.02$, $\omega_1 = 2.35$ eV, $\omega_2 = 1$ eV, $\rho = \sqrt{3}$. Кут вильоту і швидкість електрона фіксовані ($v_- = 0.1$, $\theta_- = 27.12^\circ$) і відповідають умові (4.112). Кут вильоту позитрона для суцільної кривої на рис а) і б) $\theta_+ = 147.15^\circ$, для пунктирної кривої на рис а) $\theta_+ = 146.74^\circ$, на рис б) $\theta_+ = 158.61^\circ$.

позитрона, так і кількістю фотонів.

При народженні пари в кінематичній області Бункіна-Федорова (пунктирна крива на рисунку 4.5 b)) розподіл диференціального перерізу процесу фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох лазерних хвиль (4.144) по енергії пари змінюється плавно і має один максимум, який відповідає парціальним процесам з числом фотонів $l_1 = l_2 = 0$. При цьому диференціальний переріз може бути як більшим, так і меншим за переріз процесу в інтерференційній області в залежності від значення енергії пари. Зазначимо, що, як видно з рисунка 4.5, диференціальний переріз в інтерференційній області для окремих значень енергії пари може на два порядки величини перевищувати переріз процесу в іншій кінематиці процесу.

Слід підкреслити, що параметричний інтерференційний ефект проявляється у визначеній кінематичній області. Отже, експериментальна перевірка отриманих результатів можлива лише при вимірюванні диференціальних характеристик перерізу процесу ФНП на ядрі в полі двох імпульсних хвиль. Для цього процес народження пари повинен бути розглянутий у площині, що визначається імпульсом початкового фотона та хвильовими векторами лазерного поля. Електрон та позитрон повинні детектуватись на полярному куті (4.112). Особливості розподілу диференціального перерізу процесу в інтерференційній області можна спостерігати експериментально, використовуючи детектори з високою роздільною здатністю.

Зауважемо, що досліджуваний процес може розглядатися для альтернативної постановки задачі. Наприклад, умови народження пари можуть бути реалізовані при зіткненні ультрарелятивістського пучка іонів та рентгенівських фотонів. У цьому випадку, звичайно, слід зважати на зміни енергії та напрямів руху частинок відповідно до перетворень Лоренца.

Кількісний аналіз проведено для характеристик випромінювання лазерної системи Phelix (проект FAIR, GSI, Німеччина). Обладнання цієї системи дозволяє генерувати лазерний імпульс на двох різних енергіях фотонів зі значеннями, які були використані в кількісних розрахунках. Крім того, наукова

програма проекту FAIR передбачає вивчення взаємодії високо енергетичних іонів з різними частинками та дослідження народження пар при зіткненні важких іонів. Таким чином, експериментальна перевірка теоретичних результатів, що стосуються лазер-модифікованого фотонародження пар на ядрі, пропонується в рамках проекту FAIR, оскільки всі необхідні умови можуть бути реалізовані.

Висновки до розділу 4

В результаті проведеного дослідження нерезонансного ФНП на ядрі в полі імпульсної електромагнітної хвилі, можна зробити наступні висновки.

1. Для діапазону помірно сильних полів і релятивістських енергій електрона і позитрона диференціальний переріз ФНП на ядрі в імпульсному світловому полі факторизується і має вигляд добутку диференціального перерізу ФНП за відсутності зовнішнього поля на ймовірність вимушеного випромінювання або поглинання фотонів зовнішнього поля. У імпульсному світловому полі ймовірність вимушених процесів випромінювання або поглинання визначається як середнє значення від відповідної ймовірності в полі монохроматичної хвилі.

2. Досліджено відношення підсумованого по парціальних процесах перерізу ФНП на ядрі в полі лазерної хвилі до перерізу ФНП за відсутності поля як функція азимутального кута для моделі плоскої монохроматичної хвилі і моделі імпульсної хвилі. Показано, що підсумований по парціальних процесах переріз більший за звичайний переріз для усіх значень азимутального кута. Максимум відношення перерізів відповідає вильоту електрона і позитрона в одній площині з фотоном зовнішнього поля і початковим фотоном.

3. У випадку, коли електрон і позитрон народжуються з імпульсами в площині, яка перпендикулярна напрями вльоту початкового фотона, максимум розподілу відповідає вильоту електрона і позитрона уздовж однієї лінії в протилежних напрямках. У цьому випадку підсумований по парціальних процесах нерезонансний переріз в два рази перевищує відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля.

4. Процес народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль характеризується наявністю виділеної кінематичної області (інтерференційній області), де переважають процеси корельованого випромінювання-поглинання фотонів обох хвиль. У цій області встановлюється відповідність між кутом вильоту і енергією народжених часток. Мінімальна енергія частинок визначається кутом вильоту початкового фотона.

5. Парціальна ймовірність вимушеного випромінювання і поглинання рівного числа фотонів обох хвиль в інтерференційній області може на два порядки величини перевищувати відповідну ймовірність в іншій геометрії розсіяння. При цьому при фіксованих енергіях електрона і позитрона максимум розподілу ймовірності по куту вильоту кожної з часток відповідає інтерференційному куту вильоту.

6. Розподіл диференціального перерізу фотонародження електрон-позитронних пар на ядрі в полі двох лазерних хвиль від кінетичної енергії пари в інтерференційній області характеризується наявністю осциляцій. Кожен з максимумів відповідає певному парціальному процесу з випромінюванням-поглинанням рівного числа фотонів обох хвиль. При зміні кута вильоту позитрона інтерференційна область в розподілі по енергії зміщується, що відповідає установленій відповідності між кутом вильоту і енергією народжених частинок. При народженні пари поза інтерференційною областю (область Бункіна-Федорова) розподіл перерізу процесу фотонародження по енергії пари плавно змінюється і має максимум, який відповідає парціальним процесам з числом фотонів $l_1 = l_2 = 0$. При цьому диференціальний переріз в інтерференційній області для окремих значень енергії пари може на два порядки величини перевищувати переріз процесу в іншій кінематиці процесу.

РОЗДІЛ 5

РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА НА ЕЛЕКТРОНІ В ІМПУЛЬСНОМУ ПОЛІ ЛАЗЕРА

Процес розсіювання електрона на електроні один із основних процесів квантової електродинаміки. У зовнішньому електромагнітному полі цей процес супроводжується вимушеним випромінюванням і поглинанням електронами фотонів зовнішнього поля. Для випадку двох лазерних хвиль було виявлено інтерференційний квантовий ефект, коли при певній кінематиці процесу випромінювання та поглинання фотонів зовнішніх хвиль відбувається корельованим чином. Розсіювання електрона на електроні в полі плоскої монохроматичної хвилі вивчалось в роботах [86, 98, 186, 187, 200, 204, 206].

Резонансне розсіювання електрона на електроні в полі лінійно поляризованої хвилі було розглянуто вперше Олійником [186, 187]. Він продемонстрував принципову можливість резонансів, та оцінив резонансний переріз в одній точці в нерелятивістському діапазоні енергій. Резонансне розсіювання лептона на лептоні в імпульсному полі однієї хвилі було розглянуто в роботі [289]. Установлено, що в широкому інтервалі відносних швидкостей частинок резонансні диференціальні перерізи розсіювання електрона на електроні (позитроні, мюоні) у полі однієї імпульсної хвилі перевищують на кілька порядків відповідні диференціальні перерізи під час відсутності зовнішнього поля у всьому діапазоні полярних кутів вльоту частинок. Було показано різке зменшення величини резонансного перерізу процесу в лазерному полі в ультрарелятивістському випадку для слабких і помірно сильних полів.

Даний розділ представляє теоретичні результати щодо дослідження процесів розсіювання електрона на електроні в зовнішньому полі лазера. Розглянуто резонансне розсіювання електрона на електроні в сильному імпульсному полі лазера. Основні результати цього розділу були опубліковані в роботах [14, 16–18, 22] та апробовані на конференціях [31, 33, 35].

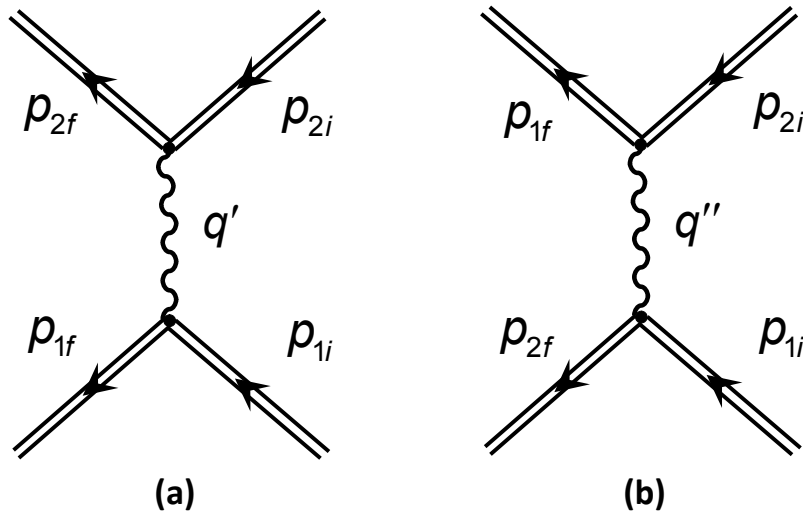


Рис. 5.1. Діаграма Фейнмана для розсіювання електрона на електроні в лазерному полі. Подвійні входні та вихідні лінії відповідають хвильовим функціям електронів у початкових і кінцевих станах (функціям Волкова), внутрішня пунктирна лінія відповідає функції Гріна проміжного фотона.

5.1. Розсіювання електрона на електроні в сильному імпульсному полі

Будемо вивчати процес розсіювання електрона з 4-імпульсом $p_{1i,1f} = (E_{1i,1f}, \mathbf{p}_{1i,1f})$ на електроні з 4-імпульсом $p_{2i,2f} = (E_{2i,2f}, \mathbf{p}_{2i,2f})$ для ультра-релятивістських енергій і малих кутів у полі імпульсної лазерної хвилі. Процес розсіювання електрона на електроні розглядається в першому порядку теорії збурень по взаємодії між електронами (борнівське наближення). Це відповідає обміну електронами при розсіюванні одним фотоном. В борнівському наближенні процес описується двома діаграмами Фейнмана (див. Рис. 5.1). Особливістю процесу є наявність діаграми обмінного типу, що викликано розсіюванням тождних частинок. Внутрішня лінія на діаграмах відповідає обмінному фотону в проміжному стані.

Загальний вираз для амплітуди розсіювання електрона на електроні в полі плоскої хвилі в борнівському наближенні може бути представлений в наступному вигляді [9, 200]:

$$S = ie^2 \int d^4x_1 d^4x_2 D_{\nu\nu'}(x_1 - x_2) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \left[\bar{\psi}_{p_{1f}}(x_1, A) \tilde{\gamma}^\nu \psi_{p_{1i}}(x_1, A) \right] \left[\bar{\psi}_{p_{2f}}(x_2, A) \tilde{\gamma}^{\nu'} \psi_{p_{2i}}(x_2, A) \right] + \right. \\ & \left. + \left[\bar{\psi}_{p_{2f}}(x_1, A) \tilde{\gamma}^\nu \psi_{p_{1i}}(x_1, A) \right] \left[\bar{\psi}_{p_{1f}}(x_2, A) \tilde{\gamma}^{\nu'} \psi_{p_{2i}}(x_2, A) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Тут $\tilde{\gamma}^\nu$ і $\tilde{\gamma}^{\nu'}$ ($\nu, \nu' = 0, 1, 2, 3$) - матриці Дірака; $D_{\nu\nu'}(x_1 - x_2)$ - функція Гріна фотона в проміжному стані; $\psi_{p_{1i,2i}}(x, A)$ і $\bar{\psi}_{p_{1f,2f}}(x, A)$ - функції Волкова електронів в початкових і кінцевих станах у полі лазерної хвилі, відповідно. У виразі (5.1.) передбачається підсумовування по індексах ν, ν' .

$$\psi_{p_j}(x, A) = \left[1 + \frac{e}{2(kp_j)} \hat{k} \hat{A} \right] \frac{u_j}{\sqrt{2E_j}} e^{iS_j}, \quad j = 1i, 1f, 2i, 2f, \quad (5.2)$$

$$S_j = -(p_j x) - \int_{-\infty}^{\varphi} \frac{e}{(kp_j)} \left[(p_j A) - \frac{e}{2} A^2 \right] d\varphi. \quad (5.3)$$

У виразах (5.2)-(5.3) u_j, \bar{u}'_j - біспінори Дірака для початкових і кінцевих станів електронів, відповідно; $p_j = (E_j, \mathbf{p}_j)$ - їх 4-імпульси. Чотири-потенціал лазерного поля A виберемо як плоску квазімонохроматичну хвилю з 4-хвильовим вектор $k = (\omega, \mathbf{k})$, що розповсюджується вздовж вісі z з площиною поляризації xy (2.2)-(2.4).

Ми використовуємо систему координат, пов'язану з центром інерції електронів в початкових станах, де $\mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{2i} = 0$. При цьому енергія початкових електронів і відносний імпульс мають вигляд:

$$\mathbf{p}_{1i} = -\mathbf{p}_{2i} = \mathbf{p}_i, \quad E_{1i,2i} = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_i^2} = E_i, \quad (5.4)$$

Кінцеві імпульси та енергії частинок визначаються як

$$\mathbf{p}_{1f,2f} = \mathbf{P}_f/2 \pm \mathbf{p}_f, \quad E_{1f,2f} = \sqrt{m^2 + (\mathbf{P}_f/2 \pm \mathbf{p}_f)^2}, \quad (5.5)$$

$$E_f = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_f^2}. \quad (5.6)$$

де \mathbf{P}_f - імпульс центру інерції після розсіювання.

Умови:

$$1 \ll E_i/m \ll m/\omega, \quad E_i \approx |\mathbf{p}|, \quad (5.7)$$

$$\theta_{i,f} = \angle(\mathbf{e}_z, \mathbf{p}_{i,f}) \ll 1, \quad \delta_{i,f} = \theta_{i,f}(E_{i,f}/m) \quad (5.8)$$

є справедливими в с.ц.і. для області ультрарелятивістських енергій та малих кутів вльоту електронів. Тут, $\theta_{i,f}$ - полярні кути вльоту та вильоту електронів; $\delta_{i,f}$ – характерні параметри для процесів розсіювання ультрарелятивістських частинок.

Резонансне розсіювання ультрарелятивістських електронів в імпульсному полі розглядається в умовах резонансу Олійника [186,187], коли 4-імпульс проміжного фотона q' знаходиться поблизу масової поверхні:

$$q'^2/\omega^2 \ll 1. \quad (5.9)$$

Нелінійні ефекти в процесах взаємодії електронів один з одним у присутності лазерної хвилі в умовах резонансу визначаються релятивістськи-інваріантним класичним параметром η_0 (1.13), який чисельно дорівнює відношенню роботи поля на довжині хвилі до енергії спокою електрона.

Підкреслимо, що величина резонансного перерізу розсіювання електрона на електроні в полі лазера істотно залежить від величини параметра $\eta_0(E_i/m)$ [98, 203, 206]. Цей параметр, за своєю суттю, є відношенням роботи, що виконується лазерним полем над електроном на одній довжині хвилі лазера, до початкової енергії електрона E_i . Отже, для слабких ($\eta_0 \ll 1$) і помірно сильних ($\eta_0 \lesssim 1$) полів переріз різко зменшується в ультрарелятивістському випадку. Представлене дослідження присвячене випадку сильного поля, коли:

$$\eta_0 \gg 1, \quad \eta_0(E_i/m) \gtrsim 1. \quad (5.10)$$

Для ультрарелятивістських енергій електронів цьому випадку відповідають ла-

зерні поля з інтенсивністю $\gtrsim 10^{19}$ Вт/см². Такі потужні джерела випромінювання доступні для сучасних лазерних установок, що працюють в імпульсному режимі [1, 6, 7, 39, 312].

5.1.1. Амплітуда процесу.

Ми будемо розглядати в умовах резонансу лише амплітуду, яка відповідає прямій діаграмі Фейнмана (Рис. 5.1 (а)). Така постановка задачі можлива завдяки тому, що резонанси для прямих діаграм розсіювального типу і резонанси для обмінних діаграм мають місце в істотно різних кінематичних областях, що не перекриваються [98, 203]. Відзначимо також, що для прямої амплітуди резонансне розсіювання електрона на електроні виникає, коли електрони розсіюються вперед на малі кути в с.ц.і. і ефективно ділиться на два послідовних процеси першого порядку, які аналогічні комптонівському розсіюванню хвилі на електроні (лазер-індукований Комптон-ефект).

Амплітуда процесу розсіювання електрона на електроні в імпульсному лазерному полі (2.2) довільної інтенсивності, що природно включає діапазон (5.10), в борнівському наближенні для довільних енергій електронів була отримана раніше [289]:

$$S_{fi}^{\text{dir}} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l. \quad (5.11)$$

Тут S_l - парціальна амплітуда з вимушеним випромінюванням ($l > 0$) або поглинанням ($l < 0$) l фотонів зовнішнього поля.

$$S_l = \frac{ie^2 (2\pi)^3 \omega \tau^2}{8E_i \sqrt{E_{1f} E_{2f}}} \delta^2(\mathbf{q}_\perp) \delta(q_-) M_l, \quad (5.12)$$

$$M_l = \sum_r \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\bar{u}_{1f} \Lambda_{l+r}^\nu(\zeta) u_{1i}) (\bar{u}_{2f} \Lambda_{r,\nu}(\zeta) u_{2i})}{q'^2 + 2\zeta(kq') + i0} d\zeta. \quad (5.13)$$

Тут q' - 4-імпульс проміжного фотона, а аргументи дельта-функцій визначаю-

ться компонентами чотиривимірного вектора $q = (q_0, \mathbf{q})$:

$$q = p_{1f} + p_{2f} - p_{1i} - p_{2i} + l_* k, \quad (5.14)$$

$$\mathbf{q}_\perp = (q_x, q_y), \quad q_\pm = q_0 \pm q_z, \quad (5.15)$$

$$q' = p_{2i} - p_{2f} - r_* k = p_{1f} - p_{1i} + (l_* - r_*) k. \quad (5.16)$$

$$l_* = l + \eta_0^2 (\lambda(\phi_1) + \lambda(\phi_2)), \quad r_* = r + \eta_0^2 \lambda(\phi_2), \quad (5.17)$$

$$\lambda(\phi_{1,2}) = (1 + \delta_{ell}^2) \frac{m}{4\omega} \left(\frac{1}{\kappa_{1f,2f}} - \frac{1}{\kappa_{1i,2i}} \right) \int_{-\infty}^{\phi_{1,2}} d\phi' g^2(\phi'). \quad (5.18)$$

Параметри l і r - це індекси підсумовування в (5.11) та (5.13). Вони визначають число випромінених або поглинутих фотонів у процесі розсіювання. У виразі (5.17) квадратичні по η_0 поправки зумовлені пондеромоторними силами, що діють на електрони в зовнішньому полі. Параметри $\kappa_{1,2}$ є згортками одиничного вектора вздовж напрямку розповсюдження хвилі $n = k/\omega = (1, 0, 0, -1)$ з відповідним 4-імпульсом частинки, і, відповідно до (5.7) та (5.8), набувають вигляду:

$$\kappa_{1i,1f} \equiv (np_{1i,1f}) \approx \frac{m^2}{2E_{1i,1f}} (1 + \delta_{i,f}^2), \quad (5.19)$$

$$\kappa_{2i,2f} \equiv (np_{2i,2f}) \approx E_{2i,2f}. \quad (5.20)$$

Функції $\Lambda_{l+r}^\nu(\zeta)$, $\Lambda_{r,\nu}(\zeta)$ в рівнянні (5.13) визначаються як інтеграли по хвильовій змінній:

$$\begin{cases} \Lambda_{l+r}^\nu(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_1 \hat{G}_{l+r}^\nu(\phi_1) \exp\{i\omega\tau\zeta\phi_1\}, \\ \Lambda_{r,\nu}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi_2 \hat{G}_{r,\nu}(\phi_2) \exp\{i(q_+\tau/2 - \omega\tau\zeta)\phi_2\}. \end{cases} \quad (5.21)$$

$$\phi_{1,2} = \frac{\varphi_{1,2}}{\omega\tau}. \quad (5.22)$$

У досліджуваному випадку ультрарелятивістських енергій електронів (5.7) та малих кутів (5.8) функції в (5.21) отримаємо в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{l+r}^\nu(\phi_1) &= \tilde{\gamma}^\nu L_{l+r}(\phi_1) + \frac{\eta^2(\phi_1) E_{1f} E_i B_{l+r}(\phi_1)}{2m^2 (1 + \delta_{1f}^2) (1 + \delta_i^2)} n^\nu \hat{n} + \\ &+ \frac{\eta(\phi_1) E_{1f}}{2m (1 + \delta_{1f}^2)} \tilde{\gamma}^\nu \hat{n} \hat{D}_{l+r}(\phi_1) + \frac{\eta(\phi_1) E_i}{2m (1 + \delta_i^2)} \hat{D}_{l+r}(\phi_1) \hat{n} \tilde{\gamma}^\nu, \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$B_{l+r}(\phi_1) = 2(1 + \delta^2) L_{l+r}(\phi_1) + (1 - \delta^2) (L_{l+r+2}(\phi_1) + L_{l+r-2}(\phi_1)), \quad (5.24)$$

$$\hat{D}_{l+r}(\phi_1) = \hat{\varepsilon} L_{l+r+1}(\phi_1) + \hat{\varepsilon}^* L_{l+r-1}(\phi_1), \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \hat{G}_{r,\nu}(\phi_2) &= \tilde{\gamma}_\nu L_r(\phi_2) + \frac{\eta^2(\phi_2) m^2}{32 E_{2f} E_i} B_r(\phi_2) n_\nu \hat{n} + \\ &+ \eta(\phi_2) \frac{m}{8 E_{2f}} \tilde{\gamma}_\nu \hat{n} \hat{D}_r(\phi_2) + \eta(\phi_2) \frac{m}{8 E_i} \hat{D}_r(\phi_2) \hat{n} \tilde{\gamma}_\nu. \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\eta(\phi_{1,2}) \equiv \eta_0 \cdot g(\phi_{1,2}), \quad \varepsilon = e_x + i\delta e_y. \quad (5.27)$$

Функції $B_r(\phi_2)$, $D_r(\phi_2)$ отримуємо з виразів (5.24), (5.25) шляхом заміни $\phi_1 \leftrightarrow \phi_2$, $l+r \leftrightarrow r$. Коефіцієнти перед функціями $B_{l+r,r}$ і $D_{l+r,r}$ визначаються параметрами (5.19), (5.20). У виразі $G_{l+r}^\nu(\phi_1)$ (5.23) та $G_{r,\nu}(\phi_2)$ (5.26) спеціальні функції $L_l(\phi_{1,2})$ визначають імовірність вимушених багатofотонних процесів у полі лазерної хвилі. Ці функції можуть бути представлені у вигляді розвинення в ряд по функціях Бесселя цілочисельного порядку (див. також Додаток А):

$$\begin{aligned} L_r(\chi_2, \gamma_2(\phi_2), y_2(\phi_2)) &= \exp(-ir\chi_2) \\ &\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp(2is\chi_2) J_{r-2s}(\gamma_2(\phi_2)) J_s(y_2(\phi_2)). \end{aligned} \quad (5.28)$$

Аргументи функції $L_l(\phi_{1,2})$ мають вид:

$$\gamma_{1,2}(\phi_{1,2}) = \eta(\phi_{1,2}) \frac{m}{\omega} \sqrt{(e_x g_{fi,2})^2 + \delta^2 (e_y g_{fi,2})^2}, \quad (5.29)$$

$$\tan \chi_{1,2} = \delta \frac{(e_y g_{fi,2})}{(e_x g_{fi,2})}, \quad g_{fi,2} = \frac{p_{1i,2i}}{\kappa_{1i,2i}} - \frac{p_{1f,2f}}{\kappa_{1f,2f}}, \quad (5.30)$$

$$y_{1,2}(\phi_{1,2}) = (1 - \delta^2) \eta^2(\phi_{1,2}) \frac{m^2}{8\omega} \left[\frac{1}{\kappa_{1i,2i}} - \frac{1}{\kappa_{1f,2f}} \right]. \quad (5.31)$$

Відмітимо, що параметри (5.29) і (5.31) є суттєво квантовими в загальному випадку. Аргументи $\gamma_{1,2}(\phi_{1,2})$ (5.29) – це параметри Бункіна-Федорова [49]. Вони визначають квантові ефекти в багатопотонних процесах КЕД.

Підкреслимо, що залежність знаменника підінтегральної функції в (5.13) від змінної інтегрування ζ є наслідком врахування імпульсного характеру зовнішнього поля лазерної хвилі. Подібна поправка відсутня у випадку монохроматичної хвилі, як наслідок, виникає резонансна нескінченність в амплітуді розсіювання електрона на електроні в полі плоскої монохроматичної хвилі. Відмітимо, що закони збереження, які відповідають дельта-функціям в амплітуді (5.12) в с.ц.і. набувають вигляду:

$$\mathbf{P}_f + l_* \mathbf{k} = 0. \quad (5.32)$$

Осцилюючий характер залежності від змінної ϕ_2 в інтегралі (5.21) призводить до реалізації наближеного закону збереження

$$E_{1f} + E_{2f} - 2E_i + l_* \omega \lesssim \tau^{-1} \ll \omega. \quad (5.33)$$

Отже, енергія електронів до і після розсіювання пов'язана співвідношеннями

$$E_{1f,2f} = \sqrt{E_f^2 \mp l_* (kp_f) + (l_* \omega)^2 / 4} \approx E_f \mp l_* \omega / 2, \quad (5.34)$$

$$E_i - E_f = l_* / 2. \quad (5.35)$$

Також нескладно помітити, що порядки величин аргументів $\gamma_{1,2}(\phi_{1,2})$ (5.29) та $y_{1,2}(\phi_{1,2})$ (5.31) можуть бути різними в залежності від кінематики розсіювання. Важливо підкреслити, що величини цих параметрів, так як і величина поправок (5.18), суттєво залежать від згортки хвильового вектора з різницею початкового та кінцевого чотири-імпульсів електронів $\kappa_{1f,2f} - \kappa_{1i,2i}$. Ця різниця є малою для малих полярних кутів вльоту та вильоту електронів (5.8). Таким чином, порядок точності в (5.19) і (5.20) є недостатнім і ми змушені взяти до уваги наступні поправки по обом кутам та енергії фотона

$$\kappa_{1f} - \kappa_{1i} = -(\kappa_{1f} - \kappa_{1i}) = E_i (\theta_f^2 - \theta_i^2) / 2. \quad (5.36)$$

Зазначимо, що явний вигляд аргументу (5.29) дозволяє визначити інтерференційну кінематику процесу розсіювання електрона на електроні у випадку двох лазерних хвиль:

$$\gamma_{1,2}(\phi_{1,2}) = \eta(\phi_{1,2}) \frac{m}{\omega} \sqrt{(e_x g_{fi,2})^2 + \delta^2 (e_y g_{fi,2})^2} = 0, \quad (5.37)$$

З виразу (5.37) видно, що інтерференційна кінематика реалізується, коли вектор $\mathbf{g}_{fi,2}$ направлений вздовж або напроти вісі z , тобто перпендикулярний площині поляризації. Очевидно, що дані умови справедливі для довільних інтенсивностей хвиль та їх поляризацій та можуть виконуватися лише при розсіюванні електронів у площині, що утворюється початковими імпульсами електронів і хвильовим вектором. Як показує аналіз можлива одночасна реалізація резонансних (5.9) та інтерференційних умов (5.37). В цьому випадку накладаються обмеження на початкові характеристики електронів. Так, наприклад, одночасна реалізація умов (5.9) та (5.37) для нерелятивістських енергій електронів, можлива якщо кут розсіювання частинок у с.ц.і. задовольняє наступній умові [18]:

$$\sin \theta_i = 1 - v_i \cos \theta_i \rightarrow \theta_i \approx \frac{\pi}{2} - 2v_i. \quad (5.38)$$

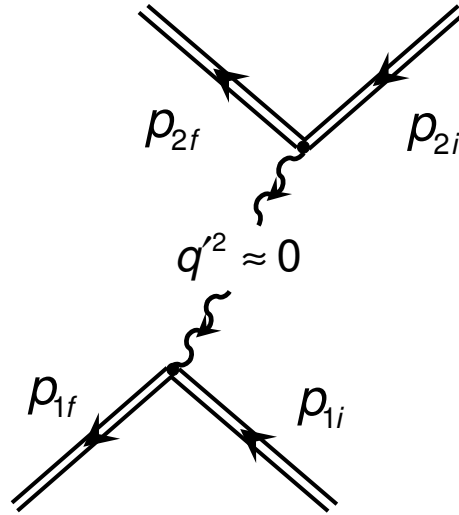


Рис. 5.2. Пряма діаграма Фейнмана резонансного розсіювання електрона на електроні в зовнішньому полі лазера.

5.1.2. Резонансне розсіювання електронів ультрарелятивістських енергій.

Розглянемо детально резонансні умови для випадку сильного поля імпульсної хвилі, ультрарелятивістських енергій електронів і малих кутів вльоту-вильоту (5.7)-(5.8). Закони збереження енергії-імпульсу для процесів КЕД в імпульсному полі не виконуються точно (див. (5.33)). Розсіювання електрона на електроні в імпульсному лазерному полі набуває резонансного характеру, якщо квадрат 4-імпульсу проміжного фотона належить до дуже вузької області поблизу нуля. З огляду на вид знаменника в (5.13) та умови квазімонохроматичності (2.4), умова резонансу Олейника набуває вигляду:

$$q'^2 \lesssim \frac{(kq')}{\omega\tau} \ll \omega^2. \quad (5.39)$$

Таким чином, резонанс спостерігається, коли 4-імпульс проміжного фотона знаходиться поблизу масової оболонки.

Ця область залежить від початкових імпульсів обох електронів та кута розсіювання. Закони збереження 4-імпульсу для вершин резонансної діаграми

(Рис. 5.2) можуть бути представлені у вигляді двох рівностей:

$$p_{2i} + r_* k = q' + p_{2f}, \quad r \geq -1, \quad (5.40)$$

$$p_{1i} + q' = p_{1f} + (l_* - r_*) k, \quad l - r \geq 1. \quad (5.41)$$

Перша рівність (5.40) відповідає закону збереження 4-імпульсу в процесі першого порядку по постійній тонкій структури. Так, другий електрон випромінює проміжний реальний фотон і одночасно вимушено поглинає $|r|$ фотонів лазерного поля. Рівність (5.41) виражає закон збереження 4-імпульсу в процесі, коли перший електрон поглинає проміжний реальний фотон і одночасно випромінює $(l - r)$ фотонів лазерної хвилі. Тому розсіювання електрона на електроні в лазерному полі за резонансних умов ефективно розділяється на два процеси першого порядку по постійній тонкій структури. Кожен з цих процесів подібний до розсіювання Комптона фотона лазерної хвилі та проміжного фотона на електроні.

Визначимо кут розсіювання електронів $\theta = \angle(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f)$ в с.ц.і. для випадку ультрарелятивістських енергій і малих кутів вльоту, коли фотон у проміжному стані лежить на масовій поверхні. Кут розсіювання визначається як різниця початкового і кінцевого полярних кутів ($\theta = \theta_f - \theta_i$), якщо різниця азимутальних кутів мала ($|\varphi_f - \varphi_i| \sim \theta_i \ll 1$). У подальшому ми будемо вважати, що розсіювання відбувається в площині сформованій імпульсом початкового електрона і хвильовим вектором лазерної хвилі: $\varphi_i = \varphi_f$.

Використовуємо закон збереження 4-імпульсу (5.40), (5.34)-(5.36):

$$\frac{q'^2}{\mathbf{p}^2} = \theta^2 - (l_* + 2|r|) \frac{\omega}{E_i} \theta_i \theta. \quad (5.42)$$

Як і очікувалося, резонанси з'являються, якщо має місце розсіювання на малі кути $\theta \ll \theta_i$ (для прямої діаграми Фейнмана) [203]- [206]. Співвідношення

(5.17) і (5.18) дозволяють отримати умову для резонансного кута розсіювання:

$$\theta_{res} = (l + 2r) \frac{l\omega}{E_i^2} \delta_i \left(1 + \frac{(1 + \delta_{ell}^2) \eta_0^2 \delta_i^2}{(1 + \delta_i^2)^2} \int_{-\infty}^{\phi_1} d\phi' g^2(\phi') \right)^{-1}. \quad (5.43)$$

Розглянемо випадок, коли поправками по $\eta_0 \delta_i$ можна знехтувати. Тоді легко отримати необхідну умову для початкового кута вльоту електрона відносно лазерного поля з інтенсивністю (5.10)

$$\delta_i \ll m/E_i \rightarrow \theta_i \ll m^2/E_i^2. \quad (5.44)$$

Отже, резонансний кут розсіювання для сильних полів (5.10) при малих кутах вльоту (5.44) в ультрарелятивістському випадку (5.7) може бути виражений як:

$$\theta_{res} = (l + 2|r|) \frac{\omega m}{E_i^2} \delta_i. \quad (5.45)$$

Як і очікувалося, квантові параметри $\gamma_{1,2}$ (5.30) і $y_{1,2}$ (5.31) стають класичними в умовах резонансу. Після нескладних перетворень, з урахуванням (5.36) та (5.45), для ультрарелятивістських енергій (5.7) і малих кутів вльоту-вильоту (5.44) ($\eta_0 \delta_i \ll 1$) в умовах резонансу:

$$\gamma_1(\phi_1) = (l + 2|r|) \eta(\phi_1) \delta_i \alpha_i \ll 1, \quad (5.46)$$

$$\gamma_2(\phi_2) = (l + 2|r|) \eta(\phi_2) \delta_i \frac{m^2}{E_i^2} \alpha_i \sim \gamma_1 \frac{m^2}{E_i^2} \ll 1, \quad (5.47)$$

$$\alpha_i = \sqrt{1 + (\delta_{ell}^2 - 1) \sin^2 \varphi_i}, \quad (5.48)$$

$$y_1(\phi_1) = (1 - \delta_{ell}^2) \eta^2(\phi_1) \delta_i^2 \ll \gamma_1 \ll 1, \quad (5.49)$$

$$y_2(\phi_2) = (1 - \delta_{ell}^2) \eta^2(\phi_2) \delta_i^2 \frac{m^4}{E_i^4} \ll \gamma_2 \ll 1, \quad (5.50)$$

де φ_i - азимутальний кут вльоту електрона.

Так як параметри багатифотонності $\gamma_{1,2}(\phi_{1,2}) \ll 1$, то для зовнішнього поля може бути застосована теорія збурень навіть для таких потужних полів. Так, другий електрон випромінює проміжний фотон за рахунок вимушеного поглинання одного фотона ($r = -1$). При цьому перший електрон поглинає проміжний фотон і одночасно вимушено випромінює один фотон зовнішнього поля ($l - r = 1, l = 0$). Спеціальні функції (2.42) трансформуються в функції Бесселя у відповідності до співвідношень (5.49) і (5.50). Відмітимо також, що в умовах резонансу (5.45) може бути проведено розвинення функцій Бесселя по малих параметрах $\gamma_{1,2} \ll 1$.

$$L_r(\chi_{1,2}, \gamma_{1,2}) \rightarrow \exp(-ir\chi_{1,2}) J_r(\gamma_{1,2}), \quad (5.51)$$

$$J_0(\gamma_{1,2}) \approx 1, \quad J_1(\gamma_{1,2}) \approx \gamma_{1,2}/2 \ll 1.$$

Причому дане співвідношення справедливе у розглянутому випадку для довільної еліптичної поляризації зовнішньої хвилі δ_{ell} .

Спростимо амплітуду переходу (5.12)-(5.31) для ультрарелятивістських енергій (5.7), малих полярних кутів вльоту (5.44) та умови резонансу (5.45). Ми підкреслюємо, що функції $\hat{G}_{l+r}^\nu(\phi_1)$ (5.23) та $\hat{G}_{r,\nu}(\phi_2)$ (5.26) містять доданки, пропорційні різним степеням параметра η_0 ($\eta_0^0, \eta_0, \eta_0^2$) та містять функції Бесселя різних порядків ($0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$). З умови (5.10) робимо висновок, що у функції $\hat{G}_{r,\nu}(\phi_2)$ доданки різних степенів по параметру η_0 є одного порядку по величині $\eta_0^2 m^2 / E_i^2 \sim \eta_0 m / E_i \sim 1$ (5.26), але в амплітуді достатньо зберегти лише один доданок

$$\hat{G}_{-1,\nu}(\phi_2) = \eta(\phi_2) \frac{m}{8E_i} Q_{2,\nu}, \quad Q_{2,\nu} = \tilde{\gamma}_\nu \hat{n} \hat{\varepsilon}^* + \hat{\varepsilon}^* \hat{n} \tilde{\gamma}_\nu. \quad (5.52)$$

Доданки різних степенів по параметру η_0 мають різні порядки величини для функції $\hat{G}_{l+r}^\nu(\phi_1)$ (5.23) $\eta_0^2 E_i^2 / m^2 \gg \eta_0 E_i / m \gg 1$. Подальший аналіз показує, що доданок, пропорційний η_0^2 , дає малий вклад після підсумовування та усереднення по поляризаціях початкових та кінцевих частинок. Так, для оцінки

основного вкладу треба зберегти доданок, що містить перший степінь параметра η_0 та функцію Бесселя нульового порядку:

$$\hat{G}_1^\nu(\phi_1) = \frac{\eta(\phi_1) E_i}{2m(1 + \delta_i^2)} Q_1^\nu, \quad Q_1^\nu = \tilde{\gamma}^\nu \hat{n} \hat{\varepsilon}^* + \hat{\varepsilon}^* \hat{n} \tilde{\gamma}^\nu. \quad (5.53)$$

Умова квазімонохроматичності дозволяє істотно спростити інтегрування по змінній ζ у (5.13). Резонансна амплітуда (5.11)-(5.13) для прямої діаграми Фейнмана спрощується у випадку ультрарелятивістських енергій електронів (5.7), сильного поля (5.10) та малих кутів (5.44) остаточно набуває вигляду:

$$S_{fi}^{res} = (2\pi)^4 \frac{e^2 \eta_0^2 \omega \tau^2}{32 E_i^4 \theta_{res}^2} \delta^2(\mathbf{q}_\perp) \delta(q_-) K_{fi} \cdot I_0, \quad (5.54)$$

$$K_{fi} = (\bar{u}_{1f} Q_1^\nu \hat{n} u_{1i}) (\bar{u}_{2f} Q_{2,\nu} u_{2i}), \quad (5.55)$$

$$I_0 = \int d\phi_1 g(\phi_1) \times \\ \times \int d\phi_2 g(\phi_2) \exp\{i\phi_2 q_+ \tau\} \exp\{2i\beta(\phi_1 - \phi_2)\} \mathbb{H}(\phi_2 - \phi_1). \quad (5.56)$$

Тут $\mathbb{H}(\phi_2 - \phi_1)$ - функція Хевісайда, а β - резонансний кінематичний параметр, який визначає характер розсіювання електрона на електроні в полі імпульсної лазерної хвилі:

$$\beta = \frac{q'^2}{4(kq')} \omega \tau \approx \frac{\omega \tau}{2} \left(\frac{\theta}{\theta_{res}} - 1 \right). \quad (5.57)$$

Як видно з виразу (5.57), значення резонансного параметра β визначаються кінематикою процесу розсіювання електрона на електроні та параметрами імпульсного лазерного поля. Цей характерний параметр визначає, наскільки близько 4-імпульс проміжного фотона співпадає зі значенням на масовій поверхні в умовах резонансу.

5.1.3. Резонансний переріз та обговорення результатів

Поперечний переріз розсіювання електрона на електроні за відсутності зовнішнього поля (переріз Меллера) [9, 73, 74] має наступний вигляд для випадку ультрарелятивістських енергій та малих кутів вльоту-вильоту:

$$\frac{d\sigma_{\text{Moller}}}{d\Omega_f} = r_e^2 \frac{4m^2}{E_i^2 \theta^4}, \quad (5.58)$$

де $d\Omega_f$ - елементарний тілесний кут розсіяних частинок в с.ц.і., r_e - класичний радіус електрона.

Використовуючи амплітуду переходу (5.54)-(5.56), отримуємо диференціальний переріз розсіювання електрона на електроні в умовах резонансу в сильному полі стандартним методом [9]:

$$d\sigma_{\text{res}} = \frac{|S_{fi}^{\text{res}}|^2}{|\mathbf{j}| T} \frac{d^3\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3} \frac{d^3\mathbf{P}_f}{(2\pi)^3}. \quad (5.59)$$

Тут, $|\mathbf{j}| = \sqrt{1 - m^2/E_i^2} \approx 1$ - густина потоку початкових частинок.

Інтегрування диференціального перерізу (5.59) по $d^3\mathbf{P}_f$ проводиться за допомогою дельта-функцій (див. (5.32)). Отримаємо:

$$\frac{d\sigma_{\text{res}}}{d\Omega_f} = r_e^2 \frac{m^2 \eta_0^4 (\omega\tau)^2}{32^2 E_i^6 \theta_{\text{res}}^4} \cdot |K_{fi}|^2 \cdot |I_0|^2 \frac{\tau dE_f}{2\pi T}. \quad (5.60)$$

Тут функції K_{fi} та I_0 визначаються виразами (5.55) та (5.56), відповідно. Інтегрування по енергії розсіяних частинок можна провести завдяки умові квазі-монохроматичності лазерної хвилі (2.4).

Виберемо огинаючу функцію потенціалу в виді функції Гауса

$$g(\phi_{1,2}) = \exp\{-\phi_{1,2}^2\}. \quad (5.61)$$

У результаті, резонансний переріз розсіювання неполяризованих електрона на електроні, що протікає в лазерному полі, в елемент тілесного кута отримаємо

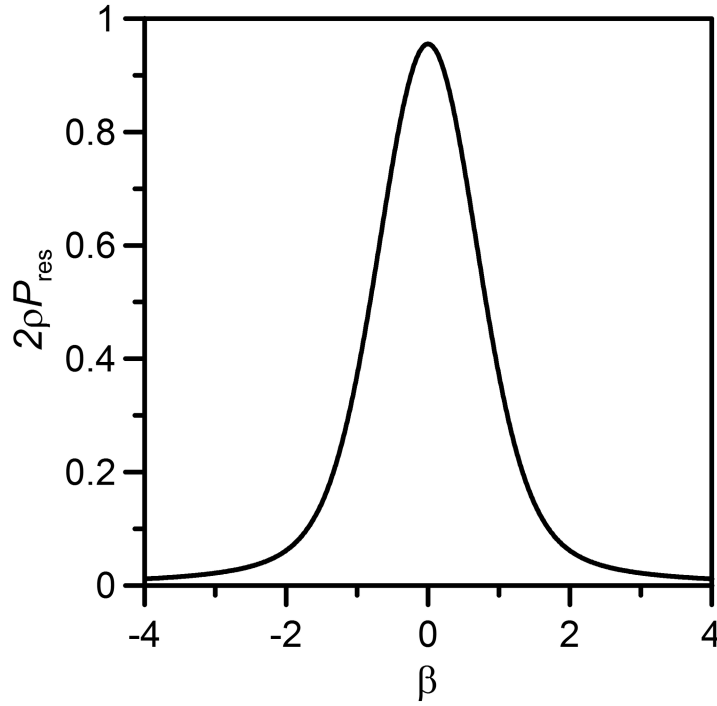


Рис. 5.3. Профіль першого резонансного піку в перерізі розсіювання електрона на електроні в полі імпульсної хвилі.

у формі:

$$\frac{d\sigma_{\text{res}}}{d\Omega_f} = \frac{r_e^2 m^2}{E_i^2 \theta_{\text{res}}^4} \left(\frac{\eta_0 m}{E_i} \right) \frac{(\omega\tau)^2}{8} (1 + \delta_{\text{ell}}^2)^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} P_{\text{res}}, \quad (5.62)$$

$$P_{\text{res}} = \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi_1 \exp(-\phi_1^2) \left(1 - \text{erf}(\sqrt{2}\phi_1) \right) \times \\ \times \int_{-\rho}^{\phi_1} d\phi'_1 \exp(-\phi_1'^2) \cos(2\beta(\phi_1 - \phi_1')). \quad (5.63)$$

Тут, величина $\rho = T/\tau$ – відношення між часом спостереження та тривалістю імпульсу, яка визначає інтервал усереднення по лазерному імпульсу. Величина параметра ρ визначається умовами конкретного експеримента (див. Додаток Б) та, зазвичай, задовольняє умови: $\rho \gtrsim 1$, ($\text{erf}(\rho) \approx 1$).

Функція P_{res} (5.63) описує профіль першого резонансного піку в перерізі (див. рис. 5.3). Визначимо резонансну кутову ширину для розсіювання електрона на електроні в сильному лазерному полі. Ми розглядаємо випадок, коли 4-

імпульс фотона в проміжному стані знаходиться біля масової поверхні $\beta \ll 1$. У цьому випадку функція (5.63), яка визначає профіль резонансного піку, може бути легко приведена до наступного вигляду:

$$P_{\text{res}} \approx a_1 (1 - a_2 \beta^2) \approx \frac{a_1}{1 + a_2 \beta^2} = \frac{1}{2\rho} \frac{\Gamma_\theta^2}{(\theta - \theta_{\text{res}})^2 + \Gamma_\theta^2}. \quad (5.64)$$

Коефіцієнти a_1 і a_2 визначаються з інтегралів у виразі (5.63), при цьому: $a_1 \approx 1/2\rho$, $a_2 \approx 1$. Величина Γ_θ представляє собою пролітну кутову ширину резонансу:

$$\Gamma_\theta = \frac{2\theta_{\text{res}}}{\omega\tau} \quad (5.65)$$

Ця ширина зумовлена кінцевим часом взаємодії частинок з зовнішнім лазерним полем. Зазвичай, у реальних експериментах величина пролітної ширини визначається геометрією експерименту або лінійними розмірами області, у якій частинки взаємодіють з зовнішнім полем. З виразу (5.65) можна побачити, що в розглянутому випадку пролітна ширина визначається кутом розсіювання електрона на електроні та тривалістю лазерного імпульсу.

Відмітимо, що у випадку монохроматичної хвилі резонансна розбіжність у поперечному перерізі процесу усувається відповідно до процедури Брейта-Вігнера. Ця процедура включає додавання радіаційної кутової ширини резонансу:

$$\Gamma_R = \frac{1}{3} (1 + \delta_{\text{ell}}^2) \alpha_0 \left(\frac{\eta_0 m}{E_i} \right)^2 \frac{\omega^2}{E_i^2}, \quad (5.66)$$

де α_0 - постійна тонкої структури. Радіаційною шириною резонансу можна знехтувати, якщо вона суттєво менша порівняно з пролітною: $\Gamma_\theta \gg \Gamma_R$. Відтак, вираз для резонансного перерізу у вигляді (5.62)-(5.64) справедливий для обмеженої області значень тривалості лазерного імпульсу. З урахуванням умови

квазімонохроматичності хвилі (2.4) та явного виду Γ_R (5.66), отримуємо:

$$10 \lesssim \omega\tau \ll \alpha_0^{-1} \frac{m}{\omega} \delta_i \approx (10^7 \div 10^8) \frac{m}{E_i} \quad (5.67)$$

Важливо підкреслити, що ми вилучили з розгляду інші причини розширення резонансного піку, такі як, розширення резонансу з причини енергетичного та кутового розкиду початкового електронного пучка.

Резонансний переріз (5.62) має досить просту залежність від поляризації лазерної хвилі. Проаналізуємо відношення отриманого резонансного перерізу для довільної еліптичної поляризації до резонансного перерізу при лінійній поляризації:

$$R_{\text{ell}} = \frac{d\sigma_{\text{res}}}{d\sigma_{\text{res}}(\delta_{\text{ell}} = 0)} = (1 + \delta_{\text{ell}}^2)^2. \quad (5.68)$$

Можна легко помітити, що резонансний переріз у випадку циркулярної поляризації ($\delta_{\text{ell}}^2 = 1$) в чотири рази перевищує такий же переріз для лінійної поляризації. Аналіз показав, що величини (5.52) та (5.53) дають основний внесок в амплітуду процесу розсіювання для вибраної кінематики ультрарелятивістських енергій електронів та малих кутів вльоту-вильоту. Як відомо, для ймовірності розсіювання Комптона у присутності лазерного поля доданки, які лінійні по густині енергії хвилі (пропорційні η (5.52) і (5.53)), для випадку циркулярної поляризації у два рази більші ніж для лінійної поляризації (див. Рітус і Нікішов [2]). Це зумовлено тим, що циркулярно поляризована хвиля може бути представлена у вигляді суми двох лінійно поляризованих хвиль з однаковими інтенсивностями, частотами, і з різницею фаз $\pi/2$. Відтак, як показано в [51](див. також (1.5)), інтенсивності лазерних хвиль для циркулярної і лінійної поляризації співвідносяться як:

$$\eta_0(\delta_{\text{ell}}^2 = 1) = \sqrt{2}\eta_0(\delta_{\text{ell}} = 0). \quad (5.69)$$

Так як досліджуваний процес в умовах резонансу ефективно розпадається на

два процеси лазер-індукованого комптонівського розсіювання, то отримане співвідношення (5.68) відповідає попереднім результатам. Важливо зазначити, що при цьому нелінійні члени по густині енергії хвилі істотно відрізняються для лінійної та циркулярної поляризації зовнішньої лазерної хвилі.

Проінтегруємо резонансний переріз розсіювання електрона на електроні (5.64) в сильному лазерному полі по куту θ . Враховуючи зв'язок між параметром β та кут розсіювання (5.57), отримуємо: $d\theta = \Gamma_\theta d\beta$. У результаті маємо:

$$\frac{d\sigma_{\text{res}}}{d\varphi_f} = \frac{\pi^2}{32\rho} \left(\frac{\eta_0 m}{E_i} \right)^4 (\omega\tau)^2 (1 + \delta_{\text{ell}}^2)^2 \frac{r_e^2 m^2}{E_i^2 \theta_{\text{res}}^4} \theta_i \Gamma_\theta. \quad (5.70)$$

Поперечний переріз Меллера поблизу резонансного кута, як слідує з (5.58), набуває форми

$$\frac{d\sigma_{\text{Moller}}}{d\varphi_f} = r_e^2 \frac{4m^2}{E_i^2 \theta_{\text{res}}^4} \theta_i \Gamma_\theta. \quad (5.71)$$

Оцінимо відношення резонансного перерізу розсіювання електрона на електроні в полі лазера в ультрарелятивістському випадку (5.70) до відповідного поперечного перерізу процесу за відсутності зовнішнього поля (5.71)

$$R = \frac{d\sigma_{\text{res}}}{d\sigma_{\text{Moller}}} = \frac{\pi^2}{128\rho} \left(\frac{\eta_0 m}{E_i} \right)^4 (\omega\tau)^2 (1 + \delta_{\text{ell}}^2)^2. \quad (5.72)$$

Як видно з формули (5.72), це відношення визначається декількома характеристичними параметрами. Перший з них – це відношення роботи, виконаної лазерним полем над електроном на довжині хвилі, до початкової енергії електрона $\eta_0 m/E_i$. Звідси, резонансні процеси пригнічені у випадку помірно сильних полів та ультрарелятивістських енергій ($\eta_0 m/E_i \ll 1$). У цьому випадку основний внесок дають нерезонансні процеси і поперечний переріз мало відрізняється від перерізу процесу за відсутності поля. Значення тривалості лазерного імпульсу також істотно впливає на відношення (5.72).

Будемо розглядати в подальшому аналізі лобове зіткнення ультрарелятивістських електронів з рівною енергією. Таким чином система центра інерції

співпадає з лабораторною системою відліку. При цьому відповідно до постановки задачі, лазерна хвиля поширюється під малим кутом до вісі зіткнення електронів. Для області початкових кутів (5.44) відношення поперечних перерізів (5.72) явно не залежить від кута вльоту електрона θ_i . Ми також розглядаємо зовнішню хвилю з циркулярною поляризацією ($\delta_{\text{ell}}^2 = 1$).

Проведемо аналіз резонансного перерізу розсіювання електрона на електроні в полі лазера для кількох лазерних систем (див., Табл. 5.1). Відмітимо, що лазерні системи PHELIX та Vulcan відносяться до класу петаваттних оптичних лазерів, що генерують випромінювання в суб-пікосекундному діапазоні тривалості імпульсу [7]. Джерела випромінювання систем Vulcan 10 та ELI, зважаючи на їхні характеристики, можна віднести до мульти-пета-ваттних лазерів, що генерують випромінювання у фемтосекундному діапазоні. Базові характеристики лазерних систем представлені у Табл. 5.1. Легко помітити, що параметри η_0 (третья колонка) та $\omega\tau$ (друга колонка) відповідають умовам (5.10) та (5.67).

Рис. 5.4 представляє відношення резонансного поперечного перерізу процесу за відсутності зовнішнього поля як функцію початкової енергії в одиницях енергії спокою електрона для конкретних лазерних систем (див., Табл. 5.1). Вхідний полярний кут вльоту: $\theta_i = 10^{-6}$. Неважко зробити висновок з виду (5.72) та Рис. 5.4, що залежність відношення поперечних перерізів від початкової енергії електрона лінійна для логарифмічних масштабів. Так, для випадку електронів МеВ-них енергій та петаваттних оптичних лазерів відношення (5.72) досягає 5-6 порядків величини. За таких же енергій для мультипетаваттних лазерів, що генерують випромінювання у фемтосекундному діапазоні, відношення (5.72) може досягати 8-9 порядків по величині.

Резонансний переріз розсіювання електрона на електроні в лазерному полі стає одного порядку з перерізом процесу за відсутності зовнішнього поля для енергій електронів порядку 10^2 МеВ для діапазону інтенсивностей лазерного поля 1 ПВт, а для енергій електронів до 1 ГеВ для мультипетаваттного діапазону інтенсивностей.

Табл. 5.1

Основні характеристики лазерних систем

Лазерна система	Тривалість імпульсу, ($\omega\tau$)	Пікова інтенсивність, (η_0)
PHELIX	500 fs (900)	$2 \cdot 10^{20}$ W/cm ² (9)
Vulcan	500 fs (900)	10^{21} W/cm ² (20)
Vulcan10	30 fs (60)	10^{23} W/cm ² (170)
ELI	15 fs (35)	10^{24} W/cm ² (500)

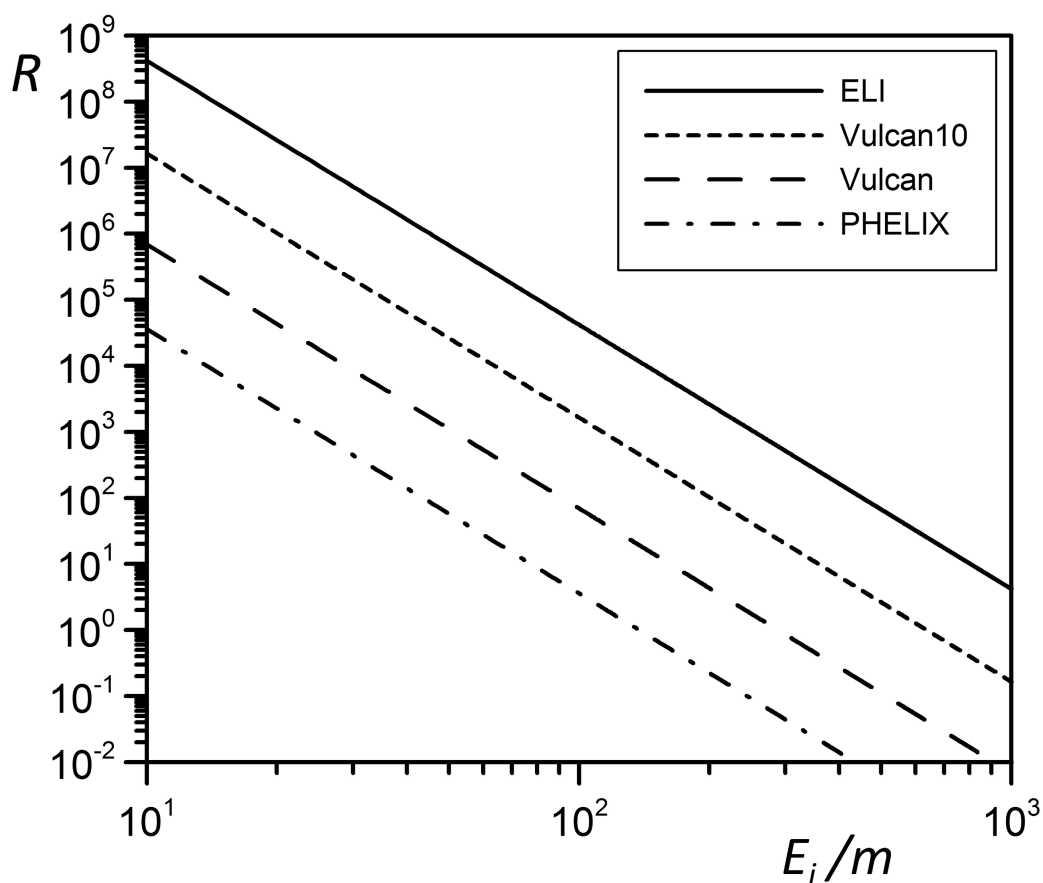


Рис. 5.4. Відношення резонансного перерізу розсіювання електрона на електроні в сильному імпульсному лазерному полі до перерізу процесу за відсутності зовнішнього поля в залежності від початкової енергії для конкретних лазерних систем (Табл. 5.1), $\theta_i = 10^{-6}$, $\rho = 10$, $\delta_{\text{ell}}^2 = 1$.

Висновки до розділу 5

У результаті дослідження процесу резонансного розсіювання електрона на електроні в полі імпульсного лазера можна зробити наступні висновки:

1. Величина резонансного поперечного перерізу розсіювання ультрарелятивістських електронів у зовнішньому лазерному полі істотно залежить від відношення роботи, виконаної полем над електроном до початкової енергії електрона. Резонансний поперечний переріз розсіювання електрона на електроні різко спадає зі збільшенням енергії електрона для слабких та помірно сильних полів ($\lesssim 10^{18} \text{ W cm}^{-2}$). Резонансний переріз істотно залежить від поляризації. Так, резонансний поперечний переріз для циркулярної поляризації в чотири рази перевищує відповідний поперечний переріз для випадку лінійної поляризації.

2. Резонансний поперечний переріз для лазер-модифікованого процесу для малих кутів вльоту електрона може перевищувати відповідний поперечний переріз процесу за відсутності зовнішнього поля на декілька порядків величини. Так, дане відношення досягає 5-6 порядків величини для електронів МеВ-них енергій та петаваттних оптичних лазерів (PHELIX, Vulcan). Дане відношення може досягати 8-9 порядків величини для мультипетаваттних інтенсивностей лазерного поля у фемтосекундному діапазоні (Vulcan 10, ELI).

ВИСНОВКИ

У поданій роботі застосовано та розвинено нові аналітичні підходи при вивченні фізичних процесів в імпульсних полях, що дозволяє досліджувати нові явища, закономірності та властивості процесів та більш наглядно продемонструвати фізичні властивості процесів під впливом лазерного поля. Виконано системний аналіз фізичних процесів в імпульсному полі: за резонансних умов; у випадку двох хвиль при кореляції випромінювання та поглинання фотонів лазерного поля; при розсіюванні швидких частинок на малі кути за малих переданих між частинками імпульсів; за умов, коли енергія поля, що поглинається чи випромінюється частинкою, одного порядку за величиною з початковою кінетичною енергією частинок. За результатами досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Теоретично досліджено кінематичні особливості процесів розсіювання електрона на ядрі, електрона на електроні, гальмівного випромінювання та народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в присутності зовнішнього імпульсного поля лазера різних конфігурацій. В процесі взаємодії частинки можуть вимушено випромінювати і поглинати фотони зовнішнього поля. Амплітуда переходу та переріз процесів має вид суми по парціальних компонентах, кожна з яких відповідає процесам за участі певної кількості фотонів зовнішнього поля. Для процесів КЕД в полі двох лазерних хвиль проявляється параметричний інтерференційний ефект, коли при певній кінематиці процесу вимушене випромінювання і поглинання фотонів першої та другої хвилі відбувається корельованим чином. При цьому спостерігається сильна кореляція між кутом вильоту та енергією частинок в кінцевому стані, що істотно відрізняє процес в інтерференційній області від процесу в будь-якій іншій геометрії.

2. При розсіюванні електрона на ядрі в області малих кутів спостерігаються виділені напрями розсіювання. При зростанні енергії електрона максимальне значення відношення перерізу розсіювання електрона на ядрі в полі імпульсної хвилі і перерізу розсіювання за відсутності поля в області малих кутів змен-

шується. Навпаки, при зростанні енергії фотонів зовнішнього лазерного поля відношення перерізів збільшується. Так, наприклад, для енергії 0.5 кеВ переріз розсіювання електрона на ядрі в імпульсному лазерному полі поблизу виділеного кута в 2-3 рази перевищує переріз розсіювання за відсутності зовнішнього поля. Для енергій фотона 2 кеВ відношення перерізів досягає двох порядків величини.

3. Процес розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль може домінувати в інтерференційній кінематичній області. Показано, що ймовірність парціальних процесів в інтерференційній області на кілька порядків величини може перевищувати відповідну ймовірність в області Бункіна-Федорова. Параметричним інтерференційний ефект приводить до перерозподілу ймовірностей і енергетичний спектр електрона має смугастий вигляд. Для окремих значень енергії кінцевого електрона, переріз розсіювання електрона на ядрі в полі двох імпульсних лазерних хвиль в інтерференційній області на порядок величини перевищує переріз процесу в області Бункіна-Федорова.

4. Для процесу спонтанного гальмівного випромінювання електрона при розсіюванні на ядрі в полі двох імпульсних помірно сильних хвиль детально вивчено параметричний інтерференційний ефект. При цьому процес розсіювання електрона і випромінювання спонтанного фотона відбуваються в одній площині, що утворюється імпульсом початкового електрона і напрямком поширення обох хвиль. Показано, що парціальна ймовірність процесу в інтерференційній області на порядок величини перевищує відповідну ймовірність в іншій кінематиці розсіювання. Для нерелятивістських енергій електронів в інтерференційній області існує область кутів вильоту кінцевого електрона, для яких переріз нерезонансного процесу СГВ електрона на ядрі, просумований по всім процесам випромінювання і поглинання фотонів, більший ніж переріз процесу за відсутності зовнішнього поля. Для енергії випроміненого фотона 0.5 кеВ просумований переріз перевищує звичайний майже в 2 рази.

5. Процес спонтанного гальмівного випромінювання електрона на ядрі в зовнішньому лазерному полі двох імпульсних хвиль характеризується наявні-

стю особливої кінематичної області, де переріз процесу має резонансний характер і процеси вимушеного випромінювання і поглинання фотонів першої і другої хвилі протікають корельованим чином. Резонансний диференціальний переріз процесу СГВ з одночасною реєстрацією кутів випромінювання спонтанного фотона та розсіяного електрона може перевищувати на кілька порядків величини відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля. Найбільше значення (п'ять порядків) це відношення має у випадку нерелятивістських енергій електронів і різко зменшується для ультрарелятивістських енергій електронів.

6. Досліджено відношення підсумованого по парціальних процесах перерізу ФНП на ядрі в полі лазерної хвилі до перерізу ФНП за відсутності поля як функція азимутального кута для моделі плоскої монохроматичної хвилі та моделі імпульсної хвилі. Показано, що підсумований по парціальних процесах переріз більший за звичайний переріз для усіх значень азимутального кута. Максимум відношення перерізів відповідає вильоту електрона і позитрона в одній площині з фотоном зовнішнього поля і початковим фотоном. Показано, що резонанс має місце, коли енергія початкового фотона більша граничного значення, яке значно більше за дві енергії спокою електрона. Народжені електрон і позитрон мають ультрарелятивістські енергії. Оцінка показує, що резонансний переріз фотонародження пари на порядок величини може перевищувати відповідний переріз за відсутності зовнішнього поля.

7. Парціальна ймовірність вимушених процесів для народження електрон-позитронної пари фотоном на ядрі в інтерференційній області може на два порядки величини перевищувати відповідну ймовірність в іншій геометрії розсіяння. При цьому при фіксованих енергіях електрона і позитрона максимум розподілу ймовірності по куту вильоту кожної з частинок відповідає інтерференційному куту вильоту. Розподіл диференціального перерізу процесу на ядрі в полі двох лазерних хвиль від кінетичної енергії пари в інтерференційній області характеризується наявністю осциляцій. Кожен з максимумів відповідає певному парціальному процесу з випромінюванням-поглинанням рівного числа фотонів обох хвиль. При цьому диференціальний переріз в інтерференційній області для

окремих значень енергії пари може на два порядки величини перевищувати переріз процесу в іншій кінематиці процесу.

8. Величина резонансного поперечного перерізу розсіювання ультрарелятивістських електронів у зовнішньому лазерному полі істотно залежить від відношення роботи, виконаної полем над електроном до початкової енергії електрона, та різко спадає зі збільшенням енергії електрона для слабких та помірно сильних полів ($\lesssim 10^{18}$ Вт см⁻²). Резонансний поперечний переріз для лазер-модифікованого процесу для малих кутів вльоту електрона може перевищувати відповідний поперечний переріз процесу за відсутності зовнішнього поля на декілька порядків величини. Так, дане відношення досягає 5-6 порядків величини для електронів МеВ-них енергій та петаваттних оптичних лазерів (PHELIX, Vulcan). Відношення може досягати 8-9 порядків величини для мультипетаваттних інтенсивностей лазерного поля у фемтосекундному діапазоні (Vulcan 10, ELI).

Таким чином, поставлені поставлені в дисертаційному дослідженні завдання можна вважати виконаними. В роботі підкреслено наукову новизну отриманих результатів, їх практичну значимість та можливість експериментальної перевірки передбачених ефектів та нових закономірностей в фізичних процесах в імпульсному полі лазера в рамках міжнародних проєктів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Mourou G. A., Tajima T., Bulanov S. V. Optics in the relativistic regime. *Rev. Mod. Phys.* 2006. Vol. 78. P. 309–371.
2. Ритус В. И., Никишов А. И. Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. Труды ФИАН / Под ред. Гинзбург В.Л. Москва: Наука, 1979. Т. 111. С. 1–278.
3. Bula C., McDonald K. T., Prebys E. J., Bamber C., Boege S., Kotseroglou T. et al. Observation of nonlinear effects in Compton scattering. *Physical Review Letters*. 1996. Vol. 76, No. 17. P. 3116–3119.
4. Burke D. L., Field R. C., Horton-Smith G., Spencer J. E., Walz D., Berridge S. C. et al. Positron production in multiphoton light-by-light scattering. *Physical Review Letters*. 1997. Vol. 79, No. 9. P. 1626–1629.
5. Bamber C., Boege S. J., Koffas T., Kotseroglou T., Melissinos A. C., Meyerhofer D. D. et al. Studies of nonlinear QED in collisions of 46.6 GeV electrons with intense laser pulses. *Physical Review D*. 1999. Vol. 60, No. 9.
6. Bagnoud V., Aurand B., Blazevic A., Borneis S., Bruske C., Ecker B. et al. Commissioning and early experiments of the PHELIX facility. *Applied Physics B*. 2009. Vol. 100, No. 1. P. 137–150.
7. Di Piazza A., Muller C., Hatsagortsyan K. Z., Keitel C. H. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems. *Reviews of Modern Physics*. 2012. Vol. 84, No. 3. P. 1177–1228.
8. Wolkow D. M. Über eine Klasse von Lösungen der Diracschen Gleichung, *Zeit. Zeitschrift für Physik*. 1935. Vol. 94, No. 3-4. P. 250–260.
9. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. Москва: Наука, 1980. С. 1–728.
10. Feynman R. P. Space-time approach to quantum electrodynamics. *Physical Review*. 1949. Vol. 76, No. 6. P. 769.
11. Furry W. H. Approximate wave functions for high energy electrons in Coulomb fields. *Phys. Rev.* 1934. Sep. Vol. 46. P. 391–396.

12. Лебедь А. А., Рошчупкин С. П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. *ЖЭТФ*. 2010. Т. 140, № 1(7). С. 56–65.
13. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Nonresonant photocreation of electron-positron pair on a nucleus in the field of a pulsed light wave. *Laser Physics*. 2011. Vol. 21, No. 9. P. 1613–1620.
14. Roshchupkin S. P., Lebed' A. A., Padusenko E. A., Voroshilo A. I. Quantum electrodynamics resonances in a pulsed laser field. *Laser Physics*. 2012. Vol. 22, No. 6. P. 1113–1144.
15. Roshchupkin S. P., Lebed' A. A., Padusenko E. A., Voroshilo A. I. Resonant effects of quantum electrodynamics in the pulsed light field. *Quantum Optics and Laser Experiments* / Ed. by S. Lyagushyn. Croatia, Rijeka: Intech, 2012. P. 107–156.
16. Roshchupkin S. P., Lebed' A. A., Padusenko E. A. Nonresonant quantum electrodynamics processes in a pulsed laser field. *Laser Physics*. 2012. Vol. 22, No. 10. P. 1513–1546.
17. Рошчупкин С. П., Лебедь А. А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. Киев: Наукова думка (Проект "Наукова книга"), 2013. С. 192.
18. Padusenko E. A., Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Resonant interference effect in scattering of an electron by an electron in the field of two pulsed laser waves. *Universal Journal of Physics and Application*. 2013. Vol. 7. P. 274 – 285.
19. Lebed' A A, Roshchupkin S P. The interference effect in electron scattering on a nucleus in the field of two pulsed laser waves of circular polarization. *Laser Physics*. 2013. Vol. 23, No. 12. P. 125301.
20. Roshchupkin S. P., Lebed' A. A. Parametric interference effect in electron-nucleus scattering in the field of two pulsed laser waves. *Physical Review A*. 2014. Vol. 90, No. 3. P. 035403.
21. Lebed A. A. Mott scattering in a field of two pulsed laser waves. *Laser Physics*. 2015. Vol. 25, No. 5. P. 055301.

22. Lebed' A. A., Padusenko E. A., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of ultrarelativistic electrons in the strong field of a pulsed laser wave. *Laser Physics*. 2016. Vol. 26, No. 2. P. 025302.
23. Lebed A. A. Electron-nucleus scattering at small angles in the field of a pulsed laser wave. *Laser Physics Letters*. 2016. Vol. 13, No. 4. P. 045401.
24. Lebed' A. A., Padusenko E. A., Roshchupkin S. P., Dubov V. V. Parametric interference effect in nonresonant spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Physical Review A*. 2016. Vol. 94, No. 1. P. 013424.
25. Lebed' A. A., Padusenko E. A., Roshchupkin S. P., Dubov V. V. Parametric interference effect in nonresonant pair photoproduction on a nucleus in the field of two pulsed light waves. *Physical Review A*. 2017. Vol. 95, No. 4. P. 043406.
26. Lebed' A. A., Padusenko E. A., Roshchupkin S. P., Dubov V. V. Resonant parametric interference effect in spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Physical Review A*. 2018. Vol. 97, No. 4. P. 043404.
27. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Resonant bremsstrahlung of an electron scattered by an ion in a pulsed light field. 2010 10th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. IEEE, 2010. P. 217–219.
28. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. The influence of a strong pulsed laser field on the processes of nonrelativistic electron scattering by a nucleus. 3 International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics, Book of abstracts. 2011. P. 209.
29. Лебедь А. А., Рошчупкин С. П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. IX конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям, ННЦ ХФТИ, Харьков. 2011. С. 77.
30. Lebed' Alexandr A., Roshchupkin Sergei P. Nonrelativistic electron scattering on a nucleus in the field of a bichromatic laser pulse. 2013 IEEE 12th Internati-

- onal Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013). IEEE, 2013. P. 26–28.
31. Padusenko Elena A., Roshchupkin Sergey P., Lebed' Alexandr A. Resonance interference scattering of a lepton by a lepton in the bichromatic pulsed laser field. 2013 IEEE 12th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013). IEEE, 2013. P. 58–60.
 32. Лебедь А. А. Рассеяние электрона на ядре на малые углы в поле импульсного лазера. XIV конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям, ННЦ ХФТИ, Харьков. 2016. С. 22.
 33. Падусенко Е.А., Лебедь А. А., Рощупкин С.П. Резонансное рассеяние ультрарелятивистских электронов в поле двух сильных импульсных лазерных волн.. XIV конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям, ННЦ ХФТИ, Харьков. 2016. С. 22.
 34. Padusenko Elena, Lebed Alexandr, Roshchupkin Sergei, Dubov Viktor. Nonresonant electron-nucleus spontaneous bremsstrahlung in the field of two pulsed laser waves. 2016 IEEE 13th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM). IEEE, 2016. P. 18–20.
 35. Lebed Alexandr, Padusenko Elena, Roshchupkin Sergei, Dubov Viktor. Resonant laser-modified electron-electron scattering by a strong bichromatic pulsed field. 2016 IEEE 13th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM). IEEE, 2016. P. 21–23.
 36. Roshchupkin S. P., Dubov A. V., Lebed' A. A., Padusenko E. A. Resonant parametric interference effect at quantum electrodynamics processes in the field of two pulsed laser waves. 2018 International Conference Laser Optics (ICLO). IEEE, 2018. P. 243–243.
 37. Лебедь О. А. Резонансне гальмівне випромінювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль. XVI конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачам, ННЦ ХФТИ, Харків. 2018. С. 24.
 38. Лебедь О. А. Вплив характеристик лазерного імпульсу на параметри рентгенівського випромінювання в джерелах на зворотному розсіюванні Ком-

- птона. XVII конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачам, ННЦ ХФТІ, Харків. 2019. С. 106.
39. Hernandez-Gomez C., Blake S., Chekhlov O., Clarke R., Dunne A., Galimberti M. et al. The Vulcan 10 PW project. *Journal of Physics: Conference Series*. 2010. Vol. 244. P. 032006.
 40. Нарожный Н. Б., Фофанов М. С. Излучение фотона электроном при столкновении с коротким фокусированным лазерным импульсом. *ЖЭТФ*. 1996. Т. 110, № 1(7). С. 26–46.
 41. Goreslavskii S. P., Narozhnyi N. B., Shcherbachev O. V. Determination of the effective electron mass in an optical field from the measured emission spectrum of ultrarelativistic electrons at a laser focus. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*. 1995. Vol. 61. P. 261.
 42. Goreslavskii S. P., Popruzhenko S. V., Shcherbachev O. V. The angular distribution of nonlinear Thomson scattering in a circular field. *Laser Physics*. 1999. Vol. 9, No. 5. P. 1039–1044.
 43. Strickland D., Mourou G. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*. 1985. Vol. 56, No. 3. P. 219–221.
 44. Maine P., Strickland D., Bado P., Pessot M., Mourou G. Generation of ultrahigh peak power pulses by chirped pulse amplification. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1988. Vol. 24, No. 2. P. 398–403.
 45. Dubietis A., Butkus R., Piskarskas A. Trends in chirped pulse optical parametric amplification. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*. 2006. Vol. 12. P. 163 – 172.
 46. Жерихин А. Н., Крюков П. Г., Матвеец Ю. А., Чекалин С. В. О происхождении временной структуры ультракоротких лазерных импульсов. *Квантовая электроника*. 1974. Т. 1, № 4. С. 956–959.
 47. Крюков П. Г. Лазеры ультракоротких импульсов. *Квантовая электроника*. 2001. Т. 31, № 2. С. 95–119.

48. Limpert J., Roser F., Schreiber T., Tunnermann A. High-power ultrafast fiber laser systems. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 2006. Vol. 12, No. 2. P. 233–244.
49. Бункин Ф. Н., Федоров М. В. Тормозной эффект в сильном поле излучения. *ЖЭТФ*. 1965. Т. 49, № 4(10). С. 1215–1221.
50. Gorodnitskii R. L., Roshchupkin S. P. Induced bremsstrahlung process for a relativistic electron colliding with a nucleus in a field of two electromagnetic waves of arbitrary intensities and frequencies. *Laser Physics*. 1992. Vol. 2, No. 4. P. 602–608.
51. Рощупкин С. П. Интерференционный эффект при рассеянии электрона на ядре в поле двух плоских электромагнитных волн. *ЖЭТФ*. 1994. Т. 106, № 1. С. 102–118.
52. Рощупкин С. П. Влияние сильного светового поля на процесс рассеяния ультрарелятивистского электрона на ядре. *ЖЭТФ*. 1996. Т. 109, № 2. С. 337–344.
53. Волков Д. М. Электрон в поле плоских неполяризованных электромагнитных волн с точки зрения уравнения Дирака. *ЖЭТФ*. 1937. Т. 7, № 11. С. 1286–1289.
54. Gupta N. D. Sen. Interaction of a high intensity light beam with free electrons. *Zeitschrift für Physik*. 1967. Vol. 201, No. 3. P. 222–231.
55. Gupta N. D. Sen. On the solution of the dirac equation in the field of two beams of electromagnetic radiation. *Zeitschrift für Physik*. 1967. Vol. 200, No. 1. P. 13–19.
56. Bergou J., Varro S. Wavefunctions of a free electron in an external field and their application in intense field interactions. II. relativistic treatment. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1980. Vol. 13, No. 8. P. 2823–2837.
57. Pardy M. Massive photons and the Volkov solution. *International Journal of Theoretical Physics*. 2004. Vol. 43, No. 1. P. 127–139.
58. Pardy M. Volkov solution for two laser beams and ITER. *International Journal of Theoretical Physics*. 2006. Vol. 45, No. 3. P. 647–659.

59. Varró Sándor. New exact solutions of the Dirac equation of a charged particle interacting with an electromagnetic plane wave in a medium. *Laser Physics Letters*. 2013. Vol. 10, No. 9. P. 095301.
60. Di Piazza A. On the completeness and orthonormality of the Volkov states and the Volkov propagator in configuration space. *Physical Review D*. 2018. Vol. 97.
61. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization. *Physical Review*. 1951. Vol. 82, No. 5. P. 664–679.
62. Brown L. S., Kibble T. W. B. Interaction of intense laser beams with electrons. *Physical Review*. 1964. Vol. 133, No. 3A. P. A705–A719.
63. Reiss H. R., Eberly J. H. Green's function in intense-field electrodynamics. *Physical Review*. 1966. Vol. 151, No. 4. P. 1058–1066.
64. Fradkin E. S. Green's function method in quantum field theory and quantum statistics. Proc. PN Lebedev Phys. Inst. Vol. 29. 1965.
65. Mitter H. Quantum electrodynamics in laser fields. Electromagnetic Interactions and Field Theory. Acta Physica Austriaca Supplementum XIV / Ed. by Paul Urban. Vol. 14. Vienna: Springer Vienna, 1975. P. 397–468.
66. Ворошило О. І., Холодов Р. І. Функція Гріна електрона в постійному однорідному магнітному полі і довільному полі плоскої хвилі. *Укр. фіз. журн.* 2002. Т. 47, № 4. С. 317–321.
67. Roshchupkin S.P., Tsybul'nik V.A., Chmirev A.N. The probability of multi-photon processes in quantum-electrodynamic phenomena in a strong light field. *Laser Physics*. 2000. Vol. 10. P. 1256–1272.
68. Ватсон Дж. Н. Теория бесселевых функций. Москва: Издательство иностранной литературы, 1949. С. 799.
69. Dirac P. A. M. The quantum theory of the electron. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1928. Vol. 117, No. 778. P. 610–624.
70. Mott N. F. The scattering of fast electrons by atomic nuclei. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1929. Vol. 124, No. 794. P. 425–442.

71. Sommerfeld A. Über die Beugung und Bremsung der Elektronen. *Annalen der Physik*. 1931. Vol. 403, No. 3. P. 257–330.
72. Bethe H. A., Heitler W. On the stopping of fast particles and on the creation of positive electrons. *Proc. Roy. Soc. A*. 1934. Vol. 146, No. 856. P. 83–112.
73. Möller C. Über den Stöße zweier Teilchen unter Berücksichtigung der Retardation der Kräfte. *Zeitschrift für Physik*. 1931. Vol. 70, No. 11-12. P. 786–795.
74. Möller C. Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie. *Ann. Phys.* 1932. Vol. 14. P. 531–585.
75. Bjorken J. D., Drell S. D. Relativistic Quantum Fields. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill, 1965. P. 1–396. ISBN: 9780700549405.
76. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. Москва: Наука, 1981. С. 1–432.
77. Sauter F. Über das Verhalten eines Elektrons im homogenen elektrischen Feld nach der relativistischen Theorie Diracs. *Zeitschrift für Physik*. 1931. Vol. 69, No. 11-12. P. 742–764.
78. Heisenberg W., Euler H. Consequences of Dirac's theory of positrons. *Zeitschrift für Physik*. 1936. Vol. 98. P. 714–732.
79. Breit G., Wheeler John A. Collision of two light quanta. *Physical Review*. 1934. Vol. 46, No. 12. P. 1087–1091.
80. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. Москва: ВИНТИ, 1964. С. 295.
81. Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л. Теория многофотонных процессов в атомах. Москва: Атомиздат, 1978. С. 1–384.
82. Mittleman M H. Introduction to the Theory of Laser-Atom Interactions. Springer US, 1982. P. 1–313.
83. Делоне Н. Б., Крайнов В. П. Атом в сильном световом поле. Москва: Энергоиздат, 1984. С. 1–224.
84. Делоне Н. Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. Москва: Наука, 1989. С. 1–280.

85. Федоров М. В. Электрон в сильном световом поле. Наука, 1991. ISBN: 9785020143739.
86. Рощупкин С. П. Вынужденное и спонтанное излучение при взаимодействии релятивистских электронов с сильным световым полем. Москва, 1994. С. 225.
87. Ultrafast Lasers: Technology and Applications / Ed. by Martin Fermann, Almantas Galvanauskas, Gregg Sucha. CRC Press, 2002. P. 783.
88. Relative Nonlinear Electrodynamics / Ed. by Hamlet Avetissian. Springer New York, 2006. P. 341.
89. Рощупкин С. П., Ворошило А. И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в световом поле. Киев: Наукова думка (Проект "Наукова книга"), 2008. С. 398.
90. Jaroszynski D. A., Bingham R. A., Cairns R. A. Laser-Plasma Interactions. Scottish Graduate Series. CRC Press, 2009. P. 450.
91. Batani D., Joachain C. J., Martellucci S., Chester A. N. Atoms, Solids, and Plasmas in Super-Intense Laser Fields. Springer US, 2012. P. 424.
92. Seipt D. Strong-Field QED Processes in Short Laser Pulses: Ph.D. thesis / Dresden, Tech. U. 2012.
93. Mackenroth K. F. Quantum Radiation in Ultra-Intense Laser Pulses: Ph.D. thesis. Springer International Publishing, 2014.
94. Koch H. W., Motz J. W. Bremsstrahlung cross-section formulas and related data. *Rev. Mod. Phys.* 1959. Oct. Vol. 31. P. 920–955.
95. Baier V. N., Fadin V. S., Khoze V. A. Quasi-real electron method in high energy quantum electrodynamics. *Nuclear Physics B*. 1973. Vol. 65, No. 2. P. 381–396.
96. Ehlötzky F. Scattering phenomena in strong radiation fields II. *Canadian Journal of Physics*. 1985. Vol. 63, No. 7. P. 907–932.
97. Gavrila M. Free-free transitions of electron-atom systems in intense radiation fields. *Collision Theory for Atoms and Molecules*. Springer US, 1989. P. 139–189.

98. Roshchupkin S. P. Resonant effects in collisions of relativistic electrons in the field of a light wave. *Laser Physics*. 1996. Vol. 6. P. 837–858.
99. Ehlotzky F., Jaron A., Kamiński J.Z. Electron–atom collisions in a laser field. *Physics Reports*. 1998. Vol. 297, No. 2. P. 63 – 153.
100. Ehlotzky F, Krajewska K, Kamiński J Z. Fundamental processes of quantum electrodynamics in laser fields of relativistic power. *Reports on Progress in Physics*. 2009. Vol. 72, No. 4. P. 046401.
101. Mackenroth K. F. Interaction of electrons with laser fields. Springer Theses. Springer International Publishing, 2014. P. 21–57.
102. Di Piazza A. First-order strong-field qed processes in a tightly focused laser beam. *Physical Review A*. 2017. Vol. 95, No. 3. P. 032121.
103. Velez F. C., Kamiński J. Z., Krajewska K. Electron scattering processes in non-monochromatic and relativistically intense laser fields. *Atoms*. 2019. Vol. 7, No. 1. P. 1–36.
104. Denisov M. M., Fedorov M. V. Bremsstrahlung effect on relativistic electrons in a strong radiation field. *Sov. Phys. JETP*. 1968. Vol. 26. P. 779–783.
105. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В. Взаимодействие интенсивного оптического излучения со свободными электронами (нерелятивистский случай). *Усп. физ. наук*. 1972. Т. 107, № 8. С. 559–593.
106. Kroll N. M., Watson K. M. Charged-particle scattering in the presence of a strong electromagnetic wave. *Physical Review A*. 1973. Vol. 8, No. 2. P. 804–809.
107. Berson I. J. Multiphoton ionization and stimulated bremsstrahlung radiation in the case of short-range potentials. *J. Phys., B (London)*. 1975. Vol. 8:18. P. 3078–3088.
108. Gersten J. I., Mittleman M. H. Eikonal theory of charged-particle scattering in the presence of a strong electromagnetic wave. *Physical Review A*. 1975. Vol. 12, No. 5. P. 1840–1845.

109. Gersten J. I., Mittleman M. H. The shift of atomic states by laser fields. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. 1976. Vol. 9, No. 15. P. 2561–2572.
110. Mittleman M. H. Electron scattering from atoms in the presence of a laser field. II. *Physical Review A*. 1976. Vol. 14, No. 4. P. 1338–1344.
111. Gersten J. I., Mittleman M. H. Electron scattering from atoms in the presence of a laser field. *Physical Review A*. 1976. Vol. 13, No. 1. P. 123–130.
112. Mittleman M. H. Electron scattering from atoms in the presence of a laser field. III. *Physical Review A*. 1977. Vol. 16, No. 4. P. 1549–1551.
113. Mittleman M. H. Electron scattering from atoms in the presence of a laser field. IV. *Physical Review A*. 1978. Vol. 18, No. 2. P. 685–688.
114. Mittleman M. H. Potential scattering of charged particles in the field of a low-frequency laser. *Physical Review A*. 1979. Vol. 19, No. 1. P. 134–138.
115. Karapetyan R. V., Fedorov M. V. Influence of a strong electromagnetic wave on stimulated bremsstrahlung of electrons. *Soviet Journal of Quantum Electronics*. 1977. Vol. 7, No. 10. P. 1260–1266.
116. Bunkin F. V., Fedorov M. V., Karapetyan V., Fedorov M. V. Polarization effects in the photoionization of atoms. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 1978. Vol. 75. P. 827–833.
117. Daniele R., Ferrante G. Particle scattering in the presence of a spatially inhomogeneous laser field. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. 1981. Vol. 14, No. 6. P. L213–L218.
118. Gavrilă M., Kamiński J. Z. Free-free transitions in intense high-frequency laser fields. *Physical Review Letters*. 1984. Vol. 52, No. 8. P. 613–616.
119. Делоне Н. Б., Зон Б. А., Крайнов В. П., Ходовой В. А. Нерезонансное возмущение атомного спектра в сильном световом поле. *Усп. физ. наук*. 1976. Т. 120, № 9. С. 3–54.
120. Kamiński J. Z. Relativistic generalisation of the Kroll-Watson formula. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1985. Vol. 18, No. 17. P. 3365–3374.

121. Rashid S. Intensity and spin effects in electron-ion scattering in the presence of an intense laser field. *Physical Review A*. 1989. Vol. 39, No. 8. P. 4069–4075.
122. Mason N. J. Laser-assisted electron-atom collisions. *Reports on Progress in Physics*. 1993. Vol. 56, No. 10. P. 1275–1346.
123. Dattoli G., Chiccoli C., Lorenzutta S., Maino G., Richetta M., Torre A. Advances on the theory of generalized bessel functions and applications to multiphoton processes. *Journal of Scientific Computing*. 1993. Vol. 8, No. 1. P. 69–109.
124. Roshchupkin S. P. The effect of a strong light field on the scattering of an ultrarelativistic electron by a nucleus. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1996. Vol. 82. P. 177–180.
125. Szymanowski C., Véniard V., Taieb R., Maquet A., Keitel C. H. Mott scattering in strong laser fields. *Physical Review A*. 1997. Vol. 56, No. 5. P. 3846–3859.
126. Roshchupkin S. P., Voroshilo A. I. Stimulated bremsstrahlung in electron–nucleus scattering in a multifrequency electromagnetic field. *Laser Physics*. 1997. Vol. 7.
127. Ortner J., Rylyuk V. M. Relativistic semiclassical approach in strong-field nonlinear photoionization. *Physical Review A*. 2000. Vol. 61, No. 3.
128. Weingartshofer A., Holmes J. K., Caudle G., Clarke E. M., Kruger H. Direct observation of multiphoton processes in laser-induced free-free transitions. *Physical Review Letters*. 1977. Vol. 39, No. 5. P. 269–270.
129. Weingartshofer A., Clarke E. M., Holmes J. K., Jung C. Experiments on multiphoton free-free transitions. *Physical Review A*. 1979. Vol. 19, No. 6. P. 2371–2376.
130. Weingartshofer A., Holmes J. K., Sabbagh J., Chin S. L. Electron scattering in intense laser fields. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. 1983. Vol. 16, No. 10. P. 1805–1817.
131. Wallbank B., Holmes J. K. Laser-assisted elastic electron-atom collisions. *Physical Review A*. 1993. Vol. 48, No. 4. P. R2515–R2518.

132. Krainov V. P. Inverse stimulated bremsstrahlung of slow electrons under coulomb scattering. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2000. Vol. 33, No. 8. P. 1585–1595.
133. Balakin A. A., Fraiman G. M. Bremsstrahlung in a strong laser field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2001. Vol. 93, No. 4. P. 695–705.
134. Panek P., Kamiński J. Z., Ehlötzky F. Relativistic electron-atom scattering in an extremely powerful laser field: Relevance of spin effects. *Physical Review A*. 2002. Vol. 65, No. 3.
135. Attaourti Y., Manaut B., Taj S. Mott scattering in an elliptically polarized laser field. *Physical Review A*. 2004. Vol. 70, No. 2.
136. Tsybul'nik V. A., Roshchupkin S. P. The light amplification effect in the coulomb scattering of nonrelativistic electrons in the field of strong circularly polarized light wave. *Laser Physics Letters*. 2004. Vol. 1, No. 7. P. 357–361.
137. Manaut B., Taj S., Attaourti Y. Mott scattering of polarized electrons in a strong laser field. *Physical Review A*. 2005. Vol. 71, No. 4.
138. Djiokap J. M. Ngoko, Nganso H. M. Tetchou, Njock M. G. Kwato. Effects of the electron's anomaly in relativistic laser-assisted Mott scattering. *Physica Scripta*. 2007. Vol. 75, No. 5. P. 726–733.
139. Lebed' A A, Roshchupkin S. P. The influence of a pulsed light field on the electron scattering by a nucleus. *Laser Physics Letters*. 2008. Vol. 5, No. 6. P. 437–445.
140. Boca M. Mott scattering in the presence of an intense laser field. *Romanian Reports in Physics*. 2013. Vol. 65, No. 4. P. 1246–1257.
141. Boca M. Mott scattering of a Klein-Gordon particle in an intense laser field. *Open Physics*. 2013. Vol. 11, No. 9. P. 1123 – 1134.
142. Roshchupkin S. P., Tsybul'nik V. A. Anomalous amplification of electromagnetic field in the course of the nonrelativistic electron scattering by ion in the moderate-strong light field. *Laser Physics Letters*. 2009. Vol. 6, No. 12. P. 906–911.

143. Kanya R., Morimoto Y., Yamanouchi K. Observation of laser-assisted electron-atom scattering in femtosecond intense laser fields. *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 105, No. 12. P. 123202.
144. Kanya R., Morimoto Y., Yamanouchi K. Apparatus for laser-assisted electron scattering in femtosecond intense laser fields. *Review of Scientific Instruments*. 2011. Vol. 82, No. 12. P. 123105.
145. Morimoto Y., Kanya R., Yamanouchi K. Laser-assisted electron diffraction for femtosecond molecular imaging. *The Journal of Chemical Physics*. 2014. Vol. 140, No. 6. P. 064201.
146. Morimoto Y., Kanya R., Yamanouchi K. Light-dressing effect in laser-assisted elastic electron scattering by Xe. *Physical Review Letters*. 2015. Vol. 115, No. 12.
147. Morrison N., Greene C. H. Laser-assisted electron-argon scattering at small angles. *Physical Review A*. 2012. Vol. 86, No. 5.
148. Flegel A. V., Frolov M. V., Manakov N. L., Starace A. F., Zheltukhin A. N. Analytic description of elastic electron-atom scattering in an elliptically polarized laser field. *Physical Review A*. 2013. Vol. 87, No. 1. P. 013404.
149. Jia Guang-Rui, Wang Xin-Qiang, Du Tao-Yuan, Huang Xiao-Huan, Bian Xue-Bin. High-order harmonic generation from 2d periodic potentials in circularly and bichromatic circularly polarized laser fields. *The Journal of Chemical Physics*. 2018. Vol. 149, No. 15. P. 154304.
150. Kfir O., Grychtol P., Turgut E., Knut R., Zusin D., Popmintchev D. et al. Generation of bright phase-matched circularly-polarized extreme ultraviolet high harmonics. *Nature Photonics*. 2015. Vol. 9, No. 2. P. 99–105.
151. Milošević D. B. Quantum-orbit analysis of high-order harmonic generation by bicircular field. *Journal of Modern Optics*. 2018. Vol. 66, No. 1. P. 47–58.
152. Lebedev I. V. Generation of harmonics due to electron retardation in the presence of an intensive light wave. *Opt. Spectrosc.* 1972. Vol. 32. P. 120–122.

153. Fedorov M. V., Karapetyan R. V. Stimulated bremsstrahlung in the presence of an intense electromagnetic wave. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1976. Vol. 9, No. 8. P. L103–L106.
154. Borisov A. V., Zhukovskii V. Ch. Electron bremsstrahlung from a nucleus in the field of a plane electromagnetic wave. *Journal of Experimental and Theoretical Physics - J EXP THEOR PHYS*. 1976. Vol. 43.
155. Karapetian R. V., Fedorov M. V. Spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of an intense electromagnetic wave. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 1978. Vol. 75. P. 816–826.
156. Borisov A. V., Zhukovskii V. Ch., Eminov P. A. Resonance bremsstrahlung of an electron by a nucleus in the field of a plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1980. Vol. 23, No. 3. P. 184–188.
157. Krainov V. P., Roshchupkin S. P. The bremsstrahlung of a slow electron at a Coulomb center in an external electromagnetic field. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*. 1983. Vol. 84. P. 1302–1309.
158. Roshchupkin S. P. Spontaneous bremsstrahlung with electron scattering in the field of a plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1983. Vol. 26, No. 4. P. 334–338.
159. Roshchupkin S. P. Bremsstrahlung of a relativistic electron scattered by a nucleus in a strong electromagnetic field. *Soviet Journal of Nuclear Physics*. 1985. Vol. 41, No. 5. P. 796–803.
160. Zhou F., Rosenberg L. Bremsstrahlung in laser-assisted scattering. *Physical Review A*. 1993. Vol. 48, No. 1. P. 505–515.
161. Roshchupkin S. P., Lysenko O. B. Nonresonant spontaneous bremsstrahlung in scattering of a relativistic electron by a nucleus in the field of two light waves. *Laser Physics*. 1999. Vol. 9. P. 494.
162. Roshchupkin S. P., Lysenko O. B. Spontaneous interference bremsstrahlung effect in the scattering of a relativistic electron by a nucleus in the field of two light waves. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1999. Vol. 89, No. 4. P. 647–663.

163. Roshchupkin S. P. Resonant spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of the nucleus and two light waves. *Laser Physics*. 2002. Vol. 12, No. 2. P. 498–503.
164. Florescu A., Florescu V. Laser-modified electron bremsstrahlung in a Coulomb field. *Physical Review A*. 2000. Vol. 61, No. 3. P. 033406.
165. Dondera M., Florescu V. Bremsstrahlung in the presence of a laser field. *Radiation Physics and Chemistry*. 2006. Vol. 75, No. 10. P. 1380 – 1396. Bremsstrahlung: Theory and Experiment.
166. Lotstedt E., Jentschura U. D., Keitel C. H. Evaluation of laser-assisted bremsstrahlung with Dirac-Volkov propagators. *Physical Review Letters*. 2007. Vol. 98, No. 4.
167. Schnez S., Lotstedt E., Jentschura U. D., Keitel C. H. Laser-assisted bremsstrahlung for circular and linear polarization. *Physical Review A*. 2007. Vol. 75, No. 5.
168. Budriga O., Dondera M., Florescu V. Laser modified processes: bremsstrahlung and inelastic photon-atom scattering. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2007. Vol. 261, No. 1-2. P. 180–183.
169. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Nonresonant spontaneous bremsstrahlung by a relativistic electron scattered by a nucleus in the field of pulsed light wave. *The European Physical Journal D*. 2009. Vol. 53, No. 1. P. 113–122.
170. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Spontaneous bremsstrahlung effect in the nonrelativistic electron scattering by a nucleus in the field of pulsed light wave. *Laser Physics Letters*. 2009. Vol. 6, No. 6. P. 472–479.
171. Lebed' A. A., Roshchupkin S. P. Resonant spontaneous bremsstrahlung by an electron scattered by a nucleus in the field of a pulsed light wave. *Physical Review A*. 2010. Vol. 81, No. 3.
172. Zheltukhin A. N., Flegel A. V., Frolov M. V., Manakov N. L., Starace A. F. Resonant electron-atom bremsstrahlung in an intense laser field. *Physical Review A*. 2014. Vol. 89, No. 2. P. 023407.

173. Zheltukhin A N, Flegel A V, Frolov M V, Manakov N L, Starace Anthony F. Rescattering effects in laser-assisted electron-atom bremsstrahlung. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2015. Vol. 48, No. 7. P. 075202.
174. Ambalampitiya H. B., Fabrikant I. I. Classical theory of laser-assisted spontaneous bremsstrahlung. *Phys. Rev. A*. 2019. Jun. Vol. 99. P. 063404.
175. Borisov A. V., Goryaga O. G., Zhukovskii V. Ch. Photoproduction of electron-positron pairs in the field of a nucleus and the field of a plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1977. Vol. 20, No. 5. P. 569–573.
176. Borisov A. V., Zhukovskii V. Ch., Nasirov A. K., Eminov P. A. Resonance 2-photon creation of pairs on nuclei and electrons. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Fizika*. 1981. No. 2. P. 12–15.
177. Roshchupkin S. P. Resonance effects with the photoproduction of electron-positron pairs in the field of a plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1983. Vol. 26, No. 8. P. 683–686.
178. Mittleman M. H. Multiphoton pair creation. *Physical Review A*. 1987. Vol. 35, No. 11. P. 4624–4628.
179. Lötstedt E., Jentschura U. D, Keitel C. H. Coulomb-field-induced conversion of a high-energy photon into a pair assisted by a counterpropagating laser beam. *New Journal of Physics*. 2009. Vol. 11, No. 1. P. 013054.
180. Di Piazza A., Lotstedt E., Milstein A. I., Keitel C. H. Effect of a strong laser field on electron-positron photoproduction by relativistic nuclei. *Physical Review A*. 2010. Vol. 81, No. 6.
181. Krajewska K., Muller C., Kamiński J. Z. Bethe-Heitler pair production in ultrastrong short laser pulses. *Physical Review A*. 2013. Vol. 87, No. 6. P. 062107.
182. Borisov A. V., Goryaga O. G., Zhukovskii V. Ch., Sokolov A. A. Production of electron-positron pairs on nuclei in the field of a bichromatic plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1978. Vol. 21, No. 9. P. 1136–1142.

183. Augustin S., Muller C. Interference effects in Bethe-Heitler pair creation in a bichromatic laser field. *Physical Review A*. 2013. Vol. 88, No. 2.
184. Augustin S., Muller C. Nonperturbative Bethe-Heitler pair creation in combined high- and low-frequency laser fields. *Physics Letters B*. 2014. Vol. 737. P. 114–119.
185. Larin N. R., Dubov V. V., Roshchupkin S. P. Resonant photoproduction of high-energy electron-positron pairs in the field of a nucleus and a weak electromagnetic wave. *Physical Review A*. 2019. Vol. 100, No. 5.
186. Олейник В. П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча. Ч. 1. *ЖЭТФ*. 1967. Т. 52, № 4. С. 1049–1067.
187. Олейник В. П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча. Ч. 2. *ЖЭТФ*. 1967. Т. 53, № 6. С. 1997–2011.
188. Bos J., Brock W., Mitter H., Schott T. Intensity-dependent scattering energies in high-intensity moller scattering. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1979. Vol. 12, No. 12. P. 2573–2581.
189. Borisov A. V., Zhukovskii V. Ch., Eminov P. A. Resonant electron-electron bremsstrahlung in the field of an electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP*. 1980. Vol. 51. P. 267–234.
190. Bergou J., Varro S., Fedorov M. V. E-e scattering in the presence of an external field. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1981. Vol. 14, No. 9. P. 2305–2315.
191. Kazantsev A. P., Sokolov V. P. Bound states of electrons in a light field. *Physics Letters A*. 1983. Vol. 97, No. 8. P. 320–322.
192. Kazantsev A. P., Sokolov V. P. Radiative interaction of electrons in a light field. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. 1984. Vol. 17, No. 14. P. 2943–2954.
193. Tajima T., Dawson J. M. Laser electron accelerator. *Physical Review Letters*. 1979. Vol. 43, No. 4. P. 267–270.

194. Starodub S. S., Roshchupkin S. P. Interaction of the nonrelativistic electrons in the pulsed field of two laser waves. *The European Physical Journal D*. 2007. jun. Vol. 44, No. 2. P. 401–405.
195. Starodub S. S., Roshchupkin S. P. Heavy nuclei confinement effect in a pulsed light field. *Laser Physics*. 2011. Vol. 21, No. 4. P. 769–773.
196. Roshchupkin S. P., Starodub S. S. Interaction of classical nonrelativistic identically charged particles in a strong pulsed light field. *Laser Physics*. 2012. Vol. 22, No. 7. P. 1202–1219.
197. Starodub S S, Roshchupkin S P. Interaction of identically charged particles in a pulsed field of two laser waves propagating in the one direction. *Laser Physics*. 2015. Vol. 25, No. 7. P. 076001.
198. Starodub S. S., Roshchupkin S. P., Dubov V. V. The anomalous interaction of electrons in strong pulsed light fields. *Laser Physics Letters*. 2016. Vol. 13, No. 11. P. 116001.
199. Fedorov M V, Roshchupkin S. P. Suppression of interference in e-e scattering by the field of a strong electromagnetic wave. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1984. Vol. 17, No. 16. P. 3143–3149.
200. Roshchupkin S. P. Stimulated bremsstrahlung due to electron scattering in a strong electromagnetic field. *Opt. Spectrosc. (Engl. Transl.); (United States)*. 1984. Vol. 56:1.
201. Рощупкин С. П. Нерезонансное Меллеровское рассеяние электронов в поле плоской электромагнитной волны произвольной интенсивности. *Украинский физический журнал*. 1991. Т. 36, № 7. С. 967–973.
202. Roque X. Möller scattering: a neglected application of early quantum electrodynamics. *Archive for History of Exact Sciences*. 1992. Vol. 44, No. 3. P. 197–264.
203. Roshchupkin S. P. Resonant electron–electron scattering in the field of a light wave: General relativistic case. *Laser Physics*. 1994. Vol. 4, No. 1. P. 139–147.

204. Bos J, Brock W, Mitter H, Schott Th. Resonances and intensity-dependent shifts of the Moller cross section in a strong laser field. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1979. Vol. 12, No. 5. P. 715–731.
205. Denisenko O. I., Roshchupkin S. P. Non-resonance electron scattering in the field of two plane light waves. *Physica Scripta*. 1994. Vol. 50, No. 4. P. 339–342.
206. Panek P., Kamiński J. Z., Ehlotzky F. Analysis of resonances in Møller scattering in a laser field of relativistic radiation power. *Physical Review A*. 2004. Vol. 69, No. 1.
207. Hartin A. Furry picture transition rates in the intense fields at a lepton collider interaction point. *Physics Letters B*. 2015. Vol. 743. P. 166 – 171.
208. Hartin A. Strong field qed in lepton colliders and electron–laser interactions. *International Journal of Modern Physics A*. 2018. Vol. 33, No. 13. P. 1830011.
209. Denisenko O. I., Roshchupkin S. P. Nonresonant scattering of an electron by a positron in the field of a plane electromagnetic wave of an arbitrary intensity. *Laser Physics*. 1993. Vol. 3, No. 4.
210. Denisenko O. I., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of an electron by a positron in the field of a light wave. *Laser Physics*. 1999. Vol. 9. P. 1108–1112.
211. Nedoreshta V. N., Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Nonresonant scattering of an electron by a muon in the field of plane electromagnetic wave. *Laser Physics Letters*. 2007. Vol. 4, No. 12. P. 872–879.
212. Nedoreshta V. N., Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of an electron by a muon in the field of light wave. *The European Physical Journal D*. 2008. Vol. 48, No. 3. P. 451–458.
213. Du Wen-Yuan, Zhangy Peng-Fei, Wang Bing-Hong. New phenomena in laser-assisted scattering of an electron by a muon. *Frontiers of Physics*. 2018. Vol. 13, No. 4.
214. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of a photon by an electron in the field of a circularly polarized electromagnetic wave. *Laser Physics Letters*. 2005. Vol. 2, No. 4. P. 184–189.

215. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Nedoreshta V. N. Parametric interference Compton effect in two pulsed laser waves. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2015. Vol. 48, No. 5. P. 055401.
216. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Interference effect in the emission of a spontaneous photon by an electron in the field of two light waves. *Laser Physics*. 1997. Vol. 7, No. 2. P. 466–472.
217. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Denisenko O. I. Resonance of exchange amplitude of Compton effect in the circularly polarized laser field. *The European Physical Journal D*. 2006. Vol. 41, No. 2. P. 433–440.
218. Panek P., Kamiński J. Z., Ehlotzky F. Compton scattering and electron-atom scattering in an elliptically polarized laser field of relativistic radiation power. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2003. Vol. 26, No. 1. P. 3–6.
219. Heinzl T., Seipt D., Kampfer B. Beam-shape effects in nonlinear Compton and Thomson scattering. *Physical Review A*. 2010. Vol. 81, No. 2.
220. Seipt D., Kampfer B. Nonlinear Compton scattering of ultrashort intense laser pulses. *Physical Review A*. 2011. Vol. 83, No. 2.
221. Boca M., Florescu V. Thomson and Compton scattering with an intense laser pulse. *The European Physical Journal D*. 2010. Vol. 61, No. 2. P. 449–462.
222. Boca M., Florescu V. Nonlinear Compton scattering with a laser pulse. *Physical Review A*. 2009. Vol. 80, No. 5.
223. Mackenroth F., Di Piazza A. Nonlinear Compton scattering in ultrashort laser pulses. *Physical Review A*. 2011. Vol. 83, No. 3.
224. Seipt D., Kampfer B. Laser-assisted Compton scattering of x-ray photons. *Physical Review A*. 2014. Vol. 89, No. 2. P. 023433.
225. Compton A. H. A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements. *Physical Review*. 1923. Vol. 21, No. 5. P. 483–502.
226. Klein O., Nishina T. Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. *Zeitschrift für Physik*. 1929. Nov. Vol. 52, No. 11-12. P. 853–868.

227. Sarachik E. S., Schappert G. T. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. D*. 1970. Vol. 1. P. 2738–2753.
228. Belousov I. V. On resonance Compton scattering in the field of an intense electromagnetic wave. *Optics Communications*. 1977. Vol. 20, No. 2. P. 205–208.
229. Englert T. J., Rinehart E. A. Second-harmonic photons from the interaction of free electrons with intense laser radiation. *Phys. Rev. A*. 1983. Vol. 28. P. 1539–1545.
230. Varro S., Ehlötzky F. Thomson scattering in strong external fields. *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters*. 1992. Vol. 22, No. 3. P. 619–628.
231. Esarey Eric, Ride Sally K., Sprangle Phillip. Nonlinear Thomson scattering of intense laser pulses from beams and plasmas. *Phys. Rev. E*. 1993. Vol. 48. P. 3003–3021.
232. Chen Szu-yuan, Maksimchuk A., Umstadter D. Experimental observation of relativistic nonlinear Thomson scattering. *Nature*. 1998. Vol. 396, No. 6712. P. 653–655.
233. Kumita T., Kamiya Y., Babzien M., Ben-Zvi I., Kusche K., Pavlishin I. V. et al. Observation of the nonlinear effect in relativistic Thomson scattering of electron and laser beams. *Laser Physics*. 2006. Vol. 16, No. 2. P. 267–271.
234. Babzien M., Ben-Zvi I., Kusche K., Pavlishin I. V., Pogorelsky I. V., Siddons D. P. et al. Observation of the second harmonic in Thomson scattering from relativistic electrons. *Physical Review Letters*. 2006. Vol. 96, No. 5.
235. Krajewska K., Kamiński J. Z. Compton process in intense short laser pulses. *Physical Review A*. 2012. Vol. 85, No. 6.
236. Twardy M., Krajewska K., Kamiński J. Z. Shape effects in nonlinear Thomson and Compton processes. *Journal of Physics: Conference Series*. 2014. Vol. 497. P. 012019.
237. Eberly J. H., Sleeper A. Trajectory and mass shift of a classical electron in a radiation pulse. *Physical Review*. 1968. Vol. 176, No. 5. P. 1570–1573.

238. Salamin Y. I., Faisal F. H. M. Harmonic generation by superintense light scattering from relativistic electrons. *Physical Review A*. 1996. Vol. 54, No. 5. P. 4383–4395.
239. Salamin Y. I., Faisal F. H. M. Harmonic generation by scattering circularly polarized light of arbitrary intensity from free electrons of arbitrary initial velocity. *Physical Review A*. 1997. Vol. 55, No. 5. P. 3964–3967.
240. Salamin Y. I., Faisal F. H. M. Generation of Compton harmonics by scattering linearly polarized light of arbitrary intensity from free electrons of arbitrary initial velocity. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1998. Vol. 31, No. 4. P. 1319–1327.
241. Panek P., Kamiński J. Z., Ehlotzky F. X-ray generation by Compton scattering of elliptically polarized laser light at relativistic radiation powers. *Optics Communications*. 2002. Vol. 213, No. 1-3. P. 121–128.
242. Krajewska K., Twardy M., Kamiński J. Z. Global phase and frequency comb structures in nonlinear Compton and Thomson scattering. *Physical Review A*. 2014. Vol. 89, No. 5.
243. Krafft G. A. Spectral distributions of Thomson-scattered photons from high-intensity pulsed lasers. *Physical Review Letters*. 2004. Vol. 92, No. 20.
244. Krafft G. A., Doyuran A., Rosenzweig J. B. Pulsed-laser nonlinear Thomson scattering for general scattering geometries. *Physical Review E*. 2005. Vol. 72, No. 5.
245. Variola A. The ThomX Project. 2nd International Particle Accelerator Conference (IPAC'11). Vol. WEOAA01. San Sebastian, Spain: Joint Accelerator Conferences Website, 2011. P. 1903–1905. On behalf of the ThomX Collaboration.
246. Jacquet M. High intensity compact Compton X-ray sources: Challenges and potential of applications. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2014. Vol. 331. P. 1 – 5. 11th European Conference on Accelerators in Applied Research and Technology.

247. Jacquet M., Bruni C. Analytic expressions for the angular and the spectral fluxes at Compton X-ray sources. *Journal of Synchrotron Radiation*. 2017. Jan. Vol. 24, No. 1. P. 312–322.
248. Huang T. W., Kim C. M., Zhou C. T., Cho M. H., Nakajima K., Ryu C. M. et al. Highly efficient laser-driven Compton gamma-ray source. *New Journal of Physics*. 2019. jan. Vol. 21, No. 1. P. 013008.
249. Nikishov A. I., Ritus V. I. Quantum processes in the field of a plane electromagnetic wave and in a constant field. I. *JETP*. 1964. Vol. 19. P. 529–541.
250. Baier V. N., Katkov V. M., Strakhovenko V. M. Higher-order effects in external field: Pair production by a particle. *Yad. Fiz.* 1971. Vol. 14. P. 1020–1026.
251. Borisov A. V., Goryaga O. G., Zhukovskii V. Ch. Electron-positron pair formation in the field of a bichromatic plane electromagnetic wave. *Soviet Physics Journal*. 1977. Vol. 20, No. 2. P. 176–181.
252. Narozhny N. B., Fofanov M. S. Creation of a pair by a photon colliding with a short focused laser pulse. *Laser Physics*. 1997. Vol. 7, No. 1. P. 141–149.
253. Voroshilo O. I., Roshchupkin S. P. Formation of an electron-positron pair by a photon in a multifrequency electromagnetic field. *Laser Physics*. 2000. Vol. 10. P. 1078–1085.
254. Avetissian H. K., Avetissian A. K., Mkrtchian G. F., Sedrakian Kh. V. Electron-positron pair production in the field of superstrong oppositely directed laser beams. *Physical Review E*. 2002. Vol. 66, No. 1.
255. Di Piazza A. Pair production at the focus of two equal and oppositely directed laser beams: The effect of the pulse shape. *Physical Review D*. 2004. Vol. 70, No. 5.
256. Bulanov S. S., Narozhny N. B., Mur V. D., Popov V. S. Electron-positron pair production by electromagnetic pulses. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2006. Vol. 102, No. 1. P. 9–23.

257. Fedotov A. M., Mironov A. A. Pair creation by collision of an intense laser pulse with a high-frequency photon beam. *Physical Review A*. 2013. Vol. 88, No. 6. P. 062110.
258. Jansen M. J. A., Muller C. Strongly enhanced pair production in combined high- and low-frequency laser fields. *Physical Review A*. 2013. Vol. 88, No. 5. P. 052125.
259. Di Piazza A. Nonlinear Breit-Wheeler pair production in a tightly focused laser beam. *Physical Review Letters*. 2016. Vol. 117, No. 21. P. 213201.
260. Otto A., Nousch T., Seipt D., Kampfer B., Blaschke D., Panferov A. D. et al. Pair production by Schwinger and Breit-Wheeler processes in bi-frequent fields. *Journal of Plasma Physics*. 2016. Vol. 82, No. 3. P. 655820301.
261. Acosta U. H., Kampfer B. Laser pulse-length effects in trident pair production. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2019. Vol. 61, No. 8. P. 084011.
262. Baier V.N., Katkov V.M., Strakhovenko V.M. Electroproduction of $e^+ e^-$ pairs in an external field. *Sov. J. Nucl. Phys.* 1991. Vol. 53. P. 632–637.
263. Hu H., Muller C., Keitel C. H. Complete QED theory of multiphoton trident pair production in strong laser fields. *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 105, No. 8.
264. Heinzl Thomas, Ilderton Anton, Marklund Mattias. Finite size effects in stimulated laser pair production. *Physics Letters B*. 2010. Vol. 692, No. 4. P. 250 – 256.
265. Novak O. P., Kholodov R. I., Fomin P. I. Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field near the process threshold. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2010. Vol. 110, No. 6. P. 978–982.
266. Ilderton A. Trident pair production in strong laser pulses. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Jan. Vol. 106. P. 020404.
267. Novak O. P., Kholodov R. I. Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field in the resonant case. *Physical Review D*. 2012. Vol. 86, No. 10.

268. Mackenroth F., Di Piazza A. Nonlinear trident pair production in an arbitrary plane wave: A focus on the properties of the transition amplitude. *Physical Review D*. 2018. Vol. 98, No. 11.
269. Dinu V., Torgrimsson G. Trident pair production in plane waves: Coherence, exchange, and spacetime inhomogeneity. *Physical Review D*. 2018. Vol. 97, No. 3.
270. Elkina N. V., Fedotov A. M., Kostyukov I. Yu., Legkov M. V., Narozhny N. B., Nerush E. N., Ruhl H. QED cascades induced by circularly polarized laser fields. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. 2011. Vol. 14, No. 5. P. 054401.
271. Nerush E. N., Kostyukov I. Yu., Fedotov A. M., Narozhny N. B., Elkina N. V., Ruhl H. Laser field absorption in self-generated electron-positron pair plasma. *Physical Review Letters*. 2011. Vol. 106, No. 3. P. 035001.
272. Tang Suo, Bake Muhammad Ali, Wang Hong-Yu, Xie Bai-Song. QED cascade induced by a high-energy gamma-photon in a strong laser field. *Physical Review A*. 2014. Vol. 89, No. 2. P. 022105.
273. Tamburini M., Di Piazza A., Keitel C. H. Laser-pulse-shape control of seeded QED cascades. *Scientific Reports*. 2017. Vol. 7, No. 1. P. 5694.
274. Luo Wen, Liu Wei-Yuan, Yuan Tao, Chen Min, Yu Ji-Ye, Li Fei-Yu et al. QED cascade saturation in extreme high fields. *Scientific Reports*. 2018. Vol. 8, No. 1. P. 8400.
275. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Interference effect in the emission of a spontaneous photon by an electron in the field of two light waves. *Laser Physics*. 1997. Vol. 7, No. 2. P. 466–472.
276. Narozhny N., Fofanov M. Quantum processes in a two-mode laser field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2000. Vol. 90. P. 415–427.
277. Milošević D. B., Becker W., Kopold R. Generation of circularly polarized high-order harmonics by two-color coplanar field mixing. *Physical Review A*. 2000. Vol. 61, No. 6.

278. Ehlotzky F. Atomic phenomena in bichromatic laser fields. *Physics Reports*. 2001. Vol. 345, No. 4. P. 175–264.
279. Roshchupkin S. P. Interference effect in the photoproduction of electron-positron pairs on a nucleus in the field of two light waves. *Physics of Atomic Nuclei*. 2001. Vol. 64, No. 2. P. 243–252.
280. Roshchupkin S. P., A.Tsybul'nik V. The light amplification effect in the coulomb scattering of nonrelativistic electrons in a two-mode laser field. *Laser Physics Letters*. 2006. Vol. 3, No. 7. P. 362–368.
281. Krajewska K., Kamiński J. Z. Breit-Wheeler process in intense short laser pulses. *Physical Review A*. 2012. Vol. 86, No. 5.
282. Denisenko O. I., Roshchupkin S. P. Parametric interference electron–muon scattering in the field of two pulse laser waves. *Laser Physics*. 2014. Vol. 24, No. 10. P. 106006.
283. Mancuso C. A., Dorney K. M., Hickstein D. D., Chaloupka J. L., Tong Xiao-Min, Ellis J. L. et al. Observation of ionization enhancement in two-color circularly polarized laser fields. *Physical Review A*. 2017. Vol. 96, No. 2. P. 023402.
284. Kovačević S., Čerkić A., Busuladžić M., Milošević D. B. Electron-atom potential scattering in a corotating bicircular laser field. *Laser Physics*. 2020. may. Vol. 30, No. 5. P. 055301.
285. Nedoreshta V. N., Roshchupkin S. P., Voroshilo A. I. Nonresonant muon pair production in electron-positron annihilation in the field of light wave. *Laser Physics*. 2009. Vol. 19, No. 3. P. 531–537.
286. Padusenko E. A., Roshchupkin S. P., Voroshilo A. I. Nonresonant scattering of nonrelativistic electron by nonrelativistic muon in the pulsed light field. *Laser Physics Letters*. 2009. Vol. 6, No. 8. P. 616–623.
287. Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Voroshilo A.I. Nonresonant scattering of relativistic electron by relativistic muon in the pulsed light field. *Laser Physics Letters*. 2009. Vol. 6, No. 3. P. 242–251.

288. Voroshilo A. I., Padusenko E. A., Roshchupkin S. P. One-photon annihilation of an electron-positron pair in the field of pulsed circularly polarized light wave. *Laser Physics*. 2010. Vol. 20, No. 7. P. 1679–1685.
289. Padusenko E. A., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of a lepton by a lepton in the pulsed light field. *Laser Physics*. 2010. Vol. 20, No. 12. P. 2080–2091.
290. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Nedoreshta V. N. Resonant scattering of photon by electron in the presence of the pulsed laser field. *Laser Physics*. 2011. Vol. 21, No. 9. P. 1675–1687.
291. Galkin A. L., Korobkin V. V., Romanovskii M. Yu, Shiryayev O. B. Relativistic motion and radiation of an electron in the field of an intense laser pulse. *Quantum Electronics*. 2007. Vol. 37, No. 10. P. 903–909.
292. Di Piazza A. Analytical tools for investigating strong-field QED processes in tightly focused laser fields. *Physical Review A*. 2015. Vol. 91, No. 4.
293. Wilke M., Al-Obaidi R., Moguilevski A., Kothe A., Engel N., Metje J. et al. Laser-assisted electron scattering in strong-field ionization of dense water vapor by ultrashort laser pulses. *New Journal of Physics*. 2014. Vol. 16, No. 8. P. 083032.
294. Jansen M. J. A., Müller C. Strong-field Bethe-Heitler pair production in two consecutive laser pulses with variable time delay. *Physics Letters B*. 2017. mar. Vol. 766. P. 71–76.
295. Marcuse D. Stimulated emission of bremsstrahlung. *Bell System Technical Journal*. 1962. Vol. 41, No. 5. P. 1557–1571.
296. Roshchupkin S. P., Tsybul'nik V. A. Amplification of light during the scattering of a relativistic electron by a nucleus in a moderately strong field of a circularly polarized light wave. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2005. Vol. 100, No. 5. P. 884–894.
297. Mork K. J. Pair production by photons on electrons. *Phys. Rev.* 1967. Vol. 160. P. 1065–1071.

298. Fradkin E. S., Gitman D. M. Furry picture for quantum electrodynamics with pair-creating external field. *Fortschritte der Physik*. 1981. Vol. 29, No. 9. P. 381–411.
299. Hartin A., Ringwald A., Tapia N. Measuring the boiling point of the vacuum of quantum electrodynamics. *Physical Review D*. 2019. Vol. 99, No. 3. P. 036008.
300. Denisenko O. I., Roshchupkin S. P., Voroshilo A. I. Interference suppression in the two-photon annihilation of an electron-positron pair in the light wave field. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2006. Vol. 39, No. 4. P. 965–973.
301. Ilderton Anton, Johansson Petter, Marklund Mattias. Pair annihilation in laser pulses: Optical versus x-ray free-electron laser regimes. *Physical Review A*. 2011. sep. Vol. 84, No. 3.
302. Müller C., Voitkiv A. B., Grun N. Nonlinear bound-free pair creation in the strong electromagnetic fields of a heavy nucleus and an intense x-ray laser. *Physical Review Letters*. 2003. Vol. 91, No. 22.
303. Müller C., Voitkiv A. B., Grun N. Differential rates for multiphoton pair production by an ultrarelativistic nucleus colliding with an intense laser beam. *Physical Review A*. 2003. Vol. 67, No. 6.
304. Müller C., Voitkiv A. B., Grun N. Few-photon electron-positron pair creation in the collision of a relativistic nucleus and an intense X-ray laser beam. *Physical Review A*. 2004. Vol. 70, No. 2.
305. Milstein A. I., Müller C., Hatsagortsyan K. Z., Jentschura U. D., Keitel C. H. Polarization-operator approach to electron-positron pair production in combined laser and Coulomb fields. *Phys. Rev. A*. 2006. Jun. Vol. 73. P. 062106.
306. Petrova Tz. B., Whitney K. G., Davis J. X-ray amplification dynamics at ~ 2.8 Å in intense laser irradiated xenon clusters: multiple hole dynamics. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2011. Vol. 44, No. 12. P. 125601.

307. Whitney K. G., Davis J., Petrova Tz. B., Petrov G. M. Laser-intensity requirements for generating enhanced kilovolt bremsstrahlung emission in intense laser-cluster interactions. *Phys. Rev. A*. 2012. Jun. Vol. 85. P. 063408.
308. Davis J., Whitney K.G., Petrova Tz.B., Petrov G.M. Intense ultrashort laser-Xe cluster interaction. *High Energy Density Physics*. 2012. Vol. 8, No. 3. P. 238 – 246.
309. Abramowicz H., M. Altarelli, Aßmann R., Behnke T., Y. Benhammou, O. Borysov et al. Letter of Intent for the LUXE experiment. *arXiv: Instrumentation and Detectors*. 2019.
310. Altarelli M., Assmann R., Burkart F., Heinemann B., Heinzl T., Koffas T. et al. Summary of strong-field QED Workshop. 2019. 4. 1905.00059.
311. Burkart Florian, Aßmann Ralph, Brinkmann Reinhard, Decking Winfried, Golubeva Nina, Heinemann Beate et al. LUXE - a QED Experiment at the European XFEL. 10th International Particle Accelerator Conference. 2019. P. TUPRB008.
312. Heinzl Thomas, Ilderton Anton. Exploring high-intensity QED at ELI. *Eur. Phys. J. D*. 2009. Vol. 55. P. 359–364. 0811.1960.
313. Turcu I.C.E., Negoita F., Jaroszynski D., McKenna P., Balascuta S., Ursescu D. et al. High field physics and qed experiments at eli-np. *Romanian Reports in Physics*. 2016. 01. Vol. 68. P. S145.
314. Gales S, Tanaka K A, Balabanski D L, Negoita F, Stutman D, Tesileanu O et al. The extreme light infrastructure-nuclear physics (ELI-NP) facility: new horizons in physics with 10 PW ultra-intense lasers and 20 MeV brilliant gamma beams. *Reports on Progress in Physics*. 2018. aug. Vol. 81, No. 9. P. 094301.
315. Том 1: Механика. Теоретическая физика: учебное пособие – 5-е изд. Москва : ФИЗМАТЛИТ.
316. Gorbunkov M. V., Konyashkin A. V., Kostyukov P. V., Morozov V. B., Olenin A. N., Rusov V. A. et al. Pulsed-diode-pumped, all-solid-state, electro-

optically controlled picosecond Nd:YAG lasers. *Quantum Electronics*. 2005.
Vol. 35, No. 1. P. 2–6.

ДОДАТОК А

ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ

Спеціальні функції L_n , які визначають ймовірність багатифотонних процесів, у загальному випадку еліптичної поляризації лазерної хвилі мають загальний інтегральний вид

$$\begin{aligned} L_n(\varphi) &\equiv L_n(\gamma(\varphi), \chi, \beta(\varphi)) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{i(-n\phi + \gamma(\varphi) \sin(\phi - \chi) + \beta(\varphi) \sin 2\phi)\} d\phi. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

В багатьох випадках такий вигляд незручний для аналітичного дослідження. Ці функції можуть бути представлені у вигляді розвинення в ряди по функціях Бесселя цілого порядку, властивості яких детально викладені, наприклад, в книзі [68]:

$$L_n = \exp(-in\chi) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp(2is\chi) J_{n-2s}(\gamma) J_s(\beta). \quad (\text{A.2})$$

Таким чином вдається розділити залежність від різних параметрів. Окрім цього, спеціальні функції L_n набувають основних властивостей функцій Бесселя цілого порядку, зокрема значення функції стрімко прямує до нуля, коли її показник більший за аргумент. Нагадаємо, що показник n визначає кількість фотонів у вимушених процесах випромінювання та поглинання, тоді значення аргументу визначає характерну область для числа фотонів, а сам аргумент відіграє роль параметра багатифотонності для досліджуваного процесу.

У часткових випадках циркулярної та лінійної поляризації загальний вираз (A.2) суттєво спрощується.

а) Лінійна поляризація: $\delta = 0 \Rightarrow \chi = 0$.

Оскільки фаза дорівнює нулю, то функції L_n – дійсні і мають вигляд:

$$L_n(0, \gamma, \beta) \equiv J_n(\gamma, \beta) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_{n-2s}(\gamma) J_s(\beta). \quad (\text{A.3})$$

У цьому випадку функції L_n переходять у, так звані, узагальнені функції Бесселя $J_n(\gamma, \beta)$, що були детально вивчені Ріссом [63].

б) Циркулярна поляризація: $\delta^2 = 1 \Rightarrow \beta = 0$. Згідно властивостей функції Бесселя: $J_s(0) = \delta_{s,0}$, тому сума по s згортається і

$$L_n(\chi, \gamma, 0) = \exp(-in\chi) J_n(\gamma). \quad (\text{A.4})$$

Таким чином, для циркулярної поляризації хвилі функція $L_n(\chi, \gamma, 0)$ з точністю до фазового множника $\exp(-in\chi)$ співпадає з функцією Бесселя цілого порядку, а квадрат модуля функції L_n співпадає з квадратом функції Бесселя:

$$|L_n(\chi, \gamma, 0)|^2 = J_n^2(\gamma). \quad (\text{A.5})$$

Легко бачити, що в загальному випадку еліптичної поляризації $|L_n| \neq |L_{-n}|$. Тобто, вимушені процеси з випромінюванням фотонів не рівноймовірні з процесами поглинання такої ж кількості фотонів. Винятком є випадком циркулярної поляризації, коли процеси випромінювання і поглинання рівноймовірні:

$$|L_n(\chi, \gamma, 0)| = |L_{-n}(\chi, \gamma, 0)| = J_n(\gamma), \quad (\text{A.6})$$

за умови, що аргумент функції Бесселя не залежить від показника $\gamma \neq \gamma(n)$.

Використовуючи інтегральне представлення для функції L_n (A.1), нескладно отримати формулу додавання:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} L_{n+s}^*(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) \cdot L_s(\chi_2, \gamma_2, \beta_2) = L_n(\chi, \gamma, \beta), \quad (\text{A.7})$$

де аргументи функції, яку отримуємо в результаті підсумовування, визначаються наступними виразами:

$$\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos(\chi_1 - \chi_2)}, \quad (\text{A.8})$$

$$\tan \chi = \frac{\gamma_2 \sin \chi_2 - \gamma_1 \sin \chi_1}{\gamma_2 \cos \chi_2 - \gamma_1 \cos \chi_1}, \quad (\text{A.9})$$

$$\beta = \beta_2 - \beta_1. \quad (\text{A.10})$$

Наслідки з формули додавання (A.7):

а) для $n = 0$ отримаємо:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} L_s^*(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) \cdot L_s(\chi_2, \gamma_2, \beta_2) = L_0(\chi, \gamma, \beta), \quad (\text{A.11})$$

б) для $n = 0$ і $\chi_1 = \chi_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\beta_1 = \beta_2$:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} |L_s(\chi_1, \gamma_1, \beta_1)|^2 = 1. \quad (\text{A.12})$$

Слід зазначити, що вирази (A.7)-(A.12) справедливі, якщо аргументи функцій L_s не залежать від індексу підсумовування s .

Справедливе також рекурентне співвідношення для функцій з близькими індексами в наступному вигляді

$$2nL_n = \gamma [e^{-i\chi} \cdot L_{n-1} + e^{i\chi} \cdot L_{n+1}] + 2\beta [L_{n-2} - L_{n+2}]. \quad (\text{A.13})$$

Основні властивості спеціальних функцій L_n були вивчені в роботі [67]. В дещо іншому вигляді вони вивчалися в різних роботах, зокрема в огляді Рітуса та Нікішова [2]. В роботі [67] також детально описуються спеціальні функції $I_{n_1 n_2}$, що визначають ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання при проходженні процесів КЕД в зовнішньому полі двох співнаправлених світлових хвиль. Ці спеціальні функції у загальному випадку еліптичної поляризації лазерних хвиль мають загальний інтегральний вид

$$\begin{aligned} I_{n_1 n_2} &\equiv I_{n_1 n_2}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1; \chi_2, \gamma_2, \beta_2; \alpha_+, \alpha_-, \tau_+, \tau_-) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \exp[i(S' - n_1\varphi_1 - n_2\varphi_2)], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

тут класична дія S' виражається так

$$S'(\varphi_1, \varphi_2) = \gamma_1 \sin(\varphi_1 - \chi_1) + \gamma_2 \sin(\varphi_2 - \chi_2) + \beta_1 \sin 2\varphi_1 + \beta_2 \sin 2\varphi_2 + \alpha_+ \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \tau_-) + \alpha_- \sin(\varphi_1 - \varphi_2 - \tau_+) \quad (\text{A.15})$$

У випадку імпульсного характеру лазерного поля в квазімонохроматичному наближенні аргументи слабо залежать від фази світлових хвиль. Підкреслимо, що параметри α_{\pm} визначають інтерференційні процеси при вимушеному поглинанні або випромінюванні фотонів обох хвиль, а параметри γ_j, β_j – визначають вимушені процеси випромінювання і поглинання фотонів першої та другої хвилі незалежно один від одного.

Від інтегрального представлення для функції $I_{n_1 n_2}$ (A.14) можна перейти до вигляду розвинення в ряди за функціями Бесселя:

$$I_{n_1 n_2} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \exp[-i(s \cdot \tau_- + s' \cdot \tau_+)] \cdot J_s(\alpha_+) J_{s'}(\alpha_-) \times \quad (\text{A.16}) \\ \times L_{n_1 - s - s'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) L_{n_2 - s + s'}(\chi_2, \gamma_2, \beta_2)$$

тут функції L визначаються параметрами першої та другої хвилі і даються виразом (2.137).

З виразу (A.16) видно, що при $|\alpha_{\pm}| \ll 1$ функції $I_{n_1 n_2}$ розкладаються на добуток функцій L , що визначають поглинання або випромінювання фотонів першої та другої хвилі

$$|\alpha_{\pm}| \ll 1 \Rightarrow I_{n_1 n_2} = L_{n_1}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) \cdot L_{n_2}(\chi_2, \gamma_2, \beta_2). \quad (\text{A.17})$$

Таким чином, електрон випромінює і поглинає фотони першої та другої хвилі незалежно.

Представлені вирази для спеціальних функцій суттєво спрощуються для циркулярних поляризацій обох хвиль: $\delta_1^2 = \delta_2^2 = 1 \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = 0$:

$$I_{n_1 n_2} = e^{-i(n_1 \chi_1 + n_2 \chi_2)} \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{-is(\chi_1 \pm \chi_2 - \Delta)} J_s(\alpha_{\pm}) J_{n_1-s}(\gamma_1) J_{n_2 \mp s}(\gamma_2). \quad (\text{A.18})$$

При цьому реалізується тільки одне з двох можливих значень інтерференційного параметра α_{\pm} . Знак «-» відповідає значенням параметрів еліптичності $\delta_{1,2}$ одного знаку (вектори напруженості поля обертаються в одному напрямі відносно вісі поширення хвиль), відповідно знак «+» – значенням різного знаку, коли вектори напруженості поля обертаються в протилежних напрямках. Отже, у випадку циркулярної поляризації обох хвиль вираз для $I_{n_1 n_2}$ істотно спрощується, так як замість подвійної суми маємо лише одну суму по s , а функції L переходять у функції Бесселя.

Вирази для випадку лінійної поляризації, формули додавання та рекурентні співвідношення для спеціальних функцій $I_{n_1 n_2}$ з відповідними коментарями можна знайти в роботі [67].

ДОДАТОК Б

ПЕРЕХІД ДО СТАЦІОНАРНОЇ ТЕОРІЇ РОЗСІЮВАННЯ

Одним з найважливіших питань відносно дослідження фізичних квантових процесів в присутності імпульсного електромагнітного поля є обґрунтування застосовності стаціонарної теорії розсіювання, яка насправді справедлива при розгляді в проміжку часу $(-\infty, +\infty)$. Має сенс говорити тільки про фізично великі часи спостереження, які багато більше характерної часу формування досліджуваного процесу. При розгляді лазер-індукованих процесів, що протікають лише за присутності поля, кількість подій можна обчислити в рамках стандартної теорії розсіювання. Інша справа для дослідження лазер-модифікованих процесів. Так, наприклад, оскільки процес розсіювання електрона на ядрі може мати місце і за відсутності зовнішнього лазерного поля, то спостереження протягом часу більшого, ніж тривалість імпульсу приведе до пригнічення впливу імпульсної хвилі. Дійсно, в цьому випадку, як видно з виразу для ймовірності вимушеного випромінювання та поглинання електроном фотонів імпульсного лазерного поля з огинаючою функцією у вигляді функції Гауса,

$$W_l = \frac{1}{\rho} \int_0^\rho d\phi \cdot J_l^2(\gamma_0 \cdot g(\phi)), \quad g(\phi) = \exp(-\phi^2), \quad \phi \equiv \frac{2\varphi}{\omega\tau}, \quad \rho \equiv \frac{T}{\tau}, \quad (\text{Б.1})$$

при $\rho \rightarrow \infty$ ймовірність $W_l \rightarrow 0$, за винятком парціального процесу $l=0$. Співвідношення між часом спостереження і тривалістю імпульсу ρ (Б.1) є інтервалом усереднення ймовірності вимушених процесів в імпульсному полі.

Для прикладу розглянемо процес розсіювання електрона на ядрі в зовнішньому електромагнітному полі, коли зовнішнє поле являє собою набір електромагнітних імпульсів, що періодично поширюються один за одним. Завдяки швидкому спаданню функції Гауса, таке поле можна описати 4-потенціалом (1.8) з огинаючою функцією в наступному вигляді

$$g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) = \sum_{r=-N}^N \exp\left[-\left(\frac{2(\varphi - r\omega T)}{\omega\tau}\right)^2\right], \quad (\text{Б.2})$$

тут ωT – проміжок часу між сусідніми електромагнітними імпульсами; $2N+1$ – загальне число імпульсів. Ймовірність ВГВП електрона на ядрі в полі з огинаючою функцією (Б.2) отримаємо із загального виразу (Б.1):

$$W_l = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{2A} \int_{-A}^A J_l^2 \left\{ \gamma_0 \sum_{r=-N}^N \exp \left[- \left(\frac{2(\varphi - r\omega T)}{\omega\tau} \right)^2 \right] \right\} d\varphi. \quad (\text{Б.3})$$

Зробимо заміну змінної інтегрування $\phi = 2\varphi/\omega\tau$. Врахуємо, що загальна тривалість зовнішньої хвилі є $(2N+1)\omega T$, а максимальне і мінімальне значення для змінної ϕ є відповідно $\phi_{\max} = (2N+1)\rho$, $\phi_{\min} = -(2N+1)\rho$. Для ймовірності ВГВП отримаємо

$$W_l = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(2N+1)\rho} \int_{-(2N+1)\rho}^{(2N+1)\rho} J_l^2 \left\{ \gamma_0 \sum_{r=-N}^N \exp \left[- (\phi - 2r\rho)^2 \right] \right\} d\phi. \quad (\text{Б.4})$$

Оскільки на кожному інтервалі 2ρ по змінній ϕ вклад в інтеграл дає тільки один з імпульсів зовнішнього поля (один доданок в сумі (Б.4)), то ймовірність може бути перетворена до вигляду

$$W_l = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(2N+1)\rho} \sum_{r=-N}^N \int_{(2r-1)\rho}^{(2r+1)\rho} J_l^2 \left\{ \gamma_0 \exp \left[- (\phi - 2r\rho)^2 \right] \right\} d\phi. \quad (\text{Б.5})$$

Виконаємо для кожного з інтегралів із суми у виразі (Б.5) ще одну заміну змінних $\phi' = \phi - 2r\rho$ та отримаємо наступний вираз

$$W_l = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2(2N+1)\rho} \sum_{r=-N}^N \int_{-\rho}^{\rho} J_l^2 \left\{ \gamma_0 \exp(-\phi'^2) \right\} d\phi' = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} J_l^2 \left\{ \gamma_0 \exp(-\phi'^2) \right\} d\phi'. \quad (\text{Б.6})$$

Вираз для ймовірності ВГВП електрона на ядрі в імпульсному полі (Б.6) в точності збігається з (Б.1). Таким чином, в випадку коли зовнішнє поле є низкою послідовних електромагнітних імпульсів, параметр ρ набуває фізичного змісту відношення проміжку часу між сусідніми імпульсами до характерної довжини

одного імпульсу.

Слід зазначити, що для більшості сучасних лазерних систем, що працюють в імпульсному режимі, пікосекундним імпульсам відповідає частота повторення близько $\sim 10^6$ Гц, тобто відношення проміжку часу між сусідніми імпульсами до характерної довжини імпульсу досить велике $\sim 10^6$. За таких умов, вплив імпульсного лазерного поля на процес зафіксувати вкрай складно. Проте інтервал усереднення ймовірності вимушених процесів в реальних експериментах може визначатися відношеннями іншими параметрів до характерної довжини імпульсу (тривалість пучка електронів, часова роздільна здатність детекторної системи).

Таким чином, використовуючи огинаючу функцію у вигляді (Б.2), де параметр T вибирається для умов конкретного експерименту та узгоджений з тривалістю лазерного імпульсу, вплив зовнішнього поля на кутові та енергетичні розподіли частинок в кінцевому стані може бути розрахований в рамках стаціонарної теорії розсіювання.

ДОДАТОК В

ВИПАДОК КРАТНИХ ЧАСТОТ ЛАЗЕРНИХ ХВИЛЬ

Розвинена в роботі методика дозволяє отримати амплітуду процесів КЕД в полі двох імпульсних лазерних хвиль за умов квазімонохроматичності хвиль (2.87) та помірно сильної інтенсивності (2.109) у вигляді суми по парціальним компонентам

$$S_{if} = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} S_{n_1 n_2}. \quad (\text{B.1})$$

Тут кожна з парціальних амплітуд $S_{n_1 n_2}$ відповідає парціальним процесам, коли частинки випромінюють ($n_{1,2} > 0$) чи поглинають ($n_{1,2} < 0$) n_1 фотонів першої хвилі та n_2 фотонів другої хвилі. При цьому кожному парціальному процесу відповідає наближений закон збереження енергії

$$E_f - E_i + E_L \sim \omega_{1,2} \cdot \frac{1}{\omega_{1,2} \tau_{1,2}} \ll \omega_{1,2}, \quad E_L \equiv n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2, \quad (\text{B.2})$$

де E_i, E_f – сумарна енергія частинок в початковому та кінцевому стані, відповідно; $n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2$ енергія, що випромінюється чи поглинається з поля частинками під час зміни свої станів. У випадку більш сильного імпульсного поля, коли пондеромотоними поправками знехтувати не можна, умова (B.2) має більш складну структуру і про закон збереження енергії мова вже не йде.

Зазначимо, що методика отримання амплітуди у вигляді (B.1) не накладає суттєвих обмежень на відношення частот $l \equiv \omega_1/\omega_2$. Для зручності лише вибрано $l > 1$, $\omega_1 > \omega_2$, що не принципово. Для отримання диференціального перерізу розсіювання із явного аналітичного виду амплітуди процесу в полі двох імпульсних лазерних хвиль (B.1) можна скористатися стандартним підходом [9]:

$$d\sigma = \frac{dW}{T \cdot v_i} = |S_{fi}|^2 \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(T v_i \cdot 2\pi)^3} = \sum_{n_1, n_2=-\infty}^{\infty} S_{n_1 n_2} \cdot \sum_{n'_1, n'_2=-\infty}^{\infty} S_{n'_1 n'_2}^* \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(T v_i \cdot 2\pi)^3}. \quad (\text{B.3})$$

Тут T – деякий порівняно великий ($\omega_{1,2}T \gtrsim \omega_{1,2}\tau_{1,2} \gg 1$) час спостереження, швидкість v_i за рахунок вибору нормування хвильових функцій виражає густину потоку падаючих частинок.

Саме при обчисленні диференціального перерізу розсіювання (В.3) виникає умова на відношення частот l , оскільки при його цілому значенні закон збереження буде відповідати не конкретному значенню цілих чисел n_1, n_2 , а вже певному їх набору:

$$E_L = n_1\omega_1 + n_2\omega_2 = (ln_1 + n_2)\omega_2 \rightarrow \frac{E_L}{\omega_2} = (ln_1 + n_2), \quad n_2 = l(1 - n_1). \quad (\text{В.4})$$

Таким чином, у випадку кратних частот слід враховувати інтерференцію між парціальними компонентами амплітуди, що відповідають набору $n_1, n_2 = l(1 - n_1)$ (В.4). Цей випадок звичайно цікавий, але не входить в перелік поставлених в дослідженні задач.

Ми розглядаємо випадок не кратних частот, коли величина l є неціле додатне число більше одиниці. Враховуючи це та беручи до уваги, що за умови квазімонохроматичності лазерних хвиль (2.87) при обчисленні сум в (В.3) внесок доданків з числами $n'_{1,2} \neq n_{1,2}$ – малий, можемо отримати диференціальний переріз процесу в полі двох імпульсних хвиль у вигляді суми по парціальним компонентам:

$$d\sigma = \sum_{n_1, n_2} d\sigma_{n_1 n_2}, \quad d\sigma_{n_1 n_2} = d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)} \cdot W_{n_1 n_2}. \quad (\text{В.5})$$

Тут $d\sigma_{n_1 n_2}$ – парціальний диференціальний переріз процесу в полі двох імпульсних лазерних хвиль, що відповідає випромінюванню чи поглинанню певної кількості фотонів першої та другої хвилі. Лазер-модифікований переріз $d\sigma_{n_1 n_2}^{(*)}$ процесу переходить у переріз за відсутності зовнішнього поля, якщо знехтувати енергетичними поправками E_l по зовнішньому лазерному полю. Функція $W_{n_1 n_2}$ визначає ймовірності вимушених процесів випромінювання та поглинання n_1 фотонів першої та n_2 фотонів другої хвилі.

Слід зазначити, що, як показано в дисертаційному дослідженні, в особли-

вих кінематичних областях ймовірності вимушених процесів можуть набувати суттєвого перерозподілу. Наприклад, в інтерференційній області, де спостерігається кореляція у вимушених процесах випромінювання та поглинання фотонів першої та другої хвилі, на малих кутах розсіювання та за резонансних умов. В цих випадках, коли з набору значень чисел фотонів (В.4) переважає один парціальний процес, внесок від інтерференції парціальних амплітуд буде малий. Таким чином, наукові результати отримані в цих особливих кінематичних областях можуть бути поширені на випадок кратних частот.

ДОДАТОК Г

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ
ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати

1. **Лебедь А.А.**, Рощупкин С.П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. *ЖЭТФ*. 2011. том 140, вып. 1(7), С. 56-65. Квартиль Q2.
2. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Nonresonant Photocreation of Electron-Positron Pair on a Nucleus in the Field of a Pulsed Light Wave. *Las. Phys.* 2011. Vol. 21, P. 1613-1620. Квартиль Q2.
3. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Voroshilo A.I. Resonant effects of quantum electrodynamics in the pulsed light field. *Розділ у монографії «Quantum Optics and Laser Experiments»* (видавництво InTech, Хорватія) 2012. P. 107-156.
4. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Voroshilo A.I. Quantum electrodynamics resonances in a pulsed laser field. *Las. Phys.* 2012. Vol. 22. № 6, P. 1113-1144. Квартиль Q1.
5. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A. Nonresonant quantum electrodynamics processes in a pulsed laser field. *Las. Phys.* 2012. Vol. 22. № 10, P. 1513-1546. Квартиль Q1.
6. Рощупкин С.П., **Лебедь А.А.** Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях К. : Наук. думка. 2013. 192 с. (Проект "Наукова книга")
7. Padusenko E.A., **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Resonant Interference Effect in Scattering of an Electron by an Electron in the Field of Two Pulsed Laser Waves. *Universal J. of Phys. and Appl.* 2013. Vol. 1, P. 274-285.
8. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. The interference effect in electron scattering on a nucleus in the field of two pulsed laser waves of circular polarization. *Las. Phys.* 2013. Vol. 23, P. 125301. Квартиль Q2.

9. Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.** Parametric interference effect in electron-nucleus scattering in the field of two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2014. Vol. 90, P. 035403. Квартиль Q1.

10. **Lebed' A.A.** Mott scattering in a field of two pulsed laser waves. *Las. Phys.* 2015. Vol. 25, P. 055301. Квартиль Q2.

11. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P. Resonant scattering of ultrarelativistic electrons in the strong field of a pulsed laser wave. *Las. Phys.* 2016. Vol. 26, P. 025302. Квартиль Q3.

12. **Lebed' A.A.** Electron-nucleus scattering at small angles in the field of a pulsed laser wave. *Las. Phys. Lett.* 2016. Vol. 13, P. 045401. Квартиль Q1.

13. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Parametric interference effect in nonresonant spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2016. Vol. 94, P. 013424. Квартиль Q1.

14. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Parametric interference effect in nonresonant pair photoproduction on a nucleus in the field of two pulsed light waves. *Phys. Rev. A* 2017. Vol. 95, P. 043406. Квартиль Q1.

15. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Resonant parametric interference effect in spontaneous bremsstrahlung of an electron in the field of a nucleus and two pulsed laser waves. *Phys. Rev. A* 2018. Vol. 97, P. 043404. Квартиль Q1.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Resonant bremsstrahlung of an electron scattered by a nucleus in a pulsed light field. *IEEE 10th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2010)*, September 12-14, 2010: Book of abstracts. Sevastopol. Ukraine. 2010. P. 217-219.

2. **Лебедь А.А.**, Рошчупкин С.П. Резонансное фоторождение электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле. *IX конференція з фі-*

зики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів, ННЦ ХФТІ, 21-25 лютого, 2011: тези доповідей. Харків. Україна. 2011, ст. 77.

3. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. The influence of a strong pulsed laser field on the processes of nonrelativistic electron scattering by a nucleus. *3. International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics*, August 29 – September 2, 2011: Book of abstracts. Kharkiv. Ukraine. 2011. P. 74.

4. **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P. Nonrelativistic electron scattering on a nucleus in the field of a bichromatic laser pulse. *IEEE 12th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013)*, September 11-13, 2013: Book of abstracts. Sudak. Ukraine. 2013. P. 26-28.

5. Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., **Lebed' A.A.** Resonance interference scattering of a lepton by a lepton in the bichromatic pulsed laser field. *IEEE 12th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2013)*, September 11-13, 2013: Book of abstracts. Sudak. Ukraine. 2013. P. 58-60.

6. **Лебедь О.А.** Рассеяние электрона на ядре на малые углы в поле импульсного лазера. *XIV конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 22-25 березня, 2016: тези доповідей. Харків. Україна. 2016, ст. 22.

7. Падусенко О.О., **Лебедь О.А.**, Рошчупкін С.П. Резонансное рассеяние ультрарелятивистских электронов в поле двух сильных импульсных лазерных волн. *XIV конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 22-25 березня, 2016: тези доповідей. Харків. Україна. 2016. ст. 22.

8. Padusenko E.A., **Lebed' A.A.**, Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Nonresonant electron-nucleus spontaneous bremsstrahlung in the field of two pulsed laser waves. *13th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2016)*, September 13-15, 2016: Book of abstracts. Odessa. Ukraine. 2016. P. 18-20.

9. **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Resonant laser-modified electron-electron scattering by a strong bichromatic pulsed field.

13th International Conference Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2016), September 13-15, 2016: Book of abstracts. Odessa. Ukraine. 2016. P. 21-23.

10. **Лебедь О.А.** Резонансне гальмівне випромінювання електрона на ядрі в полі двох лазерних хвиль. *XVI конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 20-23 березня, 2018: тези доповідей. Харків. Україна. 2018.

11. Roshchupkin S.P., Dubov A.V., **Lebed' A.A.**, Padusenko E.A. Resonant parametric interference effect at quantum electrodynamics processes in the field of two pulsed laser waves. *International Conference Laser Optics (ICLO 2018)*, June 4-8, 2018: Book of abstracts. St. Petersburg. Russia. 2018. P. 243.

12. **Лебедь О.А.** Вплив характеристик лазерного імпульсу на параметри рентгенівського випромінювання в джерелах на зворотному розсіюванні Комптона. *XVII конференція з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів*, ННЦ ХФТІ, 26-29 березня, 2019: тези доповідей. Харків. Україна. 2019. ст. 106.