ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ім. О. І. Ахієзера
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ТАРАСОВ Олександр Миколайович

УДК 537.621; 538.941; 524.354.6

ДИСЕРТАЦІЯ

УЗАГАЛЬНЕНИЙ ФЕРМІ-РІДИННИЙ ПІДХІД В ТЕОРІЇ НАДПЛИННОСТІ ^{3}He І НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З АНІЗОТРОПНИМ ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В СИЛЬНИХ МАГНІТНИХ ПОЛЯХ

01.04.02 — Теоретична фізика
Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів має посилання на відповідне джерело.

О.М. Тарасов

Науковий консультант: **Пелетминський Сергій Володимирович**,
доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України

Харків – 2020

АНОТАЦІЯ

Тарасов О.М. Узагальнений фермі-рідинний підхід в теорії надплинності ^{3}He і нейтронної матерії з анізотропним триплетним спарюванням в сильних магнітних полях. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 — «Теоретична фізика» (104 — Фізика і астрономія). — Інститут теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера, Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» Національної академії наук України, Харків, 2020.

Дисертацію присвячено теоретичному дослідженню рівноважних властивостей і фазових переходів в надплинних фермі-рідинах (НФР) з триплетним спарюванням електронейтральних ферміонів в сильних магнітних полях. Такими НФР є надплинні фази рідкого гелію–3 і густої нейтронної рідини в ядрах нейтронних зірок.

На основі фермі-рідинного підходу (узагальненого на надплинні системи) в першій частині дисертації (що складається з двох розділів) отримано рівняння для параметра порядку (ПП) електронейтральної парамагнітної НФР з триплетним спарюванням (а саме, для надплинних фаз ^{3}He) в помірно сильному (ПС) статичному однорідному (СО) магнітному полі без урахування ефектів сильного зв'язку. У загальному випадку триплетного спарювання (спін куперівської пари $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь яке непарне число) виведено інтегро-диференціальне рівняння для ПП, яке справедливо в наближенні малих просторових неоднорідностей НФР при температурах T близьких до температури T_c фазового переходу 2-го роду з нормального в надплинний стан при наявності ПС зовнішнього СО магнітного поля H і однорідної течії НФР (з макроскопічною швидкістю $v_n \neq 0$ нормальної компоненти НФР в системі відліку, де надплинна швидкість $v_s = 0$).

У разі триплетного p–спарювання ($s = 1$, $l = 1$) отримано рівняння Гінзбурга — Ландау (ГЛ) для ПП (що представляє собою комплексну 3×3 матри-

цю $A_{\alpha j}$) для двох випадків: коли присутній вплив ПС магнітного поля H на НФР (при $v_n = 0$) і при наявності течії НФР зі швидкістю $v_n \neq 0$ (при $H = 0$). Знайдено поправки до коефіцієнтів при просторових похідних від параметра порядку в рівнянні ГЛ внаслідок обліку по теорії збурень впливу на НФР помірно сильного магнітного поля (при $v_n = 0$) і обмінної фермі-рідинної взаємодії. А також знайдено поправки до цих же коефіцієнтів в рівнянні ГЛ (при $H = 0$), пов'язані з наявністю течії НФР зі швидкістю $v_n \ll 2T_c/p_F$ (де p_F — імпульс Фермі в НФР). У ПС полях H (при $v_n = 0$) і при $v_n \neq 0$ (і $H = 0$) обидва типи знайдених поправок можуть бути одного порядку величини і навіть перевищувати так звані «нетривіальні» поправки сильного зв'язку до коефіцієнтів в рівнянні ГЛ і представляють самостійний інтерес при опису ^{3}He при низькому тиску $P < P_{PCP}$ (де P_{PCP} — тиск в полікритичній точці фазової діаграми ^{3}He при $H = 0$), коли ефекти сильного зв'язку малі.

З першого модифікованого рівняння ГЛ отримано уточнену формулу (з додатковою нелінійною по полю поправкою) для температури фазового переходу з надплинної фази $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ в фазу $^3\mathrm{He} - \mathrm{B}$ в помірно сильному магнітному полі.

Виведено в явному вигляді загальні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу (ФР) квазічастинок в довільних неунітарних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонов з триплетним спарюванням (спін пари $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь яке непарне число), в СО магнітному полі. При цьому використаний узагальнений фермі-рідинний підхід з урахуванням обмінної фермі-рідинної взаємодії, але без конкретизації функціоналу енергії (ФЕ) надплинної фермі-рідини. Результати справедливі при будь-яких температурах $0 \leq T \leq T_c$, при яких фермі-рідина є надплинною. При використанні явного виду ФЕ загальні формули для ФР можуть бути застосовані для опису різних неунітарних фаз НФР типу ^{3}He в сильному магнітному полі. Зокрема, для фаз $^3\mathrm{He} - A_1$, $^3\mathrm{He} - A_2$ і неунітарної 2D фази ^{3}He в сильному магнітному полі при $0 \leq T \leq T_c$ на основі ФЕ, квадратичного по ФР, знайдено систему

пов'язаних рівнянь для параметра порядку і ефективного магнітного поля (всередині НФР) і єдина загальна формула (в квадратурах) для нелінійної магнітної сприйнятливості цих надплинних фаз (при обліку тільки однієї обмінної нормальної фермі-рідинної амплітуди Ландау).

Для надплинної фази типу $^3\mathrm{He} - A_2$ в помірно сильному магнітному полі отримано також більш складну систему зв'язаних нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля при обліку двох обмінних амплітуд Ландау. Знайдену систему нелінійних рівнянь для довільних значень температури з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$ можна розв'язувати наближено за допомогою чисельних методів.

У другій частині дисертації (див. розділи 3, 4, 5) в узагальненому *нерелятивістському* фермі-рідинному підході досліджуються рівноважні властивості і фазові переходи в щільній надплинній просторово однорідній суто нейтронній матерії (ННМ) зі спин-триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$ при наявності «помірно» сильного магнітного поля, яке передбачається постійним і просторово однорідним. В якості взаємодії в ННМ використовуються ефективні сили Скірма, що залежать від густини числа нейтронів.

Виведено систему нелінійних інтегральних рівнянь для ефективного магнітного поля (ЕМП) і для компонент параметра порядку (ПП) в густій ННМ з анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. При цьому не конкретизувалася параметризація ефективних сил Скірма в ННМ (може бути довільною).

З інтегральніх рівнянь отримано загальні наближені аналітичні вирази для температур фазових переходів (ФП) в просторово однорідній густій НМ (з довільною параметризацією ефективних сил Скірма) з нормального в надплинні стани зі спін-триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Отримані функції для температур ФП лінійно залежать від H в «помірно» сильних магнітних полях і нелінійним чином залежать від густини числа нейтронів (в інтервалі від суб'ядерних до над'ядерних значень, які характерні для густини нейтронів в рідкому зовнішньому шарі ядра нейтронних зірок).

Виведено загальну наближену аналітичну формулу для ефективного магнітного поля, яка справедлива в граничному випадку нульової температури для довільних параметризацій сил Скірма в щільній ННМ (при суб'ядерних і над'ядерних густинах з розглянутого тут діапазону) з анізотропним триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$.

Отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей ідеального фермі-газу нейтронів і щільної ННМ для чотирьох конкретних (SLy2, Gs, RATP і BSk17) сил Скірма, які відносяться до числа традиційних параметризацій (що містять тільки по одному доданку, залежному степеневим чином від густини нейтронів).

Показано, що при наявності магнітного поля різниця температур фазових переходів щільної нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p–спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу $^3\mathrm{He}-A_1$, а потім — в стан типу $^3\mathrm{He}-A_2$), нелінійно зростаючи із зростанням густини, стає розбіжною при наближенні густини до деякого граничного критичного значення (яке, як правило, перевищує ядерну густину і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в ННМ). При цьому ж критичному значенні густини прямує до нескінченності також і парамагнітна сприйнятливість ННМ, що інтерпретується як фазовий перехід ННМ в феромагнітний стан, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю в щільній нейтронній матерії з традиційними силами Скірма.

У двох останніх розділах 4 і 5 в тому ж теоретичному підході досліджуються надплинні і магнітні властивості ННМ в стані статистичної рівноваги з використанням ряду нових так званих узагальнених (модифікованих) ефективних сил Скірма з сімейства BSk, які містять не один, а три доданки, що залежать від густини числа нейтронів.

Встановлено, що температурні залежності енергетичної щілини надплинної фермі-рідини типу $^3\mathrm{He}-A$ поблизу $T=0$ і в околі $T_{\mathrm{c}0}(n)$ (при $H=0$) обумовлені тільки симетрією параметра порядку і не залежать від природи взаємодій, які призводять до триплетного куперівського спарювання в систе-

мі. Але залежності від густини для ФП температур $T_{c0,\mathrm{BSk}}(n)$ і для щілини в енергетичному спектрі квазічастинок (нейтронів) ННМ з узагальненими BSk силами Скірма (демонструють немонотонний — «дзвоноподібний» — профіль залежності від густини) істотно відрізняються (і якісно і кількісно) від відповідних величин в надплинній фазі $^3\mathrm{He}-A$ рідкого гелію–3.

Отримано наближені аналітичні формули для питомої теплоємності ННМ (і НФР) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$, які справедливі при температурах поблизу $T=0$ і в околі $T_{c0}(n)$. Показано, що характер залежності питомої теплоємності від температури T в надплинній фазі (при $0<T<T_{c0}(n)$) *не залежить від типу взаємодії між ферміонами* (для нейтронів в ННМ — не залежить від параметризації сил Скірма, а для атомів ^{3}He в разі надплинного $^3\mathrm{He}-A$ або для електронів в разі надпровідників з незвичайним куперівським спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ — не залежить від конкретного виду межчастинкової взаємодії). Тобто степенева температурна залежність питомої теплоємності ННМ (і НФР) визначається типом незвичайного анізотропного куперівського спарювання ферміонов.

Здобута уточнена аналітична формула для питомої теплоємності ННМ (і НФР) містить додаткову поправку $\sim T^5$, яка може досягати за величиною кількох % в порівнянні з відомим головним доданком $\sim T^3$ на інтервалі зміни температури $0<T\ll T_{c0}(n)$. Встановлено, що залежність питомої теплоємності $C(T,n)$ від густини числа частинок n істотно розрізняється для різних НФР (і для ННМ з різними узагальненими параметризаціями сил Скірма) і визначається параметрами взаємодії. Ці результати про теплоємність ННМ представлють інтерес для фізики нейтронних зірок у зв'язку з проблемою їх охолодження (при наявності надплинності нейтронів з триплетним куперівським p–спарюванням у зовнішньому рідкому шарі густого ядра всередині нейтронних зірок).

Для надплинної нейтронної матерії з узагальненими BSk силами Скірма і при наявності впливу помірно сильного магнітного поля в отриманому нелінійному інтегральному рівнянні для компонент ПП всі коефіцієнти залежать

від густини і ця обставина призводить до якісно нових фізичних наслідків. Виведені аналітичні наближені вирази для температур фазових переходів $T_{c1,2}(H,n)$ нейтронної матерії (спочатку з нормального в надплинний стан типу $^3\mathrm{He}-A_1$, а потім — в стан типу $^3\mathrm{He}-A_2$) залежать лінійним чином від помірно сильних магнітних полів H, як і для традиційних сил Скірма. Але, на відміну від традиційних сил Скірма, ці вирази для ФП температур $T_{c1,2}(H,n)$ (як і $T_{c0}(n)$) залежать немонотонним чином від густини ННМ з узагальненими силами Скірма (мають дзвоноподібний профіль залежності від n при кожному фіксованому значенні магнітного поля).

Показано, що не тільки в нормальній (ненадплинній) НМ, але і в ННМ з анізотропним триплетним p–спарюванням нейтронів (типу $^3\mathrm{He}-A$) і з узагальненими параметризаціями типу BSk18 — BSk21 взаємодій Скірма усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість ННМ проявляє регулярну (несингулярну) поведінку в залежності від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях (на інтервалі зміни $0.5\cdot n_0 < n < 3.0\cdot n_0$, де n_0 — ядерна густина).

В результаті чисельного розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку ННМ з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма (в граничному випадку нульової температури, $T=0$) встановлено, що в помірно сильних магнітних полях (з інтервалу 10^{16} Гс $\leq H \leq 10^{17}$ Гс) починає проявлятися слабка нелінійна залежність від магнітного поля величини розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з анізотропним p–спарюванням (типу $^3\mathrm{He}-A$). Знайдене розщеплення розв'язків для компонент ПП має також малу асиметрію, зростаючу слабо нелінійним чином з ростом магнітного поля на цьому інтервалі зміни.

Фазові переходи в нейтронній матерії в надплинні стани такого типу і настільки сильні магнітні поля можуть виникати (і існувати) при суб'ядерних і над'ядерних густинах, як і в нейтронної рідини зовнішнього шару ядра магнетарів (сильно намагнічених нейтронних зірок).

Ключові слова: надплинна фермі-рідина; триплетне спарювання; параметр порядку; гелій–3; густа нейтронна матерія; традиційні і узагальнені сили Скірма; сильні магнітні поля; магнітна сприйнятливість; питома теплоємність.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

СТАТТІ:

1. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. *ФНТ*. 1995. Т. 21, №1. С. 24–37; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1995. Vol. 21, №1. P. 17–26]; (квартиль Q3).

2. **Тарасов А.Н.** О поправках в уравнениях Гинзбурга-Ландау, обусловленных течением нормальной компоненты сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным p-спариванием. *ФНТ*. 1997. Т. 23, №3. С. 243–248; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1997. Vol. 23, №3. P. 177–180]; (квартиль Q3).

3. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 1998. Т. 24, №5. С. 429–437; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1998. Vol. 24, №5. P. 324–330]; (квартиль Q3).

4. **Тарасов А.Н.** Некоторые вопросы теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 2000. Т. 26, №11. С. 1059–1066; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2000. Vol. 26, No11. P. 785–790]; (квартиль Q3).

5. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. *J. Mol. Liquids* (Elsevier Sci.). 2001. Vol. 93, №1–3. P. 87–90; (квартиль Q3).

6. **Tarasov A.N.** Self-consistency equations for nonunitary phases of superfluid Fermi liquid with spin-triplet pairing in a magnetic field. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2001. №6(2). P. 356–359; (квартиль Q4).

7. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. *Physica B*. 2003. Vol. 329-333, Part 1. P. 100–101; (квартиль Q2).

8. **Tarasov A.N.** Phase transition temperatures of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. *Europhysics Letters*. 2004. Vol. 65, №5. P. 620–626; (квартиль Q1).

9. **Tarasov A.N.** Superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *AIP Conf. Proc.* 2006. Vol. 850. P. 109–110; (квартиль Q4).

10. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2007. №3(2). P. 418–423; (квартиль Q4).

11. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. *Ukr. J. Phys.* 2010. Vol. 55, №5. P. 644–650; (квартиль Q4).

12. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in a strong magnetic field. *Centr. Eur. J. Phys.* 2011. Vol. 9, №4. P. 1057–1076; (квартиль Q3).

13. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 400. 032101 (4 pp.); (квартиль Q3).

14. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. *Ukr. J. Phys.* 2013. Vol. 58, №7. P. 611–617; (квартиль Q4).

15. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions and anisotropic spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *EPL (Europhys. Lett.)*. 2014. Vol. 105, №5. 52001 (6 pp.); (квартиль Q2).

16. **Tarasov A.N.** Analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. *ФНТ*. 2016. Т. 42, №3. С. 222–229; [Tarasov A.N. Low Temp. Phys. 2016. Vol. 42, №3. P. 169–175]; (квартиль Q3).

17. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучести плотной нейтронной материи

с анизотропным триплетным p-спариванием в сильных магнитных полях. *ФНТ*. 2018. Т. 44, №4. С. 368–378; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2018. Vol. 44, №4. P. 278–285]; (квартиль Q3).

18. **Тарасов А.Н.** Аналитический вывод выражений для удельной теплоемкости сверхтекучих ферми-жидкостей со спин-триплетным анизотропным p-спариванием при конечных температурах. *ФНТ*. 2019. Т. 45, №4. С. 423–433; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2019. Vol. 45, №4. P. 367–375]; (кварт. Q3).

ПРЕПРИНТИ:

19. **Тарасов А.Н.** О выводе уравнений Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Препринт ХФТИ 92-29. Харьков, 1992. 11 с.

20. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. [arXiv:nucl-th/1301.5528. 4pp.].

Праці, які свідчать про апробацію матеріалів дисертації:

21. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Сб. аннотаций Всесоюзной конференции «Современные проблемы статистической физики» (Харьков, 14–17 мая 1991 г.), ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А.Стеклова, Харьков, 1991. С. 122–123.

22. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. *Вопр. атом. науки и техники. Сер.: Ядерно-физич. Исследования (Теория и эксперимент)*. 1992, вып. 3(24). С. 176–182.

23. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. Див. в: «30-е Совещание по физике низких температур», 6-8 сент. 1994г. Тезисы докладов. РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». ОИЯИ, Д14-94-269. Часть 2. Дубна, 1994. С. 49–50.

24. **Tarasov A.N.** About corrections to the coefficients in the Ginzburg-Landau equations for superfluid Fermi liquid with triplet pairing. In: Conference Handbook, XXI Int. Conf. on Low Temperature Physics, Aug. 8-14, 1996, Prague, Czech Republic. P. 419. [LT21].

25. **Тарасов А.Н.** Применение обобщенного ферми-жидкостного подхода в теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «31-е Совещание по физике низких температур», 2–3 дек. 1998г. Тезисы докладов. (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Инст. Физич. Проблем им. П.Л. Капицы РАН). Москва, 1998. С. 178–179.

26. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. In: "Special Problems in Physics of Liquids". Int. Conf., May 31–June 4, 1999, Odessa, Ukraine. Abstracts. Odessa, "Astro Print", 1999. P. 139–140.

27. **Тарасов А.Н.** К вопросу об описании неунитарных фаз сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «32-е Всероссийское Совещание по физике низких температур», (НТ32), Казань, 3–6 окт. 2000. Тезисы докладов секции QL: «Квантовые Жидкости и Кристаллы». Казанский госуниверситет, 2000. С. 35–36.

28. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. The 23rd Inter. Conf. On Low Temperature Physics. August 20-27, 2002, Hiroshima, Japan. Program&Abstracts. P. 404. [LT23].

29. **Tarasov A.N.** About phase transitions of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. In: Abstracts of the 2nd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems", Sept. 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine. P. 158.

30. **Tarasov A.N.** On the theory of superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in a magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv confer. "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", Sept. 13-16, 2004, Kyiv. P. 93.

31. **Tarasov A.N.** Application of generalized Fermi-liquid approach for description of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing in strong magnetic field. In: Abstracts of the 3rd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27-30, 2005, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 225.

32. **Tarasov A.N.** About superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. Abstract PA Th.6, in: Official Conference Book of the 24th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2005, Orlando, Florida, USA (LT24). P. 4.

33. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 199-200.

34. **Tarasov A.N.** About magnetic properties of superfluid dense neutron matter with Skyrme interactions at zero temperature. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 203.

35. **Tarasov A.N.** Some questions of superfluidity with triplet p-wave pairing in neutron matter at subnuclear and supernuclear densities in strong magnetic field. Abstract 7-11. O., in: Abstracts of the 4th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23-26, 2008, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P.219.

36. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in strong magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 106.

37. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 190.

38. **Tarasov A.N.** About absence of ferromagnetic instability in dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interactions and spin-triplet pairing. Abstract 8-9. P., in: Abstracts of the 5th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2010), May 21-24, 2010, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 333.

39. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. Abstract 13P-C064, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230.

40. **Tarasov A.N.** Dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interaction and spin-triplet pairing without ferromagnetic instabilities. Abstract 13P-C066, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230-231.

41. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interaction and anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract OE25, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 171-172.

42. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing for models with conventional and generalized Skyrme forces. Abstract PE28, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics"(QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 198.

43. **Tarasov A.N.** Spin-triplet anisotropic superfluidity in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions in strong magnetic field. Abstract O-35, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 51.

44. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature.

Abstract P-39, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 109.

45. **Tarasov A.N.** About phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme forces to superfluid states with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. **Plenary talk** in: Proceedings of the Int. School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD–2013). May 22-24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine. P. 25–32.

46. **Tarasov A.N.** Superfluidity without ferromagnetic instabilities in dense neutron matter with modern generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing. Abstract 1-3.O., in: the ABSTRACTS of the 6th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2014), May 23-27, 2014, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 15.

47. **Tarasov A.N.** About analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. Abstract 2-7.O, in: the ABSTRACTS of the 7th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2016), May 27-30, 2016, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 45.

48. **Tarasov A.N.** Splitting of energy gap in superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract P.826 in Poster session 4 at LT28 (28th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 9-16, 2017, Gothenburg, Sweden). See pp.413–414 in "LT28 ABSTRACTS ORAL & POSTER".

49. **Tarasov A.N.** About calculation of specific heat for dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at low temperatures. Abstract 4-7.O, in: the ABSTRACTS of the 8th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2018), May 18–22, 2018, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 72.

ABSTRACT

Tarasov A.N. Generalized Fermi-liquid approach in the theory of superfluidity of ^{3}He and neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic fields. — Qualifying scientific work (manuscript).

Thesis for the scientific degree of a Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, speciality 01.04.02 — "Theoretical physics" (104 — Physics and astronomy). — A. I. Akhiezer Institute for theoretical physics, National science center "Kharkiv Institute of Physics and Technology" of the National academy of sciences of Ukraine, Kharkiv, 2020.

The Doctoral Thesis is devoted to theoretical investigation of equilibrium properties and phase transitions in superfluid Fermi-liquids (SFLs) with spin-triplet pairing of electrically neutral fermions in strong magnetic fields. The superfluid phases of the liquid helium–3 and phases of dense neutron fluid in cores of neutron stars serve as examples of such SFLs.

Equations for the order parameter (OP) of electrically neutral paramagnetic SFL with spin-triplet pairing (for superfluid phases of ^{3}He) in static and uniform (DC) moderately strong (MS) magnetic field are derived in the first part of thesis (see chapters 1 and 2) on the basis of the Fermi-liquid (F-L) approach generalized to SFLs without taking into account strong-coupling (SC) effects. An integro-differential equation is deduced for the OP in the general case of spin-triplet pairing (spin of a pair is $s = 1$, orbital moment l of a pair is any odd number). It is valid at temperatures near T_c (it is the temperature of the phase transition from normal to superfluid state) in the approximation of small space inhomogeneities of the SFL for external DC and MS magnetic field and with a homogeneous flow of the normal component of SFL when the velocity $0 < v_n \ll 2T_c/p_F$ (p_F is the Fermi momentum) and with the superfluid component at rest, $v_s = 0$.

In the special case of spin-triplet p–wave pairing ($s = 1$, $l = 1$) Ginzburg—Landau (GL) equations are derived for the order parameter $A_{\alpha j}$ (complex 3×3 matrix) in two particular cases: when the influence of moderately strong DC

magnetic field H on SFL exists (with taking into account spin-exchange F-L interaction and at $v_n = 0$) and also when the homogeneous flow of the normal component of SFL with the velocity $0 < v_n \ll 2T_c/p_F$ is present (at $H = 0$). The corrections (caused by the effects of MS magnetic field at $v_n = v_s = 0$ and also when $v_n \neq 0$ at $H = 0$) are obtained in the perturbative theory to the coefficients at spatial derivatives of the OP in the GL equations. Both types of these corrections can be not only comparable with but even exceed in magnitude (even on the condition that $v_n \ll 2T_c/p_F$) the so called "nontrivial" SC corrections to the same coefficients. The above corrections can therefore be of practical importance mainly for superfluid ^{3}He at low pressures $P < P_{PCP}$ (where P_{PCP} is the pressure in the polycritical point of phase diagramme of ^{3}He at $H = 0$), when the SC effects are diminished.

A refined formula is obtained from the first GL equation (with new additional correction which is nonlinear in field) for the phase transition temperature from superfluid phase $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ to phase $^3\mathrm{He} - \mathrm{B}$ in moderately strong magnetic field.

General explicit expressions are obtained for abnormal and normal distribution functions (DFs) of quasiparticles in arbitrary nonunitary phases of the neutral paramagnetic SFL with spin-triplet pairing (spin of a pair is $s = 1$, orbital moment l of a pair is any odd number) in a static and uniform magnetic field. The generalized F-L approach is used with taking into account of the spin-exchange F-L interaction but without any concrete definition of the energy functional (EF) of SFL. The results are valid at any temperatures $0 \leq T \leq T_c$. The general formulas for the DFs are applicable for description of different nonunitary phases of SFL of the ^{3}He type in a strong magnetic field with the use of the explicit form of the EF. In particular, a set of coupled equations for OP and EMF (inside SFL) and unified general formula (in quadratures) for nonlinear magnetic susceptibility are obtained on the basis of EF which is quadratic in DFs for $^3\mathrm{He} - A_1$, $^3\mathrm{He} - A_2$ and nonunitary 2D phase of ^{3}He in a strong magnetic field at temperatures $0 \leq T \leq T_c$ (with taking into account only one spin-exchange normal Fermi-liquid Landau amplitude).

For nonunitary superfluid phase of $^3\mathrm{He} - A_2$ type in moderately strong magnetic field a more complicated set of connected nonlinear integral equations for the components of the OP and EMF are also obtained in the framework of the generalized F-L approach (with two spin-exchange Landau amplitudes). This set of nonlinear equations (valid for arbitrary temperatures from the interval $0 \leq T \leq T_c$) can be solved approximately by using the numerical methods.

The second part of the thesis (see chapters 3, 4, 5) is devoted to investigation of the equilibrium properties and phase transitions in dense superfluid spatially homogeneous pure neutron matter (SNM) with spin-triplet anisotropic p–wave pairing of the $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ type in static and spatially uniform "moderately" strong magnetic field. The effective Skyrme forces (which depend on density of neutron matter) are used as interaction in SNM.

A set of nonlinear integral equations for the effective magnetic field (EMF) and for the components of the OP in dense SNM with anisotropic p–wave pairing of the $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ type is derived in the framework of generalized non-relativistic F-L approach for arbitrary parametrization of the Skyrme forces.

General approximate analytical formulas for phase transition (PT) temperatures in spatially uniform dense pure NM (with arbitrary parametrization of the effective Skyrme forces) from normal to superfluid states with spin-triplet p-wave pairing of $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$ type are obtained from integral equations. The obtained expressions for PT temperatures are functions linear of H (in "moderately" strong magnetic fields) and nonlinear of number density of neutrons (in the range from sub– to supra–nuclear densities, which are characteristic for the liquid outer core of magnetized neutron stars).

General approximate analytical formula is derived for the effective magnetic field, which is valid in the limit of zero temperature and for arbitrary parametrizations of the Skyrme forces in dense SNM (at sub– and supra–nuclear densities) with anisotropic spin-triplet p-wave pairing of $^3\mathrm{He} - A$ type.

Explicit expressions for the ratio of paramagnetic susceptibilities of ideal Fermi–gas of neutrons and dense SNM are obtained for definite selected so-called tradi-

tional parametrizations (SLy2, Gs, RATP and BSk17) of the Skyrme forces (with different exponents in their only term with power dependence on neutron density).

It is demonstrated that in magnetic field the difference of the PT temperatures of dense neutron matter to superfluid states with anisotropic spin-triplet p–wave pairing (first from the normal state to the state of $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_1$ type and then to the state of $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_2$ type) nonlinearly and monotonically grows in magnitude with density and is divergent when neutron density tends to the critical value (which, as a rule, exceeds the nuclear density and is specific for each traditional parametrization of the Skyrme forces in SNM). The paramagnetic susceptibility of SNM is also divergent at the same critical value of density. It might be explained as phase transition of SNM to ferromagnetic state which coexists with anisotropic spin-triplet superfluidity in dense neutron matter with traditional Skyrme forces.

In the subsequent chapters 4 and 5 in the framework of the same theoretical approach the superfluid and magnetic properties of SNM in the state of statistical equilibrium are investigated with using a number of new the so-called generalized effective Skyrme forces from the family of BSk parametrizations, which contain more than one, namely, three terms dependent on neutron density.

It was found that the temperature dependencies of the energy gap of superfluid Fermi-liquid of the $^3\mathrm{He}-A$ type near $T=0$ and in the vicinity of PT temperature $T_{\mathrm{c0}}(n)$ (in the absence of a magnetic field, $H=0$) are determined only by the symmetry of the OP and do not depend on the nature of interactions, which give rise to the spin-triplet Cooper pairing in a system. However density dependencies for the PT temperatures $T_{\mathrm{c0,BSk}}(n)$ and for the energy gap in SNM with the generalized BSk Skyrme forces (they demonstrate a non-monotone "bell-shaped" density profile) differ essentially (both qualitatively and quantitatively) from the corresponding values in superfluid phase $^3\mathrm{He}-A$ of liquid helium–3.

The approximate analytical formulas are derived for the specific heat of SNM (or SFLs) with anisotropic spin-triplet p-wave pairing of the $^3\mathrm{He}-A$ type, which are valid near $T=0$ and in the vicinity of PT temperature $T_{\mathrm{c0}}(n)$. It should be emphasized that the character of the dependence of the specific heat on temper-

ature T in a superfluid phase (at $0 < T < T_{c0}(n)$) appears not to be dependent on the type of interaction between fermions (for neutrons in SNM it does not depend on the parametrization of Skyrme forces, whereas for ^{3}He atoms in superfluid $^3\mathrm{He}-A$ or for electrons in superconductors with unconventional anisotropic Cooper pairing of the $^3\mathrm{He}-A$ type it does not depend on a specific type of interparticle interaction). This means that the power-law temperature dependence of the specific heat of SNM (or SFLs) is determined by the type of unconventional anisotropic Cooper pairing of fermions.

The obtained more accurate analytical formula for the specific heat of SNM (or SFL) contains a small additional correction $\sim T^5$, which may be several percent in magnitude compared with the well-known main term $\sim T^3$ in the temperature range $0 < T \ll T_{c0}(n)$. It is established that the dependence of the specific heat $C(T,n)$ on the density of the number of particles n differs significantly for various SFLs (or for SNM with different generalized parametrizations of Skyrme forces) and is determined by the interaction parameters. These results about specific heat of SNM may be of interest for neutron star physics in connection with neutron star cooling (in the presence of neutron superfluidity with anisotropic spin-triplet p–wave Cooper pairing in the liquid outer part of dense neutron star cores).

In the case of SNM with generalized BSk parametrizations of Skyrme forces and under the effect of moderately strong magnetic field the obtained integral equation for the components of the OP contains the coefficients and all of them are density dependent and this leads to qualitatively new physical consequences. The derived analytical approximate expressions for the PT temperatures $T_{\mathrm{c}1,2}(H,n)$ of neutron matter (first from the normal state to superfluid state similar to $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_1$ and then to state of $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_2$ type) are linear functions of moderately strong magnetic field H, as in the case with traditional Skyrme forces. But, in contrast with traditional parametrizations of the Skyrme forces, these formulas for the PT temperatures $T_{\mathrm{c}1,2}(H,n)$ (as well as $T_{c0}(n)$) depend in a non-monotone way on the density n of SNM (with a bell–shaped density profile at any particular value of magnetic field).

It is demonstrated that ferromagnetic instability is removed not only in normal (nonsuperfluid) NM, but also in SNM with anisotropic spin-triplet p–wave pairing (of the ^3He-A type) of neutrons and with generalized parametrizations of BSk18 — BSk21 types for the Skyrme interactions, that is, the magnetic susceptibility of SNM is non-singular function of density at sub-nuclear and supra-nuclear values (in the range $0.5 \cdot n_0 \lesssim n \lesssim 3.0 \cdot n_0$, where n_0 is the saturation nuclear density).

As the result of numerical solution of the set of two nonlinear integral equations for the components of the OP for SNM with generalized BSk21 parametrization of the Skyrme forces (in zero temperature limit, $T = 0$) it is established that in moderately strong magnetic fields (from the range 10^{16} G $\leq H \leq 10^{17}$ G) a weak nonlinear magnetic field dependence of the splitting of the energy gap (in the energy spectrum of neutrons in SNM with anisotropic p–wave pairing similar to $^3\mathrm{He}-A$) is beginning to emerge. The obtained splitting of solutions for the components of the OP has also small asymmetry nonlinearly growing with magnetic field in the same range of moderately strong fields.

Phase transitions in neutron matter to superfluid states of such type and so strong magnetic fields might occur (and exist) at subnuclear and supranuclear densities as in liquid outer core of magnetars (strongly magnetized neutron stars).

Keywords: superfluid Fermi-liquid; spin-triplet pairing; order parameter; helium–3; dense neutron matter; conventional and generalized Skyrme forces; strong magnetic fields; magnetic susceptibility; specific heat.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР 26
ВСТУП 27

Частина I

НАДПЛИННІСТЬ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ
У РІДКОМУ ГЕЛІЇ–3 В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

РОЗДІЛ 1. **РІВНЯННЯ ГІНЗБУРГА–ЛАНДАУ ДЛЯ НАДПЛИННОЇ ФЕРМІ-РІДИНИ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ** 44
1.1. Вступ. Огляд літератури 44
1.2. Основні рівняння за відсутності магнітного поля 51
1.3. Теорія збурень поблизу T_c 55
1.4. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням 59
1.5. Основні рівняння при наявності магнітного поля 61
1.6. Теорія збурень в околі T_c в магнітному полі 66
1.7. Рівняння для ξ_β і ефективне магнітне поле 68
1.8. Інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку (триплетне спарювання) 71
1.9. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням в магнітному полі 75
1.10. Аналіз рівнянь для параметра порядку надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням поблизу T_c в магнітному полі 80
1.11. Інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку НФР з триплетним спарюванням при H=0 і $v_n \neq 0$ 82
1.12. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням при наявності $v_n \neq 0$ і при H=0 85
1.13. Висновки з результатів розділу 1 88

РОЗДІЛ 2. **НАДПЛИННІСТЬ ФЕРМІ-РІДИНИ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ ПРИ СКІНЧЕННИХ ТЕМПЕРАТУРАХ** 91
2.1. Короткий вступ 91
2.2. Загальні формули для функцій розподілу квазічастинок і рівняння самоузгодження для НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі 94
2.3. Функції розподілу квазічастинок для унітарних і неунітарних фаз НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі 100
2.4. Узагальнені формули для функцій розподілу квазічастинок НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі 104
2.5. ^{3}He $- A_1$, ^{3}He $- A_2$ і неунітарна $2D$-фаза ^{3}He в магнітному полі 110
2.6. Узагальнені рівняння для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля в НФР з триплетним p-спарюванням і урахуванням обмінних амплітуд Ландау 113
2.7. Короткий аналіз результатів розділу 2 117
2.8. Висновки з результатів розділу 2 118

Частина II

НАДПЛИННІСТЬ ГУСТОЇ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З АНІЗОТРОПНИМ ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

РОЗДІЛ 3. **НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З ТРАДИЦІЙНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ** 121
3.1. Вступ. Огляд літератури 121
3.2. Рівняння для параметра порядку і ефективного магнітного поля в ННМ з силами Скірма і триплетним спарюванням 127
3.3. Розв'язки рівнянь для ПП і ЕМП в надплинній нейтронній матерії поблизу T_{c0} 134

3.4. Температури фазового переходу для ННМ в сильному магнітному полі з традиційними параметризаціями сил Скірма 139
3.4.1. SLy2 параметризація сил Скірма 140
3.4.2. Gs параметризація сил Скірма 146
3.4.3. RATP параметризація сил Скірма 148
3.5. Розв'язки рівнянь для ЕМП і ПП надплинної нейтронної матерії при T=0 154
3.6. Аналіз результатів розділу 3 159
3.6.1. Висновки з результатів розділу 3 165
РОЗДІЛ 4. **НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З УЗАГАЛЬНЕНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ ПРИ СКІНЧЕННИХ ТЕМПЕРАТУРАХ** 167
4.1. Загальне рівняння для ПП надплинної НМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів за відсутності магнітного поля 168
4.2. Розв'язок рівняння для ПП в ННМ при температурах поблизу $T = 0$ 170
4.3. Розв'язок рівняння для ПП в ННМ при температурах в околі T_{c0} 174
4.4. Розв'язки рівняння для ПП в ННМ з узагальненими силами Скірма при температурах поблизу $T = 0$, в околі T_{c0} і їх залежності від температури і густини 177
4.5. Загальні формули для питомої теплоємності НФР (або ННМ) з анізотропним p-спарюванням ферміонів 182
4.6. Аналітичний розрахунок питомої теплоємності ННМ (або НФР) з анізотропним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ в низькотемпературній області, $T << T_{c0}(n)$ 184
4.7. Питома теплоємність ННМ (або НФР) з анізотропним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ поблизу $T_{c0}(n)$ 191
4.8. Аналіз результатів розділу 4 196
4.8.1. Висновки з результатів розділу 4 201

РОЗДІЛ 5. **НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З УЗАГАЛЬНЕНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ** 203
5.1. Вступ 203
5.2. Загальні рівняння для ЕМП і ПП в густій ННМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів в сильному магнітному полі 208
5.3. Розв'язки рівнянь для ПП і ЕМП в густій надплинній НМ з узагальненими силами Скірма при температурах поблизу T_{c0} 212
5.4. Розв'язки рівнянь для ЕМП і ПП в густій ННМ при $T = 0$ для традиційних і узагальнених сил Скірма 219
5.5. Загальні рівняння для компонент параметра порядку і ЕМП в ННМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів при $T = 0$ 225
5.6. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь для компонент ПП в ННМ з узагальненими BSk21 силами Скірма і анізотропним триплетним p-спарюванням в помірно сильних магнітних полях при $T = 0$ 231
5.7. Аналіз результатів розділу 5 236
5.7.1. Висновки з результатів розділу 5 245
ВИСНОВКИ 246
ПОДЯКА 250
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 251
Додаток А.
А.1. Аналітичне розв'язання інтегральних рівнянь для ЕМП і ПП в густій ННМ поблизу T_{c0} 297
А.2. Аналітичне розв'язання рівняння для ЕМП в густій ННМ при $T = 0$ 308
Додаток Б. Список публікацій здобувача за темою дисертації 322

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР

АФР і НФР амплітуди Ландау — аномальні і нормальні фермі-рідинні амплітуди Ландау;

БКШ — Бардіна – Купера – Шріффера (теорія надпровідності);

ГЛ — Гінзбурга—Ландау (рівняння);

ЕМП — ефективне магнітне поле;

ІД рівняння — інтегро-диференціальне рівняння;

КХД — квантова хромодинаміка;

НЗ — нейтронна(і) зірка(и);

НМ — нейтронна матерія;

ННМ — надплинна нейтронна матерія;

НФР — надплинна фермі-рідина;

ПП — параметр порядку;

ПС поле — помірно сильне поле;

ФЕ — функціонал енергії;

ФП — фазовий перехід;

ФР квазічастинок — функція(ї) розподілу квазічастинок;

BSk18–BSk24 — деякі з узагальнених параметризацій сил Скірма;

Gs, RATP, SLy2 — деякі з традиційних параметризацій сил Скірма.

ВСТУП

Обгрунтування вибору теми дослідження У 1972 р. Ошеров, Річардсон і Лі [385] експериментально відкрили в міллікельвіновій області температур ($T \sim 10^{-3}$ K) явище надплинності в рідкому гелії–3, який в нормальній фазі є виродженою фермі-рідиною з ядерним парамагнетизмом (спін ядра атома ^{3}He дорівнює 1/2). За це відкриття їм була присуджена Нобелівська премія з фізики (в 1996 р.), що, безсумнівно, підтверджує особливу наукову важливість досліджень різноманітних властивостей надплинних фаз гелію–3 і велику значимість цієї події. Однак ще задовго до цього відкриття були проведені теоретичні дослідження рядом авторів і опубліковані роботи (Пітаєвський (1959) [120]; Андерсон і Морел (1961) [193]; Бальян, Вертхамер (1963) [205] і незалежно Вдовін (1962) [50]), які були виконані в дусі модифікованої теорії надпровідності Бардіна – Купера – Шріффера (БКШ, 1957 р.) [206] і передбачали можливість незвичайної надплинності в гелії–3. Особливістю цієї фермі-рідини в надплинному стані є куперівське спарювання атомів ^{3}He (обумовлене їх взаємним притягненням не тільки за рахунок дії сил Ван дер Ваальса, але і за рахунок обміну парамагнонами) в стані з ненульовим орбітальним моментом відносного руху ($l \neq 0$) і спіном пари $s = 1$ (спін-триплетне спарювання) на відміну від спін-синглетного ($s = 0$) куперівського ізотропного s–спарювання ($l = 0$) електронів в традиційних низькотемпературних надпровідниках, властивості яких раніше пояснили в рамках теорії БКШ. Подальші експериментальні дослідження підтвердили можливість існування ^{3}He в трьох різних надплинних станах, які назвали фазами $^3\mathrm{He} - A$, $^3\mathrm{He} - B$ (як за відсутності, так і при наявності магнітного поля) і фазою $^3\mathrm{He} - A_1$, яка існує тільки в магнітному полі у вузькому температурному проміжку між нормальною фазою ^{3}He і $^3\mathrm{He} - A$.

Разом з тим в наступні роки після відкриття теоретично передбачалася можливість існування і декількох інших надплинних фаз гелію–3, які, однак, до сих пір не виявлено, тому що поки не ясно в яких областях зміни термодинамічних змінних (тиску P, температури T і магнітного поля H) вони

можуть бути термодинамічно стійкі. В теперішній час в різних наукових центрах світу тривають дослідження (експериментальні та теоретичні) і пошуки нових особливостей фазової діаграми (P–T–H) і властивостей надплинних фаз гелію–3 при низьких температурах з використанням нових технічних можливостей для створення сильних магнітних полів.

Актуальність і важливість цих досліджень (експериментальних і теоретичних) пояснюється багатством різноманітних властивостей надплинних фаз гелію–3, які поєднують в собі надплинні, магнітні та рідкокристалічні властивості. Крім того, незвичайні спін-триплетні анізотропні (з $l \neq 0$) типи спарювання (які мають схожість з ^{3}He) електронів (ферміонів) спостерігаються і вивчаються в кристалічних системах з важкими ферміонами (представляють собою різні интерметалічні сполуки на основі церію і урану), а також в надпровідних сполуках Sr_2RuO_4 (і в ін. представників з сімейства так званих металевих рутенатів [363]), і в феромагнітних сполуках урану: UGe_2, URhGe, UCoGe, UIr [108, 375]. Синглетне (з нульовим спіном куперівських пар) анізотропне d–спарювання ($l = 2$) реалізується в численних рядах високотемпературних надпровідників, які були відкриті в 1986 р. і до теперішнього часу їх нові різновиди активно досліджуються. Анізотропне спарювання вивчається вже близько 20 років і в розріджених атомарних газах при ультранизьких температурах в магнітних полях.

Таким чином, вивчення багаточастинкових фермі-систем з анізотропними типами спарювання ферміонів (в тому числі і різних надплинних фаз гелію–3 в магнітному полі) є *актуальною і важливою тематикою* досліджень не тільки теоретичних, а й експериментальних в різних наукових лабораторіях світу. При цьому механізми куперівського спарювання ферміонів в перерахованих вище конденсованих системах поки не досить добре вивчені (немає єдиної точки зору в науковому співтоваристві фахівців). У цьому ряду конденсованих середовищ (які є макроскопічними квантовими системами зі спонтанно порушеними симетріями, коли симетрія стану статистичної рівноваги системи нижче симетрії гамільтоніана) надплинні фази гелію–3 займають особливе

місце. Унікальність надплинних фаз гелію–3 полягає в тому, що гелій–3 — це єдина на Землі штучно створена фермі-рідина (а не фермі-газ!), яка складається з електрично нейтральних фермі-частинок (атомів ^{3}He), і має при цьому незвичайну спін-триплетну надплинність. У Всесвіті аналогічним надплинним об'єктом, що складається з електронейтральних фермі-частинок — нейтронів, є надплинна нейтронна рідина, яка знаходиться всередині ядер (серцевин) нейтронних зірок, що утворюються в результаті гравітаційного колапсу при вибухах наднових II типу, якими завершується еволюція в часі досить масивних зірок (маса яких $\gtrsim (8 \div 10) \cdot \mathrm{M}_\odot$, де $\mathrm{M}_\odot$ — маса Сонця).

Вже пройшло більше 50 років з моменту відкриття за допомогою наземного радіотелескопу Кембриджського університету (Англія) першого з пульсарів [315], нейтронної зірки, яка швидко обертається і випромінює електромагнітні хвилі в радіодіапазоні (Е. Хьюіш — лауреат Нобелівської премії з фізики в 1974 р. за відкриття пульсарів). З тих пір вже відкрито понад двох з половиною тисяч нейтронних зірок (НЗ) різних типів, більше половини з яких радіопульсари. Але це становить лише дуже малу частку від загальної чисельності нейтронних зірок, які існують у нашій Галактиці і у Всесвіті. Приблизно кілька відсотків з усіх НЗ може становити чисельність так званих магнетарів — сильно намагнічених нейтронних зірок [272, 522], які можуть проявляти себе, як так звані аномальні рентгенівські пульсари (anomalous X-ray pulsars) і як джерела випромінювання повторюваних м'яких гамма-сплесків (soft gamma repeaters). Періоди пульсуючого випромінювання магнетарів становлять кілька секунд. Більшість магнетарів не проявляє себе як радіопульсари [98].

Вивчення різноманітних властивостей нейтронних зірок є *актуальним* в першу чергу для сучасних теоретичної та ядерної астрофізики і мають фундаментальне значення для висвітлення природи явищ, що відбуваються у надгустих фазах конденсованої адронної матерії (зі спонтанно порушеними симетріями), що існують всередині різних нейтронних зірок і, зокрема, в магнетарах (які мають дуже сильне власне магнітне поле, напруженість

якого всередині може сягати 10^{18} Гс [304], але природа походження його поки не відома). Теорія адронної матерії над'ядерних густин ще далека від свого завершення і потребує подальшого розвитку з використанням різних (альтернативних) теоретичних підходів та різних способів експериментального дослідження. А саме, крім вивчення зіткнень (як центральних, так і периферійних [442]) важких іонів високих енергій у сучасних колайдерах є альтернативна можливість дослідження адронної (і зокрема нуклонної) матерії шляхом спостереження за поведінкою нейтронних зірок та їх охолодженням завдяки випромінюванню нейтрино. Важливо зауважити, що в фізиці нейтронних зірок використовуються теоретичні методи і моделі, які зазвичай вже апробовані і вважаються досить надійними в лабораторних умовах, але їх застосування для опису властивостей нейтронних зірок (і, зокрема, надплинності і магнетизму нейтронної рідини) дає змогу виявити межі придатності цих теоретичних підходів у більш екстремальних умовах всередині різномагнітних НЗ.

Дане дисертаційне дослідження складається з двох частин, об'єднаних використанням єдиного теоретичного підходу, а саме — так званого узагальненого фермі-рідинного методу опису надплинних фермі-систем з триплетним спарюванням ферміонів. Перша частина, що складається з двох розділів, присвячена вивченню властивостей надплинних фаз рідкого ^{3}He (в яких взаємодія між атомами ^{3}He є за своєю природою електромагнітною), що знаходяться в стані статистичної рівноваги, при наявності досить сильного постійного в часі просторово однорідного магнітного поля. У другій частині, що включає в себе три наступні розділи, вивчаються рівноважні властивості надплинних фаз густої нейтронної матерії з сильною (ядерною) взаємодією і анізотропним триплетним спарюванням типу ^{3}He при наявності сильного постійного однорідного магнітного поля. Ця частина дисертації може бути використана при теоретичному вивченні властивостей нейтронних зірок (що складаються в основному з нейтронів), які привертають до себе пильну увагу фізиків і астрофізиків вже протягом більше 50 років після відкриття пульсарів, які

мають сильні магнітні поля.

Таким чином, все вище сказане підтверджує актуальність обраної теми теоретичних досліджень в даній дисертації.

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження було вивчення в єдиному модифікованому теоретичному підході рівноважних властивостей і фазових переходів в двох надплинних однокомпонентних фермі-рідинах, що складаються з електронейтральних ферміонів (атомів ^{3}He і нейтронів) з міжчастинковими взаємодіями різної фізичної природи, — а саме, в надплинних фазах рідкого гелію–3 і в щільній нейтронній матерії — з триплетним спарюванням в сильних магнітних полях.

Основні задачі дослідження:

— Узагальнити рівняння Гінзбурга—Ландау для параметра порядку надплинних фаз рідкого гелію–3 в сильних магнітних полях, які справедливі при температурах близьких до температур фазового переходу в ці надплинні стани.

— Знайти в узагальненому фермі-рідинному підході явний вигляд нормальних і аномальних функцій розподілу квазічастинок в загальному випадку — для довільних значень температур, при яких однокомпонентні фермірідини, що складаються з електронейтральних ферміонів, є надплинними з триплетним спарюванням в сильних магнітних полях.

— В узагальненому фермі-рідинному підході вивести формули для температур фазових переходів в різні надплинні фази гелію–3 в сильних магнітних полях і порівняти їх з теоретичними і експериментальними результатами інших авторів.

— Дослідити рівноважні властивості надплинних фаз щільної нейтронної матерії суб'ядерних і над'ядерних густин з триплетним спарюванням нейтронів в сильних магнітних полях, використовуючи в якості взаємодії різні параметризації ефективних сил Скірма, які вже відомі в ядерній фізиці.

— Вивести формули для температур фазових переходів в різні надплинні фази щільної нейтронної матерії з триплетним спарюванням нейтронів в си-

льних магнітних полях і знайти вигляд їх залежності від магнітного поля і від густини в межах застосовності нерелятивістського підходу.

— Знайти для магнітної сприйнятливості явну залежність від густини для нейтронної матерії з різними параметризаціями сил Скірма і з триплетним спарюванням нейтронів в граничному випадку нульової температури.

— Вивести формули для питомої теплоємності, що залежить від температури і густини, як для щільної надплинної нейтронної матерії, так і для надплинних фаз гелію–3 з анізотропним триплетним спарюванням в межах наднизьких температур і температур близьких до температур фазових переходів з нормальних в надплинні стани за відсутності магнітного поля.

Об'єктами дослідження є надплинні фази рідкого гелію–3, а також щільна нейтронна матерія, яка існує в надплинних станах з анізотропним триплетним спарюванням нейтронів в рідкому шарі ядра нейтронних зірок.

Предметом дослідження є рівноважні властивості надплинних фаз рідкого гелію–3 і густої нейтронної матерії з анізотропним триплетним спарюванням ферміонів (атомів ^{3}He і нейтронів) за наявності сильних магнітних полів.

Методи дослідження. Основним методом теоретичного дослідження в дисертації є напівфеноменологічний узагальнений фермі-рідинний підхід. Цей метод узагальнює теорію нормальної фермі-рідини, розроблену Л.Д. Ландау для опису властивостей рідкого ^{3}He в нормальному стані, на випадки опису надплинних фермі-рідин. А саме, в даній дисертації в єдиному модифікованому фермі-рідинному підході вивчаються дві макроскопічні фермісистеми з триплетним спарюванням електронейтральних ферміонів — надплинні фази рідкого ^{3}He і надплинні фази щільної нейтронної матерії з триплетним спарюванням в сильних магнітних полях. Розрахунки проводяться, головним чином, аналітичними методами теоретичної і математичної фізики з використанням чисельних методів при розв'язанні деяких нелінійних інтегральних рівнянь.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертації розвинуто

і застосовано узагальнений фермі-рідинний підхід для опису надплинності фермі-рідин з триплетним спарюванням у сильних магнітних полях. При розв'язанні вказаних задач дисертантом були отримані такі нові результати.

— Вперше знайдено квадратичну по магнітному полю H поправку до коефіцієнту при просторових похідних від параметра порядку в рівнянні Гінзбурга–Ландау для надплинного ^{3}He, яка в помірно сильних полях сягає значень $\sim 10\%$ від величини коефіцієнта при $H = 0$ і тому цю поправку необхідно враховувати.

— Для параметра порядку надплинної фермі-рідини отримано рівняння Гінзбурга–Ландау для випадку триплетного p–спарювання за відсутності зовнішнього магнітного поля, але при наявності однорідної течії нормальної компоненти надплинної фермі-рідини зі швидкістю v_n. У разі p–спарювання типу ^{3}He в результаті аналітичних розрахунків по теорії збурень рівняння Гінзбурга–Ландау отримано з поправками до коефіцієнтів при градієнтах від параметра порядку. Ці поправки до коефіцієнтів в рівнянні обумовлені впливом однорідного потоку зі швидкістю v_n і можуть досягати за величиною $\sim 10\%$ від значень коефіцієнтів при $v_n = 0$. Облік знайдених *вперше нових поправок* в рівнянні Гінзбурга–Ландау є важливим насамперед для надплинної фази $^3\mathrm{He} - B$.

— В узагальненому фермі-рідинному підході отримано *вперше* в явному вигляді загальні аналітичні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок в довільних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонов з триплетним спарюванням (спін куперівської пари дорівнює одиниці, орбітальний момент пари — будь-яке непарне число), в постійному однорідному помірно сильному магнітному полі і при наявності течії нормальної компоненти зі швидкістю $\mathbf{v}_n$. Результуючі вирази для функцій розподілу квазічастинок справедливі при будь-яких температурах з інтервалу зміни $0 \leq T \leq T_c$, при яких фермі-рідина знаходиться в надплинному стані.

— Для надплинної фази типу $^3\mathrm{He} - A_2$ в помірно сильному магнітному по-

лі отримано складну систему нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля при врахуванні двох обмінних нормальних фермі-рідинних амплітуд Ландау. Цю систему нелінійних рівнянь для довільних значень температури з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$ можна розв'язувати наближено за допомогою чисельних методів.

— *Вперше* виведено систему нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля в щільній надплинній просторово однорідній нейтронній матерії з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Передбачалося, що магнітне поле постійне, однорідне і «помірно» сильне, а параметризація ефективних сил Скірма в надплинній нейтронній матерії — довільна.

— З інтегральних рівнянь *вперше* отримано загальні наближені аналітичні вирази для температур фазових переходів просторово однорідної надплинної нейтронної матерії з довільною параметризацією ефективних сил Скірма в надплинні стани з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Здобуті функції для температур фазових переходів лінійно залежать від «помірно» сильних магнітних полів і нелінійно — від густини числа нейтронів в інтервалі зміни від суб'ядерних до над'ядерних значень, які характерні для густини нейтронів в рідкому зовнішньому шарі ядра нейтронних зірок.

— *Вперше* виведено загальну наближену аналітичну формулу для ефективного магнітного поля, яка справедлива в граничному випадку нульової температури для довільних параметризацій сил Скірма в щільній надплинній нейтронній матерії при суб'ядерних і над'ядерних густинах і з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$. Для конкретних традиційних параметризацій SLy2, Gs, RATP і BSk17 сил Скірма отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей ідеального фермі-газу нейтронів і надплинної нейтронної матерії.

— Встановлено, що в магнітному полі різниця $T_{c,1} - T_{c,2}$ температур фазових переходів густої нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p–спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу $^3\mathrm{He} - A_1$,

а потім — в стан типу $^3\mathrm{He}-A_2$), нелінійно зростаючи із зростанням густини, стає розбіжною при наближенні густини до деякого граничного критичного значення, яке, як правило, перевищує ядерну густину і є різним для різних традиційних параметризацій ефективних сил Скірма в нейтронній матерії. При цьому ж критичному значенні густини прямує до нескінченності і парамагнітна сприйнятливість надплинної нейтронної матерії, що інтерпретується як фазовий перехід надплинної нейтронної матерії в феромагнітний стан, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю густої нейтронної матерії з традиційними силами Скірма.

— Показано, що температурні залежності енергетичної щілини надплинних фермі-рідин типу $^3\mathrm{He}-A$ поблизу $T=0$ і в околі T_{c0} (при $H=0$) обумовлені тільки симетрією параметра порядку і не залежать від природи взаємодій, які призводять до триплетного куперівського спарювання в системі. Але залежності від густини для температур фазових переходів $T_{\mathrm{c0,BSk}}$ і для енергетичної щілини в надплинній нейтронній матерії з узагальненими BSk силами Скірма мають немонотонний — «дзвоноподібний» — профіль залежності і відрізняються якісно і кількісно від відповідних величин в надплинній фазі $^3\mathrm{He}-A$ рідкого гелію–3.

— Отримано наближені аналітичні формули для питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії і надплинної фермі-рідини з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$, які справедливі при температурах поблизу $T=0$ і в околі T_{c0}. *Встановлено*, що характер залежності питомої теплоємності від температури T в надплинній фазі (при $0<T<T_{\mathrm{c0}}$) *не залежить від типу взаємодії між ферміонами*. Тобто степенева температурна залежність питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії і надплинної фермі-рідини визначається типом анізотропного спарювання ферміонів.

— Здобута *вперше* уточнена аналітична формула для питомої теплоємності надплинної нейтронної матерії (і надплинної фермі-рідини) містить *додаткову поправку* $\sim T^5$, яка може досягати за величиною кількох відсотків в порівнянні з відомим головним доданком $\sim T^3$ на інтервалі зміни темпера-

тури $0 < T \ll T_{c0}(n)$.

— Показано, що залежність питомої теплоємності від густини числа частинок істотно різниться для різних надплинних фермі-рідин (або для надплинної нейтронної матерії з різними узагальненими параметризаціями сил Скірма) і визначається параметрами взаємодії.

— *Вперше* отримано загальні аналітичні наближені вирази для температур $T_{c1,2}(H,n)$ фазових переходів в надплинній нейтронній матерії з триплетним спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$, що залежать лінійним чином від магнітного поля H в «помірно» сильних магнітних полях. Крім того, ці вирази для температур фазових переходів залежать немонотонним чином від густини нейтронної матерії з узагальненими BSk ефективними силами Скірма, а саме, мають дзвоноподібний профіль залежності від n при кожному фіксованому значенні магнітного поля.

— Показано *вперше*, що не тільки в нормальній, але і в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним p–спарюванням нейтронів (типу $^3\mathrm{He}-A$) і з узагальненими параметризаціями BSk18 — BSk21 типів взаємодій Скірма (які містять додаткові доданки, що залежать від густини n числа нейтронів) усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість $\chi_{BSk}(n)$ проявляє несингулярну залежність від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях, як в рідкому шарі ядра нейтронних зірок.

— В результаті чисельного розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з BSk21 параметризацією сил Скірма в граничному випадку нульової температури *встановлено*, що в помірно сильних магнітних полях з інтервалу $10^{16}\text{Гс} \leq H \leq 10^{17}\text{Гс}$ починає проявлятися слабка нелінійна залежність від магнітного поля величини розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$. Знайдене розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку має також малу асиметрію, зростаючу слабо нелінійним чином із зростанням магнітного поля в цьому інтервалі.

Деякі результати, отримані автором, мають також *методичне значення*:

— З виведеного рівняння Гінзбурга–Ландау отримано формули для температур фазових переходів з нормального стану фермі-рідини (типу ^{3}He) в $^3\mathrm{He}-A_1$ і з $^3\mathrm{He}-A_1$ в $^3\mathrm{He}-A_2$ в магнітному полі. Ці вирази узгоджуються з відомими формулами теорії слабкого зв'язку для температур фазових переходів $T_{A_1}(H)$ і $T_{A_2}(H)$. Крім того, з рівняння Гінзбурга–Ландау отримано формулу для температури $T_B(H)$ фазового переходу з надплинної фази $^3\mathrm{He}-A$ в $^3\mathrm{He}-B$ в помірно сильному магнітному полі. Знайдена головна квадратична залежність $T_B(H)$ від магнітного поля якісно узгоджується з поведінкою температури фазового переходу в надплинну фазу $^3\mathrm{He}-B$. Отримані формули для температур фазових переходів *мають не тільки методичний інтерес*, бо *вперше знайдена нова додаткова нелінійна поправка* в магнітному полі в формулі для $T_B(H)$, відносний внесок якої хоча і малий в межах застосовності теорії збурень, але може досягати декількох відсотків в помірно сильних полях.

— Для надплинних фаз типу $^3\mathrm{He}-A_1$, $^3\mathrm{He}-A_2$ і $2D$–фази ^{3}He в помірно сильному магнітному полі при температурах $0 \le T \le T_c$ знайдено систему рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля, а також загальний вираз для нелінійної магнітної сприйнятливості для цих фаз при обліку обмінної нормальної фермі-рідинної амплітуди Ландау.

Наукове і практичне значення отриманих результатів. Більшість результатів, наведених у цій дисертації, отримано вперше. Дані дослідження виконані в єдиному теоретичному підході (узагальненому фермі-рідинному підході) мають не тільки фундаментальний характер із точки зору отримання нових знань, подальшого розвитку методів статистичної фізики, теорії конденсованого стану квантових макросистем (що перебувають в екстремальних умовах — при низьких температурах, в сильних магнітних полях та при над'ядерних густинах) зі спонтанно порушеними симетріями, але й мають перспективу з точки зору застосувань розроблених методів у суміжних областях фізики (зокрема, у фізиці надпровідників з незвичайними типами ку-

перівського спарювання ферміонів) та астрофізики, а також удосконалення методики викладання статистичної фізики та фізики конденсованого стану вироджених систем студентам фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Особистий внесок здобувача. Усі статті за темою дисертації, а також усі доповіді та тези доповідей у матеріалах вітчизняних і міжнародних конференцій виконані та опубліковані здобувачем особисто (без співавторів).

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на наступних вітчизняних та міжнародних конференціях і школах:

— Всесоюзная конференция «Современные проблемы статистической физики» (Харьков, 14–17 мая 1991 г.), ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А. Стеклова;

— 30-е Совещание по физике низких температур (НТ30), 6–8 сентября 1994, Дубна, (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». Объединенный институт ядерных исследований);

— XXI International Conference on Low Temperature Physics (LT21), August 8–14, 1996, Prague, Czech Republic;

— 31-е Совещание по физике низких температур (НТ31), 2–3 декабря 1998, Москва, (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт Физических Проблем им. П.Л. Капицы РАН);

— International Conference "Special Problems in Physics of Liquids" (dedicated to the memory of Prof. I. Z. Fisher), May 31 – June 4, 1999, Odessa, Ukraine (Kiev National University, Odessa State University);

— 32-е Всероссийское Совещание по физике низких температур (НТ32), 3–6 октября 2000, Казань, (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». Казанский госуниверситет, Казанский Физико-Технический Институт КНЦ РАН);

— International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical

Physics" (QEDSP 2001), October 30 – November 3, 2001, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology");

— 23rd International Conference On Low Temperature Physics (LT23), August 20–27, 2002, Hiroshima, Japan;

— 2nd International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems", September 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— Bogolyubov Kyiv Conference "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", September 13–16, 2004, Kyiv, (International Association of Academies of Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Mathematics, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics);

— 3rd International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27–30, 2005, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— 24th International Conference on Low Temperature Physics (LT24), August 10–17, 2005, Orlando, Florida, USA;

— 2nd International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), September 19–23, 2006, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology");

— 4th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23–26, 2008, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— Bogolyubov Kyiv Conference "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics" (Dedicated to the 100th anniversary of M.M. Bogolyubov (1909–1992)), September 15–18, 2009, Kyiv, (International Association of Academies of Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Institute of Mathematics);

— 5th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2010), May 21–24, 2010, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— 26th International Conference on Low Temperature Physics (LT26), August 10–17, 2011, Beijing, China;

— 3rd International Conference on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), August 29 – September 2, 2011, Kharkov, Ukraine (National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology");

— International Conference "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, October 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine;

— International School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD–2013), May 22–24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine (Oles Honchar Dnipropetrovsk National University);

— 6th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2014), May 23–27, 2014, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— 7th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2016), May 27–30, 2016, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University);

— 28th International Conference on Low Temperature Physics (LT28), August 9–16, 2017, Gothenburg, Sweden;

— 8th International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2018), May 18–22, 2018, Kyiv, Ukraine (Kyiv Taras Shevchenko National University).

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана у відділі «Статистичної фізики і квантової теорії поля» Інституту теоретичної фізики (ІТФ) ім. О. І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» (ННЦ ХФТІ) НАН України. Вона є складовою частиною наступних науково-дослідних робіт і проектів:

— науково-дослідна робота «Фазовые переходы в нормальных и сверхтекучих ферми-жидкостях и теоретико-групповые методы в теории поля» (про-

грама робіт з Атомної науки і техники ННЦ ХФТІ, термін виконання 1993 — 2000 рр., виконавець);

— тема ГКНТ науково-дослідної роботи «Фундаментальные проблемы статистической механики неравновесных процессов в конденсированных средах» по Программе «Атомная наука и техника — 2000» (ННЦ ХФТІ, термін виконання 1995 — 1996 рр., виконавець);

— тема ГКНТ науково-дослідної роботи «Развитие теории систем со спонтанно нарушенной симметрией, конденсированных сред при наличии длинноволновых флуктуаций, исследование коллективных эффектов в квантовоэлектродинамических процессах» по Программе «Атомная наука и техника — 2000» (ННЦ ХФТІ, термін виконання 1995 — 1996 рр., виконавець);

— проект 2.4/378 Державного фонду фундаментальних досліджень України «Статистическая физика конденсированного состояния и флуктуаций в неравновесных системах» (термін виконання 1996 — 1997 рр., виконавець);

— науково-дослідна робота «Фазовые превращения в сверхтекучих ферми-жидкостях и изучение динамики струн и бран на основе теоретико-групповых методов» (ІТФ ННЦ ХФТІ, термін виконання 2001 — 2002 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота «Теоретичні дослідження по проблемам статистичної механіки конденсованих систем і теорії поля» (ІТФ ННЦ ХФТІ, номер державної реєстрації 080901UP0009, термін виконання 2003 — 2005 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Теоретичні дослідження по статистичній фізиці конденсованих середовищ зі спонтанно порушеною симетрією і газоподібних систем та теоретико-груповим методам у теорії поля» (номер державної реєстрації 080906UP0010, термін виконання 2006 — 2010 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Розвиток методів статистичної фізики та квантової теорії поля для дослідження проблем конденсованих і газоподібних середовищ та динаміки

полів і суперсиметричних подовжених об'єктів» (номер державної реєстрації 0111U009549, термін виконання 2011 — 2015 рр., відповідальний виконавець);

— науково-дослідна робота Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Дослідження класичних і квантових симетрій у теоретико-польових та струнних моделях та проблем статистичної механіки конденсованих середовищ» (номер державної реєстрації 0116U007065, термін виконання 2016 — 2020 рр., відповідальний виконавець);

Публікації. Результати дисертації опубліковані в 49 наукових роботах: в 18 статтях в рецензованих фахових періодичних вітчизняних і міжнародних наукових журналах, в 2 препринтах (один з яких опубліковано в електронному вигляді в arXiv:nucl-th), в 2 доповідях в збірниках праць наукових конференцій, а також в 27 тезах доповідей на вітчизняних і міжнародних конференціях. Всі ці наукові роботи виконані і опубліковані в одноосібному авторстві. Список робіт наведено в кінці дисертації в Додатку Б.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу і п'яти розділів основного тексту з 45 рисунками та 2 таблицями, висновків, списку використаних джерел з 529 найменувань і двох додатків. Загальний обсяг тексту дисертації складає 329 сторінок, з яких список використаних джерел займає 46 сторінок, додатки займають 33 сторінки, рисунки і таблиці, які розміщені в основному тексті на окремих сторінках, займають 18 сторінок, тобто основний текст займає 232 сторінки.

Частина I

НАДПЛИННІСТЬ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В РІДКОМУ ГЕЛІЇ–3 В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Перша частина дисертації, що складається з двох розділів, присвячена теоретичному дослідженню в узагальненому фермі-рідинному підході рівноважних властивостей надплинних фаз рідкого ^{3}He з триплетним спарюванням в постійному досить сильному просторово однорідному магнітному полі.

РОЗДІЛ 1

РІВНЯННЯ ГІНЗБУРГА—ЛАНДАУ ДЛЯ НАДПЛИННОЇ ФЕРМІ-РІДИНИ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ

1.1. Вступ. Огляд літератури

Предметом вивчення в цьому та наступному розділах є надплинна парамагнітна фермі-рідина, що складається з електронейтральних ферміонів з триплетним спарюванням при наявності постійного в часі і просторово однорідного магнітного поля. Реальними об'єктами такого роду можуть служити надплинні фази рідкого ^{3}He, а також нейтронна рідина в надплинному стані (всередині нейтронних зірок) [132, 497, 507]. Будемо вивчати тут головним чином надплинний ^{3}He, хоча загальне формулювання теорії, що викладається нижче, має відношення і до нейтронної фермі-рідини з триплетним спарюванням (яку докладніше будемо вивчати нижче — в трьох заключних розділах). Обмежимося в цьому розділі розглядом області температур T поблизу температури фазового переходу (ФП) другого роду з нормального в надплинний стан T_c (в нульовому магнітному полі $H = 0$). Тобто вважаємо, що $T_c - T \ll T_c$, з самого початку виключаючи з розгляду надзвичайно вузьку область температур $(T_c - T)/T_c \lesssim (T_c/\varepsilon_F)^4 \ll 1$ (аналогічні оцінки в моделі Бардіна-Купера-Шріффера (БКШ) для надпровідників див. в [2, 97, 113]), в якій стають істотними флуктуації параметра порядку (в ^{3}He є малим відношення: $T_c/\varepsilon_F \sim 10^{-3}$ [518], де ε_F — енергія Фермі).

В ^{3}He при $H = 0$ і тисках P менших тиску $P_{PCP} \approx 21.2$ бар, відповідного полікритичній точці (див. [1, 300, 393, 394, 518]), термодинамічно стабільна тільки надплинна фаза $^3\mathrm{He} - B$ (так звана BW - фаза або «фаза Бальяна і Вертхамера» (БВ) за прізвищами авторів статті [205]; цю ж фазу одночасно і

незалежно запропонував і теоретично досліджував Ю.А. Вдовін [50]; см. також історичні подробиці відкриття надплинних фаз ^{3}He в Нобелівській лекції [92, 354]), а при більш високих тисках $P > P_{PCP}$ поблизу T_c більш стійка фаза $^3\mathrm{He}-A$ (звана інакше ABM - фаза або більш повна назва — «фаза Андерсона — Брінкмана — Морела» [191, 193, 233]). Включення зовнішнього магнітного поля H призводить, як відомо (див., наприклад, [107, 130, 188, 353, 454, 519]), до істотних змін фазової діаграми ^{3}He. Полікритична точка зникає, а ФП з нормального ^{3}He в $^3\mathrm{He}-A$ розщеплюється на два переходи (A_1 і A_2) так, що між нормальним рідким гелієм-3 і A - фазою виникає надплинна фаза $^3\mathrm{He}-A_1$ [302]. Фаза $^3\mathrm{He}-A_1$ стабільніша, ніж $^3\mathrm{He}-A$ в дуже вузькій області температур $T_{A_1}(H) - T_{A_2}(H) \ll T_c$, яка лінійно розширюється зі зростанням H (причому $^3\mathrm{He}-A$ і $^3\mathrm{He}-A_1$ при $H \neq 0$ стабільні при тисках $0 \leq P < P_{melt} \approx 34.4$ бар, де P_{melt} — тиск, при якому рідкий ^{3}He переходить в тверду фазу, яка представляє собою квантовий кристал [72, 73, 76]). Поряд з цими фазами теоретично передбачено існування в магнітному полі так званої планарной (плоскої) $2D$ - фази [10, 45, 353], а також ряду інших надплинних фаз (див. докладніше в [245, 246, 379, 380]), які можуть бути стабільні. Однак ці передбачення вимагають додаткових експериментальних підтверджень [288] і теоретичних досліджень [20, 71] (і, зокрема, про $2D$ - фазу см. також в [46], [242] і посилання там).

Як відомо, для аналізу питань існування різних стійких фаз надплинного ^{3}He поблизу T_c істотним є облік нелінійних по параметру порядку (ПП) доданків в розкладанні Гінзбурга — Ландау (ГЛ) вираження для вільної енергії ^{3}He [101, 207, 235, 329, 370, 371]. У роботах [191, 235, 341, 492, 493] враховувалося посилення притягальної взаємодії (додатково до притягання Ван дер Ваальса між атомами ^{3}He, яке врахував Л.П. Пітаєвський в його ранній роботі [120], присвяченій питанню надплинності рідкого ^{3}He) при p–спарюванні атомів в ^{3}He в моделі спінових флуктуацій (СФ). При цьому було показано, що при збільшенні тиску в коефіцієнтах розкладання ГЛ зростають відмінності від їх значень, отриманих у звичайній теорії БКШ (званої в цьому сенсі

теорією слабкого зв'язку (WC) — от "weak coupling"). Облік цих відмінностей за рахунок так званих ефектів сильного зв'язку (SC — "strong coupling") дозволив якісно пояснити стабільність ^{3}He $-$ A для $P > P_{PCP}$ (при $H = 0$), чого не вдавалося зробити в рамках теорії БКШ. Причиною такої відмінності може бути залежність від ПП для взаємодії, що призводить до спарювання ферміонів (атомів ^{3}He). З робіт [191, 235] слідує (як зазначалося і в [521]), що такі SC ефекти впливають тільки на члени четвертого і більш високих порядків (в розкладанні ГЛ функціоналу вільної енергії для ^{3}He за степенями ПП), а члени другого порядку (в тому числі і залежні від магнітного поля) не змінюються. Це твердження в такій же мірі справедливо і для просторово неоднорідної системи, і тому квадратичні по градиентам члени, згідно [521], можна обчислювати в рамках WC теорії.

Однак в роботах Серена і Райнера [407, 432–434] був розвинений інший полумікроскопічний (квазікласичний) підхід, в якому сформульована так звана "weak-coupling-plus" (WCP) модель надплинного ^{3}He (яка враховує і WC, і SC ефекти). WCP модель як окремі випадки включає в себе СФ моделі надплинного ^{3}He. В цьому підході у вигляді розкладання за степенями $T_c/\varepsilon_F \sim 10^{-3}$ розраховані SC поправки, які виражені через усереднену за кутовими змінними амплітуду розсіювання квазічастинок (АРК) на поверхні Фермі в ^{3}He в нормальному стані. При цьому крім «тривіальних» SC поправок до коефіцієнтів при членах четвертого порядку [407] в [432] знайдені і «нетривіальні» SC поправки (за термінологією авторів роботи [432]) до квадратичних по ПП членів в функціоналі ГЛ (з урахуванням градієнтів ПП і зовнішнього магнітного поля). «Нетривіальні» SC поправки, згідно з розрахунками [432], навіть при високому тиску поблизу $P_{melt} \approx 34.4$ бар становлять менше 10% від значень відповідних коефіцієнтів в WC теорії. Незважаючи на порівняльну мализну, такі поправки представляють інтерес, так як дають додаткову інформацію про структуру АРК на поверхні Фермі в ^{3}He в нормальному стані. Ці відомості важливі тому, що не вдається виконати детальний розрахунок АРК теоретично з перших принципів для такої багаточастинкової системи,

як рідкий ^{3}He, з досить сильною за величиною взаємодією. Експерименти також можуть дати лише обмежену інформацію про АРК. Тому в [432] для отримання кількісних оцінок величин «нетривіальних» SC поправок використовувалося так зване $s-p$ – наближення, в якому АРК виражається в термінах параметрів Ландау $F_l^{s,a}$ [89, 112, 211] і передбачається, що $F_l^{s,a}=0$ при $l\geq 2$. Однак, як відзначено в [407], $s-p$ – наближення краще узгоджується з експериментом при низькому тиску, а при збільшенні тиску воно призводить до зростання відмінностей від експерименту [306].

Таким чином, хоча роботи [407, 432, 433] (з урахуванням деяких удосконалень в розрахунках АРК ^{3}He в [422, 423], [357–359], а також вводячи відповідним чином [422, 423] обрізання при підсумовуванні по частотах в формалізмі Серена і Райнера) покращують згоду теорії з експериментом в порівнянні з СФ теоріями надплинного ^{3}He [191, 235, 341, 492, 493], але все-таки невідповідність з експериментом залишається [454] (в тому числі при високих тисках і поблизу T_c [300]).

Одна з головних цілей цього розділу — показати, що крім «нетривіальних» SC поправок до коефіцієнтів при лінійних по ПП членах в рівнянні ГЛ для надплинної фермі-рідини типу ^{3}He існують додаткові поправки, зумовлені впливом постійного однорідного *досить сильного* магнітного поля, яке деформує ПП. Причому в помірно сильних магнітних полях величини цих поправок можуть бути одного порядку і навіть перевершувати «нетривіальні» SC поправки роботи [432]. При цьому ми не враховували SC ефекти, роль яких, як зазначалося вище, спадає при зменшенні тиску. Тому наші результати можуть мати практичне значення для дослідження надплинних фаз ^{3}He (головним чином $^3\mathrm{He}-B$) в помірно сильних магнітних полях при порівняно низькому тиску. Під помірно сильними тут маються на увазі магнітні поля, для яких виконується нерівність $|\mu_n|H_{eff}/2T_c\ll 1$ (надалі за цим малим параметром будуємо теорію збурень; це питання обговорюється більш детально в підрозділі 1.10, див. там нерівності (1.97), (1.98) еквівалентні нерівностям (51) і (52) зі статті автора [146]). Тут μ_n — магнітний дипольний момент

ядра атома ^{3}He; H_{eff} — ефективне поле, що виникає в ^{3}He за рахунок перенормування зовнішнього магнітного поля H обмінними фермі-рідинними взаємодіями (що підсилюють в ^{3}He зовнішнє поле H). На відміну від роботи [424], в якій в нехтуванні SC ефектами в $^3\mathrm{He}-B$ при нульовому тиску отримана система нелінійних рівнянь для ПП (без урахування його просторових градієнтів) і для H_{eff} в разі сильних магнітних полів (при обліку $F_2^a \neq 0$) при температурах $0 < T < T_c$, ми враховуємо градієнти ПП і знаходимо поправки (за рахунок впливу магнітного поля) до коефіцієнтів при них в рівнянні ГЛ для ПП поблизу T_c (при $T_c - T \ll T_c$). Крім того, при виведенні рівнянь для ПП будемо нехтувати впливом слабкої магнітно – дипольної взаємодії між ядрами атомів ^{3}He [1], що є виправданим в досить сильних магнітних полях $H \gg 30$ Гс [107, 234, 282, 353], а також при температурах, що задовольняють нерівності $10^{-3} \ll (T_c - T)/T_c$ [107, 139]. Підкреслимо тут, що, хоча внесок нелінійних по ПП членів в рівняння ГЛ є істотним в даній області зміни температур, ми, проте, в подальшому явно виписуємо тільки лінійні по ПП члени в рівнянні ГЛ (так як одна з головних цілей в цьому розділі — порівняти наші поправки до них в магнітному полі з «нетривіальними» SC поправками [432]).

Розгляд в цьому розділі (і в наступних розділах) засновано на використанні фермі-рідинного підходу Ландау, узагальненого в [15, 81, 114], [180, 338] на надплинні системи. Цей підхід застосовувався в [70] для виведення рівнянь для ПП надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням в разі просторово однорідного ПП, а в разі просторово неоднорідного ПП поблизу T_c — в роботах автора [143, 144] (в яких отримане рівняння ГЛ узгоджується з відомим лінеаризованим рівнянням ГЛ [187] і з нелінійними складовими [107, 353] без урахування SC ефектів). В [70] і [143, 144] не враховувався вплив зовнішнього магнітного поля і нехтували наявністю в ^{3}He обмінних фермі-рідинних взаємодій.

В цьому розділі, присвяченому виведенню рівнянь ГЛ для надплинних фаз рідкого ^{3}He, нижче будуть викладені зміст і результати зазначених ро-

біт [143, 144] автора, а також авторських статей [146, 147], в яких враховано не тільки вплив досить сильного зовнішнього магнітного поля і наявність в ^{3}He обмінних фермі-рідинних взаємодій, але і течія нормальної компоненти надплинного гелію–3. Слід зазначити, що застосування узагальненого на надплинні системи фермі-рідинного підходу дозволяє при виведенні рівнянь ГЛ для ПП використовувати замість формалізму функцій Гріна більш прості величини — нормальні і аномальні «функції розподілу» квазічастинок.

Феноменологічні рівняння Гінзбурга—Ландау (ГЛ) вперше були отримані в роботі [58] ще до створення мікроскопічної теорії БКШ [206] (для надпровідності зі спін-синглетним s–спарюванням). Л.П. Горьков вивів [60] ці рівняння в мікроскопічному підході, заснованому на використанні рівнянь для нормальних і аномальних температурних (мацубарівських) функцій Гріна [4, 59, 97]. При цьому він застосував теорію збурень за малим параметром порядку надпровідника (який є малим при температурах T близьких до температури T_c фазового переходу 2-го роду в надпровідний стан) і малим просторовим градієнтам як параметра порядку, так і зовнішнього магнітного поля. В результаті Горьков отримав явні вирази для коефіцієнтів в рівняннях ГЛ для надпровідників з синглетним s–спарюванням електронів (див., наприклад, [131], а також двотомний збірник статей «Надпровідність» [392] і в ньому огляд [517] інших робіт по рівняннях ГЛ).

У цьому ж підході (на основі рівнянь Горькова для нормальних і аномальних функцій Гріна) рівняння ГЛ для надплинних фермі-систем зі спін-триплетним p–спарюванням ферміонів були вперше отримані в роботі [187] (див. переклад в збірнику [130] і огляд [353]) в лінеаризованій по параметру порядку формі. Надалі вивчався вплив нормальних фермі-рідинних (НФР) амплітуд Ландау на функціонал вільної енергії (і, отже, на рівняння ГЛ) при температурах T поблизу T_c для надплинних фаз ^{3}He (див. [264, 407], огляд [234] і посилання там).

У роботах [81, 114, 338] був розвинений новий альтернативний напівфеноменологічний підхід до теорії надплинної фермі-рідини, який узагальнює

теорію Ландау нормальної фермі-рідини, запропоновану Л.Д. Ландау [87–89] для рідкого ^{3}He і поширену В.П. Сіліним [133] на електронну рідину в нормальних металах. Виведення в цьому узагальненому підході рівнянь ГЛ для надплинної фермі-рідини з синглетним s–спарюванням ферміонов при наявності просторово неоднорідного постійного в часі магнітного поля див. в [82, 338], а для двозонних надпровідників з синглетним s–спарюванням електронів див. в [83, 339].

У цьому розділі нижче використовується *узагальнений* фермі-рідинний підхід [81, 114, 338] для виведення рівнянь ГЛ електронейтральних надплинних фермі-систем з триплетним p–спарюванням (див. статті автора [143, 144, 146, 147]). Прикладами таких систем є так звані унітарні і неунітарні надплинні фази з p–спарюванням рідкого гелію–3 (див., наприклад, статті 6, 7, 9, 13 в збірнику [130] і монографію [507]). Унітарними називають [1, 130] фази (за відсутності магнітного поля), параметр порядку яких пропорційний унітарній матриці. Унітарними є надплинні $^3\mathrm{He}-A$ і $^3\mathrm{He}-B$ фази в нульовому магнітному полі. Неунітарними називають надплинні фази гелію–3 з намагніченістю, що виникає в магнітному полі. До неунітарних відносяться надплинні фази $^3\mathrm{He}-A_1$, $^3\mathrm{He}-A_2$ і $^3\mathrm{He}-B_2$, існуючі в магнітному полі (див., наприклад, [507] і посилання там).

Тут не розглядаються інтерметалічні надпровідники з важкими ферміонами (з електронами, що мають аномально великі значення ефективної маси, які в $\sim 10^2 \div 10^3$ разів перевищують масу вільного електрона): $CeCu_2Si_2$, UBe_{13}, UPt_3, ... [9, 52, 65, 109, 438], а також надпровідні сполуки — Sr_2RuO_4 і інші представники родини так званих металевих рутенатів [363], і феромагнітні сполуки урану: UGe_2, URhGe, UCoGe, UIr [108, 375] (*у всіх цих родинах надпровідників можливо нетривіальне, а саме, триплетне спарювання ферміонів, схоже на спарювання в надплинних фазах* ^{3}He), так як в них суттєву роль, мабуть, грає спін-орбітальна взаємодія, що порушує інваріантність функціоналу енергії щодо незалежних спінових і просторових обертань, а також необхідно враховувати симетрію кристалічної решітки.

1.2. Основні рівняння за відсутності магнітного поля

Розглянемо спочатку надплинну фермі-рідину з електронейтральних частинок за відсутності магнітного поля. В основу опису надплинної фермі-рідини покладаємо її енергію, яка є функціоналом $E(f, g, g^+)$ як нормальної «функції розподілу» $f_{12} \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2^+ a_1$ (що є одночастинковою матрицею густини), так і аномальних «функцій розподілу» $g_{12} \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2 a_1$, $g_{12}^+ \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2^+ a_1^+$ фермі-квазічастинок (ρ — нерівноважний статистичний оператор, a_1^+, a_1 — оператори народження і знищення ферміонів в стані $1 \equiv \mathbf{p}_1, s_1$, де $\mathbf{p}_1$ — вектор імпульсу, s_1 — проекція спіна на вісь квантування). Ці «функції розподілу» фермі-квазічастинок зручно об'єднати в блокову матрицю

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f & g \\ g^+ & 1 - \tilde{f} \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

($\tilde{}$ — знак транспонування матриці). Припускаємо в подальшому, що функціонал енергії ферміонів інваріантний щодо локальних фазових перетворень, а також незалежних обертань в спіновом і в координатному просторах.

У надплинному стані при температурах T поблизу T_c аномальні «функції розподілу» g_{12} і g_{12}^+ малі (при температурах $T > T_c$ аномальні ФР перетворюються в нуль) і тому функціонал енергії $E(f, g, g^+)$ з урахуванням зазначених властивостей інваріантності можна розкласти в ряд за ступенями g і g^+:

$$E(f, g, g^+) = E_0(f) + E_1(f) + E_2(g, g^+). \tag{1.2}$$

Тут $E_0(f)$ — енергія вільних ферміонів, $E_1(f)$ — функціонал енергії взаємодії, який залежить від нормальних фермі-рідинних (НФР) амплітуд Ландау; $E_2(g, g^+)$ — функціонал енергії, що залежить від аномальних фермі-рідинних (АФР) амплітуд взаємодії L_1 і L_2, введених в [81, 114, 338], в такий спосіб:

$$E_2(g, g^+) = \frac{1}{V^2} \sum_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4} \big[(g_0)^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} (L_1)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2;\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4} (g_0)_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4} +$$

$$+(g_j)^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(L_2)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2;\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}(g_j)_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}\big]\delta_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2,\mathbf{p}_3+\mathbf{p}_4}, \tag{1.3}$$

де $\delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}$ — символ Кронекера, V — об'єм системи і

$$(g_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \frac{1}{2}(\mathrm{Sp}_s g\sigma_2)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad (g_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \frac{1}{2i}(\mathrm{Sp}_s g\sigma_2\sigma_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.4}$$

σ_j — матриці Паулі (j =1, 2, 3) [47, 90]:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

які пов'язані з оператором спіна $\hat{\mathbf{s}}$ (для спіна $s = 1/2$) співвідношенням: $\hat{s}_j = \frac{1}{2}\hat{\sigma}_j$ (тут і нижче, як правило, мається на увазі, що стала Планка $\hbar = 1$).

В координатному зображенні при локальних фазових перетвореннях справедлива наступна трансформаційна формула для аномальної «функції розподілу»:

$$g_{s_1s_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \to g'_{s_1s_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = g_{s_1s_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)e^{i(\varphi(\mathbf{x}_1)+\varphi(\mathbf{x}_2))}$$

і тому фазово-інваріантний квадратичний по g функціонал енергії $E_2(g, g^+)$ можна записати у вигляді

$$E_2(g, g^+) = \int \mathrm{d}^3x_1\mathrm{d}^3x_2\big[g_0^*(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)L_1(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)g_0(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)+ \\ +g_j^*(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)L_2(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)g_j(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)\big], \tag{1.5}$$

де

$$g_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{2}\mathrm{Sp}_s g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\sigma_2, \quad g_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{2i}\mathrm{Sp}_s g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\sigma_2\sigma_j.$$

В загальному випадку триплетного спарювання ферміонів спін куперівської пари ферміонів $s = 1$, а орбітальний момент l їх відносного руху може приймати при цьому будь-які цілі непарні значення. Дійсно, якщо інтерпретувати аномальну функцію g_{12} як хвильову функцію ферміонів, пов'язаних в куперівські пари, то згідно з квантовою механікою (див., наприклад, §62 і §30

з [90], а також [64, 95, 103]) повна хвильова функція пари ферміонів повинна бути антисиметричною щодо їх перестановки, а спінова хвильова функція пари для $s = 1$ являє собою симетричний спінор другого рангу (який можна розкласти по базису з унітарних симетричних 2×2 матриць $i\sigma_j\sigma_2$, де $j = 1, 2, 3$). При цьому орбітальна частина хвильової функції, яка виражається через сферичні функції $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ [47, 64, 90, 110], повинна бути непарною функцією, чому і відповідають як раз тільки непарні значення їх орбітального моменту $l = 1, 3, 5, ...$, так як при цьому $(-1)^l = -1$. Тому величини g_{12} можна зобразити в наступному вигляді:

$$g_{12} = i(g_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_j\sigma_2)_{s_1s_2}. \tag{1.6}$$

У випадку надплинних фаз ^{3}He зазвичай вважають [45, 72, 107], [353, 519], що відбувається p–спарювання ($l = 1$) атомів ^{3}He, хоча теоретично можлива і наявність, наприклад, f–спарювання ($l = 3$) і ін. з $l = 5, ...$

Зауважимо, що згідно (1.4) $(g_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = 0$ і, таким чином, $E_2(g, g^+)$ визначається АФР амплітудою $L_2 \equiv L_t$ (див. (1.3), (1.5)) на відміну від випадку синглетного спарювання [81, 114, 338], при якому $E_2(g, g^+)$ визначається АФР амплітудою $L_1 \equiv L_s$. Нормальну «функцію розподілу» f_{12} розкладемо по базису з одиничної 2×2 матриці і матриць Паулі:

$$f_{12} = (f_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\delta_{s_1s_2} + (f_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_j)_{s_1s_2}. \tag{1.7}$$

З принципу максимуму ентропії в стані статистичної рівноваги при додаткових умовах сталості енергії, імпульсу і числа частинок в [81, 114, 338] було отримано так зване рівняння самоузгодження

$$\hat{f} = \{\exp(Y_0\hat{\varepsilon}(\hat{f}) + Y_i\hat{p}_i + Y_4\hat{\tau}_3) + 1\}^{-1}, \tag{1.8}$$

$$\hat{\varepsilon}(\hat{f}) = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\tilde{\varepsilon} \end{pmatrix}, \quad \hat{p}_i = \begin{pmatrix} p_i & 0 \\ 0 & -\tilde{p}_i \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

де, відповідно до (1.7) і (1.6),

$$\varepsilon_{12}(f) = \frac{\partial E(f,g,g^+)}{\partial f_{21}} = \varepsilon_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\delta_{s_1s_2} + (\varepsilon_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_j)_{s_1s_2} \tag{1.9}$$

і

$$\Delta_{12} = 2\frac{\partial E(f,g,g^+)}{\partial g^+_{21}} = i(\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_j\sigma_2)_{s_1s_2}. \tag{1.10}$$

В (1.8) входять наступні величини: p_i — оператор імпульсу, $Y_0 \equiv T^{-1}$ — зворотна температура, $-\mathbf{Y}/Y_0 \equiv \mathbf{v}_n$ — вектор швидкості нормальної компоненти надплинної рідини, $-Y_4/Y_0$ — хімічний потенціал.

Умову просторової однорідності надплинної рідини можна сформулювати, згідно [39, 40, 81], таким чином

$$[\hat{f}, \hat{p}_i - q_i\hat{\tau}_3] = 0, \tag{1.11}$$

де $[,]$ означає комутатор операторів, q_i — надплинний імпульс, який є термодинамічним параметром. Надалі будемо розв'язувати рівняння самоузгодження (1.8) при виконанні умови (1.11), в якій вважаємо $q_i = 0$ (узагальнення на випадок $q_i \neq 0$ можна зробити аналогічно описаному в [81]). В цьому випадку з (1.11) випливає, що $[f,p] = 0, \quad g\tilde{p}_i + p_i g = 0$ і тому

$$(f_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = f_0(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad (f_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = f_j(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad (g_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = g_j(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \tag{1.12}$$

де, в силу того, що для ферміонів $g_{12} = -g_{21}$, маємо $g_j(-\mathbf{p}_1) = -g_j(\mathbf{p}_1)$.

Як показано в [81, 114, 338] (див. також [76]), рівняння самоузгодження (1.8) еквівалентно системі рівнянь:

$$f = Kn + X(1-\tilde{n})X^+K, \quad g = \widetilde{KnX} + K(1-n)X, \tag{1.13}$$

де

$$K = (1+XX^+)^{-1}, \quad n = \{\exp Y_0(\xi - X\Delta^+) + 1\}^{-1}, \tag{1.14}$$

матриця X задовольняє рівняння

$$\xi X + X\tilde{\xi} + \Delta - X\Delta^{+}X = 0, \quad \tilde{X} = -X, \tag{1.15}$$

а матриця ξ визначається формулою

$$\xi_{12} = \varepsilon_{12} + \frac{Y_k p_k + Y_4}{Y_0}\delta_{12}.$$

Далі при виводі рівняння ГЛ нам знадобиться з (1.13) тільки рівняння для g.

В двох наступних підрозділах для простоти нехтуємо обмінними НФР амплітудами Ландау, які входять в $E_1(f)$ і, отже, вважаємо $(\varepsilon_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = 0$. При цьому з урахуванням (1.9) і (1.12) маємо, що $\varepsilon_{12} = \varepsilon(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\delta_{s_1s_2}$.

1.3. Теорія збурень поблизу T_c

Будемо розглядати область температур T поблизу T_c (так, що $T_c - T \ll T_c$) за винятком дуже вузької області (яка в моделі БКШ оцінюється як $0 < (T_c - T)/T_c \lesssim (T_c/\varepsilon_F)^4$), де зростають флуктуації параметра порядку (див., наприклад, [2, 97], а також [113] і посилання там). У цьому інтервалі температур величини Δ_{12} малі. Тому, використовуючи теорію збурень за малим Δ, з рівняння (1.15) отримаємо наступне розкладання матриці X з точністю до членів третього порядку за ступенями Δ:

$$X_{12} \approx \left[(X_j)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} + (X_j)^{(3)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\right] i(\sigma_j\sigma_2)_{s_1s_2}, \tag{1.16}$$

де

$$(X_j)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = -\frac{(\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}}{\xi(\mathbf{p}_1) + \xi(\mathbf{p}_2)}, \tag{1.17}$$

$$(X_j)^{(3)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = -\frac{1}{\xi(\mathbf{p}_1) + \xi(\mathbf{p}_2)} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \left\{ \frac{(\Delta_l)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}}(\Delta_j^{+})_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\Delta_l)_{\mathbf{p}'\mathbf{p}_2}}{\big(\xi(\mathbf{p}_1) + \xi(\mathbf{p})\big)\big(\xi(\mathbf{p}') + \xi(\mathbf{p}_2)\big)} - \right.$$

$$-\frac{(\Delta_l)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}}(\Delta_l^+)_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\Delta_j)_{\mathbf{p}'\mathbf{p}_2}+(\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}}(\Delta_l^+)_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\Delta_l)_{\mathbf{p}'\mathbf{p}_2}}{\big(\xi(\mathbf{p}_1)+\xi(\mathbf{p})\big)\big(\xi(\mathbf{p}')+\xi(\mathbf{p}_2)\big)}\Bigg\}, \tag{1.18}$$

$$\xi(\mathbf{p})=\varepsilon(\mathbf{p})+\frac{Y_k p_k+Y_4}{Y_0}. \tag{1.19}$$

З (1.14), (1.17) і (1.10) випливає розкладання матриці n_{12} за ступенями Δ:

$$n_{12}\approx n_{12}^{(0)}+n_{12}^{(2)},$$

де

$$n_{12}^{(0)}=n^{(0)}(\mathbf{p}_1)\delta_{12},\quad n^{(0)}(\mathbf{p})=\big[\exp(Y_0\xi(\mathbf{p}))+1\big]^{-1}, \tag{1.20}$$

$$n_{12}^{(2)}=\frac{n^{(0)}(\mathbf{p}_1)-n^{(0)}(\mathbf{p}_2)}{\xi(\mathbf{p}_1)-\xi(\mathbf{p}_2)}\sum_{\mathbf{p}}\frac{\big(\vec{\Delta}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}}\cdot\vec{\Delta}^+_{\mathbf{p}\mathbf{p}_2}\big)\delta_{s_1s_2}+i\big[\vec{\Delta}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}}\times\vec{\Delta}^+_{\mathbf{p}\mathbf{p}_2}\big]\cdot(\vec{\sigma})_{s_1s_2}}{\xi(\mathbf{p}_1)+\xi(\mathbf{p})}. \tag{1.21}$$

Відповідне розкладання аномальної «функції розподілу» g_{12} отримаємо з (1.13) з урахуванням (1.17)–(1.21) і (1.6)

$$g_{12}\approx\big[(g_j)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}+(g_j)^{(3)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\big]i(\sigma_j\sigma_2)_{s_1s_2}, \tag{1.22}$$

де

$$(g_j)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}=-\frac{1-n^{(0)}(\mathbf{p}_1)-n^{(0)}(\mathbf{p}_2)}{\xi(\mathbf{p}_1)+\xi(\mathbf{p}_2)}(\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.23}$$

$$(g_j)^{(3)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}=\frac{1}{4\xi^2(\mathbf{p}_1)}\left[\frac{1-2n^{(0)}(\mathbf{p}_1)}{\xi(\mathbf{p}_1)}-2Y_0n^{(0)}(\mathbf{p}_1)\big(1-n^{(0)}(\mathbf{p}_1)\big)\right]\times$$

$$\times\Big[2\Delta_j(\mathbf{p}_1)|\vec{\Delta}(\mathbf{p}_1)|^2-\Delta_j^*(\mathbf{p}_1)\vec{\Delta}^2(\mathbf{p}_1)\Big]\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}. \tag{1.24}$$

Так як в подальшому буде отримано рівняння ГЛ, в якому ми нехтуємо малими просторовими градієнтами величин $\vec{\Delta}$ в нелінійних по $\vec{\Delta}$ доданках, то

в (1.24) відповідно до умови (1.12) просторової однорідності враховано, що $(g_j)^{(3)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = g_j^{(3)}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}$, а також:

$$(\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = -(\Delta_j)_{\mathbf{p}_2\mathbf{p}_1} = \Delta_j(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad \Delta_j(-\mathbf{p}_1) = -\Delta_j(\mathbf{p}_1).$$

Крім того, в (1.24) використано додаткове припущення, що $\xi(\mathbf{p}) = \xi(-\mathbf{p}) = \xi(|\mathbf{p}|)$ (тим самим вважаємо в цьому і наступному підрозділах нижче $\mathbf{v}_n = 0$).

У разі триплетного спарювання Ферміонів $g_0 = 0$ (це вже зазначалося після (1.6) і там же переобозначили АФР амплітуду взаємодії: $L_2 \equiv L_t$) і тому з (1.2), (1.5) і (1.10) маємо

$$\Delta_{s_1s_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = 2\frac{\delta E_2(g, g^+)}{\delta g^+_{s_2s_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)} = i(\sigma_j\sigma_2)_{s_1s_2}L_t(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)g_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2).$$

Звідси слідує, що

$$\Delta_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{2i}\mathrm{Sp}_s\Delta(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\sigma_2\sigma_j = L_t(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)g_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \tag{1.25}$$

З рівняння (1.25) для величин Δ_j і (1.22)–(1.24) отримаємо рівняння ГЛ. При цьому зручно перейти від змінних $\mathbf{x}_1, \quad \mathbf{x}_2$ до змінних $\mathbf{R} = (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)/2$, $\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$, тобто $g_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = g_j(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ і $\Delta_j(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \Delta_j(\mathbf{R}, \mathbf{r})$. Введемо вігнерівське зображення для величин $(g_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$

$$g_j(\mathbf{R}, \mathbf{q}) = \frac{V}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3\mathcal{P}e^{i\mathbf{R}\vec{\mathcal{P}}}(g_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.26}$$

$$\mathbf{q} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \quad \vec{\mathcal{P}} \equiv \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2,$$

перетворення Фур'є

$$g_j(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3p e^{i\mathbf{r}\mathbf{p}}g_j(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \tag{1.27}$$

і зауважимо, що

$$\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{k})=\int_V \mathrm{d}^3 r e^{-i\mathbf{rk}}\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{r}),\quad (\Delta_j)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}=\frac{1}{V}\int_V \mathrm{d}^3 y e^{-i\mathbf{y}\vec{\mathcal{P}}}\Delta_j(\mathbf{y},\mathbf{q}). \quad (1.28)$$

Будемо вважати, що при $(T_c-T)/T_c \ll 1$ величини $\Delta_j(\mathbf{y},\mathbf{q})$ мало змінюються на відстанях порядку розмірів куперівської пари $\xi_0 \sim \hbar v_F/\pi k_B T_c$ (відзначимо тут, що $\hbar=1,\ \ k_B=1$ мається на увазі в цих підрозділах), на яких, однак, істотно змінюється величина $L_t(|\mathbf{r}|)$ (має різкий максимум при $r=0$; зрівн. аналогічно [2, 60, 66]). Тому, розкладаючи Δ_j в ряд по малим градієнтам до другого порядку і вважаючи також, що $\xi(-\mathbf{p})=\xi(\mathbf{p})$, з (1.25) з урахуванням (1.26)–(1.28) і (1.23), (1.24) отримуємо з точністю до членів третього ступеня за малими Δ_j рівняння (в межі $V\to\infty$)

$$\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{k})=-\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 p L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|)\Bigg\{\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{p})\frac{1-2n^{(0)}(\mathbf{p})}{2\xi(\mathbf{p})}-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{p})}{\partial R_l\partial R_i}\int \mathrm{d}^3\mathcal{P}\delta(\vec{\mathcal{P}})\frac{\partial^2}{\partial\mathcal{P}_l\partial\mathcal{P}_i}\left[\frac{1-n^{(0)}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{p}\right)-n^{(0)}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{p}\right)}{\xi\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{p}\right)+\xi\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{p}\right)}\right]\Bigg\}+B_j(\mathbf{R},\mathbf{k}). \quad (1.29)$$

Тут $\delta(\vec{\mathcal{P}})$ — дельта-функція Дірака, а $B_j(\mathbf{R},\mathbf{k})$ має вид:

$$B_j(\mathbf{R},\mathbf{k})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 p L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|)g_j^{(3)}(\mathbf{R},\mathbf{p}),$$

де

$$g_j^{(3)}(\mathbf{R},\mathbf{p})=\frac{1}{4\xi^2(\mathbf{p})}\left[\frac{1-2n^{(0)}(\mathbf{p})}{\xi(\mathbf{p})}-2Y_0 n^{(0)}(\mathbf{p})\left(1-n^{(0)}(\mathbf{p})\right)\right]\times$$

$$\times\Big[2\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{p})|\vec{\Delta}(\mathbf{R},\mathbf{p})|^2-\Delta_j^*(\mathbf{R},\mathbf{p})\vec{\Delta}^2(\mathbf{R},\mathbf{p})\Big].$$

Необхідно підкреслити, що *рівняння (1.29) справедливо в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів, коли для куперівських пар спін $s=1$, а орбітальний момент l — будь-яке непарне число (в одиницях $\hbar$).*

1.4. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням

Щоб спростити рівняння (1.29), розглянемо окремий випадок триплетного спарювання, а саме, p–спарювання ($s = 1,\ \ l = 1$). Введемо з цією метою комплексну 3×3 матрицю $A_{jl}(\mathbf{R})$, що є параметром порядку для надплинних систем з p–спарюванням, згідно з формулою

$$\Delta_j(\mathbf{R},\mathbf{p}) = A_{jl}(\mathbf{R})\frac{p_l}{p_F} \tag{1.30}$$

(p_F — імпульс Фермі). Тоді, помічаючи, що справедлива наближена рівність виду

$$L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|) \approx a - b|\mathbf{k}-\mathbf{p}|^2,$$

де

$$a = 4\pi\int_0^\infty \mathrm{d}r r^2 L_t(r), \quad b = \frac{2\pi}{3}\int_0^\infty \mathrm{d}r r^4 L_t(r), \tag{1.31}$$

запишемо рівняння (1.29) для матриці $A_{jr}(\mathbf{R})$:

$$A_{jr}(\mathbf{R})k_r = k_s\left[A_{jr}(\mathbf{R})G_{rs} + \frac{\partial^2 A_{jr}(\mathbf{R})}{\partial R_l \partial R_i}G_{rs,li}\right] + p_F B_j(\mathbf{R},\mathbf{k}), \tag{1.32}$$

де

$$G_{rs} = -\frac{b}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3p p_r p_s \frac{1-2n^{(0)}(\mathbf{p})}{\xi(\mathbf{p})}, \tag{1.33}$$

$$G_{rs,li} = \frac{b}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3p p_r p_s \frac{\partial^2}{\partial\mathcal{P}_l\partial\mathcal{P}_i}\left[\frac{1-n^{(0)}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{p}\right)-n^{(0)}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{p}\right)}{\xi\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{p}\right)+\xi\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{p}\right)}\right]\Bigg|_{\vec{\mathcal{P}}=0}, \tag{1.34}$$

$$B_j(\mathbf{R},\mathbf{k}) = \frac{b}{2(2\pi)^3}\left[2A_{ji}(\mathbf{R})A^*_{rs}(\mathbf{R})A_{rn}(\mathbf{R}) - A^*_{ji}(\mathbf{R})A_{rs}(\mathbf{R})A_{rn}(\mathbf{R})\right]\times$$

$$\times\frac{k_l}{p_F^3}\int \mathrm{d}^3p\frac{p_l p_i p_s p_n}{\xi^2(p)}\left[\frac{1-2n^{(0)}(\mathbf{p})}{\xi(\mathbf{p})}-2Y_0 n^{(0)}(\mathbf{p})\big(1-n^{(0)}(\mathbf{p})\big)\right]. \tag{1.35}$$

При температурах T близьких до T_c маємо

$$G_{rs}(T)\approx G_{rs}(T_c)+(T-T_c)\frac{\partial G_{rs}(T)}{\partial T}\bigg|_{T=T_c}, \tag{1.36}$$

причому рівняння $G_{rs}(T_c)=\delta_{rs}$ визначає температуру T_c фазового переходу фермі-рідини в надплинний стан. Підкреслимо, що відповідно до (1.33) T_c визначається величиною b, яка пов'язана формулою (1.31) з АФР амплітудою взаємодії $L_t(r)$.

Використаємо (1.36) і припустимо, крім того, що справедливий ізотропний квадратичний закон дисперсії квазічастинок фермі-рідини $\varepsilon(p)=p^2/2m^*$; m^* — ефективна маса квазічастинок, що виражається, як відомо [97, 112], через необмінну (бесспінову) НФР амплітуду Ландау. Тоді з (1.33) отримаємо, що

$$G_{rs}(T)=\delta_{rs}\left(1-\frac{(T_c-T)}{T_c}\frac{bm^*p_F^3}{3\pi^2}\right). \tag{1.37}$$

З (1.34) і (1.35) маємо в результаті

$$G_{rs,li}=-b\frac{7\zeta(3)}{240\pi^4}\frac{p_F^5}{T_c^2m^*}(\delta_{rs}\delta_{li}+\delta_{rl}\delta_{si}+\delta_{ri}\delta_{sl}), \tag{1.38}$$

$$B_j(\mathbf{R},\mathbf{k})=-b\frac{7\zeta(3)}{120\pi^4}\frac{m^*p_F^2}{T_c^2}k_i\big\{A^*_{ji}(\mathbf{R})\mathrm{Sp}[A(\mathbf{R})\widetilde{A}(\mathbf{R})]-2A_{ji}(\mathbf{R})\mathrm{Sp}[A(\mathbf{R})A^+(\mathbf{R})]-$$

$$-2A_{js}(\mathbf{R})\widetilde{A}_{sr}(\mathbf{R})A^*_{ri}(\mathbf{R})-2A_{js}(\mathbf{R})A^+_{sr}(\mathbf{R})A_{ri}(\mathbf{R})+2A^*_{js}(\mathbf{R})\widetilde{A}_{sr}(\mathbf{R})A_{ri}(\mathbf{R})\big\}, \tag{1.39}$$

($\zeta(x)$ — дзета-функція Рімана [176]).

Таким чином, з (1.32) з урахуванням (1.37)–(1.39) отримаємо остаточно нелінійне рівняння ГЛ для надплинної фермі-рідини з триплетним p–спарюванням

$$\frac{T_c - T}{T_c} A_{ji} + \frac{7\zeta(3) v_F^2}{80\pi^2 T_c^2} \left[\frac{\partial^2 A_{ji}}{\partial \mathbf{R}^2} + 2 \frac{\partial^2 A_{jl}}{\partial R_i \partial R_l} \right] + \frac{7\zeta(3)}{40\pi^2 T_c^2} \big[A_{ji}^* \mathrm{Sp}(A\widetilde{A}) -$$

$$-2A_{ji}\mathrm{Sp}(AA^+) - 2A_{js}\widetilde{A}_{sr}A_{ri}^* - 2A_{js}A_{sr}^+ A_{ri} + 2A_{js}^*\widetilde{A}_{sr}A_{ri} \big] = 0, \qquad (1.40)$$

($v_F = p_F/m^*$), яке повністю узгоджується з [187], де це рівняння в лінеаризованій формі було отримано вперше в іншому підході (заснованому на використанні рівнянь Горькова для функцій Гріна в разі p–спарювання ферміонів). Нелінійні по A складові в (1.40) узгоджуються з виразом для вільної енергії, отриманим як феноменологічно [370], так і в мікроскопічному підході в моделі БКШ для p–спарювання (див., наприклад, [107, 407]). Підкреслимо на закінчення цього підрозділу, що величина b (див. (1.31)), що фігурує в (1.37)–(1.39), скоротилася в остаточному рівнянні ГЛ (1.40), але вона визначає величину T_c, як зазначалося вище (див. після (1.36)).

1.5. Основні рівняння при наявності магнітного поля

Розглянемо тепер надплинну фермі-рідину з електронейтральних частинок в магнітному полі. Для опису такої фермі-рідини з триплетним спарюванням в постійному просторово однорідному магнітному полі $\mathbf{H}$ використовуємо вираз для її енергії $E(f, g, g^+; H)$, яка (як і в підрозділі 1.2 вище) є функціоналом нормальної $f_{12} \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2^+ a_1$ і аномальних «функцій розподілу» (ФР) $g_{12} \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2 a_1$, $g_{12}^+ \equiv \mathrm{Sp}\rho a_2^+ a_1^+$ фермі-квазічастинок, а також залежить тепер і від магнітного поля (ρ — нерівноважний статистичний оператор, a_1^+, a_1 — оператори народження і знищення ферміонів в стані $1 \equiv \mathbf{p}_1, s_1$, де $\mathbf{p}_1$ — імпульс, s_1 — проекція спіна на вісь квантування $\mathbf{z}||\mathbf{H}$). Ці ФР зручно об'єднати в блокову матрицю $\hat{f}$ (як і в (1.1) вище). Надалі припускаємо, що функціонал енергії (ФЕ) взаємодії ферміонів інваріантний щодо локальних фазових перетворень, а також обертань як в спіновом, так і в координатному

просторах. В разі надплинних фаз ^{3}He така обертальна інваріантність ФЕ взаємодії означає нехтування впливом слабкої магнітно–дипольної взаємодії між ядрами атомів ^{3}He, що мають магнітний дипольний момент μ_n.

У надплинному стані при температурах T поблизу T_c аномальні ФР g_{12} і g_{12}^+ малі, і тому ФЕ $E(f,g,g^+;H) \equiv E(\hat{f};H)$ з урахуванням зазначених властивостей інваріантності можна розкласти в ряд за ступенями g, g^+ (зрівн. з (1.2) вище, де було $H=0$):

$$E(\hat{f};H) = E_0(f;H) + E_1(f) + E_2(g,g^+). \tag{1.41}$$

Тут $E_0(f;H)$ — енергія невзаємодіючих ферміонів в магнитному полі, яку запишемо у вигляді:

$$E_0(f;H) = \sum_{1,2} \big[\varepsilon_0(p_1)\delta_{s_1s_2} - \mu_n H_\alpha(\sigma_\alpha)_{s_1s_2}\big] f_{s_1s_2}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.42}$$

де $\varepsilon_0(p) = p^2/2m$ — енергія ферміона в нехтуванні фермі-рідинними взаємодіями; m — маса вільного ферміона; μ_n — магнітний дипольний момент ферміона; σ_α — матриці Паулі ($\alpha = 1,2,3$; компоненти векторів в спіновом просторі будемо позначати тут грецькими буквами). В (1.41) входить $E_1(f)$ — ФЕ, який має вказані властивості симетрії і описує нормальні фермі-рідинні (НФР) взаємодії:

$$E_1(f) = \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4} \big[(f_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(F_1)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2;\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}(f_0)_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4} + (f_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(F_2)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2;\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}(f_\alpha)_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}\big], \tag{1.43}$$

де V — об'єм, що займає надплинна рідина, і

$$(f_0)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \frac{1}{2}(\mathrm{Sp}_s f)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad (f_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \frac{1}{2}(\mathrm{Sp}_s f\sigma_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad \alpha = 1,2,3. \tag{1.44}$$

Функціонал $E_1(f)$ залежить від НФР функцій взаємодії F_1 і F_2, які ввів Ландау [87, 89] (див. також [97, 112]).

У просторово однорідному випадку, який тут розглядається, з (1.7), (1.11) і (1.12) випливає, що

$$f_{12} = f_{s_1 s_2}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \big[f_0(\mathbf{p}_1)\delta_{s_1 s_2} + f_\alpha(\mathbf{p}_1)(\sigma_\alpha)_{s_1 s_2}\big]\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}. \tag{1.45}$$

Тут ми припускаємо, що в розглянутій надплинній фермі-рідині (НФР) з триплетним спарюванням надплинна компонента покоїться в стані термодинамічної рівноваги, тобто її макроскопічна швидкість $v_s = 0$ (це відповідає тому, що за умови (1.11) просторової однорідності НФР надплинний імпульс $\mathbf{q} = 0$. Слід зазначити, що умова просторової однорідності в НФР обговорювалося раніше в наших оглядових статтях [39, 40], присвячених мікроскопічному методу опису надплинних рідин, а також в роботах [15, 81], [180, 338] в узагальненому напівфеноменологічному фермі-рідинному підході).

Згідно (1.45): $f_{12} = f_{s_1 s_2}(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$ і це вже враховано у формулі (1.42) для функціоналу енергії $E_0(f;H)$. Крім того, з урахуванням (1.45) вираз (1.43) для ФЕ $E_1(f)$ з НФР амплітудами взаємодії F_1 і F_2 спрощується і набуває такий вигляд:

$$E_1(f) = \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\big[f_0(\mathbf{p}_1)F_1(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)f_0(\mathbf{p}_2) + f_\alpha(\mathbf{p}_1)F_2(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)f_\alpha(\mathbf{p}_2)\big]. \tag{1.46}$$

Функціонал енергії $E_2(g,g^+)$, який також входить в (1.41), залежить в разі триплетного спарювання тільки від аномальної фермі-рідинної (АФР) амплітуди взаємодії $L_2 \equiv L_t$ згідно з формулою (1.3) (див. також (1.4) і (1.5)) без першого доданка (відповідного синглетному спарюванню ферміонів, яке в даному тут випадку відсутнє) і має вигляд:

$$E_2(g,g^+) = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} g^*_\alpha(\mathbf{p}_1)L_t(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)g_\alpha(\mathbf{p}_2). \tag{1.47}$$

Як вже зазначалося вище (див. (1.6)) *в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів (коли спін куперівської пари ферміонів $s = 1$, а орбітальний момент l — будь-яке непарне число) величини g_{12} мають вид*:

$$g_{12} = i(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_\alpha\sigma_2)_{s_1 s_2}, \tag{1.48}$$

де згідно (1.11) і (1.12)

$$(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = g_\alpha(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad g_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2i}\mathrm{Sp}_s g(\mathbf{p})\sigma_2\sigma_\alpha = -g_\alpha(-\mathbf{p}). \tag{1.49}$$

З принципу максимуму ентропії в стані статистичної рівноваги при додаткових умовах сталості енергії, імпульсу і числа частинок в [15, 81], [180, 338] було отримано так зване нелінійне рівняння самоузгодження (див. вище (1.8), а також (1.9), (1.10) для триплетного спарювання), яке в магнітному полі набуває вигляду [146]:

$$\hat{f} = \{\exp(Y_0\hat{\varepsilon}(\hat{f}; H) + Y_i\hat{p}_i + Y_4\hat{\tau}_3) + 1\}^{-1}, \tag{1.50}$$

$$\hat{\varepsilon}(\hat{f}; H) = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\tilde{\varepsilon} \end{pmatrix} - \mu_n H \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & -\sigma_3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{p}_i = \begin{pmatrix} p_i & 0 \\ 0 & -\tilde{p}_i \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

($i = 1, 2, 3$; компоненти векторів в координатному просторі будемо позначати латинськими літерами). Тут енергія квазічастинок $\varepsilon_{12}(f; H)$ в магнітному полі являє собою матрицю (пор. з (1.9), де $H = 0$)

$$\varepsilon_{12}(f; H) = \frac{\partial E(\hat{f}; H)}{\partial f_{21}} = \varepsilon_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(f)\delta_{s_1s_2} + (\xi_\beta(f; H))_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_\beta)_{s_1s_2}, \tag{1.51}$$

$$(\xi_\beta(f; H))_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = (\varepsilon_\beta(f))_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} - \mu_n H\delta_{\beta 3}\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$$

і, згідно (1.41) і (1.48),

$$\Delta_{12} = 2\frac{\partial E(\hat{f}; H)}{\partial g^+_{21}} = i(\Delta_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(\sigma_\alpha\sigma_2)_{s_1s_2}, \tag{1.52}$$

(пор. з (1.10), де було $H = 0$). В (1.50) входять наступні величини: p_i — оператор імпульсу, $Y_0 \equiv T^{-1}$ — зворотна температура, $-\mathbf{Y}/Y_0 \equiv \mathbf{v}_n$ — вектор

швидкості нормальної компоненти надплинної рідини, $-Y_4/Y_0 \equiv \mu$ — хімічний потенціал.

Умова просторової однорідності надплинної рідини в однорідному магнітному полі формулюється так само, як і умова (1.11) (де передбачалося, що магнітне поле відсутнє). Далі при розв'язуванні рівняння самоузгодження (1.50) (при $H \neq 0$) будемо припускати, що справедлива умова (1.11), причому надплинний імпульс $\mathbf{q} = 0$. Узагальнення на випадок $\mathbf{q} \neq 0$ (тобто при наявності течії надплинної компоненти НФР з $\mathbf{v}_s \neq 0$) для триплетного спарювання аналогічно описаному в оглядах [15, 81], [180, 338] для синглетного спарювання. При $\mathbf{q} = 0$ і $H \neq 0$ з умови (1.11) (як уже зазначалося вище) слідують співвідношення (1.45) і (1.49) для нормальних і аномальних ФР.

Раніше (в підрозділі 1.2, де розглядалися основні рівняння для НФР з триплетним спарюванням за відсутності магнітного поля) була виписана система двох рівнянь (1.13) (еквівалентна нелінійному рівнянню самоузгодження (1.8), але більш зручна для конкретних застосувань), яким задовольняють «функції розподілу» f_{12} і g_{12} фермі-квазічастинок. Тепер важливо підкреслити, що при наявності магнітного поля ($H \neq 0$) зовнішній вигляд системи двох рівнянь (1.13) (яка при $H \neq 0$ еквівалентна вже рівнянню самоузгодження виду (1.50)) залишається за формою незмінним. Справедливі при цьому також обидві формули (1.14) і вид рівняння (1.15) для визначення матриці X (які ми тут не будемо ще раз виписувати з огляду на їх повну зовнішню схожість), але матриця ξ (що фігурує і в (1.14) і в рівнянні (1.15)) при наявності магнітного поля має більш складний вид і визначається формулою:

$$\xi_{12}(f; H) = \varepsilon_{12}(f; H) - (\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{p}_1 + \mu)\delta_{12}. \tag{1.53}$$

В просторово однорідному випадку з (1.51), (1.45) і (1.53) випливає, що

$$\xi_{12}(f; H) = \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\big[\xi_0(\mathbf{p}_1)\delta_{s_1s_2} + \xi_\beta(\mathbf{p}_1, H)(\sigma_\beta)_{s_1s_2}\big], \tag{1.54}$$

де

$$\xi_0(\mathbf{p}_1) = \varepsilon(\mathbf{p}_1) - (\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{p}_1 + \mu), \quad \xi_\beta(\mathbf{p}_1, H) = \varepsilon_\beta(\mathbf{p}_1) - \mu_n H \delta_{\beta 3} \equiv -\mu_n (H_{eff}(\mathbf{p}_1))_\beta. \tag{1.55}$$

В (1.55) входить $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(p)$ — енергія квазічастинки з урахуванням необмінних НФР амплітуд взаємодії, а також функції $\varepsilon_\beta(\mathbf{p})$, що враховують вплив обмінних НФР амплітуд взаємодії Ландау і пов'язані з ефективним магнітним полем $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ всередині НФР (функції $\xi_\beta(\mathbf{p}, H)$ не враховувалися авторами статті [70]).

Надалі в цьому розділі при виведенні рівнянь для параметра порядку (ПП) надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням поблизу T_c в зовнішньому однорідному магнітному полі, на відміну від попередніх робіт автора [143, 144] (зміст яких викладено тут вище в підрозділах 1.2, 1.3, 1.4), буде враховано вплив обмінних НФР амплітуд взаємодії Ландау, які визначають величину ε_β (пор. з зауваженням в кінці підрозділу 1.2 після (1.15)).

1.6. Теорія збурень в околі T_c в магнітному полі

В області зміни температур поблизу T_c величини Δ_{12} малі і тому можна розв'язувати рівняння самоузгодження (1.50), яке переформулювано у вигляді еквівалентної системи двох рівнянь (1.13), а також рівняння (1.15) (при $H \neq 0$) в теорії збурень за ступенями Δ. Обмежимося тут розглядом тільки нульового і першого порядків теорії збурень (відповідно до цілей цього розділу, про які докладніше було сказано у вступному її підрозділі 1.1). Зауважимо, що в просторово однорідному випадку, згідно (1.48), (1.49) і (1.52), справедливі співвідношення

$$(\Delta_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = -(\Delta_\alpha)_{\mathbf{p}_2\mathbf{p}_1} = \Delta_\alpha(\mathbf{p}_1)\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad \Delta_\alpha(-\mathbf{p}_1) = -\Delta_\alpha(\mathbf{p}_1). \tag{1.56}$$

Зауважимо, що від конкретного вибору ФЕ $E(g, g^+)$ залежать функції $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$, але не спінова структура вираження (1.52) для Δ_{12}, яку будемо використовувати в подальшому.

З огляду на співвідношення (1.56), а також (1.54), в результаті розв'язання рівняння (1.15) (при $H \neq 0$), отримуємо, що матриця X_{12} має наступний

вигляд:

$$X_{12} = \delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2} X_\alpha^{(1)}(\mathbf{p}_1) i(\sigma_\alpha \sigma_2)_{s_1 s_2}, \tag{1.57}$$

де

$$X_\alpha^{(1)}(\mathbf{p}_1) = \frac{\Delta_\beta(\mathbf{p}_1)\Big[-\delta_{\alpha\beta}\xi_0^2(p_1) + \xi_\alpha(p_1,H)\xi_\beta(p_1,H) - i\xi_0(p_1)e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma(p_1,H)\Big]}{2\xi_0(p_1)\big[\xi_0^2(p_1) - \vec{\xi}^2(p_1,H)\big]} \tag{1.58}$$

($e_{\alpha\beta\gamma}$ — абсолютно антисиметричний тензор Леві — Чівіта). При виведенні цієї формули враховано, що в ізотропній фермі-рідині типу ^{3}He виконуються рівності $\varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) = \varepsilon_\alpha(p)$ (де $p \equiv |\mathbf{p}|$), а також $\xi_0(\mathbf{p}) = \xi_0(p)$ (останнє справедливо при $v_n = 0$ і $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(p)$, див. (1.55)).

При $H \neq 0$ з (1.14), (1.54), (1.55) (і так як $X_{12}^{(0)} = 0$) для матриці n_{12} маємо

$$n_{12} \approx n_{12}^{(0)} = n_{s_1 s_2}^{(0)}(\mathbf{p}_1, H)\delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \quad n_{12}^{(1)} = 0, \tag{1.59}$$

де

$$n_{s_1 s_2}^{(0)}(\mathbf{p}, H) = N_{(+)}(\mathbf{p}, H)\delta_{s_1 s_2} + N_{(-)}(\mathbf{p}, H)\frac{\xi_\alpha(\mathbf{p}, H)(\sigma_\alpha)_{s_1 s_2}}{|\vec{\xi}(\mathbf{p}, H)|}, \tag{1.60}$$

$$N_{(\pm)}(\mathbf{p}, H) \equiv \frac{1}{2}\Big[n^{(0)}\big(\xi_0(\mathbf{p}) + |\vec{\xi}(\mathbf{p}, H)|\big) \pm n^{(0)}\big(\xi_0(\mathbf{p}) - |\vec{\xi}(\mathbf{p}, H)|\big)\Big],$$

$$n^{(0)}(\xi) = \big[\exp(\xi/T) + 1\big]^{-1}.$$

З рівняння (1.13) з урахуванням (1.48), (1.49), (1.57)–(1.60) для g_{12} в першому наближенні по Δ отримуємо

$$g_{12} \approx \delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2} g_\alpha^{(1)}(\mathbf{p}_1) i(\sigma_\alpha \sigma_2)_{s_1 s_2}, \tag{1.61}$$

де

$$g_\alpha^{(1)}(\mathbf{p}) = \frac{\Delta_\beta(\mathbf{p})}{2\big[\xi_0^2(p) - \vec{\xi}^2(p,H)\big]}\Bigg\{-\delta_{\alpha\beta}\Bigg[\xi_0(p)\big(1-2N_{(+)}(p,H)\big)+$$

$$+|\vec{\xi}(p,H)|2N_{(-)}(p,H)\Bigg] + \frac{\xi_\alpha(p,H)\xi_\beta(p,H) - i\xi_0(p)e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma(p,H)}{\xi_0(p)|\vec{\xi}(p,H)|}\times$$

$$\times\Bigg[|\vec{\xi}(p,H)|\big(1-2N_{(+)}(p,H)\big) + \xi_0(p)2N_{(-)}(p,H)\Bigg]\Bigg\} \tag{1.62}$$

(тут $v_n = 0$). В формулу (1.62) для $g_\alpha^{(1)}(\mathbf{p})$ входять величини $\xi_\beta(p,H)$, які залежать від обмінних НФР амплітуд Ландау і від зовнішнього магнітного поля H. Знаходженню цієї залежності $\xi_\beta(p,H)$ присвячений наступний підрозділ.

1.7. Рівняння для ξ_β і ефективне магнітне поле

Щоб вивести рівняння для $\xi_\beta(p,H)$ врахуємо загальну формулу (1.41) для ФЕ надплинної фермі-рідини з триплетним куперівським спарюванням електронейтральних ферміонів (атомів ^{3}He), а також формули (1.42) і (1.46) для окремих доданків $E_0(f;H)$ і $E_1(f)$, вираз (1.45) для одночастинкової матриці густини f_{12} і формули (1.53) – (1.55), і тоді з (1.51) отримаємо

$$\varepsilon_\beta(\mathbf{q}) = \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}} F_2(\mathbf{q},\mathbf{p})f_\beta(\mathbf{p},H). \tag{1.63}$$

Згідно (1.13), (1.14), (1.59), в теорії збурень по Δ маємо

$$f_{12}^{(0)} = n_{12}^{(0)}, \quad f_{12}^{(1)} = 0,$$

і тоді з (1.44), (1.45), (1.60) випливає, що

$$f_\beta^{(0)}(\mathbf{p},H) = N_{(-)}(\mathbf{p},H)\frac{\xi_\beta(\mathbf{p},H)}{|\vec{\xi}(\mathbf{p},H)|}. \tag{1.64}$$

Тепер зробимо справедливе в теорії ізотропної фермі-рідини припущення [97, 112], згідно з яким функція $F_2(\mathbf{q},\mathbf{p})$, що описує обмінні взаємодії квазічастинок, залежить тільки від кута θ між векторами імпульсів $\mathbf{q}$ і $\mathbf{p}$, але не від їх величин, які близькі до імпульсу Фермі p_F. Тоді зручно розкласти функцію $F_2(\mathbf{q},\mathbf{p}) = F_2(\theta)$ за поліномами Лежандра [110], тобто

$$F_2(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)F_2^{(l)}P_l(\cos\theta). \tag{1.65}$$

З (1.63)–(1.65) і (1.60), так як $\varepsilon(p) = p^2/2m^*$ (m^* — ефективна маса квазічастинки, яка визначається функцією взаємодії F_1, див. (1.43), (1.46) і [97, 112]), отримаємо нелінійне інтегральне рівняння для ε_β (в межі $V\to\infty$):

$$\varepsilon_\beta(\mathbf{q}) = \frac{1}{8(2\pi)^3}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)F_2^{(l)}\int \mathrm{d}^3pP_l(\cos\theta)\frac{\xi_\beta(\mathbf{p},H)}{|\vec{\xi}(\mathbf{p},H)|}\times$$

$$\times\left[\tanh\left(\frac{\varepsilon(p)-\mathbf{p}\mathbf{v}_n-\mu-|\vec{\xi}(\mathbf{p},H)|}{2T}\right)-\tanh\left(\frac{\varepsilon(p)-\mathbf{p}\mathbf{v}_n-\mu+|\vec{\xi}(\mathbf{p},H)|}{2T}\right)\right],$$

яке спрощується при $v_n = 0$ для изотропної фермі-рідини, так як $\xi_\beta(\mathbf{p},H) = \xi_\beta(p,H)$, і набуває такого вигляду:

$$\varepsilon_\beta = \frac{F_2^{(0)}}{4(2\pi)^2}\frac{\xi_\beta(H)}{|\vec{\xi}(H)|}\int_0^\infty \mathrm{d}pp^2\times$$

$$\times\left[\tanh\left(\frac{\varepsilon(p)-\mu-|\vec{\xi}(H)|}{2T}\right)-\tanh\left(\frac{\varepsilon(p)-\mu+|\vec{\xi}(H)|}{2T}\right)\right]. \tag{1.66}$$

Тут враховано, що ε_β не залежить від p, так як це випливає з інтегрального рівняння.

Щоб аналітично розв'язати нелінійне рівняння (1.66), будемо розглядати такі магнітні поля H, для яких виконується така нерівність $|\vec{\xi}(H)|/2T \approx |\vec{\xi}(H)|/2T_c \ll 1$ (для температур T поблизу T_c ФП 2-го рода системи типу

^{3}He в надплинний стан). Тоді, розкладаючи підінтегральний вираз в (1.66) в ряд Тейлора за степенями $|\vec{\xi}(H)|/2T$, отримуємо

$$\varepsilon_\beta = -\frac{F_2^{(0)}}{2(2\pi)^2}\frac{\xi_\beta(H)}{|\vec{\xi}(H)|}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{|\vec{\xi}(H)|^{2k+1}}{(2k+1)!}\int_0^\infty \mathrm{d}pp^2\frac{\mathrm{d}^{2k+1}}{\mathrm{d}\varepsilon^{2k+1}}\tanh\left(\frac{\varepsilon(p)-\mu}{2T}\right). \quad (1.67)$$

Сюда входить хімічний потенціал $\mu(T) \approx \varepsilon_F[1-(\pi^2/12)/(T/\varepsilon_F)^2]$ (див., аналогічно [157]), який при $H=0$ і температурах T поблизу T_c мало відрізняється від енергії Фермі $\varepsilon_F = p_F^2/2m^*$ (в ^{3}He є малим відношення $T_c/\varepsilon_F \sim 10^{-3}$). Утримаємо лише два перших члена ряду ($k=0,1$) і тоді (1.67) зведеться до кубічного рівняння

$$|A|x^3 + Bx - \delta = 0. \quad (1.68)$$

Тут $x \equiv |\vec{\xi}(H)|/2T_c$, $\quad \delta \equiv |\mu_n|H/2T_c$, а також

$$A \approx \frac{1}{3!}\left(\frac{T_c}{\varepsilon_F}\right)^2\frac{Z_0}{4}, \quad B(T) \approx 1 + \frac{Z_0}{4}\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{\varepsilon_F}\right)^2\right], \quad (1.69)$$

де $Z_0 = F_2^{(0)}\nu(\varepsilon_F)$ — безрозмірна обмінна амплітуда Ландау ($\nu(\varepsilon_F) = m^*p_F/\pi^2$ — щільність станів квазічастинки на поверхні Фермі). При виведенні рівняння (1.68) з (1.67) враховано, що в ізотропній фермі-рідині вектори $\vec{\xi}$ і $\mathbf{H}$ колінеарні (вважаємо, що $\xi_3(H) = |\vec{\xi}(H)|$).

Для ^{3}He значення Z_0, залежні від тиску, від'ємні (див. [518]), так що $A = -|A|$, $\quad 0 < B < 1$. Для таких фермі-рідин (типу ^{3}He) розв'язок рівняння (1.68) за умови $\delta \ll 1$ має вид

$$x \equiv \frac{|\vec{\xi}(H)|}{2T_c} \approx \frac{\delta}{B}\left(1 - \frac{|A|}{B^3}\delta^2\right). \quad (1.70)$$

Але для ^{3}He мало відношення $|A|/B \ll 1$ і тому надалі можна вважати, що $x \approx \delta/B \ll 1$, так як малою нелінійною по H поправкою можна знехтувати. Будемо нехтувати залежністю B від температури при $T_c - T \ll T_c$, вважаючи $B \approx 1 + Z_0/4$.

На закінчення цього підрозділу зауважимо, що в (1.70) входить величина $H_{eff} \equiv H/B \approx H/(1+Z_0/4)$, яку будемо називати ефективним магнітним полем, тобто H_{eff} — магнітне поле всередині ^{3}He, посилене фермі-рідинними обмінними взаємодіями. Таким чином, отриманий для величини $|\vec{\xi}(H)|$ результат, згідно (1.70), можна наближено представити у вигляді

$$\vec{\xi}(H) = |\mu_n|\mathbf{H}_{eff} \approx \mathbf{H}/(1+Z_0/4). \tag{1.71}$$

1.8. Інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку (триплетне спарювання)

Тепер отримаємо ІД рівняння для просторово неоднорідного ПП розглядаємої надплинної фермі-рідини (типу ^{3}He) в однорідному магнітному полі. Для цього зауважимо, що, згідно з (1.2) і (1.5), з (1.10) випливає рівняння (пор. з (1.25) вище):

$$\Delta_\alpha(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = \frac{1}{2i}\mathrm{Sp}_s\Delta(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\sigma_2\sigma_\alpha = L_t(|\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2|)g_\alpha(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2). \tag{1.72}$$

Щоб звідси вивести ІД рівняння для Δ_α, перейдемо для зручності від змінних $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ до змінних $\mathbf{R} = (\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)/2$, $\quad \mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$, тобто

$$g_\alpha(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = g_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{r}), \quad \Delta_\alpha(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = \Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{r}). \tag{1.73}$$

Як і в підрозділі 1.3, введемо тут вігнерівське зображення для величин $(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$:

$$g_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{k}) = \frac{V}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3\mathcal{P}e^{i\vec{\mathcal{P}}\mathbf{R}}(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.74}$$

$$\mathbf{k} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2), \quad \vec{\mathcal{P}} \equiv \mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2,$$

перетворення Фур'є

$$g_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3q e^{i\mathbf{r}\mathbf{q}}g_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{q}), \tag{1.75}$$

і зауважимо, що

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{k})=\int_V \mathrm{d}^3 r e^{-i\mathbf{rk}}\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{r}),\quad (\Delta_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}=\frac{1}{V}\int_V \mathrm{d}^3 y e^{-i\mathbf{y}\vec{\mathcal{P}}}\Delta_\alpha(\mathbf{y},\mathbf{k}). \tag{1.76}$$

З (1.72), з огляду на (1.74)–(1.76), маємо

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{k})=\frac{V}{(2\pi)^6}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\int \mathrm{d}^3\mathcal{P} e^{i\vec{\mathcal{P}}\mathbf{R}}(g_\alpha)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}. \tag{1.77}$$

Будемо вважати, що величини $\Delta_\alpha(\mathbf{y},\mathbf{k})$ мало змінюються на відстанях порядку розмірів куперівської пари $\xi_0\sim\hbar v_F/\pi k_B T_c$ ($v_F=p_F/m^*$ — швидкість Фермі; нагадаємо, що в цьому розділі і нижче $\hbar=1,\ k_B=1$), на яких, однак, різко змінюється величина $L_t(|\mathbf{r}|)$ (має різкий максимум при $r=0$). Тому, розкладаючи Δ_α в ряд по малим градієнтам до другого порядку, з (1.77) отримуємо справедливе при $(T_c-T)/T_c\ll 1$ ІД рівняння для Δ_α, яке в межі $V\to\infty$ має наступний вигляд:

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{k})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\Bigg\{\Delta_\beta(\mathbf{R},\mathbf{q})\frac{\Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{q},-\mathbf{q})}{D(\mathbf{q},-\mathbf{q})}-$$

$$-i\frac{\partial\Delta_\beta(\mathbf{R},\mathbf{q})}{\partial R_l}\int \mathrm{d}^3\mathcal{P}\delta(\vec{\mathcal{P}})\frac{\partial}{\partial\mathcal{P}_l}\left[\Phi_{\alpha\beta}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{q},\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{q}\right)D^{-1}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{q},\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{q}\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Delta_\beta(\mathbf{R},\mathbf{q})}{\partial R_l\partial R_i}\int \mathrm{d}^3\mathcal{P}\delta(\vec{\mathcal{P}})\frac{\partial^2}{\partial\mathcal{P}_l\partial\mathcal{P}_i}\left[\Phi_{\alpha\beta}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{q},\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{q}\right)D^{-1}\left(\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}+\mathbf{q},\frac{\vec{\mathcal{P}}}{2}-\mathbf{q}\right)\right]+$$

$$+g_\alpha^{(3)}(\mathbf{R},\mathbf{q})\Bigg\}, \tag{1.78}$$

де $\delta(\vec{\mathcal{P}})$ — дельта-функція Дірака. Останнім в (1.78) записано нелінійний доданок (без урахування градієнтів Δ_α, див. (1.77) і (1.49)) в неявному вигляді, так як ми цікавимося тільки лінійною частиною ІД рівняння (див. докладніше пояснення про це у вступному підрозділі 1.1). Підкреслимо, що *ІД рівняння*

(1.78) справедливо в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів (для куперівської пари $s = 1,\ \ l$ — будь-яке непарне число), а також при $v_n \neq 0$. При виведенні (1.78) використано вираз, що випливає з (1.13) — (1.15) (при $H \neq 0$; см. більше докладне роз'яснення в абзаці перед (1.53)), для функції $(g_\alpha)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$ (більш загальний в порівнянні з (1.62)), в якому враховано, що $v_n \neq 0$ і $\vec{\xi}(\mathbf{p}) = \vec{\xi}$ (див. (1.66)):

$$(g_\alpha)^{(1)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} = \frac{\Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{D(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}(\Delta_\beta)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}, \tag{1.79}$$

де

$$D(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \big[\xi_0(\mathbf{p}_1) + \xi_0(\mathbf{p}_2)\big]^2 - 4\xi^2,$$

$$\Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \Phi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1) = \big[1 - N_{(+)}(\mathbf{p}_1) - N_{(+)}(\mathbf{p}_2)\big]\varphi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) -$$

$$-\big[N_{(-)}(\mathbf{p}_1) + N_{(-)}(\mathbf{p}_2)\big]\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2),$$

$$\varphi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = -\delta_{\alpha\beta}\big[\xi_0(\mathbf{p}_1) + \xi_0(\mathbf{p}_2)\big] + \frac{4\xi_\alpha\xi_\beta}{\xi_0(\mathbf{p}_1) + \xi_0(\mathbf{p}_2)} - i2e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma,$$

$$\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 2\xi\left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{\xi_\alpha\xi_\beta}{\xi^2}\right) + ie_{\alpha\beta\gamma}\frac{\xi_\gamma}{\xi}\big[\xi_0(\mathbf{p}_1) + \xi_0(\mathbf{p}_2)\big] \tag{1.80}$$

($\xi = |\vec{\xi}|$). Функції $N_{(\pm)}(\mathbf{p})$ визначаються формулами (1.60) з урахуванням (1.55).

Щоб спростити подальший розгляд, нижче (в цьому і наступному підрозділах) будемо припускати, що $v_n = 0$. Оскільки для ізотропної фермірідини $\xi_0(q) = q^2/2m^* - \mu$ і $\xi_\alpha(\mathbf{q}) = \xi_\alpha$, в цьому випадку (1.78) зводиться до ІД рівняння виду (див. публікації автора [145, 146]):

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = -\frac{1}{2(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3q L_t(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|)\Delta_\beta(\mathbf{R}, \mathbf{q})G_{\alpha\beta}(q) +$$

$$+\frac{1}{2m^*(4\pi)^3}\int \mathrm{d}^3qL_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\frac{\partial^2\Delta_\beta(\mathbf{R},\mathbf{q})}{\partial R_l\partial R_i}\Bigg\{\delta_{il}\frac{\mathrm{d}G_{\alpha\beta}(q)}{\mathrm{d}\xi_0}+$$

$$+\frac{q_iq_l}{m^*}\Bigg[\delta_{\alpha\beta}\Bigg(\frac{\mathrm{d}^2\kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0^2}+2\Bigg(\xi_0(q)\frac{\mathrm{d}\kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0}-\xi\frac{\mathrm{d}\lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0}\Bigg)\big(\xi_0^2(q)-\xi^2\big)^{-1}\Bigg)+$$

$$+\frac{\xi_\alpha\xi_\beta-i\xi_0(q)e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma}{\xi\xi_0(q)}\Bigg(\frac{\mathrm{d}^2\lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0^2}+2\Bigg(\xi_0(q)\frac{\mathrm{d}\lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0}-\xi\frac{\mathrm{d}\kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0}\Bigg)\big(\xi_0^2(q)-\xi^2\big)^{-1}\Bigg)\Bigg]\Bigg\}+$$

$$+\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3qL_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)g_\alpha^{(3)}(\mathbf{R},\mathbf{q}). \tag{1.81}$$

Тут введені позначення

$$\kappa(q)\equiv\frac{1}{2}\Bigg[\big(\xi_0(q)+\xi\big)^{-1}\tanh\Bigg(\frac{\xi_0(q)+\xi}{2T}\Bigg)+\big(\xi_0(q)-\xi\big)^{-1}\tanh\Bigg(\frac{\xi_0(q)-\xi}{2T}\Bigg)\Bigg], \tag{1.82}$$

$$\lambda(q)\equiv\frac{1}{2}\Bigg[\big(\xi_0(q)+\xi\big)^{-1}\tanh\Bigg(\frac{\xi_0(q)+\xi}{2T}\Bigg)-\big(\xi_0(q)-\xi\big)^{-1}\tanh\Bigg(\frac{\xi_0(q)-\xi}{2T}\Bigg)\Bigg], \tag{1.83}$$

$$G_{\alpha\beta}(q)\equiv\delta_{\alpha\beta}\kappa(q)+\frac{\xi_\alpha\xi_\beta-i\xi_0(q)e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma}{\xi\xi_0(q)}\lambda(q). \tag{1.84}$$

Знайдене ІД рівняння (1.81) за відсутності магнітного поля (при цьому $\xi=0$, див. (1.70), (1.71)) переходить в рівняння (1.29), отримане в підрозділі 1.3 (див. роботи автора [143, 144]). В наступному підрозділі, виходячи із загального ІД рівняння (1.81), отримано рівняння ГЛ для випадку триплетного p–спарювання ($s=1$, $l=1$) в магнітному полі.

1.9. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням в магнітному полі

Для надплинної фермі-рідини з триплетним p–спарюванням введемо параметр порядку — комплексну 3×3 матрицю $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$ — згідно з формулою [107, 130, 353]

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = A_{\alpha j}(\mathbf{R}) \frac{k_j}{k}. \tag{1.85}$$

Зауважимо також, що справедлива наближена рівність виду

$$L_t(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) \approx a - b|\mathbf{k} - \mathbf{q}|^2, \tag{1.86}$$

де

$$a = 4\pi \int_0^\infty \mathrm{d}r r^2 L_t(r), \quad b = \frac{2\pi}{3} \int_0^\infty \mathrm{d}r r^4 L_t(r), \tag{1.87}$$

і тоді з (1.81) випливає рівняння для матриці $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$:

$$A_{\alpha j}(\mathbf{R}) \frac{k_j}{k} = -\frac{b k_j}{6\pi^2} \int_0^\infty \mathrm{d}q q^3 \left[G_{\alpha\beta}(q) A_{\beta j}(\mathbf{R}) - \frac{1}{2^3 m^*} \frac{\partial^2 A_{\beta j}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}^2} \frac{\mathrm{d}G_{\alpha\beta}(q)}{\mathrm{d}\xi_0} \right] +$$

$$+ \frac{b k_s}{15(2\pi)^2 (2m^*)^2} \frac{\partial^2 A_{\beta j}(\mathbf{R})}{\partial R_l \partial R_i} \left(\delta_{js}\delta_{il} + \delta_{ji}\delta_{sl} + \delta_{jl}\delta_{si} \right) \int_0^\infty \mathrm{d}q q^5 \Bigg\{ \delta_{\alpha\beta} \left[\frac{\mathrm{d}^2 \kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\xi_0^2(q) - \xi^2} \left(\xi_0(q) \frac{\mathrm{d}\kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0} - \xi \frac{\mathrm{d}\lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0} \right) \right] + \frac{\xi_\alpha \xi_\beta - i\xi_0(q) e_{\alpha\beta\gamma} \xi_\gamma}{\xi \xi_0(q)} \left[\frac{\mathrm{d}^2 \lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0^2} + \right.$$

$$\left. \Bigg. + \frac{2}{\xi_0^2(q) - \xi^2} \left(\xi_0(q) \frac{\mathrm{d}\lambda(q)}{\mathrm{d}\xi_0} - \xi \frac{\mathrm{d}\kappa(q)}{\mathrm{d}\xi_0} \right) \right] \Bigg\} + \Big[O\big(A^3(\mathbf{R})\big) \Big]_\alpha. \tag{1.88}$$

При температурах T поблизу T_c справедливий розклад функції $G_{\alpha\beta}(q) = G_{\alpha\beta}(q, T)$ в ряд за ступенями різниці $T - T_c$:

$$G_{\alpha\beta}(q,T) \approx G_{\alpha\beta}(q,T_c) + (T-T_c)\frac{\partial G_{\alpha\beta}(q,T)}{\partial T}\bigg|_{T=T_c} + \frac{(T-T_c)^2}{2}\frac{\partial^2 G_{\alpha\beta}(q,T)}{\partial T^2}\bigg|_{T=T_c}. \tag{1.89}$$

Величина T_c залежить від b (див. (1.87)) і визначається з рівняння

$$1 + b\frac{p_F}{6\pi^2}\int_0^{q_{max}} \mathrm{d}q q^3 \xi_0(q)^{-1} \tanh\left(\frac{\xi_0(q)}{2T_c}\right) = 0. \tag{1.90}$$

Тут враховано, що за відсутності магнітного поля

$$G_{\alpha\beta}(q,T_c) = \delta_{\alpha\beta}\frac{1}{\xi_0(q)}\tanh\left(\frac{\xi_0(q)}{2T_c}\right)$$

і замінено в (1.88) $k = p_F$. Верхня межа інтегрування по імпульсам в (1.90) обрізана з фізичних міркувань, щоб виключити появи членів, що розходяться. Причому будемо вважати, що для параметра обрізання

$$z_{max} = \frac{1}{2T_c}\left(\frac{q_{max}^2}{2m^*} - \varepsilon_F\right) \tag{1.91}$$

справедливі нерівності

$$1 \ll z_{max} \ll \frac{\varepsilon_F}{2T_c}. \tag{1.92}$$

Для того щоб аналітично знайти шукані поправки до коефіцієнтів в рівнянні ГЛ (обумовлені впливом зовнішнього магнітного поля і обмінних ферміридинних взаємодій, тобто при $\xi = |\mu_n| H_{eff} \neq 0$, див. (1.71)), використаємо теорію збурень по малому параметру $\xi/2T_c \ll 1$. Тоді після виконання розрахунків з урахуванням (1.89) з (1.88) остаточно отримаємо рівняння ГЛ такого вигляду:

$$A_{\beta j}\Bigg\{\delta_{\alpha\beta}\left[\frac{T_c - T}{T_c} + \frac{1}{2}\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right)^2\right] -$$

$$-\frac{\xi_\alpha \xi_\beta}{\xi^2}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \frac{7\zeta(3)}{\pi^2}\left[1 + 2\frac{T_c - T}{T_c} - \frac{31\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2\right] +$$

$$+ie_{\alpha\beta\gamma}\frac{\xi_\gamma}{2\varepsilon_F}\left[\ln\left(\frac{\varepsilon_F z_{max}}{2T_c e}\left(\frac{4\gamma}{\pi}\right)^2\right)+2\frac{T_c-T}{T_c}\right]\Bigg\}+\frac{7\zeta(3)v_F^2}{80\pi^2T_c^2}\left[\frac{\partial^2 A_{\beta j}}{\partial\mathbf{R}^2}+2\frac{\partial^2 A_{\beta l}}{\partial R_j\partial R_l}\right]\times$$

$$\times\left[\delta_{\alpha\beta}-\frac{\xi_\alpha\xi_\beta}{\xi^2}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2\frac{186\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2}+i2e_{\alpha\beta\gamma}\frac{\xi_\gamma}{\varepsilon_F}\right]+\left[O\big(A^3\big)\right]_{\alpha j}=0. \qquad (1.93)$$

Тут $\zeta(x)$ — дзета-функція Рімана; $\gamma\equiv e^C\approx 1.781072418$, $C\approx 0.577215665$ — стала Ейлера [140, 176]. (При $\xi=0$ (1.93) збігається з рівнянням ГЛ з [107, 187, 353] (і див. рівняння ГЛ виду (1.40) при $H=0$, отримане автором в роботах [143, 144], виведення якого в узагальненому фермі-рідинному підході викладено вище в підрозділах 1.3 і 1.4). В (1.93) не враховано SC ефекти (про які докладніше було сказано у Вступному підрозділі 1.1), але містяться додаткові поправки до коефіцієнтів при лінійних по ПП членах у порівнянні з роботою [432]. З (1.93) очевидно, що найбільший внесок в помірно сильних полях вносять поправки, квадратичні по малому параметру $\xi/2T_c$, що докладніше обговорюється в кінці цього підрозділу і в заключному підрозділі цієї глави. У той же час додатковий внесок лінійних по $\xi/2T_c$ поправок дуже малий, так як вони містять малі множники $T_c/\varepsilon_F\sim 10^{-3}$. Це пов'язано з малим за величиною лінійним розщепленням $T_c(\xi)$ в магнітному полі, яке характерно для ^{3}He і відповідає виникненню надплинної фази $^3\mathrm{He}-A_1$ (в [432] таким ефектом нехтували).

Виходячи з лінеаризованого рівняння ГЛ (1.93) для просторово однорідного параметра порядку знайдемо залежність від магнітного поля температури ФП $T_c(\xi)$ в надплинний стан. Введемо поперечні і поздовжні по відношенню до $\vec{\xi}||\mathbf{H}$ (див. (1.71)) компоненти ПП:

$$\left(\delta_{\alpha\beta}-\frac{\xi_\alpha\xi_\beta}{\xi^2}\right)A_{\beta j}\equiv A_{\alpha j}^{\perp(1)},\quad e_{\beta\alpha\gamma}\frac{\xi_\gamma}{\xi}A_{\beta j}\equiv A_{\alpha j}^{\perp(2)},\quad \frac{\xi_\alpha\xi_\beta}{\xi^2}A_{\beta j}\equiv A_{\alpha j}^{\parallel}. \qquad (1.94)$$

Тоді з (1.93) легко бачити, що поперечні компоненти $A_{\alpha j}^{\perp(1,2)}$ задовольняють

системі двох лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь, яка має рішення при (див. статтю автора [146])

$$T_c^{\pm}(\xi) \approx T_c\left\{1 \pm \frac{\xi}{2\varepsilon_F} \ln\left[\frac{\varepsilon_F z_{max}}{2T_c e}\left(\frac{4\gamma}{\pi}\right)^2\right]\right\}. \tag{1.95}$$

Ці вирази узгоджуються з формулами WC теорії (слабкого зв'язку) [188] для $T_{A_1}(H)$ і $T_{A_2}(H)$, які є температурами ФП з нормального ^{3}He в ^{3}He$-A_1$ і з ^{3}He$-A_1$ в ^{3}He$-A_2$ в магнітному полі (зауважимо, що $1/2\varepsilon_F = \nu'(\varepsilon_F)/\nu(\varepsilon_F)$, де $\nu'(\varepsilon_F)$ — похідна по енергії від щільності станів $\nu(\varepsilon_F)$ на поверхні Фермі). Однак, як відомо, відповідність формул WC теорії типу (1.95) експерименту лише якісна, так як реально спостерігається (див., наприклад, огляд [519]) деяка асиметрія відносно T_c в лінійному по магнітному полю розщепленні температури ФП в ^{3}He. Цю асиметрію вдається пояснити в рамках SC теорії [450, 451] (див. підрозділ 1.1 Вступ, де про це докладніше згадувалося).

Разом з тим відзначимо, що в (1.95) входить невизначений параметр обрізання $1 \ll z_{max} \ll \varepsilon_F/T_c$ (див. (1.91), (1.92)), і тому можна оцінити величину z_{max}, якщо зажадати, щоб різниця $T_c^{(+)} - T_c^{(-)}$ при якому-небудь значенні тиску збігалася за величиною з розщепленням $T_{A_1}(H) - T_{A_2}(H)$, що спостерігається на експерименті в магнітному полі. Наприклад, при $P_{melt} \approx 34$ бар використовуємо наближене значення частки $T_c/\varepsilon_F \approx 2,55 \cdot 10^{-3}$ [357, 358], а також величину температури ФП ^{3}He в надплинний стан: $T_c \approx 2,75 \cdot 10^{-3}$K [306], величину магнітного дипольного моменту ядра атома ^{3}He: $|\mu_n| \approx 2,13\mu_N$ [6, 128] (μ_N — ядерний магнетон), $Z_0 \approx -2,95$ [518] (див. після (1.69) визначення величини Z_0). Тоді, враховуючи, що, згідно з (1.71), $\xi \approx |\mu_n|H/(1 + Z_0/4)$, і прирівнюючи відношення $(T_c^{(+)} - T_c^{(-)})/H$ експериментальному значенню $6,4 \cdot 10^{-6}$ К/кГс [519], наближено отримуємо, що $z_{max} \approx 13 \approx 33 \cdot 10^{-3}\varepsilon_F/T_c$. Можна припустити (подібно [422]), що це співвідношення між z_{max} і ε_F/T_c залишається справедливим при всіх тисках $P < P_{melt}$.

Тепер зауважимо, що з лінеаризованого рівняння ГЛ (1.93) для $A_{\alpha j}^{\parallel}$ випливає вираз для $T_{c_3}(\xi) \equiv T_B(\xi)$ виду (див. статтю автора [146]):

$$T_B(\xi) \approx T_c\left\{1 - \left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \frac{7\zeta(3)}{\pi^2}\left[1 + 0.89\left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2\right]\right\}, \qquad (1.96)$$

де враховано, що

$$\frac{21\zeta(3)}{2\pi^2} - \frac{31\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2} \approx 0.89.$$

Квадратична залежність T_B від магнітного поля в (1.96) якісно узгоджується з поведінкою температури ФП в надплинну фазу $^3\mathrm{He}-B$ (див. статті 2 і 6 в сбірнику [130], а також [45, 282, 432, 454]), для якої $A^{\parallel}_{\alpha j} \neq 0$ при $T < T_B(\xi)$. Однак кількісна згода з експериментом [454] погіршується з ростом тиску, що відповідає зростанню при цьому SC ефектів.

Відзначимо, що врахована в (1.96) додаткова поправка в магнітному полі мала в межах застосовності теорії збурень, хоча може досягати декількох відсотків в помірно сильних полях. А саме, при тиску $P = 0$ в магнітних полях 0.83 кГс $\lesssim H \lesssim$ 2.0 кГс ця поправка змінюється в межах $1\% \lesssim 0.89(\xi/2T_c)^2 \lesssim 5.8\%$ (тут враховано, що $Z_0 \approx -2.69$ [518]; при збільшенні тиску ці нерівності будуть справедливі в більш сильних полях H). Така добавка до $T_B(\xi)$ для $^3\mathrm{He}-B$ мала в порівнянні з «тривіальними» SC поправками (див. докладніші пояснення про «тривіальні» і «нетривіальні» SC поправки в підрозділі 1.1 цієї глави) до квадратичного по полю члену в (1.96) (див., наприклад, [407, 454]).

На відміну від цього, *знайдена автором* [146] *квадратична по магнітному полю поправка* $(\xi/2T_c)^2 186\zeta(5)/7\zeta(3)\pi^2$ *до коефіцієнта при других просторових похідних від ПП* $A^{\parallel}_{\beta j}(\mathbf{R})$ *в рівнянні ГЛ (1.93) досягає значень* $\sim 10\%$ *в помірно сильних полях* і може бути одного порядку і навіть перевищувати величину «нетривіальних» SC поправок [432]. Тому в порівнянні з останніми *цією поправкою не можна нехтувати в помірно сильних магнітних полях. Це твердження є головним висновком роботи автора* [146]. А так як роль SC ефектів (не врахованих тут) зі зниженням тиску зменшується, то отриманий результат справедливий для $^3\mathrm{He}-B$ при порівняно низькому тиску.

Відзначимо, що знайденій автором в [146] квадратичній по полю поправці відповідає деформація ПП $^3\mathrm{He}-B$ в помірно сильному магнітному полі (про важливість впливу деформації ПП в $^3\mathrm{He}-B$ в досить сильних магнітних полях, наприклад, на колективні моди, особливо при низькому тиску і $T \to T_c$, вказувалося як в теоретичних, так і в експериментальних роботах [425, 436], а також в гл. 9 в монографії [45] і посиланнях там).

1.10. Аналіз рівнянь для параметра порядку надплинної фермі-рідини з триплетним спарюванням поблизу T_c в магнітному полі

Крім відзначеного наприкінці попереднього підрозділу головного результату, підкреслимо, що отримані ІД рівняння (1.78) (при $v_n \neq 0$ і рівній нулю надплинній швидкості $v_s = 0$) і (1.81) (при $v_n = v_s = 0$) представляють самостійний інтерес, так як вони справедливі в загальному випадку триплетного спарювання і тому можуть служити основою для виведення рівняння ГЛ надплинної фермі-рідини типу ^{3}He при $(T_c - T)/T_c \ll 1$ в магнітному полі при більш складному типі спарювання — f–спарюванні ($l = 3$), яке теоретично можливо (як уже пояснювалося в цьому розділі вище) в таких фермі-рідинах.

Кілька зауважень і кількісних оцінок, що стосуються меж застосовності загального рівняння ГЛ (1.93) і випливаючого з нього рівняння ГЛ для $A^{\parallel}_{\alpha j}(\mathbf{R})$. При виведенні (1.93) були відкинуті не залежні від магнітного поля складові, які містять малий множник $(T_c/\varepsilon_F)^2$ (і множаться на $\xi_\alpha \xi_\beta/\xi^2$). Порівнюючи найбільший по порядку величини член з відкинутих з утриманою в (1.93) квадратичною по полю поправкою до коефіцієнту при градієнтах від $A^{\parallel}_{\alpha j}(\mathbf{R})$, отримаємо, що при цьому повинна виконуватись нерівність

$$\left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \gg \left(\frac{T_c}{\varepsilon_F}\right)^2 \ln\left[\frac{\varepsilon_F z_{max}}{2T_c}\left(\frac{4\gamma}{\pi}\right)^2\right]. \tag{1.97}$$

У правій частині (1.97) опущений чисельний множник більше або поряд-

ку одиниці. Фігуруюча в (1.97) праворуч величина з точністю до постійного множника визначає різницю коефіцієнтів при градієнтах ПП в рівнянні ГЛ, обумовлену урахуванням малої асиметрії частинка — дірка в розподілі квазічастинок в околі поверхні Фермі [53].

Відзначимо, що при виведенні з (1.81) рівняння ГЛ (1.93) ми нехтували також малим внеском, що виникає при урахуванні залежності хімічного потенціалу $\mu(T,\xi)$ фермі-рідини типу ^{3}He від T і H (ξ виражається через H, див. (1.71)), замінивши $\mu \approx \varepsilon_F$. Відповідні кількісні розрахунки показують, що це справедливо за умови (1.97), якщо в (1.93) враховувати тільки головні (квадратичні і лінійні) по полю поправки, а малою добавкою $\sim \xi^4$ знехтувати. Однак в більш сильних полях

$$1 \gg \left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \gg \frac{T_c}{\varepsilon_F} \sim 10^{-3} \tag{1.98}$$

поправка $\sim \xi^4$ перевершує по порядку величини внесок від обліку залежності $\mu(T,\xi)$.

Таким чином, з урахуванням зроблених зауважень *з аналізу виведення загального рівняння ГЛ* (1.93) *випливає, що рівняння ГЛ для* $A^{\parallel}_{\alpha j}(\mathbf{R})$ ($A^{\parallel}_{\alpha j} \neq 0$ в ^{3}He$-B$) *справедливо в помірно сильних полях, що задовольняють нерівності (1.97) при одночасному дотриманні умови застосовності теорії збурень* $\xi/2T_c \ll 1$. При тиску $P = 0$ цьому відповідають поля

$$50\ (\text{Гс}) \ll H \ll 7.83 \cdot 10^3\ (\text{Гс}). \tag{1.99}$$

Тут використані експериментальні дані для ^{3}He з [300, 357, 358, 518] (а саме, $Z_0 \approx -2.69$, $T_c \approx 0.93 \cdot 10^{-3}$K, $T_c/\varepsilon_F \approx 0.61 \cdot 10^{-3}$), а також враховано, що $z_{max} > 10$ (див. для величини z_{max}, яка визначається формулою (1.91), була отримана чисельна оцінка після (1.95)).

Для знайденої в (1.93) квадратичної по полю поправки до коефіцієнту при градієнтах $A^{\parallel}_{\alpha j}(\mathbf{R})$ справедливі наступні нерівності:

$$0.01 \lesssim \left(\frac{\xi}{2T_c}\right)^2 \frac{186\zeta(5)}{7\zeta(3)\pi^2} \lesssim 0.1, \tag{1.100}$$

які виконуються, якщо при $P = 0$ магнітне поле H змінюється в межах

$$0.51 \cdot 10^3 \text{ (Гс)} \lesssim H \lesssim 1.62 \cdot 10^3 \text{ (Гс)}$$

(тобто поля з області (1.99)). З ростом тиску умови (1.100) виконуються в більш сильних полях (проте при цьому потрібно враховувати і зростаючу роль SC поправок при збільшенні P).

Зауважимо, нарешті, що (як зазначалося вище у вступному підрозділі 1.1 і на початку підрозділу 1.5) ми нехтували впливом слабкої магнітно-дипольної взаємодії між ферміонами. Це справедливо для ^{3}He в магнітних полях $H \gg 30$(Гс) (пор. з (1.99)), а також при температурах $(T_c - T)/T_c \gg 10^{-3}$ [107, 234, 282, 353].

1.11. Інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку НФР з триплетним спарюванням при H=0 і $v_n \neq 0$

Тепер, відповідно до цілей намічених у вступному підрозділі 1.1 цієї глави, в цьому і наступному підрозділах вивчається НФР з триплетним спарюванням поблизу температури переходу T_c в надплинний стан за відсутності магнітного поля ($H = 0$), але при наявності просторово однорідного течії нормальної компоненти НФР зі швидкістю $\mathbf{v}_n$ (швидкість надплинної компоненти вважається рівною нулю, $\mathbf{v}_s = 0$). Метою цих двох підрозділів 1.11 і 1.12 є виведення рівняння ГЛ для слабо просторово неоднорідного параметра порядку НФР з триплетним p–спарюванням і облік поправочних доданків до коефіцієнтів при градієнтах від ПП в рівнянні ГЛ. Ці поправки обумовлені впливом течії нормальної компоненти НФР, який при досить великих значеннях v_n приводить до деформації ПП (аналогічний вплив зовнішнього помірно сильного магнітного поля на коефіцієнти в рівнянні ГЛ для даної

НФР вивчався автором в статті [146] за умови, що $v_n = 0$, і викладено вище в підрозділах 1.5—1.10). Ми знехтували слабкою взаємодією між магнітними дипольними моментами ферміонів (атомів ^{3}He) [107, 353] і ефектами «сильного зв'язку» (SC ефектами), які (як уже зазначалося вище) малі в $^3\mathrm{He} - B$ при низькому тиску (див., наприклад, [407, 432, 434, 507] і посилання там). Тому наш розгляд має бути застосовано насамперед до $^3\mathrm{He}-B$ при порівняно низьких значеннях тиску.

Про вплив зовнішніх збурень (якими є, зокрема, і зовнішнє магнітне поле, і течія НФР) на деформацію ПП в надплинних фазах ^{3}He вказувалося раніше в науковій літературі (див., наприклад, монографії [45, 242] і посилання, наведені там).

Нижче в цьому розділі (див. статтю автора [147] і тези доповіді [455]) буде показано, що наявність течії НФР навіть зі швидкостями v_n, істотно меншими деякого критичного значення (а саме, при $v_n \ll 2T_c/p_F$), призводить до виникнення поправочних доданків до коефіцієнтів при градієнтах ПП в рівнянні ГЛ. Як і в [146] (див. вище підрозділи 1.1, 1.6—1.9), тут ми цікавимося поправками до коефіцієнтів тільки при лінійних по ПП членах в рівнянні ГЛ (не виписуючи явно нелінійні доданки) і порівняємо їх з так званими [432] «нетривіальними» поправками до цих же коефіцієнтів за рахунок ефектів «сильного зв'язку».

В цьому підрозділі загальне інтегро-диференціальне рівняння (1.78) (див. також формули (1.80)) для ПП з малою просторовою неоднорідністю НФР з триплетним спарюванням (спін куперівської пари ферміонів $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число), яке справедливо при температурах T близьких до T_c (і наявності однорідних зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$ і течії нормальної компоненти НФР зі швидкістю $\mathbf{v}_n$), перетворимо до виду зручному для виведення шуканого рівняння ГЛ, яке для випадку p–спарювання ($l = 1$) при $v_n \ll 2T_c/p_F$ і $\mathbf{H} = 0$ буде отримано в наступному підрозділі 1.12. У заключному підрозділі коротко обговорюються отримані результати і основні висновки цієї глави.

Таким чином, в подальшому будемо припускати, що зовнішнє магнітне поле $\mathbf{H}$ відсутнє і, отже, $\xi_\alpha \equiv 0$ (див. (1.55)). У цьому випадку (при $v_n \neq 0$, $v_s = 0$ і $\xi_\alpha \equiv 0$) ІД рівняння (1.78) з урахуванням (1.80) можна перетворити до наступного вигляду:

$$\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{k}) = -\frac{1}{2(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{q})G(\mathbf{q}) -$$

$$-\frac{i}{4(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\frac{\partial\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{q})}{\partial R_l}\left\{\frac{q_l}{m^*}\left[\frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} - \frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right] + \right.$$

$$\left. + v_{nl}\left[\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} + \frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)\right]\right\} +$$

$$+\frac{1}{2m^*(4\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|)\frac{\partial^2\Delta_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{q})}{\partial R_l \partial R_i}\left\{\delta_{il}\left[\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{q_i q_l}{m^*}\left[\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2} + \frac{2}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} - \frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right] + \right.$$

$$\left. + m^* v_{ni} v_{nl}\left[\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2} - \frac{2(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\big(\varepsilon(q)-\mu\big)^2}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right) - \frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right] + \right.$$

$$\left. + \big(v_{ni}q_l + v_{nl}q_i\big)\left[\frac{(\mathbf{v}_n\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2} - \frac{1}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right) - \frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right]\right\} + \frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3 q L_t(|\mathbf{k}-\mathbf{q}|) g_\alpha^{(3)}(\mathbf{R},\mathbf{q}) \tag{1.101}$$

(пор. з ІД рівнянням (1.81) (отриманим автором [146]), де $v_n = 0$, але $H \neq 0$).

У рівняння (1.101) входять функції $G(\mathbf{q})$, $\tau(\mathbf{q})$ і $\rho(\mathbf{q})$, які визначаються формулами

$$G(\mathbf{q}) \equiv \frac{\tanh\bigl(\xi_0(\mathbf{q})/2T\bigr) + \tanh\bigl(\xi_0(-\mathbf{q})/2T\bigr)}{\xi_0(\mathbf{q}) + \xi_0(-\mathbf{q})}, \tag{1.102}$$

$$\tau(\mathbf{q}) \equiv \frac{1}{2}\left[\frac{\tanh\bigl(\xi_0(\mathbf{q})/2T\bigr)}{\xi_0(\mathbf{q})} + \frac{\tanh\bigl(\xi_0(-\mathbf{q})/2T\bigr)}{\xi_0(-\mathbf{q})}\right], \tag{1.103}$$

$$\rho(\mathbf{q}) \equiv \frac{1}{2}\left[\frac{\tanh\bigl(\xi_0(\mathbf{q})/2T\bigr)}{\xi_0(\mathbf{q})} - \frac{\tanh\bigl(\xi_0(-\mathbf{q})/2T\bigr)}{\xi_0(-\mathbf{q})}\right]. \tag{1.104}$$

Зауважимо, що при $v_n = 0$ знайдене ІД рівняння (1.101) переходить в рівняння (1.29), отримане вище в підрозділі 1.3 (див. роботи автора [143, 144]), так як згідно (1.55) при цьому $\xi_0(\mathbf{q}) = \xi_0(-\mathbf{q}) = \varepsilon(\mathbf{q}) - \mu$, а також $\rho(\mathbf{q}) \equiv 0$, $G(\mathbf{q}) \equiv \tau(\mathbf{q})$.

1.12. Рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини з p–спарюванням при наявності $v_n \neq 0$ і при $H = 0$

Виходячи із загального ІД рівняння (1.101) для НФР, отримаємо рівняння ГЛ для випадку триплетного p–спарювання ($s = 1$, $l = 1$) при $v_n \neq 0$ за відсутності зовнішнього магнітного поля. Вводячи для цього параметр порядку НФР — комплексну 3×3 матрицю $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$ — згідно з формулою (1.85), використовуючи наближену формулу (1.86) з урахуванням (1.87), отримуємо з (1.101) рівняння для матриці $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$:

$$A_{\alpha j}(\mathbf{R})\frac{k_j}{k} = -\frac{bk_i}{(2\pi)^3}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{-1}^{1} \mathrm{d}(\cos\theta) n_i n_j \int_0^{\infty} \mathrm{d}q q^3 \Bigg\{ G(\mathbf{q}) A_{\alpha j}(\mathbf{R}) +$$

$$+ \frac{i}{2}\frac{\partial A_{\alpha j}(\mathbf{R})}{\partial R_l}\left[\frac{q n_l}{m^*}\left(\frac{q v_n \cos\theta}{\varepsilon(q) - \mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} - \frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q) - \mu} - \frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right) + v_{nl}\left(\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0} + \frac{q v_n \cos\theta}{\varepsilon(q) - \mu} \times\right.\right.$$

$$\times\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}-\frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)\Bigg)\Bigg]-\frac{1}{8m^*}\frac{\partial^2 A_{\alpha j}(\mathbf{R})}{\partial R_l\partial R_k}\Bigg[\delta_{kl}\Bigg(\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}+\frac{qv_n\cos\theta}{\varepsilon(q)-\mu}\times$$

$$\times\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}-\frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)\Bigg)+\frac{q^2n_kn_l}{m^*}\left(\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}+\frac{2}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}-\frac{qv_n\cos\theta}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right)+$$

$$+m^*v_{nk}v_{nl}\left(\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}-\frac{2qv_n\cos\theta}{\big(\varepsilon(q)-\mu\big)^2}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}-\frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)-\frac{qv_n\cos\theta}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right)+$$

$$+q\big(v_{nk}n_l+v_{nl}n_k\big)\left(\frac{qv_n\cos\theta}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\mathrm{d}^2\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}-\frac{1}{\varepsilon(q)-\mu}\frac{\mathrm{d}\tau(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\varepsilon(q)-\mu}\left(\frac{\rho(\mathbf{q})}{\varepsilon(q)-\mu}-\frac{\mathrm{d}\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0}\right)-\frac{\mathrm{d}^2\rho(\mathbf{q})}{\mathrm{d}\xi_0^2}\right)\Bigg]\Bigg\}+\big[O\big(A^3(\mathbf{R})\big)\big]_\alpha \qquad (1.105)$$

(пор. з ІД рівнянням (1.88) (отриманим автором в [146]), де $v_n = 0$, але $H \neq 0$).

При температурах близьких до T_c розкладемо функцію $G(\mathbf{q}) = G(\mathbf{q}, T)$ (див. (1.102)) в ряд за ступенями різниці $T - T_c$:

$$G(\mathbf{q},T)\approx G(\mathbf{q},T_c)+(T-T_c)\frac{\partial G(\mathbf{q},T)}{\partial T}\bigg|_{T=T_c}+\frac{(T-T_c)^2}{2}\frac{\partial^2 G(\mathbf{q},T)}{\partial T^2}\bigg|_{T=T_c,v_n=0}. \qquad (1.106)$$

Величина T_c залежить від L_t і визначається з лінеаризованого інтегрального рівняння для просторово однорідного ПП (див. (1.101) і (1.85) при $\partial A_{\alpha j}/\partial R_l = 0$, $\partial^2 A_{\alpha j}/\partial R_l\partial R_i = 0$).

Таким чином, припускаючи, що $v_n \ll 2T_c/p_F$ і утримуючи головні за порядком величини члени, в результаті аналітичних розрахунків по теорії збурень отримуємо з (1.105), з огляду на (1.102)–(1.104) і (1.106), наступне

рівняння ГЛ для НФР з p–спарюванням (типу ^{3}He) з поправками до коефіцієнтів при градієнтах від $A_{\alpha j}(\mathbf{R})$:

$$\left[\frac{T_c-T}{T_c}+\frac{1}{2}\left(\frac{T_c-T}{T_c}\right)^2\right]A_{\alpha j}-$$

$$-\frac{m^*v_n^2}{2\varepsilon_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{T_c}\right)^2\frac{7\zeta(3)}{5\pi^2}\left[1+2\frac{T_c-T}{T_c}-\frac{i}{\varepsilon_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{T_c}\right)^2\frac{93\zeta(5)}{49\pi^2\zeta(3)}\left(v_{nk}\frac{\partial}{\partial R_k}\right)\right]\times$$

$$\times\left(A_{\alpha j}+\frac{2v_{nj}v_{nl}}{v_n^2}A_{\alpha l}\right)-\frac{i}{\varepsilon_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{T_c}\right)^2\frac{7\zeta(3)}{10\pi^2}\left[\left(1-\frac{186\zeta(5)}{49\pi^2\zeta(3)}\frac{m^*v_n^2}{2\varepsilon_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{T_c}\right)^2\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(v_{nl}\frac{\partial A_{\alpha l}}{\partial R_j}+v_{nj}\frac{\partial A_{\alpha l}}{\partial R_l}\right)+v_{nl}\frac{\partial A_{\alpha j}}{\partial R_l}\right]+$$

$$+\frac{7\zeta(3)v_F^2}{80\pi^2T_c^2}\left[1-\frac{930\zeta(5)}{49\pi^2\zeta(3)}\frac{m^*v_n^2}{2\varepsilon_F}\left(\frac{\varepsilon_F}{T_c}\right)^2\right]\left(\frac{\partial^2A_{\alpha j}}{\partial\mathbf{R}^2}+2\frac{\partial^2A_{\alpha l}}{\partial R_j\partial R_l}\right)+\left[O\left(A^3\right)\right]_{\alpha j}=0, \tag{1.107}$$

(пор. з рівнянням ГЛ виду (1.93), де $v_n=0$, але $H\neq 0$). Тут $\zeta(x)$ — дзета-функція Рімана. В (1.107) враховано, що хімічний потенціал $\mu(T)\approx\varepsilon_F$ при $T\approx T_c\ll\varepsilon_F=p_F^2/2m^*$. При $v_n=0$ рівняння (1.107) збігається з рівнянням ГЛ з [107, 187, 353] (див. рівняння ГЛ виду (1.40), де $v_n=0$ і $H=0$, і роботи автора [143, 144]), а при $v_n\sim 2T_c/p_F$ теорія збурень не може бути застосована і знайдені поправки стають за величиною порядку початкових коефіцієнтів в рівнянні ГЛ (при $v_n=0$).

На закінчення відзначимо, що ми нехтували ефектами «сильного зв'язку», які, як відомо (див., наприклад, [107, 130, 235, 507]), стабілізують ^{3}He$-A$ при тисках $P>P_{PCP}\approx 21.2$ бар (тиск в полікритичній точці ^{3}He при $H=0$) і малі в ^{3}He$-B$ при низькому тиску. У зв'язку з цим підкреслимо, що головним результатом останніх двох підрозділів (див. також статтю автора [147]) є знайдені поправки до коефіцієнтів при градієнтах ПП в рівнянні ГЛ (1.107),

які обумовлені впливом однорідного потоку зі швидкістю v_n нормальної компоненти НФР типу ^{3}He з p–спарюванням. Причому ці поправки не зводяться лише до «подовження» просторових похідних $\partial/\partial R_l \to \partial/\partial R_l - i2m^* v_{nl}/\hbar$ в рівнянні ГЛ в другому порядку теорії збурень по градиентам ПП (див. [432]), а містять крім цього додатковий внесок. Додаткові порівняно з [432] поправки в рівнянні (1.107) навіть за умови, що $v_n \ll 2T_c/p_F$ можуть досягати за величиною $\sim 10\%$ від значень коефіцієнтів при $v_n = 0$, і, таким чином, можуть бути не тільки порівнянні, але і перевищувати за величиною (в залежності від значень v_n) «нетривіальні» поправки [432] до цих же коефіцієнтів, зумовлені впливом ефектів «сильного зв'язку» в ^{3}He. Отже, облік знайдених автором [147] поправок в рівнянні ГЛ може бути важливий насамперед для $^3\mathrm{He} - B$ і свідчить про деформацію ПП при $v_n \neq 0$.

Відзначимо, нарешті, що отримане автором [147] ІД рівняння в формі (1.78) і (1.101) справедливо в загальному випадку триплетного спарювання (спін пари $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число) і тому може бути використано для виведення рівняння ГЛ не тільки в разі p–спарювання, але і при обліку ефектів f–спарювання ($l = 3$), які можуть грати роль в надплинних фазах ^{3}He (див., наприклад, [419]).

1.13. Висновки з результатів розділу 1

Цей розділ засновано на публікаціях автора у вигляді статей і препринта: [143, 144, 146, 147], а також доповідей на міжнародних конференціях: [142], [145], [455].

З результатів цієї глави можна зробити наступні **основні висновки:**

Автором виведено аналітично:

1. На основі узагальненого фермі-рідинного підходу для надплинної фермі-рідини (НФР), що складається з електронейтральних ферміонів (типу ^{3}He), *вперше виведено* інтегро-диференціальне (ІД) рівняння для параметра порядку (ПП) (з малою просторовою неоднорідністю), яке справедливо при темпе-

ратурах близьких до температури T_c фазового переходу (ФП) з нормального в надплинний стан в загальному випадку триплетного спарювання ферміонів (атомів ^{3}He), коли спін куперівської пари $s = 1$, а орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число, а також при обліку обмінних нормальних фермі-рідинних (НФР) амплітуд взаємодії Ландау і наявності просторово однорідного помірно сильного (ПС) магнітного поля H і однорідного потоку зі швидкістю нормальної компоненти НФР v_n (передбачається, що надплинна швидкість $v_s = 0$).

Отримане ІД рівняння для ПП представляє самостійний інтерес, так як справедливо в загальному випадку триплетного спарювання ($s = 1$) і тому може служити основою для виведення рівняння Гінзбурга—Ландау (ГЛ) для НФР типу ^{3}He при температурах близьких до T_c при наявності одночасно і ПС магнітного поля і течії з $v_n \neq 0$, а також не тільки при p–спарюванні ($l = 1$) ферміонів, але і при більш складному типі спарювання — f–спарюванні ($l = 3$), яке теоретично можливо в таких НФР.

2. Для НФР з триплетним p–спарюванням ($s = 1$, $l = 1$) виведено рівняння ГЛ, в якому враховані обмінні НФР амплітуди взаємодії Ландау і вплив просторово однорідного ПС магнітного поля H (НФР вважається при цьому в стані спокою, тобто при $v_n = v_s = 0$). *Вперше* знайдено квадратичну по магнітному полю поправку до коефіцієнту при других просторових похідних від ПП в рівнянні ГЛ для ^{3}He, яка в помірно сильних полях сягає значень $\sim 10\%$ (від величини коефіцієнта при $H = 0$) і тому цією поправкою нехтувати не можна.

3. З виведеного рівняння ГЛ отримано формули для температур фазових переходів з нормального стану фермі-рідини (типу ^{3}He) в ^{3}He$-A_1$ і з ^{3}He$-A_1$ в ^{3}He$-A_2$ в магнітному полі. Ці вирази узгоджуються з відомими формулами теорії слабкого зв'язку для ФП температур $T_{A_1}(H)$ і $T_{A_2}(H)$. Крім того, з рівняння ГЛ отримано формулу для температури $T_B(H)$ фазового переходу з надплинної фази ^{3}He$-A$ в ^{3}He$-B$ в помірно сильному магнітному полі. Знайдена головна квадратична залежність $T_B(H)$ від магнітного поля якіс-

но узгоджується з поведінкою температури ФП в надплинну фазу $^3\mathrm{He}-B$. Отримані формули для ФП температур мають не тільки методичний інтерес, так як *вперше знайдено нову додаткову нелінійну поправку* в магнітному полі у формулі для $T_B(H)$, внесок якої хоча і малий в межах застосовності теорії збурень, але може досягати декількох відсотків в ПС полях і тому її треба враховувати.

4. Виходячи із загального ІД рівняння для параметра порядку НФР отримано рівняння ГЛ для випадку триплетного p–спарювання ($s=1,\ l=1$) за відсутності зовнішнього магнітного поля, але за умови, що $0<v_n\ll 2T_c/p_F$. В результаті аналітичних розрахунків по теорії збурень рівняння ГЛ для НФР з p–спарюванням (типу ^{3}He) отримано з поправками до коефіцієнтів при градієнтах від ПП. Знайдені поправки до коефіцієнтів при градієнтах від ПП в рівнянні ГЛ обумовлені впливом однорідного потоку зі швидкістю v_n нормальної компоненти НФР типу ^{3}He з p–спарюванням. Додаткові поправки в рівнянні ГЛ навіть за умови, що $v_n\ll 2T_c/p_F$ можуть досягати за величиною $\sim 10\%$ від значень коефіцієнтів при $v_n=0$. Облік знайдених *вперше нових поправок* в рівнянні ГЛ важливий перш за все для $^3\mathrm{He}-B$.

РОЗДІЛ 2

НАДПЛИННІСТЬ ФЕРМІ-РІДИНИ З ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ ПРИ СКІНЧЕННИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

2.1. Короткий вступ

У цьому розділі (заснованому на авторських статтях [148, 151, 457, 458] і доповідях на міжнародних конференціях [149, 150, 456]), який є продовженням і узагальненням попереднього, не будемо обмежуватися вивченням надплинності в фермі-рідинах з триплетним спарюванням в порівняно вузькій області температур близьких до температури фазового переходу T_c (як це було в попередньому розділі), а розглянемо більш загальний випадок — всю область скінченних температур $0 < T < T_c$, де існує надплинність, при наявності помірно сильного магнітного поля H, яке (як і раніше) передбачається постійним і просторово однорідним. Теоретичне дослідження будемо проводити в рамках того ж узагальненого на надплинні системи фермі-рідинного підходу, про який докладніше вже було викладено вище в розділі 1. Розглядається НФР електронейтральних ферміонів з ядерним магнітним моментом. До таких НФР відносяться, наприклад, надплинні фази ^{3}He, а також нейтронна рідина в надплинному стані всередині нейтронних зірок. Вивченню надплинності з триплетним спарюванням в щільній нейтронній матерії присвячені останні три глави цього дослідження. В цьому розділі основна увага зосереджена на теоретичному вивченні надплинних фаз ^{3}He в помірно сильному магнітному полі. Ці об'єкти (^{3}He і нейтронна рідина) в надплинному стані досліджувалися різними методами в багатьох роботах (про що вже йшлося на початку минулого розділу і тому відзначимо тут лише деякі огляди [107, 132, 353, 434], монографії [45, 242, 307, 507] і наведені там поси-

лання). Не будемо детально висвітлювати обширну бібліографію, присвячену НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі, проте відзначимо роботу [424]. У цій роботі наведено розв'язки рівнянь Горькова для нормальних і аномальних температурних функцій Гріна (про які ми вже відзначали в більш докладному вступі до попередньої глави) в загальному випадку НФР з триплетним спарюванням в однорідному постійному магнітному полі. Автор [424] обмежився розглядом фази $^3\mathrm{He}-B$, що покоїться (це одна з унітарних фаз надплинного ^{3}He, див., наприклад, главу 4 в монографії [1], статті зі збірки [130] і [507]) в магнітному полі, при описі якої враховував тільки p–спарювання атомів ^{3}He і використовував так зване наближення «слабкого зв'язку», справедливе при низькому тиску (див, також вступ до глави 1 тут вище). В [424] отримана зв'язана система нелінійних рівнянь для параметра порядку і ефективного магнітного поля всередині $^3\mathrm{He}-B$, а також знайдено вираз для магнітної сприйнятливості $^3\mathrm{He}-B$ з урахуванням обмінних нормальних фермі-рідинних (НФР) амплітуд Ландау F_0^a і F_2^a (в [424] використані позначення обмінних амплітуд Ландау F_l^a, які є загальновживаними в іноземній літературі, див., наприклад, §2 в розділі 1 відомої монографії [112]). Облік $F_2^a \neq 0$ (тобто при $l=2$, пор., наприклад, з (1.65) із попередньої глави) значно ускладнив дослідження $^3\mathrm{He}-B$ в магнітному полі при скінчених температурах. Отримана система рівнянь в [424] розв'язана чисельно при різних значеннях магнітного поля і температурах $0<T<T_c$ (T_c — температура фазового переходу з нормального в надплинний стан) і з порівняння з експериментом зроблено висновок про те, що теорія слабкого зв'язку не дозволяє правильно пояснити перехід з $^3\mathrm{He}-B$ в $^3\mathrm{He}-A$ в досить сильних магнітних полях. Хоча отриманий в [424] результат для нелінійної магнітної сприйнятливості $^3\mathrm{He}-B$ добре узгоджується з експериментом в області слабких полів, але в сильних магнітних полях виникає помітна розбіжність з експериментом. На це звертали увагу і в [284], де крім p–спарювання враховані і ефекти f–спарювання в $^3\mathrm{He}-B$ при розрахунку нелінійної магнітної сприйнятливості, яка знайдена за допомогою теорії збурень з точністю до квадратичних чле-

нів по малому параметру $\gamma H/\Delta(T)$ (γ — гіромагнітне відношення для атома ^{3}He; H — зовнішнє магнітне поле; $\Delta(T)$ — щілина в енергетичному спектрі квазічастинок) в наближенні слабкого зв'язку в квазікласичній теорії.

У зв'язку з деякими відхиленнями передбачень теорії для НФР з триплетним спарюванням від експериментальних результатів представляє інтерес використання інших теоретичних підходів. У роботах [15, 81, 114, 180, 338] був розвинений альтернативний метод (як уже докладніше зазначалося в попередньому розділі) опису надплинних фермі-систем в моделі фермі-рідини, в якому замість формалізму температурних функцій Гріна використовуються більш прості величини — нормальні і аномальні «функції розподілу» (ФР) квазічастинок, що задовольняють нелінійне рівняння самоузгодження (при $H = 0$ див. (1.8) і також (1.9), (1.10)), яке при $H \neq 0$ набуває вигляду рівняння (1.50) [146] з урахуванням (1.51) і (1.52).

Головною метою даного розділу є виведення на основі узагальненого фермірідинного підходу загальних виразів для нормальної і аномальної ФР квазічастинок НФР з триплетним спарюванням (коли спін куперівської пари $s = 1$, а орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число) в постійному однорідному помірно сильному магнітному полі при скінчених температурах з інтервалу зміни $0 < T < T_c$. Ці вирази для ФР, справедливі як для унітарних, так і для неунітарних фаз НФР з триплетним спарюванням, представляють самостійний інтерес і узагальнюють результати роботи [70] на випадок наявності магнітного поля та з урахуванням обмінних НФР взаємодій. Підкреслимо, що конкретна структура функціональної залежності енергії НФР від ФР використовується лише на останньому етапі для отримання зв'язаної системи нелінійних рівнянь самоузгодження для параметра порядку (ПП) НФР, енергії квазічастинок і ефективного магнітного поля $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ (що виникає всередині НФР внаслідок перенормування зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$ обмінними НФР взаємодіями). У цьому розділі (див. також роботи автора [148, 151]) для виведення цієї системи рівнянь (як і в статті [70]) використаний функціонал енергії (ФЕ) для НФР квадратичний по ФР.

У наступних підрозділах будуть використані в якості початкових основні рівняння в загальному вигляді (див. докладніше підрозділ 1.5 вище, де враховувалася наявність магнітного поля $H \neq 0$, а також підрозділ 1.2, в якому передбачалося, що $H = 0$, і введені визначення основних величин, використовуваних при описі НФР), які справедливі для НФР з триплетним спарюванням ($s = 1$, l — будь-яке непарне число) ферміонів.

2.2. Загальні формули для функцій розподілу квазічастинок і рівняння самоузгодження для НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі

Тепер, щоб знайти загальний вигляд аномальних g_α (див. (1.49)) і нормальних ФР f_0 і f_α (див. (1.45)) з системи основних рівнянь (1.13) (які з урахуванням (1.14) еквівалентні при $H \neq 0$ рівнянню самоузгодження виду (1.50) з урахуванням (1.51) і (1.52)), необхідно спочатку розв'язати рівняння (1.15) для матриці X. Відповідно до (1.52) і (1.56) будемо шукати матрицю X у вигляді

$$X_{12} = iX_\alpha(\mathbf{p}_1)(\sigma_\alpha\sigma_2)_{s_1s_2}\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad X_\alpha(-\mathbf{p}) = -X_\alpha(\mathbf{p}) \tag{2.1}$$

і зробимо при цьому припущення про те, що

$$\xi_\alpha(\mathbf{p}) = \xi_\alpha(-\mathbf{p}). \tag{2.2}$$

Тоді з (1.15) отримуємо таке рівняння для $\mathbf{X}(\mathbf{p})$:

$$2\Sigma(\mathbf{p})X_\alpha(\mathbf{p}) + \Delta_\alpha(\mathbf{p}) + \Delta^*_\alpha(\mathbf{p})M(\mathbf{p}) + i2e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\beta(\mathbf{p})X_\gamma(\mathbf{p}) = 0 \tag{2.3}$$

($e_{\alpha\beta\gamma}$ — абсолютно антисиметричний тензор). Тут введені величини:

$$\Sigma(\mathbf{p}) \equiv z(\mathbf{p}) - X_\beta(\mathbf{p})\Delta^*_\beta(\mathbf{p}), \tag{2.4}$$

$$z(\mathbf{p}) \equiv \frac{\xi_0(\mathbf{p}) + \xi_0(-\mathbf{p})}{2} = \varepsilon(p) - \mu, \quad M(\mathbf{p}) \equiv \mathbf{X}^2(\mathbf{p}).$$

В результаті розв'язання рівняння (2.3) отримуємо

$$X_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{\Delta_\beta(\mathbf{p}) + \Delta^*_\beta(\mathbf{p})M(\mathbf{p})}{2\Sigma(\mathbf{p})\left[\xi^2(\mathbf{p}) - \Sigma^2(\mathbf{p})\right]}\left[\delta_{\alpha\beta}\Sigma^2(\mathbf{p}) - \xi_\beta(\mathbf{p})\xi_\alpha(\mathbf{p}) + i\Sigma(\mathbf{p})e_{\alpha\beta\gamma}\xi_\gamma(\mathbf{p})\right], \tag{2.5}$$

де, згідно (2.4),

$$M = \frac{2\Sigma(\Sigma - z)\left(\xi^2 - \Sigma^2\right) - \eta\left(\vec{l}\cdot\vec{\xi}\right)\Sigma - \Delta_\beta\Delta^*_\gamma\left(\xi_\beta\xi_\gamma - \delta_{\beta\gamma}\Sigma^2\right)}{\Delta^*_\lambda\Delta^*_\nu\left(\xi_\lambda\xi_\nu - \delta_{\lambda\nu}\Sigma^2\right)}. \tag{2.6}$$

Для скорочення запису у формулі (2.6) у всіх функцій опущений аргумент $\mathbf{p}$ і введений дійсний одиничний вектор

$$\vec{l}(\mathbf{p}) \equiv \frac{i}{\eta(\mathbf{p})}\left[\vec{\Delta}(\mathbf{p}) \times \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})\right]. \tag{2.7}$$

Зауважимо, що величина $\eta(\mathbf{p}) \equiv \left|\left[\vec{\Delta}(\mathbf{p}) \times \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})\right]\right|$ відмінна від нуля для неунітарних станів НФР з триплетним спарюванням.

Виходячи з (2.4) і з огляду на (2.3), (2.5), (2.6), можна показати, що функція $\Sigma^2(\mathbf{p})$ задовольняє квадратного рівняння, розв'язками якого є

$$\Sigma^2_{1,2}(\mathbf{p}) = \frac{1}{4}\left[E_+(\mathbf{p}) \pm E_-(\mathbf{p})\right]^2. \tag{2.8}$$

Тут функції $E_\pm(\mathbf{p})$, що представляють собою за фізичним змістом енергії квазічастинок НФР (з проекціями спіна уздовж і проти магнітного поля), як в неунітарних (при $\eta \neq 0$), так і в унітарних фазах (при $\eta = 0$) мають вигляд (пор. з формулою (4) в [424])

$$E^2_\pm(\mathbf{p}) \equiv \alpha(\mathbf{p}) \pm \sqrt{\beta^2(\mathbf{p}) + \gamma^2(\mathbf{p})}, \tag{2.9}$$

де

$$\alpha(\mathbf{p}) \equiv \left|\vec{\Delta}(\mathbf{p})\right|^2 + z^2(\mathbf{p}) + \xi^2(\mathbf{p}),$$

$$\beta_\alpha(\mathbf{p}) \equiv \eta(\mathbf{p}) l_\alpha(\mathbf{p}) + 2z(\mathbf{p})\xi_\alpha(\mathbf{p}), \tag{2.10}$$

$$\gamma(\mathbf{p}) \equiv 2\left|\vec{\xi}(\mathbf{p}) \cdot \vec{\Delta}(\mathbf{p})\right|.$$

Тепер зобразимо в просторово однорідному випадку, з огляду на (1.54), (1.55) і (2.1), матрицю n_{12} (див. (1.14) при $H \neq 0$) у вигляді

$$n_{12} = \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}\left[N^0_{\mathbf{p}_1}\delta_{s_1s_2} + N^{\|}_{\mathbf{p}_1}\hat{h}_\nu(\mathbf{p}_1)(\sigma_\nu)_{s_1s_2}\right], \tag{2.11}$$

де

$$N^0_{\mathbf{p}} \equiv \frac{1}{2}\left[N^{(+)}_{\mathbf{p}} + N^{(-)}_{\mathbf{p}}\right], \quad N^{\|}_{\mathbf{p}} \equiv \frac{1}{2}\left[N^{(+)}_{\mathbf{p}} - N^{(-)}_{\mathbf{p}}\right], \tag{2.12}$$

$$N^{(\pm)}_{\mathbf{p}} \equiv \left\{\exp\left[\beta\left(\frac{\xi_0(\mathbf{p}) - \xi_0(-\mathbf{p})}{2} + \Sigma(\mathbf{p}) \pm |\mathbf{h}(\mathbf{p})|\right)\right] + 1\right\}^{-1}, \quad \left(\beta \equiv T^{-1}\right), \tag{2.13}$$

$$h_\alpha(\mathbf{p}) \equiv \xi_\alpha(\mathbf{p}) - ie_{\alpha\beta\gamma}X_\beta(\mathbf{p})\Delta^*_\gamma(\mathbf{p}), \quad \hat{h}_\alpha \equiv \frac{h_\alpha}{|\mathbf{h}|}. \tag{2.14}$$

Причому, за умови (2.2) справедлива властивість

$$h_\alpha(-\mathbf{p}) = h_\alpha(\mathbf{p}). \tag{2.15}$$

Введемо також наступні величини:

$$A(\mathbf{p}) = \frac{a(\mathbf{p})}{a^2(\mathbf{p}) - b^2(\mathbf{p})}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{p}) = -\frac{\mathbf{b}(\mathbf{p})}{a^2(\mathbf{p}) - b^2(\mathbf{p})}, \quad (b \equiv |\mathbf{b}|), \tag{2.16}$$

$$a(\mathbf{p}) \equiv 1 + X_\alpha(\mathbf{p})X^*_\alpha(\mathbf{p}), \quad b_\alpha(\mathbf{p}) \equiv ie_{\alpha\beta\gamma}X_\beta(\mathbf{p})X^*_\gamma(\mathbf{p}). \tag{2.17}$$

В результаті, з огляду на визначення (1.14) для матриці K і формули (2.1), (2.11)—(2.17), отримуємо з другої формули (1.13) (при $H \neq 0$) такі вирази

для аномальних ФР $g_\alpha(\mathbf{p})$ і $g_0(\mathbf{p})$ квазічастинок в просторово однорідному випадку (див. (1.49)):

$$g_\alpha(\mathbf{p}) = \big(1 - N^0_{\mathbf{p}} - N^0_{-\mathbf{p}}\big)\big[X_\alpha(\mathbf{p})A(\mathbf{p}) - ie_{\alpha\beta\gamma}X_\beta(\mathbf{p})B_\gamma(\mathbf{p})\big] -$$

$$-\big(N^{\|}_{\mathbf{p}} + N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\big\{-ie_{\alpha\beta\gamma}X_\beta(\mathbf{p})\hat{h}_\gamma(\mathbf{p})A(\mathbf{p}) + \big[X_\alpha(\mathbf{p})B_\beta(\mathbf{p}) + X_\beta(\mathbf{p})B_\alpha(\mathbf{p})\big]\hat{h}_\beta(\mathbf{p})\big\}, \tag{2.18}$$

$$g_0(\mathbf{p}) = \big(N^{\|}_{\mathbf{p}} - N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\big[e_{\alpha\beta\gamma}X_\alpha(\mathbf{p})B_\beta(\mathbf{p})\hat{h}_\gamma(\mathbf{p}) - iA(\mathbf{p})X_\beta(\mathbf{p})\hat{h}_\beta(\mathbf{p})\big], \tag{2.19}$$

а для нормальних ФР квазічастинок $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ (див. (1.45)) з першої формули (1.13) знайдемо (при $H \neq 0$), що

$$f_0(\mathbf{p}) = 1 - N^0_{-\mathbf{p}} + \big(N^0_{\mathbf{p}} + N^0_{-\mathbf{p}} - 1\big)A(\mathbf{p}) + \big(N^{\|}_{\mathbf{p}} + N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)B_\alpha(\mathbf{p})\hat{h}_\alpha(\mathbf{p}), \tag{2.20}$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \big(N^0_{\mathbf{p}} + N^0_{-\mathbf{p}} - 1\big)B_\alpha(\mathbf{p}) + N^{\|}_{\mathbf{p}}\big[A(\mathbf{p})\hat{h}_\alpha(\mathbf{p}) - ie_{\alpha\beta\gamma}\hat{h}_\beta(\mathbf{p})B_\gamma(\mathbf{p})\big] -$$

$$-N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big[W_\alpha(\mathbf{p})A(\mathbf{p}) + \big(ie_{\alpha\beta\gamma}W_\beta(\mathbf{p}) + b_\alpha(\mathbf{p})\hat{h}_\gamma(\mathbf{p})\big)B_\gamma(\mathbf{p})\big], \tag{2.21}$$

де

$$W_\alpha(\mathbf{p}) \equiv \big[\big(a(\mathbf{p}) - 1\big)\delta_{\alpha\beta} - X_\alpha(\mathbf{p})X^*_\beta(\mathbf{p}) - X^*_\alpha(\mathbf{p})X_\beta(\mathbf{p})\big]\hat{h}_\beta(\mathbf{p}). \tag{2.22}$$

Таким чином, отримані формули (2.18), (2.19) і (2.20), (2.21) для аномальних і нормальних ФР квазічастинок в НФР разом з формулами (2.5), (2.6) для $X_\alpha(\mathbf{p})$ і (2.8)—(2.10) для $\Sigma(\mathbf{p})$, а також (2.12)—(2.14) і (2.16), (2.17) дозволяють розв'язати поставлену задачу в загальному випадку триплетного спарювання (спін пари $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число) в магнітному полі при скінченних температурах з інтервалу зміни $0 < T < T_c$. Функції розподілу (2.18), (2.19) і (2.20), (2.21) є більш загальними, ніж відповідні результати статті [70] (див. також [15, 180]), так як тут враховано вплив на НФР зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$ і обмінних НФР взаємодій (тобто $\xi_\alpha(\mathbf{p}) \neq 0$ і див. (2.2)).

Зауважимо, що знаючи вид (2.21) (з урахуванням (2.22)) для ФР $f_\alpha(\mathbf{p})$, можна знайти намагніченість $\mathbf{M}$, що виникає в НФР в магнітному полі $\mathbf{H}$ з урахуванням обмінних НФР амплітуд Ландау, і, отже, магнітну сприйнятливість $\chi_{\alpha\beta}$ за формулою

$$M_\alpha = \frac{2\mu_n}{V}\sum_{\mathbf{p}} f_\alpha(\mathbf{p}) = \chi_{\alpha\beta}H_\beta. \tag{2.23}$$

Іншими методами намагніченість і магнітна сприйнятливість в надплинних фазах ^{3}He при $T \neq 0$ в магнітному полі з урахуванням тільки p–спарювання, але без фермі-рідинних поправок знайдені в [310], а в [284, 424] (як уже зазначалося докладніше вище в короткому вступному підрозділі 2.1) ці величини отримано для $^3\mathrm{He}-B$ з урахуванням p– і f–спарювання і обмінних НФР амплітуд Ландау $F_2^{(l)} \neq 0$ при $l = 0,\ 2$ і $F_2^{(l)} = 0$ при $l > 2$ (в наших позначеннях, див. (1.65) в попередньому розділі).

Щоб отримати замкнену систему рівнянь для компонент параметра порядку (ПП) $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$, енергії $\xi_0(\mathbf{p})$ квазічастинок і ефективного магнітного поля $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ (див. (1.55)), потрібно (як зазначалося в кінці підрозділу 2.1) використовувати конкретну структуру ФЕ $E_2(g, g^+)$ виду (1.47) (при $L_s(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 0$, тобто за відсутності синглетного спарювання ферміонів). В силу непарності ФР $g_\alpha(\mathbf{p})$ (див. (1.49)) для аномальної фермі-рідинної (АФР) функції взаємодії $L_t(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ (при триплетному спарюванні ферміонів) справедливі властивості:

$$L_t(-\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = -L_t(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = L_t(\mathbf{p}, -\mathbf{p}_1) \tag{2.24}$$

і тому функцію $L_t(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = L_t(p, p_1, \cos\theta)$ (θ — кут між векторами $\mathbf{p}$ і $\mathbf{p}_1$, що лежать поблизу фермі-поверхні) можна розкласти по поліномам Лежандра $P_l(\cos\theta)$, причому $l = 2n + 1$ ($n = 0,\ 1,\ 2,\ ...$) [110] (пор. з розкладанням виду (1.65) для НФР функції взаємодії $F_2(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = F_2(\theta)$):

$$L_t(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = \sum_{l=1,3,\ldots}^{\infty} (2l+1)L_t^{(l)}P_l(\cos\theta). \tag{2.25}$$

З (1.52) з урахуванням (1.47), (1.49) і (1.56) отримуємо рівняння для компонент $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$:

$$\Delta_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}_1} L_t(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) g_\alpha(\mathbf{p}_1), \tag{2.26}$$

де функції $g_\alpha(\mathbf{p})$ мають в загальному випадку вид (2.18).

Аналогічно з (1.51) з урахуванням (1.53)—(1.55), а також (1.63) і (1.46), (1.45) випливають рівняння для енергії квазічастинок $\xi_0(\mathbf{p})$ і функції $\vec{\xi}(\mathbf{p})$, пов'язаної з ефективним магнітним полем $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ в НФР формулою

$$\xi_\beta(\mathbf{p},H) = \varepsilon_\beta(\mathbf{p}) - \mu_n H_\beta \equiv -\mu_n (H_{eff}(\mathbf{p}))_\beta \tag{2.27}$$

(пор. з (1.55)). Ці рівняння мають наступний вигляд:

$$\xi_0(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(p) - (\mathbf{v}_n\cdot\mathbf{p}+\mu) + \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}_1} F_1(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) f_0(\mathbf{p}_1), \tag{2.28}$$

$$\xi_\alpha(\mathbf{p},H) = -\mu_n H_\alpha + \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}_1} F_2(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) f_\alpha(\mathbf{p}_1), \tag{2.29}$$

де для нормальних ФР $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ справедливі загальні формули (2.20) і (2.21) (з урахуванням (2.22)). При виведенні рівнянь (2.28), (2.29) враховано, що $F_{1,2}(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) = F_{1,2}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p})$. Зауважимо, що для парності функцій $\xi_\alpha(\mathbf{p}) = \xi_\alpha(-\mathbf{p})$ (див. (2.2)) необхідно, щоб виконувалася умова $F_2(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) = F_2(-\mathbf{p},\mathbf{p}_1)$, яка призводить до того, що $F_2(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) = F_2(p,p_1,\cos\theta)$ можна розкласти по поліномам Лежандра $P_{2n}(\cos\theta)$ $(n = 0,1,2,...)$ у відповідності з [424].

Отже, рівняння (2.26), (2.28), (2.29), справедливі при виборі ФЕ квадратичного по ФР, спільно з виразами (2.18), (2.20) і (2.21) для ФР $g_\alpha(\mathbf{p})$, $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ дозволяють розв'язати загальну задачу про триплетне спарювання в НФР як в унітарних, так і в неунітарних фазах в магнітному полі з урахуванням обмінних НФР взаємодій і тим самим узагальнюють результати роботи [70], а також результати для триплетного спарювання в НФР в оглядах [15, 180].

2.3. Функції розподілу квазічастинок для унітарних і неунітарних фаз НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі

Виходячи із загальних формул (2.18) — (2.21) знайдемо в цьому підрозділі структуру аномальних і нормальних ФР квазічастинок для деяких окремих випадків НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі.

Спочатку розглянемо унітарні фази НФР, для яких $\eta \equiv |[\vec{\Delta} \times \vec{\Delta}^*]| = 0$. Пусть $\vec{\Delta}(\mathbf{p}) = \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})$ (випадок $\vec{\Delta} = -\vec{\Delta}^*$ розглядається аналогічно). З (2.18), (2.19) в цьому випадку отримуємо

$$g_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2R_{1,2}}\Bigg\{\big(1 - N^0_{\mathbf{p}} - N^0_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\Sigma_{1,2}}\Big[\xi_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big) - \Delta_\alpha\Sigma^2_{1,2} + iz[\vec{\xi},\vec{\Delta}]_\alpha\Big] +$$

$$+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}} + N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{h_{1,2}}\Big[\xi_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big) - \Delta_\alpha\Sigma^2_{2,1} + iz[\vec{\xi},\vec{\Delta}]_\alpha\Big]\Bigg\}, \tag{2.30}$$

$$g_0(\mathbf{p}) = \big(N^{\|}_{\mathbf{p}} - N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{i\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)}{2\Sigma_{1,2}h_{1,2}}. \tag{2.31}$$

Тут $N^0_{\pm\mathbf{p}}\big(\Sigma_{1,2}\big)$ і $N^{\|}_{\pm\mathbf{p}}\big(\Sigma_{1,2}\big)$ мають вигляд (2.12), (2.13), а інші функції, у яких для скорочення запису формули не виписаний аргумент, залежать від $\mathbf{p}$. Функції $\Sigma_{1,2}(\mathbf{p})$ визначаються формулами (2.8), а, крім того, в (2.30) введена величина (див. (2.9) і (2.10))

$$R_{1,2}(\mathbf{p}) = \pm E_+(\mathbf{p})E_-(\mathbf{p}) = \pm\sqrt{\alpha^2(\mathbf{p}) - \beta^2(\mathbf{p}) - \gamma^2(\mathbf{p})}. \tag{2.32}$$

В (2.31) також входить функція $h_{1,2}(\mathbf{p}) \equiv |\mathbf{h}_{1,2}(\mathbf{p})|$ (див. (2.14)), для якої при $\vec{\Delta}(\mathbf{p}) = \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})$ справедлива формула

$$h^2_{1,2} = \Sigma^2_{2,1} - \frac{2\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)^2\big(\Sigma^2_{2,1} - \xi^2\big)}{\big(\Sigma^2_{1,2} - \xi^2\big)\big(\Sigma_{1,2} + z\big)^2}. \tag{2.33}$$

Тут і в (2.30), (2.31) враховано, що

$$\Sigma_{1,2}^2 - R_{1,2} = \Sigma_{2,1}^2, \tag{2.34}$$

як це випливає з (2.8) і (2.32).

Зауважимо, що так як $\Sigma_{1,2}(-\mathbf{p}) = \Sigma_{1,2}(\mathbf{p})$ і $h_{1,2}(-\mathbf{p}) = h_{1,2}(\mathbf{p})$ (див. (2.4) і (2.15)), то $N_{\mathbf{p}}^{\|} - N_{-\mathbf{p}}^{\|} \neq 0$ тільки через те, що $\xi_0(\mathbf{p}) - \xi_0(-\mathbf{p}) = -2\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n \neq 0$.

З формул (2.20) і (2.21) для нормальних ФР квазічастинок $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ при $\vec{\Delta}(\mathbf{p}) = \vec{\Delta}^*(\mathbf{p})$ випливає, що

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\big(1 + N_{\mathbf{p}}^0 - N_{-\mathbf{p}}^0\big) +$$

$$+\frac{z}{2R_{1,2}}\left[\big(1 - N_{\mathbf{p}}^0 - N_{-\mathbf{p}}^0\big)\frac{\xi^2 - \Sigma_{1,2}^2}{\Sigma_{1,2}} + \big(N_{\mathbf{p}}^{\|} + N_{-\mathbf{p}}^{\|}\big)\frac{\xi^2 - \Sigma_{2,1}^2}{h_{1,2}}\right], \tag{2.35}$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2R_{1,2}}\left\{\big(1 - N_{\mathbf{p}}^0 - N_{-\mathbf{p}}^0\big)\frac{1}{\Sigma_{1,2}}\left[\xi_\alpha\big(z^2 - \Sigma_{1,2}^2\big) + \Delta_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\right] +\right.$$

$$\left. +\big(N_{\mathbf{p}}^{\|} + N_{-\mathbf{p}}^{\|}\big)\frac{1}{h_{1,2}}\left[\xi_\alpha\big(z^2 - \Sigma_{2,1}^2\big) + \Delta_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\right]\right\} + \big(N_{\mathbf{p}}^{\|} - N_{-\mathbf{p}}^{\|}\big)\frac{z\xi_\alpha}{2\Sigma_{1,2}h_{1,2}}, \tag{2.36}$$

де, як і в (2.30) і (2.31), у всіх функцій, крім $N_{\pm\mathbf{p}}^0\big(\Sigma_{1,2}\big)$ і $N_{\pm\mathbf{p}}^{\|}\big(\Sigma_{1,2}\big)$, аргумент $\mathbf{p}$ не виписаний явно. Зауважимо, що, підставивши $f_\alpha(\mathbf{p})$ виду (2.36) в формулу (2.23), отримуємо намагніченість і магнітну сприйнятливість для унітарних фаз $\big(\vec{\Delta} = \vec{\Delta}^*\big)$ НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі (для ^{3}He$-B$ [284, 424]).

Зауважимо також, що в зовнішньому магнітному полі і при температурах $|T_c - T| \ll T_c$ з формул (2.30), (2.31) і (2.35), (2.36) слідують в головному наближенні теорії збурень за ступенями малих $\vec{\Delta}(\mathbf{p})$ вирази для $f_\alpha^{(0)}(\mathbf{p})$ і $g_\alpha^{(1)}(\mathbf{p})$, які збігаються (при $|\vec{\xi}| \neq 0$ і $v_n \neq 0$) з формулами (1.64) і (1.79) (див. формули (27) і (41) зі статті автора [146]).

За відсутності зовнішнього магнітного поля (при $\vec{\xi}(\mathbf{p}) = 0$) для унітарних станів НФР (при $\vec{\Delta}(\mathbf{p}) = \pm\vec{\Delta}^*(\mathbf{p})$) з (2.4) — (2.6) маємо (пор. з (2.8), (2.9), (2.10))

$$\Sigma^2(\mathbf{p}) = E^2(\mathbf{p}) = |\vec{\Delta}(\mathbf{p})|^2 + z^2(\mathbf{p}), \tag{2.37}$$

і з (2.26), (2.30) отримуємо рівняння для $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$:

$$\Delta_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}_1} L_t(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)\frac{\Delta_\alpha(\mathbf{p}_1)}{E(\mathbf{p}_1)}\big(N_{\mathbf{p}_1} + N_{-\mathbf{p}_1} - 1\big), \tag{2.38}$$

де

$$N_{\mathbf{p}} \equiv \left\{\exp\left[\beta\left(E(\mathbf{p}) + \frac{\xi_0(\mathbf{p}) - \xi_0(-\mathbf{p})}{2}\right)\right] + 1\right\}^{-1}, \quad \big(\beta \equiv T^{-1}\big). \tag{2.39}$$

Виходячи з (2.28) і враховуючи (2.35) для $f_0(\mathbf{p})$, знайдемо рівняння для $\xi_0(\mathbf{p})$:

$$\xi_0(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(p) - (\mathbf{v}_n\cdot\mathbf{p} + \mu) + \frac{1}{4V}\sum_{\mathbf{p}_1}\frac{F_1(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)}{E(\mathbf{p}_1)}\times$$

$$\times\big\{\big[E(\mathbf{p}_1) + z(\mathbf{p}_1)\big]N_{\mathbf{p}_1} + \big[E(\mathbf{p}_1) - z(\mathbf{p}_1)\big]\big(1 - N_{\mathbf{p}_1}\big)\big\}, \tag{2.40}$$

тобто (2.38), (2.40) узгоджуються з відповідними рівняннями для унітарних станів НФР в [15, 70, 180] (наприклад, пор. з рівняннями (3.47) в [15]).

Тепер розглянемо неунітарні стани НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі. Для простоти обмежимося в цьому підрозділі випадком, коли $\vec{\xi} = \xi\mathbf{l}$ (див. (2.7), (2.27)). При цьому з (2.5), (2.6), (2.14) випливає, що

$$h_\alpha(\mathbf{p}) = h_{1,2}(\mathbf{p})l_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{l_\alpha(\mathbf{p})}{2\Sigma_{1,2}(\mathbf{p})}\big[\eta(\mathbf{p}) + 2\xi(\mathbf{p})z(\mathbf{p})\big], \tag{2.41}$$

де

$$\Sigma_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{|\vec{\Delta}|^2 + \big(z+\xi\big)^2 + \eta} \pm \sqrt{|\vec{\Delta}|^2 + \big(z-\xi\big)^2 - \eta}\right). \tag{2.42}$$

Із загальних формул (2.18), (2.20), (2.21) (з урахуванням (2.22)) в результаті отримуємо для ФР квазіічастинок такі вирази при $\vec{\xi} = \xi\mathbf{l}$ (для триплетного спарювання при цьому з (2.19) випливає, що $g_0(\mathbf{p}) = 0$):

$$g_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_1) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1)}{2R_1}\big(ih_1\big[\mathbf{l}, \vec{\Delta}\big]_\alpha - \Sigma_1\Delta_\alpha\big) +$$

$$+\frac{1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_2) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2)}{2R_2}\big(ih_2\big[\mathbf{l}, \vec{\Delta}\big]_\alpha - \Sigma_2\Delta_\alpha\big), \tag{2.43}$$

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\big(1 + N^0_{\mathbf{p}} - N^0_{-\mathbf{p}}\big) + \big[1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_1) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1)\big]\frac{\xi h_1 - z\Sigma_1}{2R_1} +$$

$$+\big[1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_2) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2)\big]\frac{\xi h_2 - z\Sigma_2}{2R_2}, \tag{2.44}$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{l_\alpha}{2}\Bigg\{N^{\|}_{\mathbf{p}} - N^{\|}_{-\mathbf{p}} + \big[1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_1) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1)\big]\frac{zh_1 - \xi\Sigma_1}{R_1} +$$

$$+\big[1 - N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_2) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2)\big]\frac{zh_2 - \xi\Sigma_2}{R_2}\Bigg\}. \tag{2.45}$$

У формулах (2.42) — (2.45) у всіх функцій (крім $N^0_{\pm\mathbf{p}}$ і $N^{\|}_{\pm\mathbf{p}}$) для стислості запису не виписаний аргумент $\mathbf{p}$. Враховано також, що

$$\begin{gathered} N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_1) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1) = N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_2) - N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2), \\ N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma_1) - N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1) = N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma_2) - N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2). \end{gathered} \tag{2.46}$$

Функції $R_{1,2}(\mathbf{p})$ тепер визначаються формулами

$$R_{1,2}(\mathbf{p}) = \pm R(\mathbf{p}), \tag{2.47}$$

де

$$R(\mathbf{p}) = \sqrt{\big[|\vec{\Delta}|^2 + \big(z + \xi\big)^2 + \eta\big]\big[|\vec{\Delta}|^2 + \big(z - \xi\big)^2 - \eta\big]}. \tag{2.48}$$

Формули (2.43), (2.44), (2.45) для ФР разом з рівняннями (2.26), (2.28), (2.29) узагальнюють результати [70] для неунітарних фаз НФР на випадок наявності зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$ і обмінних НФР взаємодій за умови, що $\vec{\xi} = \xi\mathbf{l}$ і узгоджуються з [70] при $\xi = 0$, $\eta \neq 0$.

Зауважимо, що при $F_2^{(l)} = 0$ $(l \geqslant 2)$ ефективне магнітне поле всередині НФР збігається за напрямком із зовнішнім магнітним полем, тобто $\mathbf{H}_{eff} \| \mathbf{H}$ (див. [424]), і тоді розглянута в цьому підрозділі НФР в разі $\mathbf{H}_{eff} \| \mathbf{l}$ (див. (2.7) і (2.27)) при p–спарюванні зводиться, наприклад, до неунітарної $2D$–фази (планарної фази) ^{3}He (існування унітарної $2D$–фази в надплинному ^{3}He передбачалося в [10, 45, 353]), а також до A_1– і A_2–фаз ^{3}He (див. [507] і глави 1, 2 в [307]).

2.4. Узагальнені формули для функцій розподілу квазічастинок НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі

Головною метою цього підрозділу є отримання явного виду для аномальних і нормальних ФР квазіічастинок *в будь-яких* неунітарних (при $\eta \neq 0$) і унітарних (при $\eta = 0$) *фазах* розглядаємої НФР *з триплетним спарюванням в досить сильному магнітному полі довільної просторової орієнтації* при температурах $0 \leq T \leq T_c$. При цьому будемо виходити з отриманих автором в [148] загальних формул (2.18), (2.19) і (2.20), (2.21) (з урахуванням (2.22)) для ФР.

У попередньому підрозділі розглядалися неунітарні фази НФР в окремому випадку, коли величина $\left|\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}\right| = 0$, а саме, за умови, що $\xi_\alpha = \xi l_\alpha$ (при будь-яких помірно великих значеннях ξ; див. формулу (2.27)), де $\mathbf{l}(\mathbf{p})$ — одиничний дійсний вектор виду (2.7). На відміну від цього, в даному підрозділі розглядається більш загальний випадок, коли на величину $\left|\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}\right|$ не накладаються будь-які обмеження — для довільних за напрямком і величиною помірно сильних магнітних полів (в межах застосовності узагальненої теорії фермі-рідини, тобто при $\left|\mu_n\right| H \ll \mu$). В цьому загальному випадку вираз для

матриці n_{12} (див. визначення (1.14) при $H \neq 0$) має за умови просторової однорідності таку ж структуру, як і в (2.11) і (2.12), але при цьому відмінність полягає у визначенні функцій $N_{\mathbf{p}}^{(\pm)}$ і $\hat{h}_\alpha(\mathbf{p})$, які тепер в загальному випадку мають вигляд:

$$N_{\mathbf{p}}^{(\pm)}(\Sigma) \equiv \left\{ \exp\left[\frac{1}{T} \left(\frac{\xi_0(\mathbf{p}) - \xi_0(-\mathbf{p})}{2} + \Sigma(\mathbf{p}) \pm \underline{\Sigma}(\mathbf{p}) \right) \right] + 1 \right\}^{-1}, \qquad (2.49)$$

і

$$\hat{h}_\alpha(\mathbf{p}) \equiv \frac{h_\alpha(\mathbf{p})}{\underline{\Sigma}(\mathbf{p})}, \quad \left(\hat{\mathbf{h}}^2 \equiv 1\right), \qquad (2.50)$$

де $h_\alpha(\mathbf{p})$ має колишнє визначення (2.14) в термінах функцій, які визначені вище в підрозділі 2.2. Тобто в формули (2.49) і (2.50) замість функцій $h_{1,2}(\mathbf{p}) \equiv \left|\mathbf{h}_{1,2}(\mathbf{p})\right|$ (див. (2.14)) входять $\underline{\Sigma}(\mathbf{p}) \equiv \Sigma_{2,1}(\mathbf{p})$. В (2.49) також входять функції $\Sigma(\mathbf{p}) \equiv \Sigma_{1,2}(\mathbf{p})$ наступного вигляду (див. (2.8)):

$$\Sigma_{1,2}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\left[E_+(\mathbf{p}) \pm E_-(\mathbf{p})\right]. \qquad (2.51)$$

Тут функції $E_\pm(\mathbf{p})$, що представляють собою енергії квазічастинок НФР (з проекціями спіна уздовж і проти магнітного поля), мають в загальному випадку колишній вигляд (2.9) (з урахуванням визначень (2.10), в які входить функція $z(\mathbf{p}) \equiv \left[\xi_0(\mathbf{p}) + \xi_0(-\mathbf{p})\right]/2 \equiv \varepsilon(p) - \mu$, див. (2.4)).

Підкреслимо, що в разі довільних за величиною (але при виконанні зазначеної тут вище умови обмеження «зверху», $\left|\mu_n\right|H \ll \mu$) і напрямку магнітних полів загальний вигляд формул (2.18), (2.19) і (2.20), (2.21) для аномальних і нормальних ФР квазічастинок НФР залишається незмінним, але в якості функцій $\hat{h}_\alpha(\mathbf{p})$ потрібно використовувати наведений тут узагальнений вираз (2.50).

Після зроблених зауважень випишемо отримані автором [150, 151] загальні явні вирази для ФР квазічастинок в магнітному полі $\mathbf{H}$, однорідному в просторі і постійному в часі. При $\eta \neq 0$, $v_n \neq 0$ (але при $v_s = 0$) і $\left(\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}\right) \neq 0$, $\left(\vec{\xi} \cdot \mathbf{l}\right) \neq 0$, $\left(\vec{\xi} \cdot \left[\mathbf{l}, \vec{\Delta}\right]\right) \neq 0$, отримаємо при температурах $0 \leq T \leq T_c$ з (2.18),

(2.19) для аномальних ФР, що

$$g_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2R}\Bigg\{\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\Sigma}+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\underline{\Sigma}}\Bigg]\Bigg(\frac{i}{2}\big[\vec{\beta},\vec{\Delta}\big]_\alpha+\xi_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\Bigg)-$$

$$-\Delta_\alpha\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\Sigma+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\underline{\Sigma}\Bigg]\Bigg\}, \tag{2.52}$$

$$g_0(\mathbf{p}) = \big(N^{\|}_{\mathbf{p}}-N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{i\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)}{2\Sigma_1\Sigma_2} \quad . \tag{2.53}$$

А для нормальних ФР $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ з (2.20), (2.21) (з урахуванням (2.22)) випливає, що

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\big(1+N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)+\frac{1}{2R}\Bigg\{\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\Sigma}+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\underline{\Sigma}}\Bigg]\frac{1}{2}\big(\vec{\beta}\cdot\vec{\xi}\big)-$$

$$-z\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\Sigma+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\underline{\Sigma}\Bigg]\Bigg\}, \tag{2.54}$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2R}\Bigg\{\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\Sigma}+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{1}{\underline{\Sigma}}\Bigg]\Bigg(z\frac{\beta_\alpha}{2}+\mathrm{Re}\Delta_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}^*\big)\Bigg)-$$

$$-\xi_\alpha\Bigg[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}-N^0_{-\mathbf{p}}\big)\Sigma+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}+N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\underline{\Sigma}\Bigg]\Bigg\}+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}-N^{\|}_{-\mathbf{p}}\big)\frac{\beta_\alpha}{4\Sigma_1\Sigma_2}. \tag{2.55}$$

В вирази (2.52)—(2.55) входять функції $N^0_{\pm\mathbf{p}}\big(\Sigma_{1,2}\big)$ і $N^{\|}_{\pm\mathbf{p}}\big(\Sigma_{1,2}\big)$ виду (2.12), (2.49), а у інших функцій аргумент $\mathbf{p}$ для скорочення запису опущений. Крім того, введено функції $R\equiv R_{1,2}(\mathbf{p})$ виду (2.32), у яких нижні індекси 1,2 (так само як і у функцій $\Sigma(\mathbf{p})\equiv\Sigma_{1,2}(\mathbf{p})$ і $\underline{\Sigma}(\mathbf{p})\equiv\Sigma_{2,1}(\mathbf{p})$) в формулах (2.52)—(2.55) опущені.

При виведенні (2.52)—(2.55) з (2.18)—(2.21) використані наступні співвідношення (див. (2.51) і (2.9), (2.10)):

$$\underline{\Sigma}^2=\Sigma^2-R,\quad {\Sigma_1}^2+{\Sigma_2}^2=\alpha,\quad \big(\Sigma_1\Sigma_2\big)^2=\frac{\beta^2+\gamma^2}{4}. \tag{2.56}$$

Відзначимо також, що вирази (2.52)—(2.55) симетричні щодо перестановки індексів $1 \rightleftarrows 2$.

Із загальних формул (2.52)—(2.55) з урахуванням визначень (2.10) випливають формули (2.30), (2.31) і (2.35), (2.36) (отримані автором в [148]) для ФР квазічастинок (з урахуванням зробленого після (2.50) уточнення). Ці результати з [148] справедливі в окремому випадку унітарних фаз НФР типу $^3\mathrm{He}-B$ і $2D$-фази ^{3}He, для яких $\Delta_\alpha = \Delta_\alpha^*$ (при цьому l — будь-яке непарне число). Крім того, з (2.52)—(2.55) також відразу виходять вирази для ФР квазічастинок унітарної фази $^3\mathrm{He}-A$, для якої в разі врахування тільки p–спарювання $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$ має вигляд (див. [507]):

$$\Delta_\alpha{}^{(A)}(\mathbf{p}) = \Delta_0 \hat{d}_\alpha \psi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{d}}^*, \quad \hat{\mathbf{d}}^2 = 1, \quad \hat{\mathbf{p}} \equiv \frac{\mathbf{p}}{p}, \tag{2.57}$$

де $\Delta_0 = \Delta_0(T)$ і

$$\psi(\hat{\mathbf{p}}) \equiv \sin\vartheta_{\mathbf{p}} e^{i\varphi_{\mathbf{p}}} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} Y_{1,1}\big(\vartheta_{\mathbf{p}}, \varphi_{\mathbf{p}}\big), \tag{2.58}$$

(див., наприклад, §23 гл.V в [110] і див. також главу 5 в довідковому виданні [47], де наведено явний вигляд сферичних функцій $Y_{l,m}(\vartheta,\varphi)$ при окремих значеннях індексів l і m, які в загальному випадку приймають значення $l = 0,\ 1,\ 2, ...$ і $m = l,\ l-1,\ l-2, ..., -l$). Тобто з (2.57) і (2.58) очевидно, що $\Delta_\alpha{}^{(A)}(\mathbf{p}) \neq \Delta_\alpha{}^{(A)^*}(\mathbf{p})$, але $\eta^{(A)}(\mathbf{p}) = 0$ (див. зауваження після визначення (2.7) про неунітарні стани НФР з триплетним спарюванням ферміонів).

З (2.52)—(2.55) випливають і вирази (2.43), (2.44) і (2.45) для ФР $g_\alpha(\mathbf{p})$, $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ (отримані автором в [148]) за умови, що $\vec{\xi} = \xi\mathbf{l}$ ($g_0(\mathbf{p}) = 0$) для неунітарних фаз типу $^3\mathrm{He}-A_2$, $^3\mathrm{He}-A_1$ і неунітарної $2D$-фази (див. також роботу автора [457] і наступний нижче підрозділ цієї глави). Разом з тим формули (2.52)—(2.55) справедливі і для неунітарної B-фази НФР в магнітному полі (в разі ^{3}He це B_2-фаза по термінології авторів монографії [507]), яка не розглядалася в [148].

Виразам (2.52)—(2.55) для ФР квазічастинок НФР можна надати більш явний вигляд, якщо врахувати, що з визначень (2.12), (2.49) функцій $N^0_{\pm\mathbf{p}}(\Sigma)$

і $N^{\|}_{\pm\mathbf{p}}(\Sigma)$ і (2.51), (2.9) (з урахуванням визначень (2.10)) для функцій $\Sigma_{1,2}(\mathbf{p})$, $E_{\pm}(\mathbf{p})$ слідують співвідношення:

$$\frac{1}{2R}\left[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma)-N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma)\big)\Sigma+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma)+N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma)\big)\underline{\Sigma}\right]=\frac{1}{2}\big[\Phi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)+\Phi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\big], \tag{2.59}$$

де

$$\Phi_{\pm}(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\equiv\frac{1}{4E_{\pm}}\left[\tanh\left(\frac{E_{\pm}+\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n}{2T}\right)+\tanh\left(\frac{E_{\pm}-\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n}{2T}\right)\right], \tag{2.60}$$

і

$$\frac{1}{2R}\left[\big(1-N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma)-N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma)\big)\frac{1}{\Sigma}+\big(N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma)+N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma)\big)\frac{1}{\underline{\Sigma}}\right]= \\ =\frac{2}{\big(E_+^2-E_-^2\big)}\big[\Phi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)-\Phi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\big]. \tag{2.61}$$

Ці вирази, що не залежать від вибору функцій $\Sigma_1(\mathbf{p})$ або $\Sigma_2(\mathbf{p})$, входять в (2.52), (2.54) і (2.55). В (2.54) також входить різниця

$$N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_1)-N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1)=N^0_{\mathbf{p}}(\Sigma_2)-N^0_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2)=\Psi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)+\Psi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n), \tag{2.62}$$

де

$$\Psi_{\pm}(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\equiv\frac{1}{4}\left[\tanh\left(\frac{E_{\pm}+\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n}{2T}\right)-\tanh\left(\frac{E_{\pm}-\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n}{2T}\right)\right]. \tag{2.63}$$

І, нарешті, в (2.53) і (2.55) фігурує наступна різниця функцій:

$$N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma_1)-N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma_1)=N^{\|}_{\mathbf{p}}(\Sigma_2)-N^{\|}_{-\mathbf{p}}(\Sigma_2)=\Psi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)-\Psi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n). \tag{2.64}$$

Співвідношення (2.62) і (2.64) узагальнюють формули (2.46) (при $v_n\neq 0$, $v_s=0$) на випадок довільних неунітарних фаз розглянутої НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі (в загальному випадку $\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\neq 0$, $\big(\vec{\xi}\cdot\mathbf{l}\big)\neq 0$,

$\big(\vec{\xi}\cdot\big[\mathbf{l},\vec{\Delta}\big]\big)\neq 0$ на відміну від випадку $\vec{\xi}=\xi\mathbf{l}$, для якого записані формули (2.46)).

Зауважимо, що, згідно з (2.53) і (2.64), ФР $g_0(\mathbf{p})\neq 0$ при $\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\neq 0$ і $(\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_n)\neq 0$. Це, мабуть, можна інтерпретувати як індукування кореляцій синглетного типу в рухомій НФР з триплетним спарюванням в магнітному полі (нагадаємо, що в (1.48), (1.52) ми припускали, що аномальна амплітуда взаємодії, що призводить до синглетного спарювання ферміонів, відсутня в НФР, тобто $L_1\equiv L_s=0$, пор. (1.3) і (1.47)).

Підкреслимо, що при виведенні формул (2.52)—(2.55) ми не використовували конкретну структуру функціоналу енергії $E(f,g,g^+;H)$, але припускали наявність у нього певних властивостей інваріантності (див. вище початок підрозділів 1.2 (де передбачалося, що $H=0$) і 1.5 (де $H\neq 0$), а також вступний підрозділ 2.1 до цієї глави). Таким чином, отримані вирази (2.52)—(2.55), з урахуванням (2.59)—(2.64) і визначень (2.9), (2.10), розв'язують поставлене в цьому розділі головне завдання (мету) про знаходження явного вигляду для аномальних $g_\alpha(\mathbf{p})$, $g_0(\mathbf{p})$ і нормальних $f_0(\mathbf{p})$, $f_\alpha(\mathbf{p})$ ФР квазічастинок в загальному випадку для довільних неунітарних ($\eta\neq 0$) фаз НФР (при $v_n\neq 0$, але $v_s=0$) з триплетним спарюванням ($s=1$, l — будь-яке непарне число) в постійному однорідному (помірно сильному) магнітному полі з урахуванням обмінної фермі-рідинної взаємодії Ландау. При цьому температура може приймати будь-яке значення з інтервалу існування надплинності з триплетним спарюванням, тобто при $0\leq T\leq T_c$. А саме, випишемо тепер тут ці шукані ФР квазічастинок в НФР (див. роботи автора [150, 151]) в наступному остаточному явному загальному вигляді:

$$g_\alpha(\mathbf{p})=\left(\frac{i}{2}\big[\vec{\beta},\vec{\Delta}\big]_\alpha+\xi_\alpha\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\right)\frac{2\big[\Phi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)-\Phi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\big]}{E_+^2(\mathbf{p})-E_-^2(\mathbf{p})}-$$
$$-\frac{\Delta_\alpha}{2}\big[\Phi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)+\Phi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\big],\qquad(2.65)$$

$$g_0(\mathbf{p})=2i\big(\vec{\xi}\cdot\vec{\Delta}\big)\frac{\big[\Psi_+(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)-\Psi_-(\mathbf{p},\mathbf{v}_n)\big]}{E_+^2(\mathbf{p})-E_-^2(\mathbf{p})},\qquad(2.66)$$

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\big[1 + \Psi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Psi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big] + \big(\vec{\beta} \cdot \vec{\xi}\big) \frac{\big[\Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})} -$$

$$-\frac{z}{2}\big[\Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big], \tag{2.67}$$

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = \left(z\frac{\beta_\alpha}{2} + \mathrm{Re}\Delta_\alpha\big(\vec{\xi} \cdot \vec{\Delta}^*\big)\right) \frac{2\big[\Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})} -$$

$$-\frac{\xi_\alpha}{2}\big[\Phi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) + \Phi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big] + \beta_\alpha \frac{\big[\Psi_+(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n) - \Psi_-(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)\big]}{E_+^2(\mathbf{p}) - E_-^2(\mathbf{p})}. \tag{2.68}$$

У цих виразах (2.65)—(2.68) для ФР квазічастинок в НФР фігурують функції $\Phi_\pm(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)$ і $\Psi_\pm(\mathbf{p}, \mathbf{v}_n)$, які визначаються формулами (2.60) і (2.63).

Знання явного вигляду ФР квазічастинок при конкретному виборі структури функціоналу енергії $E(f, g, g^+; H)$ дозволяє отримати для різних фаз НФР систему зв'язаних рівнянь для параметра порядку $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$ (1.52) (і див. співвідношення (1.56) і зауваження після них), ефективного магнітного поля $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ і енергії квазічастинок $\xi_0(\mathbf{p})$ (1.55) (див.також (2.27)). Наприклад, вибираючи функціонал енергії квадратичним по ФР у вигляді (1.46), (1.47) (при $L_1 \equiv L_s = 0$), отримаємо систему рівнянь (2.26), (2.28) і (2.29), в яких ФР $g_\alpha(\mathbf{p})$, $f_0(\mathbf{p})$ і $f_\alpha(\mathbf{p})$ мають вигляд (2.65), (2.67) і (2.68). Крім того, з огляду на явний вираз (2.68) для ФР $f_\alpha(\mathbf{p})$, можна відразу знайти намагніченість M_α і магнітну сприйнятливість $\chi_{\alpha\beta}$ для цих же фаз НФР за формулою (2.23).

2.5. ^{3}He – A_1, ^{3}He – A_2 і неунітарна $2D$-фаза ^{3}He в магнітному полі

Як приклад застосування викладеної вище загальної теорії розглянемо неунітарні ($\eta \neq 0$) фази типу ^{3}He – A_2, ^{3}He – A_1 і неунітарну 2D-фазу ^{3}He. Для ^{3}He – A_2 параметр порядку має такий вигляд [507]:

$$\Delta_\alpha^{\left(A_2\right)}(\mathbf{p}) = \big(\Delta_+ \hat{d}_\alpha + i\Delta_- \hat{e}_\alpha\big)\psi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \psi(\hat{\mathbf{p}}) \equiv \big(\hat{m}_j + i\hat{n}_j\big)\hat{p}_j, \quad \hat{\mathbf{p}} \equiv \frac{\mathbf{p}}{p}, \tag{2.69}$$

де $\hat{\mathbf{d}}$ і $\hat{\mathbf{e}}$ — дійсні взаємно ортогональні одиничні вектори в спіновому просторі, $\hat{\mathbf{d}}\cdot\hat{\mathbf{e}}=0$, $\hat{\mathbf{d}}^2=\hat{\mathbf{e}}^2=1$; $\hat{\mathbf{m}}$ і $\hat{\mathbf{n}}$ — дійсні взаємно ортогональні одиничні вектори в орбітальному просторі, $\hat{\mathbf{m}}\cdot\hat{\mathbf{n}}=0$, $\hat{\mathbf{m}}^2=\hat{\mathbf{n}}^2=1$ (орбітальна функція $\psi(\hat{\mathbf{p}})$ має однаковий вигляд для ${}^3\mathrm{He}-A_2$, ${}^3\mathrm{He}-A_1$ і ${}^3\mathrm{He}-A$). Функції $\Delta_{\pm}(T)$ мають наступну структуру

$$\Delta_{\pm}(T)\equiv\frac{1}{2}\big(\Delta_{\uparrow\uparrow}(T)\pm\Delta_{\downarrow\downarrow}(T)\big), \tag{2.70}$$

відповідну випадку спін-триплетного куперівського спарювання атомів ${}^3\mathrm{He}$ в станах тільки з двома значеннями проекції спіна ($s=1$) пари на вісь квантування (задається напрямком магнітного поля $\mathbf{H}$), які дорівнюють $+1$ і -1. В неунітарній ${}^3\mathrm{He}-A_1$ фазі $\Delta_{\downarrow\downarrow}=0$, а в унітарній фазі ${}^3\mathrm{He}-A$, яка існує в граничному випадку нульового магнітного поля, $\Delta_{\uparrow\uparrow}=\Delta_{\downarrow\downarrow}\equiv\Delta_0$. Для неунітарної $2D$-фази ${}^3\mathrm{He}$ параметр порядку має вигляд [507]:

$$\Delta_{\alpha}^{(2D)}(\mathbf{p})=\frac{e^{i\phi}}{2}\big[\Delta_{\uparrow\uparrow}\big(\hat{d}_{\alpha}+i\hat{e}_{\alpha}\big)\psi^{*}(\hat{\mathbf{p}})+\Delta_{\downarrow\downarrow}\big(\hat{d}_{\alpha}-i\hat{e}_{\alpha}\big)\psi(\hat{\mathbf{p}})\big], \tag{2.71}$$

причому для унітарної $2D$-фази $\Delta_{\uparrow\uparrow}=\Delta_{\downarrow\downarrow}\equiv\Delta_{\perp}$.

Виберемо функціонал енергії (ФЕ) взаємодії $E_{int}(f,g,g^{+})$ квадратичним по ФР квазічастинок НФР (див. (1.46), (1.47)). У разі рідкого ${}^3\mathrm{He}$ нормальні функції взаємодії квазічастинок $F_1(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)$ і $F_2(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)$ (введені Ландау) залежать тільки від кута θ між векторами імпульсів $\mathbf{p}_1$ і $\mathbf{p}_2$ (що лежать поблизу фермі-поверхні), і тому розкладемо їх у ряди за поліномами Лежандра (див. (1.65))

$$F_{1,2}(\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)F_{1,2}^{(l)}P_l(\cos\theta) \tag{2.72}$$

і утримаємо в подальшому (в цьому підрозділі) з обмінних амплітуд Ландау тільки $F_2^{(0)}$, вважаючи для простоти в розкладанні (2.72), що $F_2^{(l)}=0$ при $l\geq 2$. А в аномальної функції взаємодії $L_t(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)$ врахуємо в розкладанні (2.25) тільки p–спарювання між атомами ${}^3\mathrm{He}$, тобто

$$L_t\big(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2\big)=-3\big(\hat{\mathbf{p}}_1\cdot\hat{\mathbf{p}}_2\big)L^{(1)},\quad (L^{(1)}>0) \tag{2.73}$$

(знак $-$ в правій частині цієї рівності відповідає взаємному притяганню атомів).

У разі квадратичного ФЕ $E_{int}(f,g,g^+)$ (див. (1.46), (1.47)) для $\Delta_\alpha(\mathbf{p})$ і $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ справедливі рівняння (2.26) і (2.29), які з урахуванням (2.65)—(2.68), (2.69)—(2.73) набувають для розглянутих тут неунітарних (і унітарних) фаз ^{3}He при $\vec{\xi}=\xi\mathbf{l}$ і $\mathbf{v}_n=0$, $\mathbf{v}_s=0$ такий вигляд [151, 457] (при $V\to\infty$):

$$\begin{aligned}\Delta_{\uparrow\uparrow}&=\frac{3}{8}L^{(1)}J_+(\xi,T)\Delta_{\uparrow\uparrow},\\ \Delta_{\downarrow\downarrow}&=\frac{3}{8}L^{(1)}J_-(\xi,T)\Delta_{\downarrow\downarrow}.\end{aligned} \tag{2.74}$$

Функції $J_\pm(\xi,T)$ визначаються формулами

$$J_\pm(\xi,T)=\int_0^{\varepsilon_c}\mathrm{d}\varepsilon\nu(\varepsilon)\int_0^1\mathrm{d}x\big(1-x^2\big)\frac{\tanh\left(\frac{E_\pm(\varepsilon,x^2)}{2T}\right)}{E_\pm\big(\varepsilon,x^2\big)}, \tag{2.75}$$

$$E_\pm=\sqrt{\big(\Delta_+\pm\Delta_-\big)^2\big(1-x^2\big)+\big(z\pm\xi\big)^2},\quad z\equiv\varepsilon-\mu \tag{2.76}$$

(див. (2.9), (2.10)), де ε_c — енергія «обрізання» (яка введена з фізичних міркувань для забезпечення збіжності інтегралів, $T_c\ll z_c=\varepsilon_c-\mu\ll\mu$, див. [146]); $\nu(\varepsilon)$ — щільність станів в околі поверхні Фермі. Зауважимо, що для ^{3}He $-$ A_1 справедливо тільки перше з рівнянь (2.74), так як $\Delta_{\downarrow\downarrow}=0$. Для $\mathbf{H}_{eff}(\mathbf{p})$ (див. (2.27)) отримаємо рівняння:

$$\xi_\alpha=\xi l_\alpha=\frac{-\mu_n H_\alpha}{1+F_2^{(0)}\mathcal{F}(\xi,T)/4}, \tag{2.77}$$

де

$$\mathcal{F}(\xi,T)=\frac{1}{4\xi}\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^\infty\mathrm{d}\varepsilon\nu(\varepsilon)\phi\big(\varepsilon-\mu,x^2;\xi,T\big), \tag{2.78}$$

$$\phi\big(z,x^2;\xi,T\big)\equiv\frac{z+\xi}{E_+}\tanh\!\left(\frac{E_+}{2T}\right)-\frac{z-\xi}{E_-}\tanh\!\left(\frac{E_-}{2T}\right). \tag{2.79}$$

У рівняннях (2.74), (2.77) враховано явний вигляд функцій (2.60), (2.63) при $v_n=0$.

З (2.23) і (2.77) випливає єдина формула для нелінійної магнітної сприйнятливості надплинних фаз $^3\mathrm{He}-A_2$, $^3\mathrm{He}-A_1$ і неунітарної 2D-фази ^{3}He:

$$\chi_{zz}(\xi,T)=\mu_n^2\frac{\mathcal{F}(\xi,T)}{1+F_2^{(0)}\mathcal{F}(\xi,T)/4} \tag{2.80}$$

(тут обрана вісь $\mathbf{z}\|\mathbf{H}$).

Отримана система рівнянь (2.74), (2.77) і формула (2.80) для χ_{zz} справедливі при температурах $0\le T\le T_c$ і узагальнюють для розглянутих нами неунітарних фаз ^{3}He (див. (2.69), (2.71)) результати роботи [310], в якій не враховувалися фермі-рідинні взаємодії.

Аналогічно цьому можна розглянути випадок неунітарної B_2-фази ^{3}He в сильному магнітному полі з параметром порядку (див. [507]):

$$\Delta_\alpha^{\left(B_2\right)}(\mathbf{p})=\frac{e^{i\phi}}{2}\Big[\Delta_{\uparrow\uparrow}\big(\hat d_\alpha+i\hat e_\alpha\big)\psi^*(\hat{\mathbf{p}})+\Delta_{\downarrow\downarrow}\big(\hat d_\alpha-i\hat e_\alpha\big)\psi(\hat{\mathbf{p}})+\Delta_{\uparrow\downarrow}[\hat{\mathbf{d}},\hat{\mathbf{e}}]_\alpha[\hat{\mathbf{m}},\hat{\mathbf{n}}]_j\hat p_j\Big] \tag{2.81}$$

(для унітарної фази $^3\mathrm{He}-B$ в помірно сильному магнітному полі $\Delta_{\uparrow\uparrow}=\Delta_{\downarrow\downarrow}\equiv\Delta_\perp$, $\Delta_{\uparrow\downarrow}\equiv\Delta_\parallel$).

2.6. Узагальнені рівняння для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля в НФР з триплетним p-спарюванням і урахуванням обмінних амплітуд Ландау

У цьому підрозділі розглянемо неунітарну фазу НФР типу $^3\mathrm{He}-A_2$ (в однорідному постійному помірно сильному магнітному полі $\mathbf{H}$), параметр порядку якої має вигляд (2.69). А в розкладанні (2.72) в ряд за поліномами

Лежандра для нормальної фермі-рідинної функції обмінної взаємодії квазічастинок $F_2(\mathbf{p},\mathbf{p}_1)$ будемо враховувати не одну (як в попередньому підрозділі 2.5), а дві амплітуди Ландау $F_2^{(0)}$ і $F_2^{(2)}$, тобто

$$F_2(\mathbf{p},\mathbf{p}_1) \approx F_2^{(0)} + 5F_2^{(2)} \cdot P_2(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}_1), \tag{2.82}$$

(припускаємо тут, що $F_2^{(l)} = 0$ для $l = 4, 6, ...$). При цьому розглянемо тут більш загальний випадок, коли ефективне магнітне поле $\mathbf{H}_{eff}$, індуковане всередині НФР полем $\mathbf{H}$, має такий напрямок (який при обліку $F_2^{(2)} \neq 0$ в загальному випадку не збігається з напрямком $\mathbf{H}$; див., наприклад, [424]), що відмінні від нуля всі три компоненти вектора $\vec{\xi}$ (див. (2.27)), а саме,

$$\xi_d(\mathbf{p}) \equiv \big(\vec{\xi}(\mathbf{p})\cdot\hat{\mathbf{d}}\big) \neq 0, \quad \xi_e(\mathbf{p}) \equiv \big(\vec{\xi}(\mathbf{p})\cdot\hat{\mathbf{e}}\big) \neq 0, \quad \xi_l(\mathbf{p}) \equiv \big(\vec{\xi}(\mathbf{p})\cdot\hat{\mathbf{l}}\big) \neq 0 \tag{2.83}$$

на відміну від випадку $\vec{\xi} = \xi\mathbf{l}$ (розглянутого в попередньому підрозділі 2.5), для якого записані рівняння (2.74) і (2.77).

Використовуємо тут (як і вище) функціонал енергії НФР квадратичний по аномальним і нормальним функціям розподілу квазічастинок (див. (1.46), (1.47)), який при обліку тільки p–спарювання ферміонів (атомів ^{3}He) приводить до рівняння (2.26) (і див. (2.73)) для компонент параметра порядку і до рівняння (2.29) (з урахуванням (2.82)) для компонент ефективного магнітного поля (див. (2.27)).

Використовуючи знайдений вище автором [150, 151] явний вигляд (2.65) для аномальних $g_\alpha(\mathbf{p})$ ФР, отримаємо, виходячи з рівняння (2.26) (з урахуванням (2.73)), наступну зв'язану систему рівнянь [458] для компонент $\Delta_+(T,\xi)$ и $\Delta_-(T,\xi)$ параметра порядку (див. (2.69)):

$$\Delta_+\psi\big(\hat{\mathbf{p}}\big) = \frac{3L^{(1)}}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3p_1\big(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{p}}_1\big)\psi\big(\hat{\mathbf{p}}_1\big)\Bigg\{\Delta_+\frac{1}{2}\big(\Phi_+ + \Phi_-\big) +$$

$$+\Bigg[\Delta_-\bigg(\frac{1}{2}\big(\eta + 2z\xi_l\big) + i\xi_d\xi_e\bigg) + \Delta_+\xi_d^2\Bigg]\frac{2\big(\Phi_+ - \Phi_-\big)}{E_+^2 - E_-^2}\Bigg\}, \tag{2.84}$$

$$\Delta_{-}\psi\big(\hat{\mathbf{p}}\big) = \frac{3L^{(1)}}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3p_1\big(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{p}}_1\big)\psi\big(\hat{\mathbf{p}}_1\big)\Big\{\Delta_{-}\frac{1}{2}\big(\Phi_{+}+\Phi_{-}\big)+$$

$$+\left[\Delta_{+}\left(\frac{1}{2}\big(\eta+2z\xi_l\big)-i\xi_d\xi_e\right)+\Delta_{-}\xi_e^2\right]\frac{2\big(\Phi_{+}-\Phi_{-}\big)}{E_{+}^2-E_{-}^2}\Big\}. \tag{2.85}$$

Всі функції, які знаходяться всередині фігурних дужок $\{...\}$ в цих рівняннях (2.84) і (2.85), залежать від вектора $\mathbf{p}_1$, а функції $\Phi_{\pm}\big(\mathbf{p}_1,\mathbf{v}_n\big)$ визначаються формулами (2.60).

Використовуючи явний вираз (2.68) для нормальної функції розподілу квазічастинок $f_\alpha(\mathbf{p})$ [150, 151] автором [458] отримана також наступна система нелінійних інтегральних рівнянь для функцій $\xi_d(\mathbf{p})$, $\xi_e(\mathbf{p})$ і $\xi_l(\mathbf{p})$, які визначаються формулами (2.83), для випадку, коли і нормальна і надплинна компоненти надплинної фермі-рідини (або надплинної нейтронної матерії, яка докладніше буде вивчатися нижче — в трьох наступних розділах цього дослідження) знаходяться в стані спокою (тобто за умови, що $\mathbf{v}_n = 0$ і $\mathbf{v}_s = 0$):

$$\xi_d(\mathbf{p}) = -F_2^0\Omega_d^{(0)} - F_2^2\Omega_d^{(2)}P_2\big(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{H}}\big), \tag{2.86}$$

$$\xi_e(\mathbf{p}) = -F_2^0\Omega_e^{(0)} - F_2^2\Omega_e^{(2)}P_2\big(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{H}}\big), \tag{2.87}$$

$$\xi_l(\mathbf{p}) = -\mu_n H - F_2^0\Omega_l^{(0)} - F_2^2\Omega_l^{(2)}P_2\big(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{H}}\big). \tag{2.88}$$

Тут передбачається, що магнітне поле $\mathbf{H}\|\mathbf{l}$, μ_n — магнітний момент ферміона (ядра атома ^{3}He), а невідомі функції $\Omega_a^{(0)}$ і $\Omega_a^{(2)}$ (де $a \equiv \{d,e,l\}$) визначаються формулами:

$$\Omega_a^{(0)} \equiv \frac{1}{2(2\pi)^2}\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\big(\cos\theta_1\big)\kappa_a\big(\cos\theta_1\big), \tag{2.89}$$

$$\Omega_a^{(2)} \equiv \frac{5}{4(2\pi)^2}\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\big(\cos\theta_1\big)\big(3\cos^2\theta_1-1\big)\kappa_a\big(\cos\theta_1\big). \tag{2.90}$$

В цих формулах (2.89) і (2.90) фігурують функції $\kappa_a\big(\hat{\mathbf{p}}_1\big)$ наступного вигляду:

$$\kappa_d \equiv \int_0^{p_{max}} \mathrm{d}p_1 p_1^2 \xi_d\big(\mathbf{p}_1\big)\Bigg[\Big(z^2\big(p_1\big)+\Delta_+^2\sin^2\theta_1\Big)\frac{\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)-\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)}{\frac{1}{2}\Big(E_+^2\big(\mathbf{p}_1\big)-E_-^2\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)}+$$

$$+\frac{1}{2}\Big(\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)+\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)\Bigg], \tag{2.91}$$

$$\kappa_e \equiv \int_0^{p_{max}} \mathrm{d}p_1 p_1^2 \xi_e\big(\mathbf{p}_1\big)\Bigg[\Big(z^2\big(p_1\big)+\Delta_-^2\sin^2\theta_1\Big)\frac{\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)-\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)}{\frac{1}{2}\Big(E_+^2\big(\mathbf{p}_1\big)-E_-^2\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)}+$$

$$+\frac{1}{2}\Big(\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)+\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)\Bigg], \tag{2.92}$$

$$\kappa_l \equiv \int_0^{p_{max}} \mathrm{d}p_1 p_1^2 \Bigg[\xi_l\big(\mathbf{p}_1\big)\Bigg(z^2\big(p_1\big)\frac{\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)-\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)}{\frac{1}{2}\Big(E_+^2\big(\mathbf{p}_1\big)-E_-^2\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)}+$$

$$+\frac{1}{2}\Big(\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)+\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)\Bigg)+z\big(p_1\big)\Delta_+\Delta_-\sin^2\theta_1\frac{\Phi_+\big(\mathbf{p}_1\big)-\Phi_-\big(\mathbf{p}_1\big)}{\frac{1}{2}\Big(E_+^2\big(\mathbf{p}_1\big)-E_-^2\big(\mathbf{p}_1\big)\Big)}\Bigg]. \tag{2.93}$$

На закінчення цього підрозділу відзначимо, що для опису рівноважних властивостей НФР (або надплинної нейтронної матерії (ННМ)) в разі спін-триплетного спарювання ферміонів в стані з $\Delta_\alpha^{\left(A_2\right)}(\mathbf{p})$ виду (2.69) в помірно сильному постійному і однорідному магнітному полі необхідно розв'язувати системи зв'язаних нелінійних інтегральних рівнянь (2.84), (2.85) для компонент параметра порядку і (2.86), (2.87), (2.88) для компонент ефективного магнітного поля (з урахуванням визначень (2.83), (2.89), (2.90) і (2.91), (2.92), (2.93)). У загальному випадку при довільних температурах з інтервалу зміни $0 \leq T \leq T_c$ ці зв'язані між собою нелінійні рівняння, по всій видимості, не можуть бути розв'язані аналітично (але вони можуть бути розв'язані, наприклад, використовуючи чисельні методи). Ці результати, отримані автором [458], узагальнюють роботу [310] (де нехтували фермі-рідинними ефектами (поправками)) і нашу попередню роботу [457] (в якій враховувалася тільки $F_2^{(0)}$ нормальна фермі-рідинна (НФР) обмінна амплітуда Ландау).

2.7. Короткий аналіз результатів розділу 2

Таким чином, результати даного розділу можуть бути теоретичною основою для опису конкретних неунітарних фаз НФР з триплетним спарюванням в помірно сильному магнітному полі і знаходження для цих фаз таких фізичних величин, як магнітна сприйнятливість, термодинамічний потенціал і термодинамічні функції, які можуть бути знайдені на основі використання загальних формул (2.65)—(2.68) для ФР квазічастинок НФР. Підкреслимо при цьому ще раз, що конкретна структура функціоналу енергії взаємодії квазічастинок $E_{int}(f, g, g^+)$ не обмежена видом квадратичним по ФР f і g, що використовувався тут, а може бути обрана в іншому вигляді (наприклад, істотно неквадратичному по ФР f і g) з дотриманням відповідних властивостей інваріантності щодо фазових перетворень, а також щодо обертань як в координатному (орбітальному), так і в спіновому просторах.

Зауважимо також, що при температурах T поблизу T_c (тобто при $T_c - T \ll T_c$) з (2.65)—(2.68) (з урахуванням визначень виду (2.9), (2.10) і (2.60), (2.63)) і рівнянь типу (2.26), (2.28), (2.29) можна отримати рівняння Гінзбурга — Ландау для НФР з триплетним спарюванням при $H \neq 0$, $v_n \neq 0$ з урахуванням членів нелінійних за ступенями параметра порядку Δ (див. у зв'язку з цим статті автора [146, 147], а також попередню главу 1 і посилання там).

У зв'язку з цим відзначимо деякі роботи інших авторів. А саме, унітарна фаза $^3\mathrm{He} - B$ в досить сильному магнітному полі ($\Delta_\perp \neq \Delta_{||}$) і при низькому тиску (коли можна знехтувати ефектами сильного зв'язку в $^3\mathrm{He} - B$) теоретично вивчалася в інших підходах в теорії слабкого зв'язку в [284, 424] (див. докладніше в [507] і короткий вступ 2.1 до цієї глави), де була знайдена в тому числі і нелінійна магнітна сприйнятливість $^3\mathrm{He} - B$ з урахуванням обмінних фермі-рідинних амплітуд Ландау F_0^a і F_2^a. Фазовий перехід між A і B-фазами надплинного ^{3}He в магнітному полі теоретично досліджувався також в теорії слабкого зв'язку в роботах [195, 290]. При експериментальному вивченні поведінки фаз ^{3}He в сильному магнітному полі висловлювалися припущення

про можливе існування нових надплинних фаз ^{3}He між A_2 і B-фазами [344] і між A_1 і A_2- фазами ^{3}He (див. [288] і наведені там посилання).

Ці припущення щодо існування нових фаз в надплинному ^{3}He в сильному магнітному полі потребують подальших досліджень і підтверджують, на наш погляд (на думку автора), необхідність застосування загального (єдиного) підходу до опису різних фаз НФР не тільки в ^{3}He, але і в щільній нейтронній матерії зі спин-триплетним спарюванням в сильному магнітному полі (чому будуть присвячені, головним чином, три наступні розділи цього дослідження).

2.8. Висновки з результатів розділу 2

Цей розділ засновано на результатах досліджень автора, опублікованих в статтях [148, 151, 457, 458] і матеріалах міжнародних конференцій [149, 150, 456].

З результатів цього розділу можна зробити наступні **основні висновки:**

1. На основі використання узагальненого фермі-рідинного підходу отримано в явному вигляді загальні аналітичні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу (ФР) квазічастинок в довільних неунітарних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонів з триплетним спарюванням (спін куперівської пари $s = 1$, орбітальний момент пари l — будь-яке непарне число), в постійному однорідному помірно сильному магнітному полі і при наявності течії нормальної компоненти зі швидкістю $\mathbf{v}_n \neq 0$ (але при $\mathbf{v}_s = 0$). Результуючі вирази для ФР квазічастинок справедливі при будь-яких температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$, при яких фермі-рідина знаходиться в надплинному стані.

2. Для надплинних фаз типу $^3\mathrm{He} - A_1$, $^3\mathrm{He} - A_2$ і $2D$-фази ^{3}He в помірно сильному магнітному полі при температурах $0 \leq T \leq T_c$ знайдено систему рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля, а також загальний вираз для нелінійної магнітної сприйнятливості цих фаз при

обліку однієї обмінної нормальної фермі-рідинної (НФР) амплітуди Ландау.
3. Для надплинної фази типу $^3\mathrm{He} - A_2$ в помірно сильному магнітному полі отримано вид більш складної системи зв'язаних нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку і ефективного магнітного поля при обліку двох обмінних НФР амплітуд Ландау, тобто при $F_2^{(0)} \neq 0$ і $F_2^{(2)} \neq 0$. Знайдену складну систему нелінійних рівнянь для довільних значень температури з інтервалу $0 \leq T \leq T_c$ можна розв'язувати наближено з використанням чисельних методів.

Частина II

НАДПЛИННІСТЬ ГУСТОЇ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З АНІЗОТРОПНИМ ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Друга частина дисертації, що складається з трьох розділів, присвячена дослідженню рівноважних властивостей щільної надплинної фермі-рідини з сильною (ядерною) взаємодією між частинками і з анізотропним спін – триплетним спарюванням ферміонів. Якщо в попередній частині ми вивчали надплинні фази ^{3}He (в яких взаємодія між атомами ^{3}He є за своєю природою електромагнітною) в досить сильному магнітному полі, то тут вивчатимемо в тому ж узагальненому фермі-рідинному підході надплинну просторово однорідну нейтронну матерію як при наявності помірно сильного магнітного поля, так і без нього. Ці дослідження мають безпосереднє відношення до фізики нейтронних зірок, історія вивчення яких почалася в 1932 році після відкриття Дж. Чедвіком [249] нейтронів (Нобелівська премія, 1935 р.) і в тому ж році Л.Д. Ландау в своїй статті [347] висловив гіпотезу про можливе існування зірок з ядерною густиною (див. також [26], [175]). Трохи пізніше, в 1934 р. Вальтер Бааде і Фріц Цвіккі [196] зробили більш строге завбачення про нейтронні зірки, зв'язавши між собою вибухи наднових зірок з утворенням в результаті цього саме нейтронних зірок, як надгустих компактних астрофізичних об'єктів, які є кінцевим продуктом еволюції досить масивних зірок (див. також [435]). Після цих піонерських робіт прогрес у вивченні фізики нейтронних зірок затримався на кілька десятиліть, практично до відкриття в 1967 році пульсарів (докладніше див. у наступному нижче викладі).

РОЗДІЛ 3

НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З ТРАДИЦІЙНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

3.1. Вступ. Огляд літератури

М. М. Боголюбов [32], а також О. Бор, Б. Моттельсон і Д. Пайнс [227] в 1958 році незалежно запропонували використовувати ідею про спарювання нуклонів і явище надплинності (за аналогією з куперівським спарюванням електронів в надпровідниках, яке вперше ввели в теорію надпровідності Дж. Бардін, Л. Купер і Дж. Шріффер [206] в 1957 р.) для дослідження властивостей нескінченної ядерної матерії, а також скінченних атомних ядер відповідно. Потім А. Б. Мигдал [104] в 1959 році запропонував враховувати надплинність нейтронів для опису нейтронних зірок (НЗ). Пізніше, в 1967 році С. Белл і Е. Хьюіш [315] відкрили пульсари (див. також [166], [316], [208]) і незабаром Т. Голд [295] висунув гіпотезу про те, що пульсари — це нейтронні зірки, що швидко обертаються. З тих пір багато зусиль багатьох дослідників було зроблено для вивчення різноманітних властивостей складних ядер і нейтронних зірок (див., наприклад, [216], монографії [444], [136–138], [105, 106], [28], [7, 8], [41–44], [68], [96], [98], [99], [435], [513], [294], [415], [232], [237], [304], і т.д., огляди [174], [186], [199], [201], [204], [209, 210], [212], [217], [220], [226], [230], [238–240], [259], [266], [285], [309], [311], [313, 314], [340], [345], [350–352], [361], [373, 374], [382], [388, 389], [391], [400–402], [411, 412], [427], [430], [447], [449], [452], [500], [512], [514–516], [524, 525], і т.д., і численні посилання там, список яких проте далеко не вичерпаний), але існує ще багато поки нерозв'язаних питань, особливо що відносяться до спін-триплетної надплинності в нейтронних зірках (див., наприклад, [266] і посилання там).

В даний час число відкритих пульсарів вже перевищує 2600 [26] (див. також [25] і [340]). Нейтронні зірки — це компактні зірки, маси яких перевищують нижнє граничне значення $\sim 0.1 \cdot M_\odot$ (де $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{33}$ г — маса Сонця) [68], але менше верхнього граничного значення, величина якого точно не відома, але знаходиться, мабуть, в інтервалі між $\sim 2.0 M_\odot$ і $\sim 3 M_\odot$ (див., наприклад, [435], [313, 314], [340], [183], [267], [194]). Невизначеність верхнього граничного значення маси НЗ відображає недолік наших знань про властивості матерії при над'ядерних щільностях (перевищують щільність нуклонів усередині важких атомних ядер). Типове значення радіуса нейтронної зірки становить $\sim$ 10 км. У нейтронної зірки, крім тонкого шару атмосфери, умовно виділяють 4 внутрішніх сферичних шара (ми тут відволікаємося від малого спотворення сферичної форми НЗ, обумовленого дією відцентрових сил при досить швидкому власному обертанні нейтронної зірки): зовнішню кору, внутрішню кору, зовнішнє ядро і внутрішнє ядро. Тонка атмосфера має масу мізерну порівняно з масою НЗ, але відіграє важливу роль у формуванні спектра і потоку фотонів (див., наприклад, [309]). Зовнішня кора простягається від нижньої межі атмосфери до шару з густиною маси на межі $\rho_{drip} \approx 4.3 \times 10^{11}$ г·см$^{-3}$ і має товщину порядку декількох сотень метрів (див., наприклад, гл. 2, 8, 9 в [435]). Вона складається з іонів і електронів. Внутрішня кора починається від верхньої межі з густиною ρ_{drip} (яка називається густиною утворення нейтронних крапель). При цій густині нейтрони починають «витікати» з нейтронно надлишкових ядер, а виникнення таких збагачених нейтронами атомних ядер відбувається внаслідок *процесу нейтронізації* (див., наприклад, главу 9 в [67] і главу 18 в [435]), обумовленого процесами бета-захоплення атомними ядрами, серед яких найбільш важливі такі реакції:

$$e^- + (Z, A) \to (Z - 1, A) + \nu_e.$$

Слід зауважити, що $\beta-$ розпад радіоактивних ядер заборонений принципом Паулі, так як електрони вироджені і всі можливі енергетичні стани зайняті.

Також відбуваються процеси захоплення електронів вільними протонами

$$p + e^- \to n + \nu_e,$$

які стають можливими за участі досить енергійних релятивістських електронів (електрони стають релятивістськими вже при густині $\rho > 10^6$ г·см$^{-3}$, див. розділ 18 в [435]), енергія яких перевищує порогове значення $(m_n - m_p)\cdot c^2 \approx 2.5 m_e \cdot c^2$ і зростає з зростанням густини (зростає енергія Фермі ε_F електронів). Внутрішня кора закінчується при густині $\sim \rho_0/2$ на нижній межі шару ($\rho_0 \approx 2.8 \times 10^{14}$ г·см$^{-3}$ — ядерна густина маси). Товщина внутрішньої кори імовірно також порядку декількох сотень метрів (так що сумарна товщина кори, різна у різних нейтронних зірок, може бути близько чи більше одного кілометра). Внутрішня кора складається з електронів, вільних нейтронів і збагачених нейтронами атомних ядер, що утворюють кулонівську гратку, [401], [435]. Частка вільних нейтронів зростає з ростом щільності та у внутрішній корі нейтронних зірок може виникати спін-синглетний тип ($^1S_0$) надплинності нейтронів. Цей тип синглетної $^1S_0$ надплинності в чисто нейтронної матерії (НМ) вивчений найбільш добре (див., наприклад, [259], [512] і посилання там).

При помірно високій густині, $0.7\cdot\rho_0 \lesssim \rho \lesssim (2 \div 3)\cdot\rho_0$, у зовнішній частині ядра нейтронних зірок (товщина якої може бути кілька кілометрів) замість $^1S_0$ типу надплинності нейтронів імовірно виникає куперівське спарювання нейтронів в стані $^3P_2$ [452, 453], [320], [376], [403], [189], [202], [331–333], [397]. Головним (основним) компонентом зовнішньої частини ядра нейтронних зірок є нейтрони, а малу частку (близько декількох % від числа частинок) становить домішка протонів, які можуть бути в надпровідному стані типу $^1S_0$, і є таке ж число ненадплинних релятивістських електронів (умова електронейтральності нейтронних зірок призводить до необхідності виконання рівності густини числа протонів і електронів, $n_p = n_e$; див. також §6 в гл. 3 [154]).

Ряд авторів (див., наприклад, [210], [373, 374], [435], [313, 314], [389], [261], [448, 449] і посилання там) передбачали можливість π конденсації (при $\rho \gtrsim$

$2 \cdot \rho_0$) у внутрішньому ядрі (серцевині) нейтронних зірок, а також виникнення гіперонів, дивних мезонів, і ін. частинок.

У внутрішньому ядрі нейтронних зірок (яке може існувати в досить масивних нейтронних зірках) при ще більших значеннях густини ($\rho \gtrsim (2 \div 3) \cdot \rho_0$) можна припускати, згідно існуючим уявленням квантової хромодинаміки (КХД), що кварки (з яких складаються нуклони і інші баріони і мезони) зазнають так званий «деконфайнмент» (deconfinement transition), тобто фазовий перехід в делокалізований стан. Причому, згідно з відомою фундаментальною гіпотезою про так звану «асимптотичну свободу» (див., наприклад, [18, 19], [119] і посилання там), для опису властивостей цих делокалізованих кварків можна використовувати теорію збурень в рамках теорії КХД (так як з ростом густини відстані між кварками зменшуються, а сильна взаємодія між кварками при цьому послаблюється) і отримати цілий ряд важливих теорфізичних результатів. Але в теперішній час теоретично строго передбачити і досить точно обчислити значення густини, при якій може відбуватися цей фазовий перехід, поки не вдалося (так як при густинах близьких до цієї густини відстані між кварками ще досить великі і, відповідно, великі взаємодії між кварками і тому не може бути застосована теорія збурень КХД, що лежить в основі всього розгляду). Крім того, при температурах нижче температури фазового переходу 2-го роду (яка за теоретичними оцінками різних авторів може перебувати в досить широких межах, 10 МеВ $\lesssim T_c \lesssim$ 100 МеВ) делокалізовані кварки (u, d і s сортів або, як їх прийнято називати, ароматів; причому кожен з кварків може перебувати в трьох станах, що розрізняються деяким новим квантовим числом, яке отримало назву «колір») можуть перейти в стан так званої «кольорової надпровідності» (color superconductivity of quarks). При цьому кварки утворюють куперівські пари, які переносять «колірний заряд», аналогічно тому, як в електронних надпровідниках куперівські пари електронів переносять електричний заряд. Наприклад, куперівська пара з «синього» і «зеленого» кварків переносять «анти-червоний» колірний заряд (так як відомо, що баріон є «безбарвним» і складається з трьох кварків: «синього»,

«зеленого» і «червоного»). Це макроскопічне квантове явище — «кольорова надпровідність» — активно досліджується за допомогою КХД теорії (див. докладніше, наприклад, в [186], [199], [212], [389], [408], [514], і т.д., і посилання там). Іншими словами, з ростом густини всередині нейтронних зірок при опису різноманітних властивостей речовини при над'ядерних густинах, незважаючи на успіхи теорії, число питань з плином часу теж збільшується і невирішених проблем залишається ще дуже багато.

Відзначимо також, що походження (виникнення) магнітних полів в звичайних нейтронних зірках і в особливому класі нейтронних зірок, відомих під назвою магнетари (які являють собою сильно намагнічені нейтронні зірки, див. [123], [272], [494–496], [522]), — це ще одне з відкритих (поки не вирішених) питань. Існує також багато інших погано вивчених властивостей нейтронних зірок (наприклад, магнітні властивості [345], [309] і охолодження нейтронних зірок за рахунок випромінювання нейтрино з їх глибинних областей, див. [174], [524, 525], [388], [313], [427], [223], та ін., а також див. посилання там), які дуже чутливі не тільки до наявності в НЗх різних типів адронних надплинних і надпровідних фаз, але і до типів спарювання ферміонів.

Слід зауважити тут, що тип синглетної надпровідності протонів (надпровідність I або II типу) всередині зовнішньої частини ядра нейтронних зірок є все ще не вирішеною проблемою (див., наприклад, [420], [360], [243, 244], [258], [426], [184, 185] та ін., і див. посилання там). Але згідно з оцінками в [244] величини критичних магнітних полів H_c і H_{c2} (для протонної надпровідності I-го і II-го типів, відповідно) мають порядок величин 10^{14} Гс. Обидва ці можливі типи протонної надпровідності руйнуються в досить сильних магнітних полях H, що перевищують H_c або H_{c2}, тобто при $H \gtrsim 10^{14}$ Гс протони стають ненадплинними (нормальними), а це і є якраз той діапазон зміни досить сильних магнітних полів H, який ми нижче вивчаємо в цьому дослідженні.

Таким чином, навіть з цього короткого вступу і з численних посилань, зазначених вище, видно, що фізика нейтронних зірок відрізняється багатством властивостей і явищ, а також складністю в їх теоретичному описі. Зауважи-

мо, що нейтрони є, певно, основним (головним) компонентом в НЗх і ми тому обмежимося тут вивченням важливої проблеми надплинності в магнітному полі для чисто нейтронної матерії великої густини з діапазону (інтервалу) зміни характерного для зовнішньої частини ядра всередині НЗ. З огляду на те, що відсутній вирішальний (переконливий) доказ того, що тільки $^3P_2$ спарювання нейтронів виникає в зовнішньому шарі ядра нейтронних зірок (все ще неясно, як $n-n$ взаємодія в вакуумі модифікується всередині НЗ при над'ядерних значеннях густини) і через значні (істотні) відмінності у різних авторів в результатах обчислення величини щілини в енергетичному спектрі нейтронів з $^3P_2$ типом спарювання при високій густині [202], [266], ми розглянемо тут іншу проблему (в якійсь мірі спрощену). А саме, в цьому розділі (який заснований на публікаціях автора у вигляді статей [460], [462], [466], [473], [475] і доповідей на різних міжнародних конференціях: [459], [461], [463–465], [467–472]) сконцентруємося на вивченні спін-триплетної надплинності чисто нейтронної матерії, яка знаходиться в просторово однорідному стані, і як наслідок без спін-орбітальної взаємодії [80], [90], [164] (при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини з інтервалу $0.7\ n_0 \lesssim n < 2\ n_0$, де $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ — густина числа частинок в ядерній матерії) з p–спарюванням (подібним анізотропним надплинним фазам $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_1$ і $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_2$, див. [353], [355], [507] і попередні два розділи частини I тут вище) в досить сильному просторово однорідному магнітному полі H. Верхня межа магнітних полів, що вивчаються тут, може досягати значень близько 10^{17} Гс або навіть більше цього (як і всередині ядер магнетарів згаданих вище в цьому Вступі) і це буде обговорюватися докладніше в заключному підрозділі цієї глави. Традиційні ефективні сили Скірма, що залежать від густини, використовуються в цьому розділі в якості взаємодій в надплинній чисто нейтронній матерії (ННМ) (див., наприклад, [28], [230], [247], [448] та ін.). Згідно спільного консенсусу, *релятивістські ефекти досить малі* аж до значень густини $(2 \div 3)n_0$ і тому використання сил Скірма є обгрунтованим (виправданим) для опису властивостей ядерної матерії, що складається з нуклонів і лептонів (без дивних

баріонів і мезонів) (див., наприклад, [449]). Тому будемо використовувати тут узагальнений *нерелятивістський* фермі-рідинний підхід [15], [180] (див. також [14]), який є узагальненням теорії Л.Д. Ландау нормальної фермі-рідини на надплинні фермі-рідини (див. дві попередні глави тут вище).

Структура цієї глави наступна. Загальні рівняння для параметра порядку (ПП) і ефективного магнітного поля (ЕМФ) для ННМ з силами Скірма і триплетним спарюванням коротко виводяться і обговорюються в наступному підрозділі 3.2. В підрозділі 3.3 знайдено розв'язок рівнянь для ПП і для ЕМП в густій надплинній нейтронній матерії при температурах поблизу T_c (це температура фазового переходу нейтронної матерії в надплинний стан) в загальному вигляді, тобто без конкретизації сил Скірма. Потім в підрозділі 3.4 отримано явні формули для температур фазового переходу в сильному магнітному полі для ННМ з SLy2 [448], Gs [287] і RATP [410] параметризаціями сил Скірма і побудований ряд графіків, що наочно ілюструють отримані результати. Розв'язок рівнянь для ЕМП і ПП в густій надплинній нейтронній матерії при T=0 знайдено в підрозділі 3.5, а також отримано вирази і побудовано відповідні графіки для парамагнітних сприйнятливостей густої ННМ з конкретними параметризаціями (SLy2, Gs і RATP) традиційних сил Скірма, які містять тільки один доданок, що залежить від густини. В заключному підрозділі 3.6 обговорюються отримані в цьому розділі основні результати і сформульовано висновки.

3.2. Рівняння для параметра порядку і ефективного магнітного поля в ННМ з силами Скірма і триплетним спарюванням

Як відомо [507], параметр порядку (ПП) для так званої неунітарної (НУ) фази типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_2$ зі спін-триплетним p–спарюванням має вигляд (див. (2.69))

$$\Delta_\alpha{}^{A_2}(\mathbf{p}) \equiv (\Delta_+ \hat{\mathbf{d}}_\alpha + \imath\Delta_- \hat{\mathbf{e}}_\alpha)\psi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \psi(\hat{\mathbf{p}}) \equiv (\hat{m}_j + \imath\hat{n}_j)\hat{p}_j, \quad \hat{\mathbf{p}} \equiv \frac{\mathbf{p}}{p}. \qquad (3.1)$$

Тут

$$\Delta_{\pm}(T) \equiv \frac{\Delta_{\uparrow}(T) \pm \Delta_{\downarrow}(T)}{2},$$

$\hat{\mathbf{d}}$ і $\hat{\mathbf{e}}$ — це взаємно ортогональні дійсні одиничні вектори в спіновом просторі, $\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{e}} = 0$, $\hat{\mathbf{d}}^2 = \hat{\mathbf{e}}^2 = 1$; $\hat{\mathbf{m}}$ і $\hat{\mathbf{n}}$ — взаємно ортогональні дійсні одиничні вектори в орбітальному просторі, $\hat{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$, $\hat{\mathbf{m}}^2 = \hat{\mathbf{n}}^2 = 1$. Величина $\eta(\mathbf{p}) \equiv |\mathbf{\Delta}(\mathbf{p}) \times \mathbf{\Delta}^*(\mathbf{p})| \neq \mathbf{0}$ відмінна від нуля для неунітарних надплинних фаз чисто нейтронної матерії зі спін-триплетним спарюванням. Зауважимо також, що надплинна фаза типу $^3\mathrm{He} - A_1$ реалізується за умови, коли $\Delta_{\downarrow} = 0$ і $\Delta_{\uparrow} \neq 0$.

Ми вибрали ефективні сили Скірма як взаємодію між нейтронами в просторово однорідній надплинній нейтронній матерії (ННМ) зі спін-триплетним p–спарюванням при наявності просторово однорідного магнітного поля $\mathbf{H}$. Оператор цієї нейтрон-нейтронної взаємодії $\hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ (без спін-орбітального доданка в просторово однорідному випадку, який ми тут розглядаємо) має (як функція від імпульсних змінних $\mathbf{p}$ і $\mathbf{q}$) наступний традиційний вид (пор., наприклад, з (6.20) в монографії [80])

$$\hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = t_0 \cdot (1 + x_0 P_\sigma) + \frac{t_3}{6} \cdot (1 + x_3 P_\sigma) n^\alpha +$$

$$+ \frac{t_1}{2\hbar^2} \cdot (1 + x_1 P_\sigma)(\mathbf{p}^2 + \mathbf{q}^2) + \frac{t_2}{\hbar^2} \cdot (1 + x_2 P_\sigma)(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}), \qquad (3.2)$$

де $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \overrightarrow{\sigma}_1 \cdot \overrightarrow{\sigma}_2)$ є спіновим обмінним оператором двох нейтронів, $\overrightarrow{\sigma}_1$ і $\overrightarrow{\sigma}_2$ — це вектори спінових матриць Паулі, n – густина числа нейтронів і 9 параметрів ефективної взаємодії Скірма t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3 і α.

Важливо тут відзначити, що параметри сил Скірма тісно зв'язані з ферміридинними амплітудами Ландау для нейтронної матерії і можуть бути явним чином виражені один через одного (див. докладніше, наприклад, в підрозділі 6.3 монографії [80] і в [198]), але так як в подальшому ми не будемо використовувати ці явні формули, то обмежимося тут лише цим зауваженням.

Тепер наведемо коротке виведення [475] системи зв'язаних рівнянь для параметра порядку типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_2$ і ефективного магнітного поля (ЕМП) $\mathbf{H}_{eff}$

всередині ННМ, яке спрощується (в порівнянні з аналогічною надплинною фазою реального гелію–3; див. також нашу статтю [458]) тому, що в разі взаємодії Скірма нормальні фермі-рідинні обмінні амплітуди Ландау $F_l^a \neq 0$ відмінні від нуля тільки для значень $l = 0$ і $l = 1$. З виразу (3.2) очевидно, що оператор нейтрон–нейтронної взаємодії $\hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ має наступну структуру в спіновому просторі

$$\hat{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q})\overrightarrow{\sigma}_1 \cdot \overrightarrow{\sigma}_2, \tag{3.3}$$

де функції $V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ і $V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ мають вигляд

$$V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = t_0\left(1+\frac{x_0}{2}\right)+\frac{t_3}{6}\left(1+\frac{x_3}{2}\right)n^\alpha+\frac{t_1}{2\hbar^2}\left(1+\frac{x_1}{2}\right)(\mathbf{p}^2+\mathbf{q}^2)+\frac{t_2}{\hbar^2}\left(1+\frac{x_2}{2}\right)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}), \tag{3.4}$$

і

$$V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2}t_0x_0 + \frac{1}{12}t_3x_3n^\alpha + \frac{1}{4\hbar^2}t_1x_1(\mathbf{p}^2 + \mathbf{q}^2) + \frac{1}{2\hbar^2}t_2x_2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}). \tag{3.5}$$

Щоб описати рівноважні стани ННМ в статичному магнітному полі $\mathbf{H}$ в рамках узагальненого фермі-рідинного підходу [180], [148], [151], [458], необхідно ввести функціонал енергії (ФЕ) $E(f, g, g^+; H)$, який можна представити у вигляді

$$E(f, g, g^+; H) = E_0(f; H) + E_{int}(f, g, g^+). \tag{3.6}$$

Тут $f_{12} = Sp\rho a_2^+ a_1$ і $g_{12} = Sp\rho a_2 a_1$, $g_{12}^+ = Sp\rho a_2^+ a_1^+$ — це нормальні і аномальні функції розподілу (НФР і АФР) квазічастинок (нейтронів), ρ — статистичний оператор, a_1^+ і a_1 — оператори народження і знищення фермі квазічастинок в стані $1 \equiv \mathbf{p}_1, s_1$ (де $\mathbf{p}_1$ — імпульс і s_1 — проєкція спіна уздовж осі квантування).

Вираз (3.6) містить енергію $E_0(f; H)$ вільних (без взаємодії) нейтронів в магнітному полі, а також ФЕ взаємодіючих нейтронів

$$E_{int}(f, g, g^+) = E_{int}(f) + E_{int}(g, g^+),$$

який інваріантний щодо фазових перетворень і обертань, як в координатному, так і в спіновому просторах. Гамільтоніан взаємодії між нейтронами можна представити в загальному вигляді:

$$\hat{V} = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{1234} V(12;34) a_1^+ a_2^+ a_4 a_3. \tag{3.7}$$

Усереднюючи цей оператор $\hat{V}$ зі статистичним оператором ρ і використовуючи правила Віка, ми отримаємо для $E_{int}(f)$ і $E_{int}(g, g^+)$ такі вирази (див. аналогічно і докладніше в [14], [458])

$$E_{int}(f) = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{1234} V(12;34)(f_{31}f_{42} - f_{41}f_{32}). \tag{3.8}$$

і

$$E_{int}(g, g^+) = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{1234} V(12;34) g_{21}^+ g_{34}, \tag{3.9}$$

($\mathcal{V}$ — об'єм, що займає система). Тут $V(12;34)$ — амплітуда взаємодії, інваріантна щодо обертань в спіновому просторі, має такий вигляд

$$V(12;34) \equiv V_{s_1 s_2; s_3 s_4}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) =$$

$$= [V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q})\delta_{s_1 s_3}\delta_{s_2 s_4} + V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q})(\sigma_\beta)_{s_1 s_3}(\sigma_\beta)_{s_2 s_4}]\delta_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3+\mathbf{p}_4}, \tag{3.10}$$

($\beta = 1, 2, 3$), де $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$ і $\mathbf{q} = (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4)/2$. З порівняння загальної формули (3.10) з формулою (3.3) очевидно, що для ефективної взаємодії Скірма між нейтронами функції $V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ і $V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ мають явний вид (3.4) і (3.5).

Врахуємо, що для розглянутого тут просторово однорідного випадку нормальна функція розподілу f_{12}, введена вище, має наступну структуру

$$f_{12} = [f_0(\mathbf{p}_1)\delta_{s_1 s_2} + f_\beta(\mathbf{p}_1)(\sigma_\beta)_{s_1 s_2}]\delta_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}, \tag{3.11}$$

а аномальну функцію розподілу g_{12} для надплинної ферміо-рідини зі спін–триплетним спарюванням можна представити у вигляді (див. [507], [148],

[151])

$$g_{12} = g_\beta(\mathbf{p}_1)\imath(\sigma_\beta\sigma_2)_{s_1s_2}\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad g_\beta(-\mathbf{p}) = -g_\beta(\mathbf{p}), \quad (\beta = 1,2,3). \tag{3.12}$$

Параметр порядку для надплинних фаз зі спін–триплетним спарюванням типу ^3He (в просторово однорідному випадку [148], [151]) має вигляд:

$$\Delta_{12} = 2\frac{\partial E_{int}(g,g^+)}{\partial g_{21}^+} = \imath\Delta_\beta(\mathbf{p}_1)(\sigma_\beta\sigma_2)_{s_1s_2}\delta_{\mathbf{p}_1,-\mathbf{p}_2}, \quad \Delta_\beta(-\mathbf{p}) = -\Delta_\beta(\mathbf{p}). \tag{3.13}$$

Енергія квазічастинок (що представляє собою матрицю) визначається наступним чином

$$\varepsilon_{12}(f;H) = \frac{\partial E(f,g,g^+;H)}{\partial f_{21}} = [\varepsilon(\mathbf{p}_1;f)\delta_{s_1s_2} + \xi_\beta(\mathbf{p}_1;f)(\sigma_\beta)_{s_1s_2}]\delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}, \tag{3.14}$$

де функції $\xi_\beta(\mathbf{p};f)$ зв'язані з ефективним магнітним полем $\mathbf{H}_{eff}$ в ННМ формулой [148], [151], [458] (пор. аналогічно (1.55) і (2.27) для ^{3}He вище):

$$\xi_\beta(\mathbf{p};f) \equiv -\mu_n(H_{eff}(\mathbf{p};f))_\beta \tag{3.15}$$

($\mu_n \approx -0.60308 \times 10^{-17}$ МеВ/Гс — магнітний дипольний момент нейтрона [414]).

З (3.13) з урахуванням (3.9), (3.10) і (3.12) випливає загальне рівняння для ПП надплинної фермі-рідини зі спін–триплетним спарюванням типу ^{3}He:

$$\Delta_\beta(\mathbf{p}) = \frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{q}}[V_0(\mathbf{p},\mathbf{q}) + V_1(\mathbf{p},\mathbf{q})]g_\beta(\mathbf{q}). \tag{3.16}$$

І аналогічно, з (3.14) з урахуванням (3.6), (3.8), (3.10) і (3.11) отримуємо рівняння для $\xi_\beta(\mathbf{p};f)$:

$$\xi_\beta(\mathbf{p};f) = -\mu_n H_\beta +$$
$$+\frac{1}{2\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{q}}\big[\big(2V_1(\mathbf{k},\mathbf{k}) + V_1(\mathbf{k},-\mathbf{k}) - V_0(\mathbf{k},-\mathbf{k})\big) + \big(\mathbf{k}\to-\mathbf{k}\big)\big]f_\beta(\mathbf{q}), \tag{3.17}$$

(де $\mathbf{k} \equiv \frac{(\mathbf{p}-\mathbf{q})}{2}$). Тепер для того, щоб отримати рівняння для ПП і ЕМП в ННМ з ефективною взаємодією Скірма, потрібно формули (3.4), (3.5) для функцій $V_0(\mathbf{p},\mathbf{q})$ і $V_1(\mathbf{p},\mathbf{q})$ підставити в загальні рівняння (3.16) і (3.17).

Будемо припускати нижче, що магнітне поле паралельно осі z, тобто $H_\beta = H\delta_{\beta,3}$. Припустимо також, що осі квантування спіна і орбітального моменту куперівських пар (тобто вектори $[\mathbf{d}\times\mathbf{e}]$ і $[\mathbf{m}\times\mathbf{n}]$; див. (3.1)) і магнітне поле $\mathbf{H}$ колінеарні один одному, як і в ${}^3P_2$ надплинному стані в густій нейтронній рідині нейтронних зірок (де враховується сильна спін-орбітальна взаємодія). Це припущення не є додатковим обмеженням тому, що взаємна орієнтація цих осей є довільною за відсутності спін-орбітальної взаємодії в розглянутому нами тут випадку просторово однорідної нейтронної матерії (див., наприклад, §6 в [80], §118 в [90], §3 в главі 15 в [164]). В результаті, використовуючи загальні формули (отримані автором вище в підрозділі 2.4 в рамках узагальненого фермі-рідинного підходу [180] і опубліковані в [148], [150, 151], [458]) для нормальної $f_\beta(\mathbf{q})$ і аномальної $g_\beta(\mathbf{q})$ функцій розподілу квазічастинок (нейтронів) для ННМ в магнітному полі, ми вивели [460], [466], [475] систему інтегральних рівнянь (з (3.16) і (3.17) в так званому термодинамічно граничному випадку, коли $\mathcal{V}\to\infty$) для $\xi(p)$ і $\Delta_\uparrow^{A_2}$, $\Delta_\downarrow^{A_2}$ (див. (3.1)). В цьому випадку для ННМ

$$\vec{\xi}(\mathbf{p}) = \xi(p)\frac{\mathbf{H}}{H} \equiv -\mu_n \mathbf{H}_{eff}(p)$$

і для $\xi(p)$ отримуємо рівняння:

$$\xi(p) = -\mu_n H + (r + sp^2)K_2(\xi) + sK_4(\xi). \tag{3.18}$$

Тут

$$r = t_0' + \left(\frac{t_3'}{6}\right)n^\alpha$$

і

$$s = \frac{t_1' - t_2'}{4\hbar^2},$$

$n \equiv yn_0$ — густина нейтронної матерії; $t'_0 = t_0 \cdot (1 - x_0)$, $t'_1 = t_1 \cdot (1 - x_1)$, $t'_2 = t_2 \cdot (1 + x_2)$, $t'_3 = t_3 \cdot (1 - x_3)$ і $1/6 \leq \alpha \leq 1/3$ — параметри взаємодії Скірма. Функціонали $K_\beta(\xi)$ ($\beta = 2, 4$) в (3.18) мають вид:

$$K_\beta(\xi) = \frac{1}{8\pi^2\hbar^3} \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^\beta \int_0^1 dx \kappa(q, x), \tag{3.19}$$

де

$$\kappa(q, x) = \frac{z(q) + \xi(q)}{E_+(q, x^2)} \tanh\left(\frac{E_+(q, x^2)}{2T}\right) - \frac{z(q) - \xi(q)}{E_-(q, x^2)} \tanh\left(\frac{E_-(q, x^2)}{2T}\right), \tag{3.20}$$

$$E^2_\pm = q^2 \Delta^2_{\uparrow(\downarrow)} \cdot (1 - x^2) + (z(q) \pm \xi(q))^2, \tag{3.21}$$

$$z(q) = \frac{q^2}{2m^*_n} - \mu$$

(m^*_n — ефективна маса нейтрона, μ — хімічний потенціал). Ми врахували, що для ННМ зі спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_2$ параметр порядку можна представити у вигляді $\Delta^{A_2}_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi, q) = q\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi)$, де функції $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi)$ задовольняють наступним нелінійним інтегральним рівнянням:

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi) = -\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi) \frac{c_3}{8\pi^2\hbar^3} \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^4 \int_0^1 dx (1 - x^2) \frac{tanh(E_\pm(q, x^2)/2T)}{E_\pm(q, x^2)}, \tag{3.22}$$

($p_{max} \gtrsim p_F$ і

$$\frac{p_{max} - p_{min}}{p_F} < 1,$$

де p_F — імпульс Фермі). Тут

$$c_3 \equiv \frac{t_2 \cdot (1 + x_2)}{\hbar^2} < 0$$

— константа взаємодії (що призводить до спін–триплетного p–спарювання нейтронів), яка виражається через параметри t_2 і x_2 взаємодії Скірма. Ми розглядаємо тут (див. [475]) традиційну модель куперівського спарювання нейтронів в шарі симетричному щодо поверхні Фермі, тобто $p_{max} - p_F = p_F - p_{min}$. В зв'язку з цим відзначимо, що в роботі [462] ми розглядали дещо іншу модель з куперівським спарюванням нейтронів в шарі асиметричному щодо поверхні Фермі, але тут ми цей випадок не будемо вивчати, так як при цьому виходять якісно аналогічні результати, але лише з деякими кількісними відмінностями.

Система нелінійних інтегральних рівнянь (3.18) і (3.22) для ЕМП і ПП дає можливість описувати термодинаміку надплинних неунітарних фаз типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ в густій ННМ зі спін–триплетним p–спарюванням нейтронів в постійному однорідному сильному магнітному полі при довільних температурах з інтервалу $0 \leq T \leq T_c(H)$. У загальному випадку ці нелінійні рівняння неможливо розв'язати аналітично і тому необхідно використовувати чисельні методи для їх розв'язання. Але ми можемо розв'язати рівняння (3.18) і (3.22), використовуючи аналітичні методи, в граничному випадку, коли температура ($T \lesssim T_{c0}$) близька до температури фазового переходу T_{c0} густої НМ в надплинний стан, і це є темою наступного підрозділу.

3.3. Розв'язки рівнянь для ПП і ЕМП в надплинній нейтронній матерії поблизу T_{c0}

Система нелінійних інтегральних рівнянь (3.18) і (3.22) для ЕМП і компонент ПП була розв'язана автором (див. [462], [466], [475]) аналітичними методами і в результаті було отримано (див. докладніше виведення формули (A.29) в Додатку А, яка тотожна формулі (3.23) тут нижче) наближені вирази для «зведених» (до безрозмірного вигляду) температур фазового переходу

$$t_{c1,2} \equiv \frac{T_{c1,2}}{\varepsilon_F}$$

($\varepsilon_F = p_F^2/2m_n^*$ — енергія Фермі нейтронів) нейтронної матерії (НМ) в надплинні стани типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ з триплетним p–спарюванням в сильному магнітному полі (з проєкціями спіна куперівських пар вздовж і проти напрямку магнітного поля):

$$t_{c1,2} \approx t_{c0} \cdot \Big[1 \pm \frac{h}{I_0}(AI_A + BI_B)\Big]. \tag{3.23}$$

Функції

$$t_{c0} \equiv \frac{T_{c0}}{\varepsilon_F}$$

і $t_{c1,2}(a; h, y)$ залежать від параметра обрізання

$$a \equiv \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_F} - 1,$$

який являє собою верхню межу в інтегралах I_0, I_A, I_B і в інтегралах, які входять в структуру функцій A і B (їх явний вигляд див. (A.17) і (A.18) в Додатку А). Параметр a відповідає максимальній енергії квазічастинок (нейтронів), тобто

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m_n^*} \leq \varepsilon_{max},$$

яка дещо більше, ніж енергія Фермі ($\varepsilon_{max} \gtrsim \varepsilon_F$), так що $0 < a < 1$. Ми вибрали тут два варіанти (способи) введення параметра обрізання. А саме, відповідно до варіанту 1 ми маємо, що $a = const < 1$ (див., наприклад, аналогічне обрізання в [317]) і відповідно до варіанту 2 ми маємо, що

$$a = \frac{E_c}{\varepsilon_F(y)}$$

з енергією обрізання 20 МеВ $< E_c < \varepsilon_F(y)$ (див., наприклад, варіант 2 з Додатка А в [365]; див. також обговорення в [366] з приводу вибору величини енергії обрізання в надплинній однорідній нейтронній матерії малої густини). Зауважимо, що варіант 2 вибору параметра обрізання ближче до способу

обрізання, що використовується в розрахунках в методі Хартрі – Фока – Боголюбова. Параметр обрізання a можна вважати додатковим параметром в модельному підході, що використовується нами.

Для застосовності теорії фермі-рідини необхідно, щоб виконувалися наступні нерівності:

$$h \equiv \frac{\mid \mu_n \mid H}{\varepsilon_F(y)} \ll a < 1, \quad t_{c0} \equiv \frac{T_{c0}(a;y)}{\varepsilon_F(y)} \ll a < 1. \tag{3.24}$$

Ці нерівності, як відомо (див., наприклад, [112], [91], [97]), означають мале «розмиття» (згладжування) розподілу Фермі («ступінчастої» функції Фермі в граничному випадку при $T \to 0$) через вплив зовнішнього магнітного поля H і температури $T \lesssim T_{c0}(a;y)$ на нейтронну матерію в даному випадку (де $y \equiv n/n_0$, $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$).

З (3.22) автором отримано [466], [475] наступне рівняння для зведеної температури фазового переходу t_{c0} нейтронної матерії в надплинний стан з триплетним p–спарюванням за відсутності магнітного поля:

$$1 + c_3 \frac{n m_n^*}{4} I_0(a;y) = 0. \tag{3.25}$$

Тут інтеграл $I_0(a;y)$ має вигляд:

$$I_0(a;y) \equiv \int_{-a}^{a} dx \frac{\sqrt{(1+x)^3}}{x} \tanh\left(\frac{x}{2t_{c0}}\right) \approx L(a) + 2\ln\left(\frac{a}{2t_{c0}}\right), \tag{3.26}$$

$$L(a) \equiv b_0 + 4\ln 2 - \frac{16}{3} + \frac{8}{3}\left[\left(1 - \frac{a}{4}\right)\sqrt{1-a} + \left(1 + \frac{a}{4}\right)\sqrt{1+a}\right] - \\ -2\ln\left(a\frac{\sqrt{1-a}+1}{\sqrt{1+a}-1}\right), \tag{3.27}$$

де

$$b_0 \approx 2\left(1 - \frac{1}{9} + \frac{2}{75}\right) + 4\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1} Ei(-2k) \approx 1.649321884, \tag{3.28}$$

і

$$Ei(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^t}{t} \mathrm{d}t$$

— інтегральна показникова функція [176].

З рівняння (3.25) і (3.26) автор [466], [475] отримав наступну загальну формулу для t_{c0} (яка справедлива *для всіх параметризацій сил Скірма*):

$$t_{c0} = \frac{a}{2} \exp\left(\frac{L(a)}{2} + \frac{2}{c_3 y n_0 m_n^*}\right). \tag{3.29}$$

Тут $c_3 y n_0 m_n^* < 0$ — це безрозмірна величина, залежна від параметрів Скірма t_2 и x_2 (див. після (3.22)).

В (3.25) і (3.29) входить ефективна маса нейтрона $m_n^*(y)$, яка залежить від густини числа частинок $n \equiv y n_0$ в нейтронній матерії відповідно до формули (див. огляд [230] і [462], [475]):

$$\frac{m}{m_n^*(y)} = 1 + \frac{m y n_0}{4\hbar^2}[t_1(1-x_1) + 3t_2(1+x_2)] \equiv 1 + y \cdot \beta_{Skyrme}, \tag{3.30}$$

де $m \equiv (m_p + m_n)/2 \approx 938.919$ МеВ/c^2 — середнє значення маси вільного нуклона [247], $m_n \approx 939.56563$ МеВ/c^2 — маса вільного нейтрона [414] і t_1, t_2, x_1, x_2 — параметри Скірма. Тут β_{Skyrme} — безрозмірна стала величина, що має певне значення для кожної конкретної параметризації сил Скірма. Наприклад, для так званих SLy2 [448], Gs [287] і RATP [410] параметризацій сил Скірма (які будуть використовуватися в наступних підрозділах) β_{Skyrme} набуває таких значень (див. Табл. А.1):

$$\beta_{SLy2} \approx 0.659, \quad \beta_{Gs} \approx 0.081, \quad \beta_{RATP} \approx 0.235. \tag{3.31}$$

Зауважимо, що енергія Фермі чисто нейтронної матерії з густиною $n = y \cdot n_0$ визначається формулою виду:

$$\varepsilon_{F,Skyrme}(y) = (3\pi^2 y n_0)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_n^*} \approx y^{2/3}\ (1 + y \cdot \beta_{Skyrme})\ 60.902\ (\text{МеВ}), \tag{3.32}$$

(див. Рис. 3.1 нижче). Зауважимо далі, що відповідно до (3.28) маємо

$$\frac{1}{2}\exp\left(\frac{b_0}{2}+2\ln 2-\frac{8}{3}\right)\approx 0.316998$$

і тоді з (3.26) і (3.27) випливає (див. (3.29) для t_{c0}):

$$F_s(a)\equiv\frac{a}{2}\exp\left(\frac{L(a)}{2}\right)\approx$$

$$\approx 0.316998\frac{\sqrt{1+a}-1}{\sqrt{1-a}+1}\exp\left\{\frac{4}{3}\left[\left(1-\frac{a}{4}\right)\sqrt{1-a}+\left(1+\frac{a}{4}\right)\sqrt{1+a}\right]\right\}, \quad (3.33)$$

де $0<a<1$. Якщо обмежитися «малими» за величиною значеннями параметра обрізання $2t_{c0}\ll a\lesssim 1/2$, то тоді можна використовувати наступне спрощене (але досить точне) наближене вираження для функції $L(a)$ (нехтуючи малими членами порядку $O(a^6)$):

$$L(a)\approx\ell(a)=b_0+\frac{3a^2}{8}+\frac{3a^4}{256}, \quad (3.34)$$

(див. (3.28) для b_0). Відмінність наближеної функції $\ell(a)$ від $L(a)$ дуже мала при $a\lesssim 1/2$. А саме, легко перевірити, що для відносини

$$p(a)\equiv\frac{\ell(a)-L(a)}{L(a)}$$

навіть при $a=1/2$ ми маємо $p(1/2)\approx -0.00002232$. Отже, можна використовувати формулу (3.29) зі спрощеною функцією $\ell(a)$ при $a\lesssim 1/2$ для обчислення зведеної температури фазового переходу t_{c0} з точністю до четвертого десяткового знака після коми.

Зауважимо нарешті, що інтеграли I_A і I_B, які фігурують в загальних формулах (3.23) для функцій $t_{c1,2}(a;h,y)$, визначаються наступним чином:

$$I_A(a;t_{c0})\equiv\int_{-a}^{a}\mathrm{d}x\sqrt{(1+x)^3}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\tanh(x/2t_{c0})}{x}, \quad (3.35)$$

$$I_B(a;t_{c0}) \equiv \int_{-a}^{a} \mathrm{d}x \sqrt{(1+x)^3} x \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \frac{\tanh(x/2t_{c0})}{x}, \tag{3.36}$$

і можуть бути перетворені до вигляду:

$$I_A(a;t_{c0}) = \frac{\sqrt{(1+a)^3} - \sqrt{(1-a)^3}}{a} \tanh\left(\frac{a}{2t_{c0}}\right) -$$

$$-\frac{3}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \frac{\tanh(x/2t_{c0})}{x}\left(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}\right), \tag{3.37}$$

$$I_B(a;t_{c0}) = \left(\sqrt{(1-a)^3} + \sqrt{(1+a)^3}\right) \tanh\left(\frac{a}{2t_{c0}}\right) -$$

$$-\frac{3}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \tanh\left(\frac{x}{2t_{c0}}\right)\left(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}\right) -$$

$$-\int_0^a \mathrm{d}x \frac{\tanh(x/2t_{c0})}{x}\left(\sqrt{(1-x)^3} + \sqrt{(1+x)^3}\right). \tag{3.38}$$

Явні вирази для функцій $A(a;y,t_{c0})$ і $B(a;y,t_{c0})$, які входять в (3.23), мають вигляд (A.17) і (A.18) (з урахуванням (A.19) і наступних формул (A.20) — (A.26), див. в Додатку А).

3.4. Температури фазового переходу для ННМ в сильному магнітному полі з традиційними параметризаціями сил Скірма

Тепер розглянемо випадки SLy2 [448], Gs [287] і RATP [410] параметризацій традиційних сил Скірма в чисто нейтронній матерії з наступними конкретними значеннями параметра обрізання у відповідності до *першого* варіанту: $a = 0.2$ (для SLy2) і $a = 0.4$ (для Gs і RATP). Для *другого* варіанту обрізання меж в інтегралах

$$a_{Skyrme}(y) = \frac{E_c}{\varepsilon_{F,Skyrme}(y)}$$

(див. коротке обговорення двох варіантів вибору параметра обрізання в попередньому підрозділі після формул (3.23) і див. Рис. 3.1 для $\varepsilon_{F,Skyrme}(y)$) выберемо $E_c = 25$ МеВ $< \varepsilon_{F,Skyrme}(y)$. Зауважимо, що другий варіант вибору (другий тип) параметра обрізання $a_{Skyrme}(y)$ залежить явно від параметризації Скірма і від густини. Саме тому вибираємо числові значення для першого типу параметра обрізання $a = const < 1$ для кожної конкретної параметризації Скірма таким чином, щоб виконувалися наступні нерівності (в інтервалі густин $0.7 \cdot n_0 \leq n < n_c(Skyrme) < 2 \cdot n_0$ досліджуваному тут, див. цей підрозділ нижче і Додаток А): $a_{Skyrme}(0.7) > a > a_{Skyrme}(y_c)$. Після цієї конкретизації побудуємо графіки (для першого і другого варіантів обрізання) для функцій (3.29) і (3.23) (враховуючи формули (3.26) – (3.38) і Додаток А), які описують, відповідно, зведену температуру фазового переходу $t_{c0}(a; y)$ (без магнітного поля) нейтронної матерії в надплинний стан типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ і (залежні лінійним чином від магнітного поля) температури фазового переходу нейтронної матерії з нормального в надплинні стани з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$.

3.4.1. SLy2 параметризація сил Скірма

Для випадку SLy2 параметризації [448] сил Скірма в ННМ маємо з формул (3.29) і (3.34) (враховуючи (3.28), (3.30) і (3.31)) наближений вираз для зведеної температури фазового переходу:

$$t_{c0,SLy2}(a; y) \approx 0.007454 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16} + \frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{7.634}{y}\right]. \tag{3.39}$$

Використовуючи цю формулу і (3.31), (3.32), отримаємо з (3.24) температуру фазового переходу $T_{c0,SLy2}(a; y)$:

$$T_{c0,SLy2}(a; y) \approx 0.4540 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16} + \frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{7.634}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1 + 0.659 \cdot y) \text{ (МеВ)}. \tag{3.40}$$

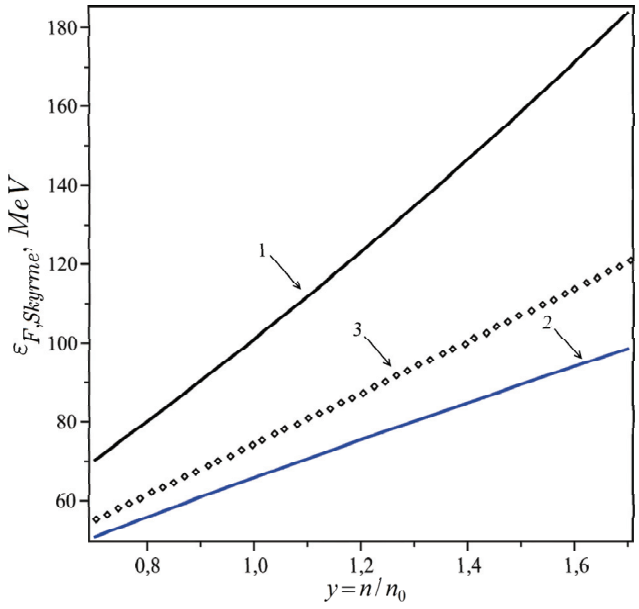


Рис. 3.1: Енергія Фермі $\varepsilon_{F,Skyrme}(y)$ (див. (3.31), (3.32)) для SLy2 (лінія 1), Gs (лінія 2) і RATP (лінія 3 з окремих точок) параметризацій сил Скірма, як функція зведеної густини $0.7 < y < 1.7 < y_c(SLy2) \approx 1.724$ (див. (A.31)).

Рис. 3.2 илюструє цю функцію $T_{c0,SLy2}(a; y)$.

Як вже зазначалося вище, вибираючи для параметризації SLy2 певне значення параметра обрізання $a = 0.2$ (*першого типу*), отримаємо з (3.39) і (3.40), що (див. Рис. 3.3)

$$t_{c0,SLy2}(0.2; y) \approx 0.001502 \cdot \exp\left[-\frac{7.634}{y}\right] \tag{3.41}$$

і

$$T_{c0,SLy2}(0.2; y) \approx 0.0915 \cdot \exp\left[-\frac{7.634}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1 + 0.659 \cdot y) \text{ (МеВ)}. \tag{3.42}$$

Для *другого* варіанту обрізання меж в інтегралах (див. після (3.23)) вибираємо $E_c = 25$ МеВ $< \varepsilon_{F,SLy2}(n)$ і тому маємо, що

$$a_{SLy2}(y) = \frac{25 \text{ МеВ}}{\varepsilon_{F,SLy2}(y)}.$$

У цьому випадку будемо позначати відповідну зведену температуру фазового переходу в вигляді $t_{c0,SLy2}(E_c; y)$, щоб відрізнити її від зведеної температури

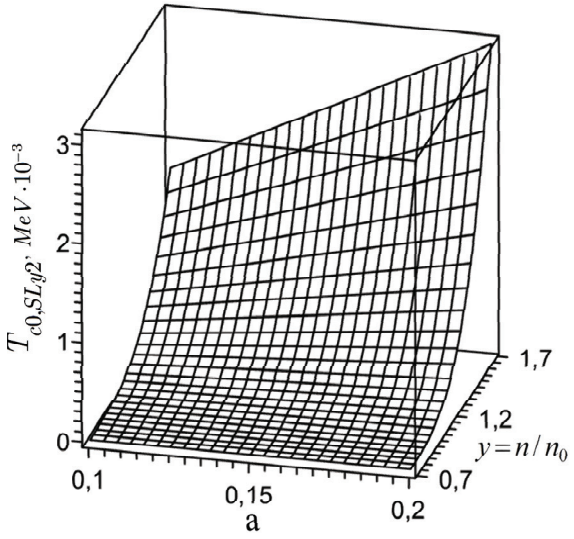


Рис. 3.2: Температура фазового переходу $T_{c0,SLy2}(a;y)$ (див. (3.40)) для ННМ з SLy2 параметризацією сил Скірма і p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ в нульовому магнітному полі, як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$ і малого параметра обрізання $a << 1$.

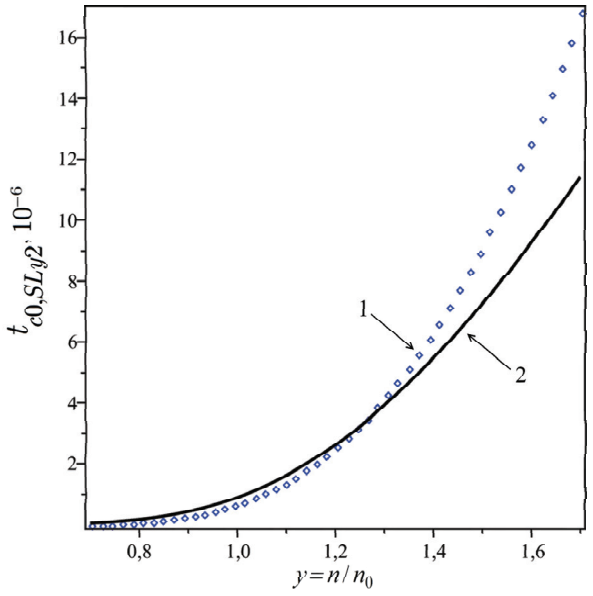


Рис. 3.3: Зведені ФП температури $t_{c0,SLy2}(a;y)$ (див. (3.41) і (3.43)) для НМ в надплинний стан з p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ в нульовому магнітному полі, як функції зведеної густини $0.7 < y < y_c(SLy2) \approx 1.724$ з малими значеннями параметрів обрізання *двох типів*: 1) $a = 0.2$ (точки), 2) $a_{SLy2}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,SLy2}(y)$ (суцільна лінія).

фазового переходу $t_{c0,SLy2}(a;y)$ нейтронної матерії (в спін–триплетний надплинний стан), яка відповідає *першому типу* обрізання (з $a = const < 1$). Таким чином, з (3.29), (3.33) для SLy2 параметризації сил Скірма в НМ отримаємо наближений вираз (див. Рис. 3.3):

$$t_{c0,SLy2}(E_c;y) \approx F_{SLy2}(E_c;y) \cdot 0.006535 \cdot \exp\left[-\frac{7.634}{y}\right], \qquad (3.43)$$

де функція $F_{SLy2}(E_c;y)$ визначається згідно з формулою (3.33) з параметром обрізання $a_{SLy2}(y)$ *другого типу*.

Тепер, використовуючи вирази (3.23) і відповідні формули, отримані вище (див. також Додаток А), побудуємо тривимірний графік (див. Рис. 3.4) для функції

$$\tau_{SLy2}(a,y) \equiv \frac{t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)}{h},$$

залежної від зведеної густини НМ, $y \equiv n/n_0$, і від параметра обрізання *першого типу*, тобто при $0 < a = const \ll 1$ (від магнітного поля функція $\tau_{SLy2}(a,y)$ не залежить згідно (3.23) в головному наближенні — лінійному по малому параметру h, див. першу нерівність в (3.24)). Ця функція характеризує розщеплення в сильному магнітному полі зведеної температури фазового переходу густої нейтронної матерії (з $SLy2$ параметризацією сил Скірма) в надплинні стани типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ з триплетним p–спарюванням. При цьому автором встановлено, що з ростом густини n і при наближенні її до критичного значення $n_c(SLy2) \approx 1.724 \cdot n_0$ функція $\tau_{SLy2}(a,y)$ стає розбіжною за величиною (див. (3.23), а також формули (А.17)–(А.19), (А.30), (А.31) і Рис. А.1. в Додатку А). Ця розбіжність означає, що *з ростом густини в ННМ (з $SLy2$ силами Скірма) виникає феромагнітна нестійкість*. Цей висновок стає очевидним з того факту, що парамагнітна сприйнятливість цієї ж густої ННМ стає розбіжною при тому ж самому критичному значенні густини $n_c(SLy2) \approx 1.724 \cdot n_0$ (див. докладніше в статті автора [473] і в підрозділі 3.5 тут нижче).

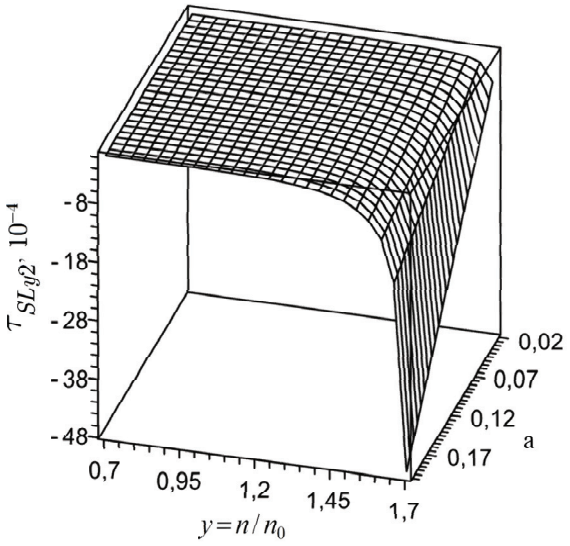


Рис. 3.4: Розщеплення $\tau_{SLy2}(a, y) \equiv (t_{c1}(a; h, y) - t_{c2}(a; h, y))/h$ в магнітному полі (див. (3.23), (3.24)) зведеної температури ФП для нейтронної матерії (з SLy2 силами Скірма) в надплинні стани типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$, як функція від зведеної густини y і параметра обрізання *першого типу*, $a = const \ll 1$.

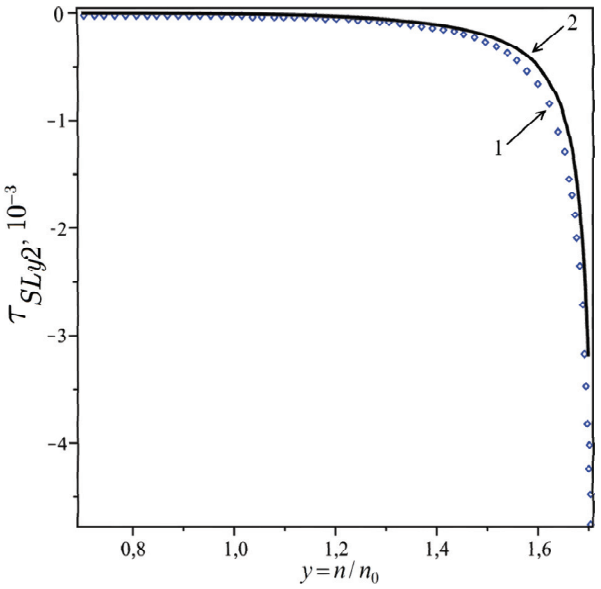


Рис. 3.5: Розщеплення $\tau_{SLy2}(a, y)$ температури ФП для НМ з SLy2 параметризацією сил Скірма в надплинні стани з p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_{1,2}$ в сильному магнітному полі, як монотонна функція від зведеної густини y: 1) при $a = 0.2$ (точки), 2) при $a_{SLy2}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,SLy2}(y)$ (лінія 2).

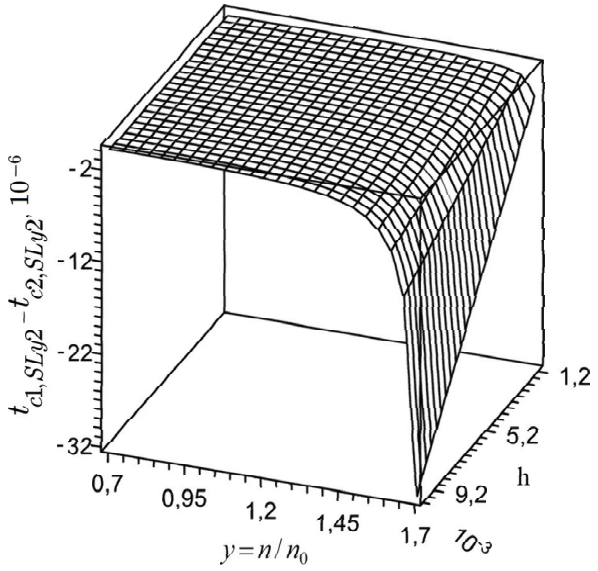


Рис. 3.6: Різниця $t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)$ зведених температур ФП (з параметром обрізання $a_{SLy2}(y) = (25\text{МеВ})/\varepsilon_{F,SLy2}(y)$ *другого типу*) для НМ з SLy2 параметризацією сил Скірма в надплинні стани типу $^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$, як функція від зведених магнітного поля $h \ll 1$ і густини y.

З Рис. 3.5 видно, що розщеплення $\tau_{SLy2}(a,y)$ температури фазового переходу (ФП) для нейтронної матерії з SLy2 силами Скірма в надплинні стани з p–спарюванням типу $^3\text{He} - A_1$ і потім в $^3\text{He} - A_2$ в сильному магнітному полі якісно подібно (аналогічно) для обраних нами *першого* ($a = 0.2$) і *другого* ($a_{SLy2}(y) = (25\text{МеВ})/\varepsilon_{F,SLy2}(y)$) *типів* обрізання (меж в інтегралах), але з малою відмінністю за величиною, яка стає більш помітною в околі (поблизу) критичної густини $n_c(SLy2) \approx 1.724 \cdot n_0$ (див. Рис. А.1). Головна (основна) частина цієї різниці для $\tau_{SLy2}(a,y)$ (див. (3.23)) обумовлена відмінністю між зведеними температурами фазового переходу $t_{c0,SLy2}(a;y)$ (див. (3.41), (3.43) і Рис. 3.3) з різними типами параметрів обрізання.

Зауважимо, що магнітні поля, представлені на Рис. 3.6 (див. (3.24) і (3.32) для $\varepsilon_{F,SLy2}(y)$) є достатньо сильними, але настільки, що повинні виконуватися наступні нерівності (для $t_{c0,SLy2}(a;y)$ див. Рис. 3.3):

$$t_{c0,SLy2}(a;y) \ll h \lesssim 1/100 \ll a < 1.$$

Див. також (3.60) в підрозділі 3.5 з обговоренням результатів цього розділу.

3.4.2. Gs параметризація сил Скірма

Для Gs параметризації [287] сил Скірма в ННМ ми побудували графіки на Рис. 3.7–3.11 і Рис. А.2 (які аналогічні Рис. 3.2–3.6 і Рис. А.1. в Додатку А для SLy2 сил Скірма). А саме, для Gs параметризації ефективних сил Скірма в ННМ ми маємо з формул (3.29) і (3.34) (враховуючи (3.28), (3.30) і (3.31)) наближене вираження для зведеної температури ФП:

$$t_{c0,Gs}(a;y) \approx 0.71947 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16}+\frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{5.688}{y}\right], \tag{3.44}$$

(для $0 < a < 1$). З цієї формули і (3.24),(3.31),(3.32) отримаємо наступну ФП температуру $T_{c0,Gs}(a;y)$:

$$T_{c0,Gs}(a;y) \approx 43.817 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16}+\frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{5.688}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1+0.0810 \cdot y) \text{ (МеВ)} \tag{3.45}$$

(див. Рис. 3.7 для цієї функції $T_{c0,Gs}(a;y)$).

Тепер, вибираючи для випадку Gs конкретне значення параметра обрізання $a = 0.4$ (згідно *правилу 1*), маємо з (3.44) і (3.45), що (див. Рис. 3.8)

$$t_{c0,Gs}(0.4;y) \approx 0.2966 \cdot \exp\left[-\frac{5.688}{y}\right] \tag{3.46}$$

і

$$T_{c0,Gs}(0.4;y) \approx 18.063 \cdot \exp\left[-\frac{5.688}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1+0.0810 \cdot y) \text{ (МеВ)}. \tag{3.47}$$

Аналогічно виведенню (3.43) отримаємо з (3.29), (3.33) для Gs параметризації сил Скірма в НМ наступний наближений вираз для зведеної температури ФП (див. Рис. 3.8):

$$t_{c0,Gs}(E_c;y) \approx F_{Gs}(E_c;y) \cdot 0.6308 \cdot \exp\left[-\frac{5.688}{y}\right], \tag{3.48}$$

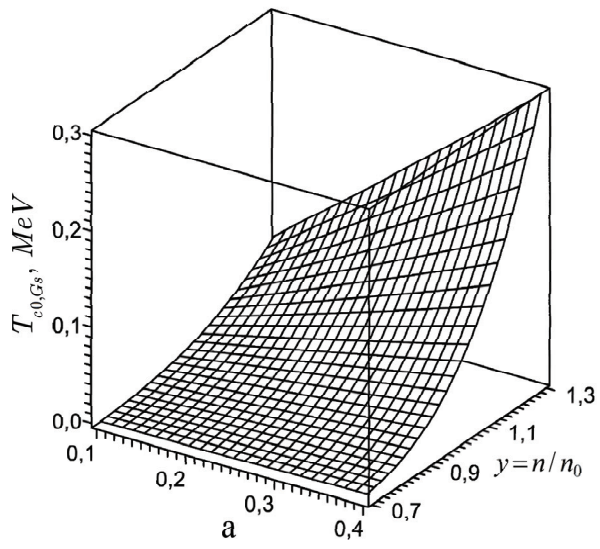


Рис. 3.7: ФП температура $T_{c0,Gs}(a;y)$ (див. (3.45)) для ННМ з Gs параметризацією сил Скірма і p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ за відсутності магнітного поля, як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$ і параметра обрізання $a < 1$.

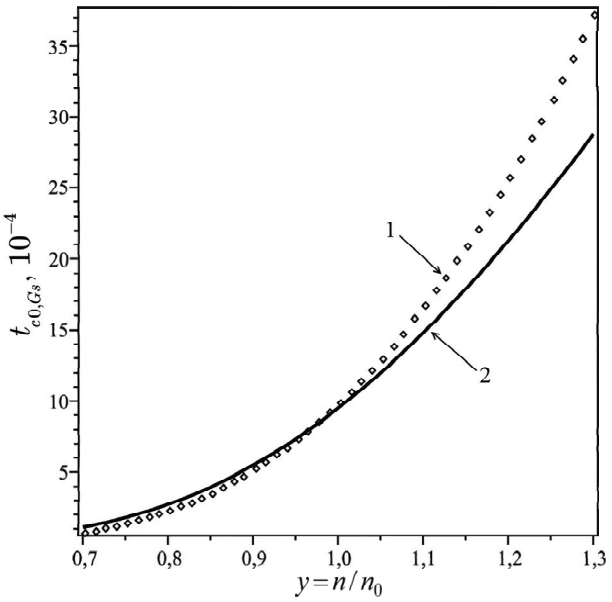


Рис. 3.8: Зведені ФП температури $t_{c0,Gs}(a;y)$ (див. (3.46) і (3.48)) для НМ (з Gs силами Скірма) в надплинний стан з p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ в нульовому магнітному полі, як функції зведеної густини $0.7 < y < y_c(Gs) \approx 1.331$ з параметрами обрізання *двох типів*: 1) $a = 0.4$ (точки), 2) $a_{Gs}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,Gs}(y)$ (лінія 2).

де функція $F_{Gs}(E_c; y)$ визначається згідно (3.33) з параметром обрізання $a_{Gs}(y) = (25\text{МеВ})/\varepsilon_{F,Gs}(y)$ *другого типу*.

З (3.23) і формул отриманих вище (див. також Додаток А) ми побудували тривимірний графік (див. Рис. 3.9) для функції

$$\tau_{Gs}(a, y) \equiv \frac{t_{c1}(a; h, y) - t_{c2}(a; h, y)}{h},$$

що описує розщеплення температури ФП (з параметром обрізання *першого типу*, тобто при $a = const < 1$), яке монотонно зростає за величиною і не залежить від магнітного поля (в наближенні лінійному по магнітному полю). Коли густина n (для НМ з Gs силами Скірма) зростає і наближається до критичного значення густини $n_c(Gs) \approx 1.331 \cdot n_0$, функція $\tau_{Gs}(a, y)$ стає розбіжною (див. (3.23), (А.17)–(А.19), (А.31) і Рис. А.2 в Додатку А). Ця розбіжність може свідчити (як і у випадку з SLy2 силами Скірма в НМ, який розглянуто в попередньому підрозділі) про феромагнітну нестійкість в ННМ з Gs силами Скірма (див. також в [473] і в наступному підрозділі 3.5 про аналогічну розбіжність парамагнітної сприйнятливості в ННМ з такими ж силами Скірма при тих же значеннях критичної густини).

З Рис. 3.10 для Gs параметризації сил Скірма в ННМ випливає висновок аналогічний випадку SLy2 сил Скірма в ННМ з попереднього підрозділу (див. там Рис. 3.5). Рис. 3.11 подібний Рис. 3.6 для SLy2 параметризації.

3.4.3. RATP параметризація сил Скірма

Для випадку з RATP параметризацією [410] ефективних сил Скірма в ННМ представимо тут формули для зведеної температури $t_{c0,RATP}(a; y)$ фазового переходу і також $T_{c0,RATP}(a; y)$, які отримані подібним чином, як і в попередніх підрозділах 3.4.1 і 3.4.2, з *двома типами* параметрів обрізання. А потім покажемо наші результати графічно в вигляді Рис. 3.12 – 3.16 (див. також Рис. А.3 в Додатку А), які аналогічні Рис. 3.2 – 3.6 (для SLy2 сил

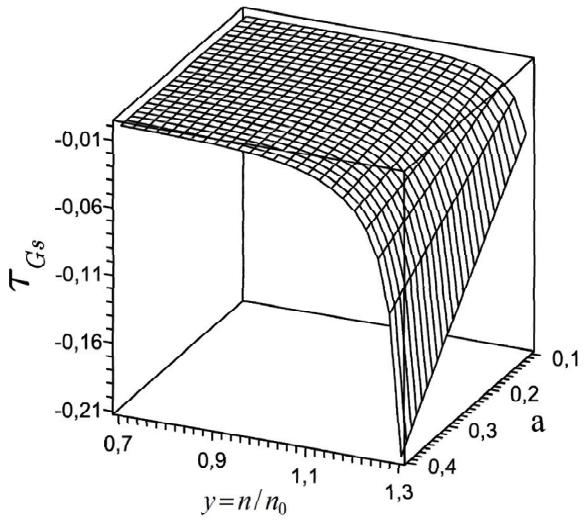


Рис. 3.9: Розщеплення $\tau_{Gs}(a,y) \equiv (t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y))/h$ в магнітному полі (див. (3.23),(3.24)) зведених температур ФП для НМ (з Gs силами Скірма) в надплинні стани типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_{1,2}$, як функція зведеної густини y і параметра обрізання *1-го типу* $a = const < 1$.

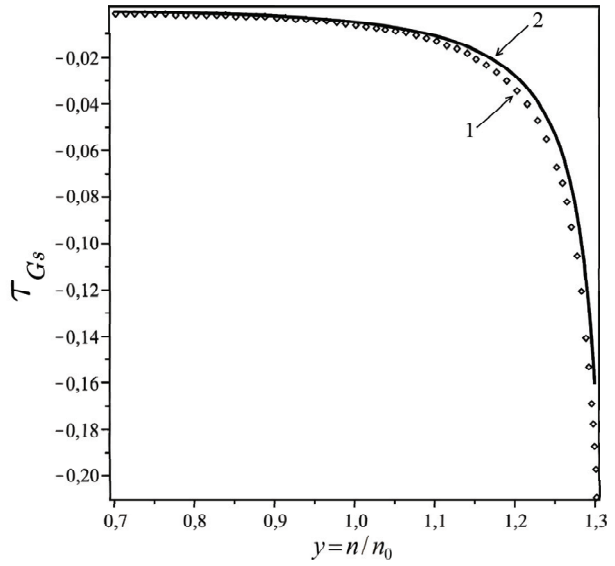


Рис. 3.10: Розщеплення температур ФП $\tau_{Gs}(a,y)$ для надплинної НМ з Gs параметризацією сил Скірма і p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_{1,2}$ в сильному магнітному полі, як монотонна функція зведеної густини y при $a = 0.4$ (точки) і $a_{Gs}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,Gs}(y)$ (лінія 2).

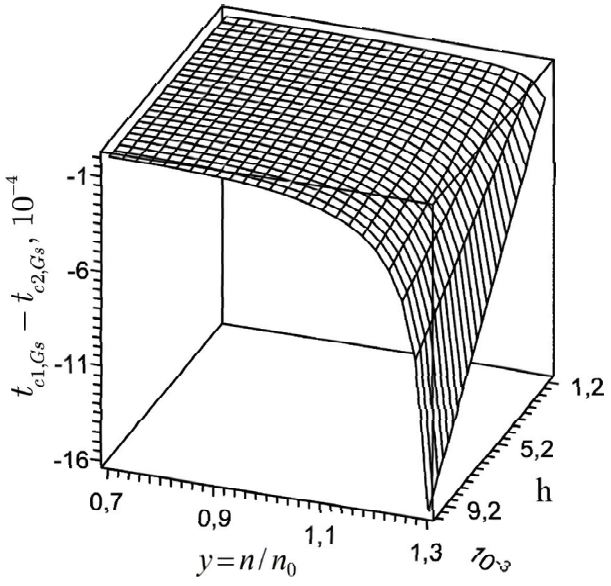


Рис. 3.11: Різниця $t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)$ зведених температур ФП (з параметром обрізання $a_{Gs}(y) = (25\text{MeB})/\varepsilon_{F,Gs}(y)$ *другого типу*) для НМ з Gs параметризацією сил Скірма в надплинні стани типу $^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$, як функція зведених магнітного поля $h \ll 1$ і густини y.

Скірма) і Рис. 3.7 – 3.11 (для Gs сил Скірма).

Таким чином, ми отримали для $0 < a < 1$, що

$$t_{c0,RATP}(a;y) \approx 0.5472 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16} + \frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{3.125}{y}\right] \tag{3.49}$$

і

$$T_{c0,RATP}(a;y) \approx 33.326 \cdot a \cdot \exp\left[\frac{3a^2}{16} + \frac{3a^4}{512}\right] \cdot \exp\left[-\frac{3.125}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1 + 0.235 \cdot y) \text{ (MeB)} \tag{3.50}$$

(див. Рис. 3.12 для функції $T_{c0,RATP}(a;y)$).

Тепер, вибираючи для випадку RATP сил Скірма конкретне значення параметра обрізання $a = 0.4$ (*першого типу*), отримаємо з (3.49) і (3.50), що (див. Рис. 3.13)

$$t_{c0,RATP}(0.4;y) \approx 0.2256 \cdot \exp\left[-\frac{3.125}{y}\right] \tag{3.51}$$

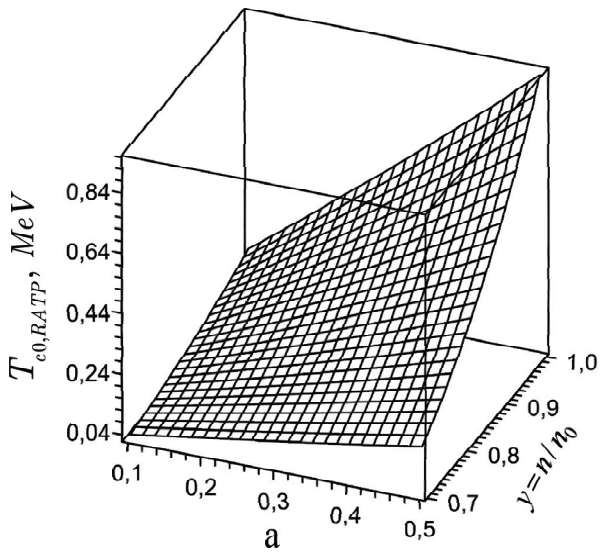


Рис. 3.12: ФП температура $T_{c0,RATP}(a;y)$ (див. (3.50)) для ННМ з RATP параметризацією сил Скірма і p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ за відсутності магнітного поля, як функція зведеної густини y і параметра обрізання $a<1$.

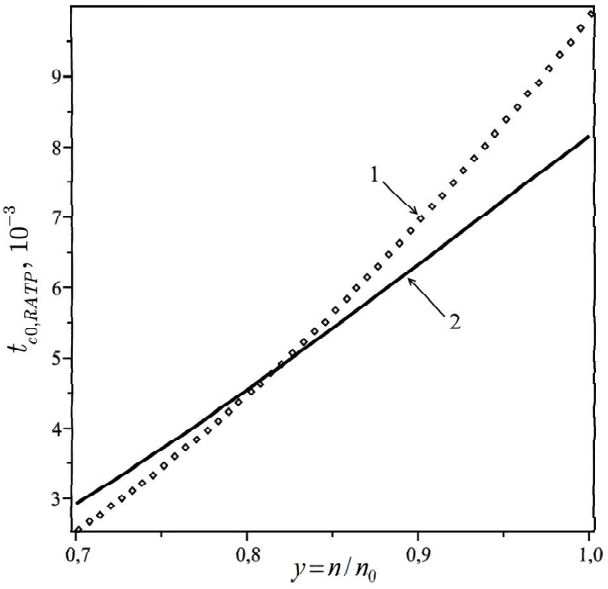


Рис. 3.13: Зведені ФП температури $t_{c0,RATP}(a;y)$ (див. (3.51) і (3.53)) для НМ (з RATP силами Скірма) в надплинний стан з p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ в нульовому магнітному полі, як функції зведеної густини $0.7<y<y_c(RATP)\approx 1.03$ з параметрами обрізання *двох типів*: 1) $a=0.4$ (точки), 2) $a_{RATP}(y)=(25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,RATP}(y)$ (лінія 2).

і

$$T_{c0,RATP}(0.4;y) \approx 13.738 \cdot \exp\left[-\frac{3.125}{y}\right] \cdot y^{2/3} \cdot (1 + 0.235 \cdot y) \text{ (МеВ)}. \quad (3.52)$$

Аналогічно виведенню формул (3.43) і (3.48), маємо з (3.29), (3.33) для випадку RATP параметризації сил Скірма в НМ наступний наближений вираз для зведеної температури ФП (див. також Рис. 3.13):

$$t_{c0,RATP}(E_c;y) \approx F_{RATP}(E_c;y) \cdot 0.480 \cdot \exp\left[-\frac{3.125}{y}\right], \quad (3.53)$$

де функція $F_{RATP}(E_c;y)$ визначається формулою (3.33) з параметром обрізання *другого типу* $a_{RATP}(y) = (25\text{МеВ})/\varepsilon_{F,RATP}(y)$.

Виходячи з (3.23) і формул, отриманих вище (див. також Додаток А), автором побудований тривимірний графік (див. Рис. 3.14) для функції

$$\tau_{RATP}(a,y) \equiv \frac{t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)}{h},$$

що описує розщеплення температур фазового переходу в ННМ (з параметром обрізання *першого типу*, тобто при $a = const < 1$), яка монотонно зростає за величиною і не залежить від магнітного поля (в наближенні лінійному по магнітному полю). Коли густина n (для НМ з RATP параметризацією сил Скірма) зростає і наближається до критичного значення $n_c(RATP) \approx 1.03 \cdot n_0$, то функція $\tau_{RATP}(a,y)$ стає розбіжною (див. (3.23), (А.17) – (А.19) і Рис. А.3 в Додатку А). Цю розбіжність можна інтерпретувати (як і для SLy2-Скірм і Gs-Скірм випадків, розглянутих у попередніх підрозділах 3.4.1 і 3.4.2), як виникнення феромагнітної нестійкості в ННМ з RATP параметризацією сил Скірма (про аналогічну розбіжність парамагнітної сприйнятливості в ННМ з тією ж RATP параметризацією див. в [473] і в наступному підрозділі 3.5).

З Рис. 3.15 для RATP параметризації сил Скірма в ННМ можна прийти до висновку аналогічного тому, який був зроблений з аналізу Рис. 3.5 для випадку ННМ з SLy2 параметризацією сил Скірма в кінці підрозділу 3.4.1 вище. Рис. 3.16 для RATP подібний Рис. 3.6 і Рис. 3.11 для SLy2 і Gs параметризацій ефективних сил Скірма в ННМ.

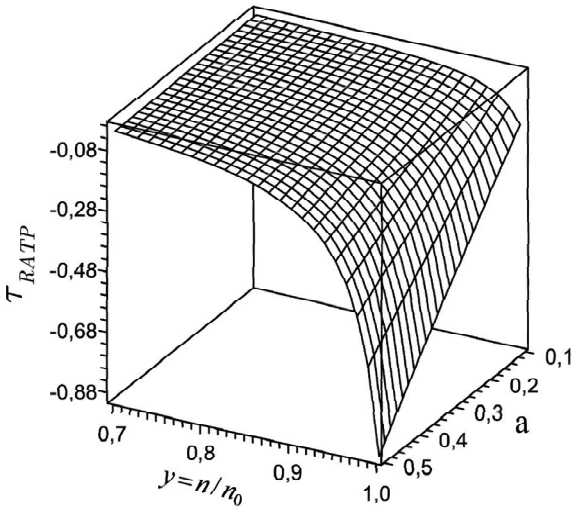


Рис. 3.14: Розщеплення в магнітному полі $\tau_{RATP}(a,y) \equiv (t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y))/h$ (див. (3.23),(3.24)) зведених температур ФП для НМ з RATP силами Скірма в надплинні стани типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_{1,2}$, як функція зведеної густини y і параметра обрізання першого типу $a = const < 1$.

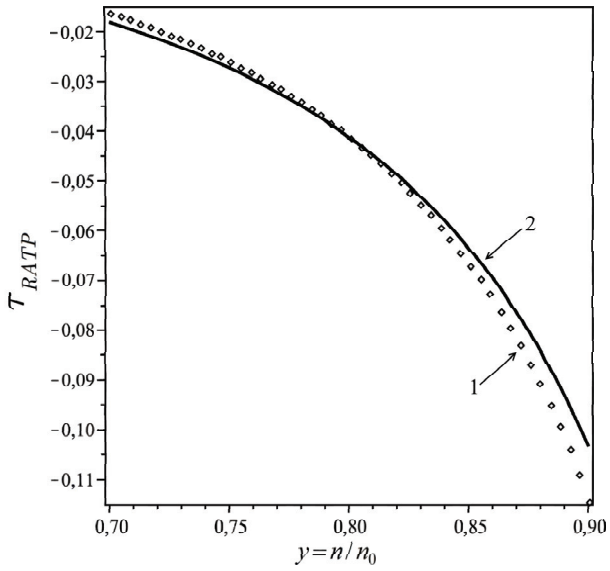


Рис. 3.15: Розщеплення температур ФП $\tau_{RATP}(a,y)$ для надплинної НМ з RATP параметризацією сил Скірма і p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_{1,2}$ в сильному магнітному полі, як монотонна функція зведеної густини y при $a = 0.4$ (точки) і $a_{RATP}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,RATP}(y)$ (лінія 2).

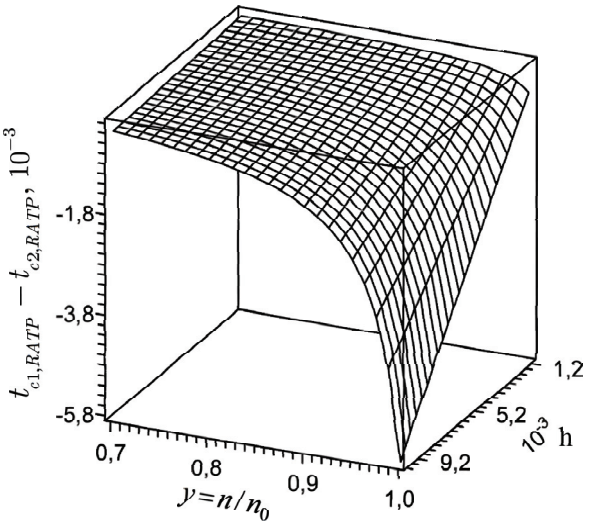


Рис. 3.16: Різниця $t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)$ зведених температур ФП (з параметром обрізання $a_{RATP}(y) = (25\text{МеВ})/\varepsilon_{F,RATP}(y)$ *другого типу*) для НМ з RATP силами Скірма в надплинні стани типу $^3\text{He} - \text{A}_{1,2}$, як функція зведених магнітного поля $h << 1$ і густини y.

3.5. Розв'язки рівнянь для ЕМП і ПП надплинної нейтронної матерії при T=0

Розглянемо ННМ в граничному випадку при $T = 0$. В цьому випадку автором розв'язано аналітично інтегральне рівняння (3.18) (враховуючи також рівняння (3.22)) для ЕМП на фермі поверхні, використовуючи теорію збурень за малим параметром $h_{ext} \equiv |\mu_n|H/\varepsilon_F \ll a < 1$. Тут $a \equiv \varepsilon_{max}/\varepsilon_F - 1 = 1 - \varepsilon_{min}/\varepsilon_F$ — параметр обрізання, який зв'язаний з максимальною $\varepsilon_{max} = {p_{max}}^2/2m_n^*$ і з мінімальною $\varepsilon_{min} = {p_{min}}^2/2m_n^*$ енергіями квазічастинок (нейтронів) (де p_{max} і p_{min} введені вище в (3.19) і (3.22)). Зауважимо, що максимальна енергія трохи перевищує енергію Фермі, $\varepsilon_{max} > \varepsilon_F$, так що $0 < a < 1$. Таким чином, автором отримано [466], [473] (див. нижче в підрозділі А.2 Додатку А виведення формули (А.78), яка тотожна формулі (3.54)) наступний розв'язок рівнянь (3.18) і (3.22) в першому порядку теорії збурень за малим параметром h_{ext}:

$$\gamma(H,y) \equiv \frac{|\mu_n| H_{eff}(p_F,H)}{\varepsilon_F(y)} = \frac{h_{ext}(H,y)}{1-(r+2s{p_F}^2)\nu_F/2}, \tag{3.54}$$

де r і s (див. після (3.18)) виражаються через параметри Скірма, а щільність станів ν_F на поверхні Фермі має вигляд:

$$\nu_F(y) = \frac{m_n^* p_F}{\pi^2\hbar^3} \approx 0.00419 \frac{m_n^*(y)}{m_n} y^{1/3}\ (\mathrm{MeV}^{-1}\mathrm{fm}^{-3}). \tag{3.55}$$

В ці формули (3.54) і (3.55) входить ефективна маса нейтрона m_n^*, яка залежить від густини НМ згідно з формулою (3.30), а енергія Фермі $\varepsilon_F \equiv p_F^2/2m_n^*$ для чисто нейтронної матерії з густиною $n = yn_0$ визначається формулою (3.32) (див. вище підрозділ 3.3 цієї глави).

Слід підкреслити, що в даному наближенні загальна формула (3.54) для $H_{eff}(p_F,H)$ справедлива для всіх параметризацій сил Скірма, які застосовуються для опису НМ, а також H_{eff} не залежить ні від параметра обрізання $a<1$, ні від щілини в енергетичному спектрі нейтронів в ННМ.

Тепер розглянемо конкретні SLy2, Gs і RATP традиційні параметризації сил Скірма (див. [448], [287] і [410] і попередні підрозділи 3.4.1–3). Ця конкретизація дасть нам можливість побудувати графіки для величини, що представляє собою відношення сприйнятливості Паулі газу вільних нейтронів χ_{Free} і парамагнітної сприйнятливості $\chi_{Skyrme}(y)$ для ННМ з взаємодією Скірма. Зауважимо, що наступне обернене відношення цих функцій (див. (3.54))

$$\frac{H_{eff,Skyrme}(p_F,H)}{H} = \frac{\chi_{Skyrme}(y)}{\chi_{Free}} = \frac{1}{1-(r+2sp_F^2)\nu_F/2} \tag{3.56}$$

визначає величину перенормованого магнітного поля всередині СНМ зі спін–триплетним p–спарюванням типу ${}^3\mathrm{He}-\mathrm{A}_{1,2}$.

Зауважимо тут, що для SLy2, Gs і RATP варіантів параметризації взаємодії Скірма показники ступеня в їх залежності від густини приймають наступні значення: $\alpha_{SLy2}=1/6$, $\alpha_{Gs}=0.30$ і $\alpha_{RATP}=0.20$ (див. також Табл. А.1 в Додатку А). Тому для SLy2 параметризації сил Скірма [448] отримано з (3.56)

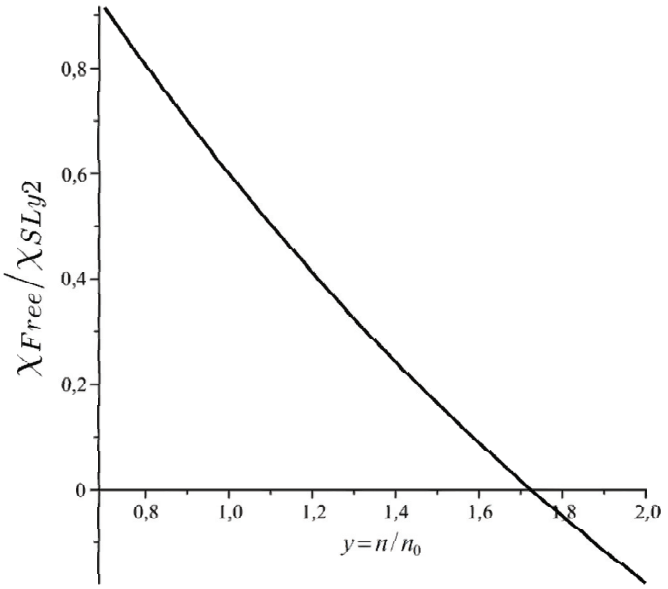


Рис. 3.17: Відношення $\chi_{Free}/\chi_{SLy2}(y)$ (див. (3.57)), як функція зведеної густини $y = n/n_0$ для надплинної НМ з традиційною SLy2 параметризацією сил Скірма і триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ в магнітному полі при $T = 0$.

наступний шуканий вираз для відношення χ_{Free} і $\chi_{Skyrme}(y)$:

$$\frac{\chi_{Free}}{\chi_{SLy2}(y)} = 1 + \frac{2y^{1/3}(0.5004y^{1/6} + 0.5461)}{(1 + 0.659y)} - \frac{2.7608y}{(1 + 0.659y)}. \qquad (3.57)$$

Аналогічно автором знайдено з (3.56) для Gs параметризації сил Скірма [287], що

$$\frac{\chi_{Free}}{\chi_{Gs}(y)} = 1 - \frac{2y^{1/3}(2.31247y^{3/10} - 2.80053)}{(1 + 0.0810y)} - \frac{1.29732y}{(1 + 0.0810y)}. \qquad (3.58)$$

І нарешті, для RATP параметризації сил Скірма [410] отримана формула:

$$\frac{\chi_{Free}}{\chi_{RATP}(y)} = 1 - \frac{y^{1/3}(1.1757y^{1/5} - 2.6318)}{(1 + 0.235y)} - \frac{2.6248y}{(1 + 0.235y)}. \qquad (3.59)$$

На основі цих формул (3.57)–(3.59) побудовані графіки для відношення функцій $\chi_{Free}/\chi_{Skyrme}(y)$ (див. Рис. 3.17– 3.19).

Зауважимо, що точки перетину графіків цих функцій (3.57) – (3.59) з віссю абсцис відповідають критичним значенням густини, а саме: $n_c(SLy2) \approx$

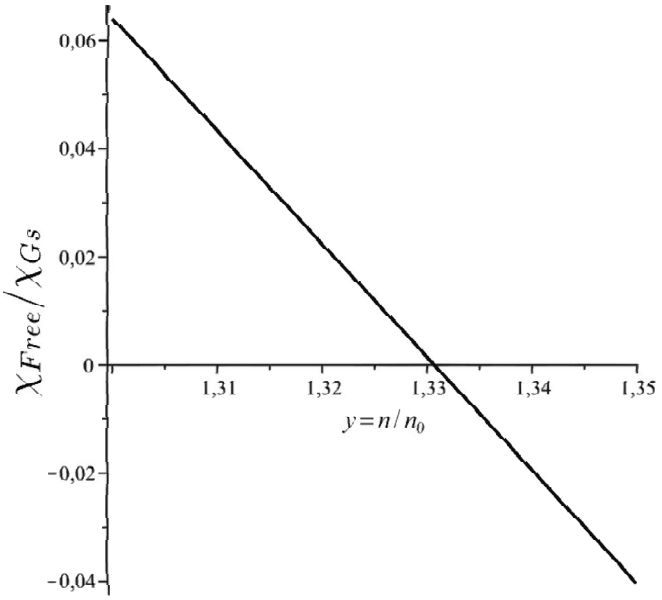


Рис. 3.18: Відношення $\chi_{Free}/\chi_{Gs}(y)$ (див. (3.58)), як функція зведеної густини $y = n/n_0$ для надплинної НМ з традиційною Gs параметризацією сил Скірма і триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ в магнітному полі при $T = 0$.

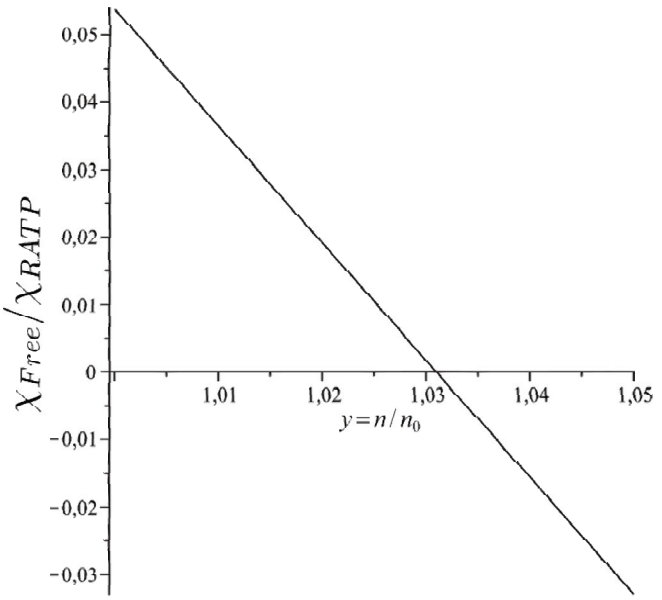


Рис. 3.19: Відношення $\chi_{Free}/\chi_{RATP}(y)$ (див. (3.59)), як функція зведеної густини $y = n/n_0$ для надплинної НМ з традиційною RATP параметризацією сил Скірма і триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ в магнітному полі при $T = 0$.

$1.72\cdot n_0$, $n_c(Gs)\approx 1.33\cdot n_0$ і $n_c(RATP)\approx 1.03\cdot n_0$, відповідно (пор. з (A.31) в Додатку А). При цих критичних значеннях густини відбуваються фазові переходи з надплинного парамагнітного стану нейтронної матерії з триплетним спарюванням (і з відповідними традиційними силами Скірма) в феромагнітний стан, який може співіснувати з триплетною надплинністю при густинах, що перевищують критичні значення густини $n_c(Skyrme)$. Такі фазові переходи можуть виникати в густій нейтронній рідині в зовнішньому шарі ядра (серцевини) нейтронних зірок. Ця проблема можливого співіснування спін-триплетної надплинності і феромагнетизму в густої чисто нейтронної матерії (з традиційними силами Скірма) повинна досліджуватися більш детально, але ми тут обмежимося лише цим зауваженням, так як в наступних розділах 4 і 5 будемо докладніше вивчати ННМ з фізично більш реалістичними так званими узагальненими BSk параметризаціями сил Скірма (про які вже згадували раніше у Вступі 3.1 до цієї глави).

Зауважимо також, що при $T=0$ в помірно сильних ефективних магнітних полях, обмежених зверху нерівностями виду

$$\gamma(H,y)\ll a<1, \tag{3.60}$$

(див. (3.54) і (3.24)) наближені вирази для функцій $g_\uparrow\neq g_\downarrow$ (які визначаються формулами $g_{\uparrow(\downarrow)}(a;y,H)\equiv p_F(y)\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(a;y,H)/\varepsilon_F(y)$) можна знайти шляхом чисельного розв'язування нелінійних інтегральних рівнянь (3.22) для ПП. Але тут не будемо приводити подробиці виведення такого наближеного розв'язку цих рівнянь для випадку традиційних параметризацій SLy2, Gs і RATP сил Скірма в досліджуваної ННМ з анізотропним триплетним p–спарюванням нейтронів. Однак зауважимо, що згідно з чисельними оцінками автора [466], [472–474] відмінності малі для шуканих функцій $g_{\uparrow(\downarrow)}(a;y,H)$ від $g(a;y,H=0)$, а саме, $|g_{\uparrow(\downarrow)}-g|/g\lesssim 0.01$ (при досліджуваних тут густинах НМ, тобто при $0.7\lesssim y<2.0$) навіть в помірно сильних магнітних полях $H_{eff,Skyrme}<10^{17}$ (Гс) (див. (3.60) і (3.54)), які можуть реально існувати в зовнішньому шарі ядра (серцевини) магнетарів [208], [272], [494, 495] (сильно

намагнічених нейтронних зірок). Подробиці аналогічного чисельного рішення нелінійних рівнянь типу (3.22) будуть приведені в розділі 5 нижче для випадку узагальнених BSk параметризацій сил Скірма (див. про це в публікаціях автора [152] і [489]).

3.6. Аналіз результатів розділу 3

Таким чином, до основних результатів цього розділу відноситься виведена автором аналітично система нелінійних інтегральних рівнянь (3.18) і (3.22) для ефективного магнітного поля (ЕМП) і для компонент параметра порядку (ПП) густої надплинної просторово однорідної чисто нейтронної матерії (ННМ) зі спін-триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A_{1,2}$. При цьому передбачалося, що сильне магнітне поле є постійним і просторово однорідним, а параметризація ефективних сил Скірма в ННМ може бути довільною.

Виходячи з інтегральних рівнянь (3.18) і (3.22), отримано в цьому розділі в якості головних результатів загальні аналітичні вирази для зведених температур фазових переходів $t_{c1,2}(a; y, h)$ (див. загальні наближені формули (3.23) і Додаток А) для просторово однорідної нейтронної матерії (з довільною параметризацією ефективних сил Скірма) в надплинні стани зі спін-триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Отримані функції $t_{c1,2}(a; y, h)$ лінійні по h в *«помірно» сильних* магнітних полях (при виведенні формул (3.23) нехтували наступними малими по порядку величини поправками, які є кубічними по $h << a < 1$) і нелінійним чином залежать від густини нейтронів (в інтервалі зміни від суб'ядерних до над'ядерних значень, $0.7 \cdot n_0 \lesssim n < n_c(Skyrme) < 2 \cdot n_0$, які характерні для густини нейтронів у зовнішньому шарі ядра (серцевини) нейтронних зірок).

Крім того, основним результатом є також отримана з інтегральних рівнянь (3.18) і (3.22) загальна наближена аналітична формула (3.54) (див. також (3.56)) для ефективного магнітного поля, яка справедлива в граничному

випадку нульової температури ($T = 0$) для довільних параметризацій сил Скірма в густій ННМ (при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини з розглянутого тут діапазону) з анізотропним триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$. Потім із загальної формули (3.56) були отримані для конкретних традиційних параметризацій SLy2, Gs і RATP сил Скірма (див. [448], [287] і [410]) явні вирази (3.57) – (3.59) (див. Рис. 3.17– 3.19) для відношення парамагнітних сприйнятливостей $\chi_{Free}/\chi_{Skyrme}(y)$, які справедливі для *«помірно» сильних* магнітних полів $H \ll H_{max}$.

Для наочного уявлення загальних результатів побудовано графіки (див. Рис. 3.1– 3.19) для трьох відібраних автором конкретних варіантів сил Скірма (а саме, для SLy2, Gs і RATP параметризацій) в густої нейтронної матерії. З аналізу цих побудованих графіків і порівняння їх між собою очевидно, що отримані результати для трьох обраних параметризацій сил Скірма якісно подібні один одному, але з кількісними відмінностями.

Наведемо тут оцінку зверху для допустимої величини *«помірно» сильних* магнітних полів, для яких справедливі отримані в цьому розділі загальні результати. А саме, виходячи з таких нерівностей (див. (3.24))

$$T_{c0}(n) \lesssim |\mu_n| \cdot H \ll E_c < \varepsilon_{F,Skyrme}(n),$$

і використовуючи (3.32), отримаємо *для довільної параметризації* сил Скірма, що:

$$H \ll H_{max} = \frac{\varepsilon_{F,Skyrme}(n)}{|\mu_n|} \approx 1.0098 \cdot 10^{19} \cdot y^{2/3} \cdot (1 + y \cdot \beta_{Skyrme})(\text{Гс}), \quad (3.61)$$

(див. (3.30) і (3.31) для β_{Skyrme}). Такі сильні магнітні поля (які можуть досягати значень $H_{max} \gtrsim 10^{18}$ (Гс), див. також [346], [304]) виникають і тривалий час існують в ядрах *магнетарів* (сильно намагнічених нейтронних зірок, див., наприклад, [272], [494–496], [522, 523]).

Як вище вже згадувалося в підрозділі 3.2 (див. докладніше після (3.23)) параметр обрізання a є тут (у використовуваному автором півфеноменологічному узагальненому фермі-рідинному підході) фактично додатковим модель-

ним параметром. Слід зауважити, що для кожної параметризації сил Скірма в ННМ обидва обраних тут варіанти параметрів обрізання, тобто і $a = const < 1$ (див., наприклад, подібний спосіб обрізання в [317]) і $a_{Skyrme}(n) = E_c/\varepsilon_{F,Skyrme}(n) < 1$, призводять до якісно подібних результатів для розщеплення

$$\tau_{Skyrme}(a,y) \equiv \frac{t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)}{h} \tag{3.62}$$

температур ФП нейтронної матерії в надплинні стани з p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$ в *помірно сильному* магнітному полі. Отримані автором обидві функції $\tau_{Skyrme}(a,y)$, відповідні двом типам обрізання, є одного порядку за величиною (див. Рис. 3.5, Рис. 3.10 і Рис. 3.15 відповідно для SLy2, Gs і RATP параметризацій сил Скірма). Причому, головна (основна) частина відмінності між цими двома функціями $\tau_{Skyrme}(a,y)$ (див. (3.23)) (для будь-якої конкретної параметризації сил Скірма) обумовлена відмінністю між двома відповідними зведеними ФП температурами $t_{c0,Skyrme}(a;y)$ (див. Рис. 3.3, Рис. 3.8 і Рис. 3.13). Мабуть, *другий* тип параметра обрізання (що залежить від густини і від параметризації сил Скірма), який близький до способу обрізання, використовуваному при розрахунках в методі Хартрі – Фока – Боголюбова (див., наприклад, «рецепт 2» з Додатка А в [365]), є в деякій мірі більш фізично обгрунтованим, ніж *перший* тип параметра обрізання. Але, оскільки до цих пір ще точно не відома поведінка сильних взаємодій між нейтронами (нуклонами) на малих відстанях навіть у вакуумі, і тим паче невідома в густій НМ, тому залишається не ясною і строго обґрунтованою процедура обрізання меж в інтегралах по енергіях квазічастинок (нейтронів) вище енергії Фермі в НМ і тому різні процедури обрізання є в більшій чи меншій мірі модельно залежними.

З розгляду, викладеного в підрозділі 3.3, можна прийти до загального висновку про те, що функція $\tau_{Skyrme}(a,y)$ виду (3.62), яка описує розщеплення в магнітному полі температур ФП для ННМ з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням, від магнітного поля не залежить (в лінійному за зведеним

магнітним полем наближенні, див. (3.61)). Коли густина n нейтронної матерії з взаємодією Скірма зростає і наближається до критичного значення $n_c(Skyrme)$ (яке майже ідентично для двох типів параметра обрізання a, див. Рис. А.1– А.3 і (А.31) в Додатку А), то функція $\tau_{Skyrme}(a, y)$ стає розбіжною (див. (3.23) і (А.17)–(А.19)). Ця розбіжність (яка на відміну від цього відсутня в разі надплинних фаз $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_1$ і $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_2$ в рідкому гелії 3 в магнітному полі, див. [353], [107], [507]) може бути інтерпретована, як наслідок виникнення феромагнітної нестійкості в густій ННМ з силами Скірма (про феромагнітну нестійкість див. в статті автора [473] і в підрозділі 3.5, де вивчалася розбіжність парамагнітної сприйнятливості для ННМ з триплетним p–спарюванням при тих же самих критичних значеннях густини $n_c(Skyrme)$).

Зауважимо, що значення критичних густин, при яких виникає ферромагнетизм, $n_c(RATP) \approx 0.17$ Фм$^{-3}$ і $n_c(SLy2) \approx 0.29$ Фм$^{-3}$ (дуже близькі до результатів автора для $n_c(Skyrme)$, див. (А.31) в Додатку А) були також отримані раніше в [505] і [416], але для випадку фазових переходів чисто нейтронної матерії з нормальної (ненадплинної) фази в феромагнітний стан. Така близькість з результатами автора (в яких враховується триплетна надплинність) для $n_c(Skyrme)$ може бути пояснена нехтовно малою величиною поправок за рахунок надплинності (які порядку $(\Delta/\varepsilon_F)^2 \ll 1$, де Δ — максимальна величина анізотропної щілини в енергетичному спектрі квазічастинок (нейтронів) в розглянутій тут ННМ) до величини парамагнітної сприйнятливості в ННМ з триплетним спарюванням нейтронів. Подібно до цього, в разі фазового переходу з нормальної фази рідкого ^{3}He в надплинну фазу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ [353], [355], [507] в магнітному полі парамагнітні сприйнятливості цих фаз ^{3}He майже збігаються одна з одною (відмінність становить $\sim 0.1\%$, див. в [107]).

З проведеного тут розгляду можна прийти до висновку, що можливість співіснування спін-триплетної надплинності і феромагнетизму в нейтронної матерії при над'ядерних значеннях густини в сильних магнітних полях заслуговує подальшого вивчення. Таке співіснування цілком можливо з загальнофізичної точки зору (див., наприклад, про можливість співіснування три-

плетної надпровідності і феромагнетизму в давній статті [11]). Разом з тим, інші дослідження, що використовують інші теоретичні підходи з так званими сучасними дво- і трьох-частинковими реалістичними взаємодіями між нуклонами, виключають феромагнітні нестійкості в густої нормальної (ненадплинної) нейтронної матерії, принаймні аж до значень густини порядку $5 \div 6 \cdot n_0$, на відміну від передбачень на основі ефективних взаємодій Скірма (див., наприклад, [416] і посилання там). Будучи досить успішними протягом тривалого часу при описі різних фізичних властивостей численних ізотопів атомних ядер, сили Скірма різних параметризацій використовувалися і використовуються також для опису нейтронних зірок, але далеко не всі з них застосовні для цих цілей (див., наприклад, статтю [448], де з 87 параметризацій сил Скірма були відібрані тільки 27, які дозволяють задовільно описувати властивості нейтронних зірок) і лише частина з них придатні для опису спін-триплетної надплинності в нейтронних зірках і в нейтронної матерії (тобто, з негативною константою взаємодії, що приводить до спін-триплетного p–спарювання нейтронів, $c_3 \equiv t_2 \cdot (1 + x_2)/\hbar^2 < 0$, див. після (3.22)). Ми використовували тут тільки 3 параметризації з останньої згаданої групи сил Скірма, але з різними показниками степеневої залежності від густини нейтронної матерії і встановили (знайшли), що всі ці 3 параметризації призводять до нестійкості при над'ядерних значеннях густини (див. (A.31)), які збігаються з критичними значеннями густини для феромагнітних нестійкостей (див. статтю автора [473] і попередній підрозділ 3.5). Можливо, ці нестійкості є проявом деякої неадекватності (неповної застосовності) сил Скірма в їх звичайної (традиційної) формі (3.2), що містить лише один доданок, залежний від густини, для опису нейтронної матерії при досить великих над'ядерних значеннях густини (тому що *справедливість екстраполяції традиційних сил Скірма на область над'ядерних значень густини поки ще погано вивчена*).

Зауважимо також, що отримані тут результати (3.40), (3.42), а також (3.45), (3.47) і (3.50), (3.52) для температур фазового переходу $T_{c0,Skyrme}(n)$ (для SLy2, Gs і RATP параметризацій сил Скірма) в НМ з нормального стану

в спін-триплетний надплинний є монотонними функціями густини n, тобто ці критичні температури не мають максимумів в досліджуваному тут інтервалі зміни густини $0.7 \cdot n_0 \lesssim n \lesssim n_c(Skyrme) < 2 \cdot n_0$.

Як уже згадувалося вище (у підрозділі 3.1 Вступ) і тут відзначимо знову, іншими словами кажучи, що існуючі теоретичні передбачення величин щілини за нульової температури в енергетичному спектрі квазічастинок (або обчислені величини критичних температур) в нейтронної матерії з триплетним спарюванням істотно відрізняються одна від одної при досить великих значеннях густини, що перевищують $n \approx 1.7 \cdot n_0$ (див., наприклад, розділ 3.3 в [388] і [202], де проведено порівняння різних результатів і їх більш детальне обговорення), навіть для «голих» нуклон – нуклонних сучасних реалістичних взаємодій. *Точний облік ефектів середовища при над'ядерних значеннях густини* (що перевищують густину насичення симетричної ядерної матерії) *є все ще нерозв'язаною проблемою.*

Але порівняно недавно в статті [250] і в ряді наступних публікацій цих авторів (див., наприклад, [298], [299] і ін.) були запропоновані нові *узагальнені параметризації* сил Скірма. А саме, спочатку в 2009 р. з'явилася BSk18 — перша з узагальнених параметризацій Скірма, а потім у 2010 році та в наступні роки з'явився цілий ряд вдосконалених узагальнених параметризацій — BSk19, BSk20, BSk21, а також BSk24, ... та ін. Характерною рисою введених узагальнених параметризацій сил Скірма є наявність в цих нових ефективних силах додаткових доданків, що залежать від густини (на відміну від єдиного члена, що залежить від густини, в звичайних (традиційних) параметризаціях сил Скірма виду (3.2) — див. на початку цього розділу). Як виявилося, використання узагальнених сил Скірма дозволяє виключити феромагнітні нестійкості в густої нормальної (ненадплинної) нейтронної матерії, які виникають при над'ядерних значеннях густини в НМ з традиційними силами Скірма.

У наступних двох розділах будемо використовувати нові BSk18, BSk19–BSk21 і BSk24 узагальнені параметризації сил Скірма для опису властивостей густої ННМ (при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини) з анізотроп-

ним спін-триплетним p–спарюванням в *«помірно» сильних* магнітних полях (див. (3.61)) в рамках узагальненого фермі-рідинного підходу.

І нарешті зазначимо, що явище надплинності і магнетизм при високих значеннях густини $n > (2 \div 3) \cdot n_0$ (всередині ядер нейтронних зірок — і в пульсарах і в магнетарах, див. підрозділ 3.1 Вступ) має досліджуватися в рамках релятивістського підходу і з іншою інтерпретацією структури адронної матерії (з урахуванням π мезонів, дивних K мезонів, гіперонів, кварків і ін. можливих компонентів; див., наприклад, [186], [240], [418], [491]). Тут ми застосовували *нерелятивістський узагальнений фермі-рідинної підхід* [180], так як справедливі наступні нерівності для енергії Фермі (3.32):

$$\varepsilon_{F,Skyrme}(n) \ll m_n^* \cdot c^2 \lesssim m_n \cdot c^2 \approx 939.56563 \text{ (МеВ)} \tag{3.63}$$

(див., наприклад, [414], а також Рис. 3.1) на інтервалі зміни густини чисто нейтронної матерії ($0.7 \cdot n_0 \lesssim n \lesssim n_c(Skyrme) < 2 \cdot n_0$), яка вивчалася тут з використанням традиційних SLy2, Gs і RATP параметризацій сил Скірма.

3.6.1. Висновки з результатів розділу 3

Цей розділ засновано на публікаціях автора у вигляді статей [460], [462], [466], [473], [475] і доповідей на міжнародних конференціях: [459], [461], [463–465], [467–472]).

З результатів цього розділу можна зробити наступні **основні висновки:**
1. Автором виведена система нелінійних інтегральних рівнянь для ефективного магнітного поля (ЕМП) і для компонент параметра порядку (ПП) густої надплинної просторово однорідної нейтронної матерії (ННМ) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. При цьому передбачалося, що «помірно» сильне магнітне поле є постійним і просторово однорідним, а параметризація ефективних сил Скірма в ННМ може бути довільною.
2. З інтегральних рівнянь отримано загальні наближені аналітичні вирази для зведених температур фазових переходів $t_{c1,2}(a; y, h)$ для просторово од-

норідної нейтронної матерії (з довільною параметризацією ефективних сил Скірма) в надплинні стани з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Отримані функції $t_{c1,2}(a; y, h)$ лінійні по h в *«помірно» сильних* магнітних полях і нелінійним чином залежать від густини нейтронів (в інтервалі від суб'ядерних до над'ядерних значень, $0.7 \cdot n_0 \lesssim n < n_c(Skyrme) < 2 \cdot n_0$, характерних для густини нейтронів у зовнішній частині ядра нейтронних зірок).

3. Виведена загальна наближена формула для ефективного магнітного поля, яка справедлива в граничному випадку нульової температури для довільних параметризацій сил Скірма в густій ННМ (при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини з розглянутого тут діапазону) з анізотропним триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$. Для трьох конкретних традиційних параметризацій SLy2, Gs і RATP сил Скірма отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей $\chi_{Free}/\chi_{Skyrme}(y)$ ідеального фермі-газу нейтронів і густої ННМ, які справедливі для *«помірно» сильних* магнітних полів.

4. Автором встановлено, що при наявності магнітного поля різниця температур $T_{c,1}(n, H) - T_{c,2}(n, H)$ фазових переходів густої нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p–спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу $^3\mathrm{He}{-}A_1$, а потім — в стан типу $^3\mathrm{He}{-}A_2$), нелінійно зростаючи із зростанням густини n, стає розбіжною при наближенні густини до деякого граничного критичного значення $n_c(Skyrme)$ (яке, як правило, перевищує ядерну густину n_0 і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в ННМ). При цьому ж значенні густини $n_c(Skyrme)$ прямує до нескінченності також і парамагнітна сприйнятливість ННМ, що інтерпретується як фазовий перехід ННМ в феромагнітний стан, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю густої нейтронної матерії з традиційними силами Скірма.

РОЗДІЛ 4

НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З УЗАГАЛЬНЕНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ ПРИ СКІНЧЕННИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В цьому розділі, який заснований на роботах автора [487], [153] (див. також публікації в матеріалах міжнародних конференцій [488], [490]), досліджуємо аналітичними методами рівноважні властивості надплинних фермі-рідин з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ електронейтральних ферміонів (нейтронів або атомів ^{3}He) за відсутності магнітного поля при температурах як поблизу від $T=0$, так і в околі температури фазового переходу $T_{c0}(n)$ з нормальної в надплинну фазу (індекс 0 означає, що $H=0$). При цьому основну увагу будемо приділяти вивченню рівноважних властивостей густої надплинної нейтронної матерії (ННМ) з *узагальненою взаємодією Скірма* (див., наприклад, [250], [298], [299], [280] і ін.), що містить три доданки, які залежать від густини (на відміну від єдиного члена, що залежить від густини, в традиційних силах Скірма виду (3.2), див. також закінчення підрозділу 3.6 в попередньому розділі). Використання саме таких узагальнених параметризацій сил Скірма дозволяє більш коректно (адекватно) описувати властивості ННМ при ядерних і над'ядерних значеннях густини ($n>n_0$, де $n_0=0.17$ Фм$^{-3}$ — ядерна густина).

4.1. Загальне рівняння для ПП надплинної НМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів за відсутності магнітного поля

Очевидно, що за відсутності магнітного поля ($H = 0$) ефективне магнітне поле в ННМ (без феромагнітного упорядкування) також дорівнює нулю, $\xi = 0$ (див. позначення в попередньому розділі). В цьому випадку компоненти параметра порядку (ПП) $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi = 0)$ для ННМ з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ рівні між собою:

$$\Delta_{\uparrow}(T, \xi = 0) = \Delta_{\downarrow}(T, \xi = 0) = \Delta(T).$$

Для стислості запису тут і нижче не будемо виписувати густину n явно в якості другого аргументу функції $\Delta(T)$. Ясно, що тепер (при $H = 0$) система двох рівнянь (див. (3.22) з попередньої глави) для компонент ПП зводиться до наступного одного рівняння щодо $\Delta(T)$:

$$\Delta(T) = -\Delta(T)\frac{c_3}{8\pi^2\hbar^3} \cdot J(T). \tag{4.1}$$

Тут $c_3(n) \equiv t_2'(n)/\hbar^2 < 0$ — «константа» взаємодії, що призводить до спін–триплетного p–спарювання нейтронів, яка виражається через *узагальнені параметри* взаємодії Скірма, що залежать від густини n наступним чином:

$$t_2'(n) = t_2 \cdot (1 + x_2) + t_5 \cdot (1 + x_5) \cdot n^{\gamma} \tag{4.2}$$

(пор. з формулою $t_2' = t_2 \cdot (1 + x_2)$ для традиційних сил Скірма — див. після (3.18) з попередньої глави, а також див. [250], [298, 299] і більш детальне обговорення введених там узагальнених сил Скірма). Підкреслимо, що в цій узагальненій формулі (4.2) фігурують 3 додаткових параметра t_5, x_5 і γ, які призводять до залежності «константи» взаємодії $c_3(n)$ від густини n на відміну від дійсно постійної величини $c_3 \equiv t_2'/\hbar^2 < 0$ в *загальних рівняннях* (3.22) (*справедливих для довільних параметризацій сил Скірма в ННМ*), записаних для звичайних (традиційних) параметризацій ефективної взаємодії Скірма.

Подвійний інтеграл $J(T)$ в (4.1) визначається формулою виду:

$$J(T) = \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \mathrm{d}q q^4 \int_0^1 \mathrm{d}x (1-x^2) \frac{\tanh(E(q,x^2;T)/2T)}{E(q,x^2;T)}. \tag{4.3}$$

Тут $p_{\max} = p_{\mathrm{F}} \cdot \sqrt{1+a}$, $\quad p_{\min} = p_{\mathrm{F}} \cdot \sqrt{1-a}$ $\quad$ з параметром обрізання $0 < a < 1$, де $a(n) = E_c/\varepsilon_{\mathrm{F}}(n)$ (див. пояснення на початку підрозділу 3.4 з попередньої глави); E_c — энергія обрізання, $\varepsilon_{\mathrm{F}}(n) = p_{\mathrm{F}}^2/2m^*$ і $p_{\mathrm{F}}(n)$ — энергія і імпульс Фермі; m^* — ефективна маса нейтрона, залежна від густини n нейтронної матерії (НМ) і від узагальнених параметрів Скірма $t_1'(n)$ виду

$$t_1'(n) = t_1 \cdot (1 - x_1) + t_4 \cdot (1 - x_4) \cdot n^{\beta}, \tag{4.4}$$

(тут, як і в аналогічній узагальненій формулі (4.2), фігурують ще 3 додаткових параметра t_4, x_4 і β, завдяки яким привноситься додаткова залежність від густини n) і від параметрів $t_2'(n)$ (виду (4.2)) згідно загальній формулі (пор. з (3.30) в попередньому розділі)

$$\frac{m}{m_{\mathrm{n}}^*} = 1 + \frac{myn_0}{4\hbar^2}[t_1'(n) + 3t_2'(n)], \tag{4.5}$$

де $m \approx (m_{\mathrm{p}} + m_{\mathrm{n}})/2 \approx 938.919$ МеВ$/c^2$ — середня величина маси вільних нуклонів. Узагальнені параметри $t_1'(n)$ і $t_2'(n)$ загального виду (4.4) і (4.2) являють собою функції від n, які приймають явну залежність від n з конкретними числовими значеннями коефіцієнтів для кожної конкретної узагальненої параметризації Скірма (див., наприклад, в підрозділі 4.4 нижче).

Функція $E(q,x^2;T)$ в (4.3) являє собою енергію квазічастинок (нейтронів) в ННМ з анізотропним спін–триплетним спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ і має вигляд:

$$E(q,x^2;T) = \sqrt{q^2\Delta^2(T) \cdot (1-x^2) + z^2(q)}, \tag{4.6}$$

де

$$z(q,T) = q^2/2m^* - \mu(T) \approx \varepsilon(q) - \varepsilon_{\mathrm{F}}(n) = z(q)$$

($\mu(T)$ — хімічний потенціал, який наближено замінюємо енергією Фермі $\varepsilon_{\rm F}(n)$ при низьких температурах в ННМ, $0 < T < T_{c0}(n) \ll \varepsilon_{\rm F}(n)$).

Далі більш зручним буде використання іншого інтеграла j, який пов'язаний з $J(T)$ наступною формулою:

$$J(T) \equiv m^* p_{\rm F}^3 \cdot j(T, \delta(T); a). \tag{4.7}$$

Тоді рівняння (4.1) для функції $\Delta(T)$ з урахуванням (4.7) прийме таку остаточну форму:

$$1 = -c_3 \frac{3n}{8} m^*(n) \cdot j(T, \delta(T); a), \tag{4.8}$$

де

$$\delta(T) \equiv \frac{\varepsilon_{\rm F}}{2m^* \cdot \Delta^2(T)} = \left(\frac{\varepsilon_{\rm F}}{p_{\rm F} \cdot \Delta(T)} \right)^2 \gg 1. \tag{4.9}$$

Зауважимо, що функція $p_{\rm F} \cdot \Delta(T) \equiv G_{\rm F}(T, n)$ є максимальною величиною анізотропної щілини в енергетичному спектрі (4.6) нейтронів в ННМ. У наступних підрозділах будемо розв'язувати це основне нелінійне інтегральне рівняння (4.8) для визначення зведеної енергетичної щілини $g(T, n) \equiv G_{\rm F}(T, n)/\varepsilon_{\rm F}(n) = 1/\sqrt{\delta(T, n)}$ аналітичними методами в двох граничних випадках: поблизу $T = 0$ і в околі температури фазового переходу (ФП) $T_{\rm c0}$ в надплинний стан (типу $^3{\rm He} - A$) без конкретизації параметризації узагальнених сил Скірма. Потім ми виберемо конкретні параметризації сил Скірма, щоб побудувати графіки отриманих розв'язків.

4.2. Розв'язок рівняння для ПП в ННМ при температурах поблизу $T = 0$

Тут розглянемо ННМ при низьких температурах, коли $0 < T \ll T_{\rm c0}(n) \ll \varepsilon_{\rm F}(n)$ (див. статтю автора [487]). В цьому випадку інтеграл $j(T, \delta(T); a)$ в рівнянні (4.8) можна апроксимувати у вигляді різниці:

$$j(T,\delta(T);a)\approx j_0(\delta(T);a)-2j_1(T,\delta(T);a), \tag{4.10}$$

де інтеграли $j_0(\delta(T);a)$ і $j_1(T,\delta(T);a)$ мають наступний явний вигляд:

$$j_0(\delta(T);a)\equiv\sqrt{\delta(T)}\cdot\int_{-a}^{a}\mathrm{d}y(1+y)\int_0^1\mathrm{d}x\frac{1-x^2}{\sqrt{b^2(y,\delta(T))-x^2}}, \tag{4.11}$$

$$j_1(T,\delta(T);a)\equiv\sqrt{\delta(T)}\cdot\int_{-a}^{a}\mathrm{d}y(1+y)\int_0^1\mathrm{d}x(1-x^2)\times$$

$$\times\frac{\exp\left[-A(y,T,\delta(T))\cdot\sqrt{b^2(y,\delta(T))-x^2}\right]}{\sqrt{b^2(y,\delta(T))-x^2}}. \tag{4.12}$$

Тут функції $b(y,\delta(T))$ і $A(y,T,\delta(T))$ визначені наступним чином:

$$b^2(y,\delta(T))\equiv 1+\frac{y^2}{1+y}\cdot\delta(T), \tag{4.13}$$

$$A(y,T,\delta(T))\equiv\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}}}{T}\cdot\sqrt{\frac{1+y}{\delta(T)}}\equiv\frac{\sqrt{1+y}}{\eta(T)}\gg 1. \tag{4.14}$$

В результаті аналітичних розрахунків ми отримали вирази для інтегралів j_0 і j_1. А саме, для j_0 справедлива наступна точна формула:

$$j_0(\delta;a)=\sqrt{\delta}\cdot\frac{a}{2}\Bigg[\left(1+\frac{a}{2}-\frac{a^2}{3}\delta\right)\arcsin\left(\frac{1}{b(a,\delta)}\right)+$$

$$+\left(1-\frac{a}{2}-\frac{a^2}{3}\delta\right)\arcsin\left(\frac{1}{b(-a,\delta)}\right)\Bigg]+\frac{\delta}{6}\cdot a^2(\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a})+$$

$$+\frac{1}{9}\cdot\left[\left(11+\frac{5}{4}a\right)\sqrt{1+a}+\left(11-\frac{5}{4}a\right)\sqrt{1-a}-22\right]+$$

$$+\frac{5}{12\delta}\cdot(2-\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a})+$$

$$+\frac{\frac{1}{3}-\frac{7}{24\delta}+\frac{5}{96\delta^2}}{\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}\cdot\ln\left[\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}{1-\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}\right)^2\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1+\frac{a}{2}-\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}{1+\frac{a}{2}+\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}\right)\cdot\left(\frac{1-\frac{a}{2}-\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}{1-\frac{a}{2}+\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4\delta}}}\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{\delta}}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{24\delta}\right)\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a\sqrt{\delta}}\right)-\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a\sqrt{\delta}}\right)\right]. \tag{4.15}$$

Інтеграл j_1 (див. (4.12)) досить добре апроксимується наступною формулою, яка справедлива при $0<T\ll T_{\mathrm{c}0}\ll\varepsilon_{\mathrm{F}}$:

$$j_1(T,\delta(T);a)\approx$$

$$\approx\sqrt{\delta(T)}\cdot\int_{-a}^{a}\mathrm{d}y(1+y)\exp\left(-Ac\right)\cdot\frac{2}{A^2}\cdot\left[c+\frac{1}{A}+\left(\frac{2c^2}{A}+\frac{6}{A^2}\cdot\left(c+\frac{1}{A}\right)\right)\right]\approx$$

$$\approx 8\eta^4(T)\cdot\left[1+8\eta^2(T)\right]+\mathrm{O}(\eta^8), \tag{4.16}$$

де

$$c(y,\delta(T))\equiv\sqrt{b^2(y,\delta(T))-1}=\frac{|y|\sqrt{\delta(T)}}{\sqrt{1+y}}\geq 0. \tag{4.17}$$

Таким чином, з урахуванням (4.10) і (4.16) можемо записати тепер загальне рівняння (4.8) в наступній наближеній формі справедливої при низьких температурах, $0<T\ll T_{\mathrm{c}0}\ll\varepsilon_{\mathrm{F}}$:

$$1\approx -c_3(y)\frac{3n_0}{8}ym^*(y)\cdot\left[j_0(\delta(T);a)-16\eta^4(T)\cdot(1+8\eta^2(T))\right]. \tag{4.18}$$

Тут ми ввели зведену густину $y\equiv n/n_0$ ННМ (де $n_0=0.17$ Фм$^{-3}$ — ядерна густина, яка виконує роль масштабного фактора для густини в ННМ).

Функція $j_0(\delta(T);a)$ (див. (4.15)) визначає розв'язок рівняння (4.18) в граничному випадку температури рівної нулю (і при $H=0$) для шуканої зведеної енергетичної щілини $g(T,y;a) \ll 1$ (див. після (4.9)). Таким чином, так як $\eta(0)=0$ (див. визначення (4.14)), отримуємо при $T=0$ з (4.18) такий вираз для $g(0,y;a) \equiv G_{\rm F}(0,y;a)/\varepsilon_{\rm F}(y)$ (див. також статтю автора [475]):

$$g(0,y;a) = \exp\left[M^{(s)}(a) + \frac{2}{c_3(y) n_0 y m^*(y)}\right], \tag{4.19}$$

де $c_3(y) < 0$ (див. зауваження після (4.1) і також див. (4.2) для узагальнених параметризацій сил Скірма в ННМ). Функція $M^{(s)}(a)$, яка залежить тільки від параметра обрізання $a = E_c/\varepsilon_{\rm F}(y) < 1$, визначається формулою:

$$M^{(s)}(a) \equiv 2\ln 2 - \frac{11}{6} + \frac{4+a}{3}\sqrt{1+a} + \frac{4-a}{3}\sqrt{1-a} +$$

$$+\frac{1}{2}\ln\left[\frac{(\sqrt{1+a}-1)(1-\sqrt{1-a})}{(\sqrt{1+a}+1)(1+\sqrt{1-a})}\right]. \tag{4.20}$$

З огляду на вираз (4.19), отримаємо з (4.18) трансцендентне рівняння для функції $g(T,y;a) \ll 1$ (при відмінних від нуля низьких температурах, тобто при $0 < T \ll T_{c0}$):

$$g(T,y;a) = \exp\left[M^{(s)}(a) + \frac{2}{c_3(y)\cdot n_0 y m^*(y)}\right.$$

$$\left. -16\frac{\tau^4}{g^4(T,y;a)}\left(1 + 8\frac{\tau^2}{g^2(T,y;a)}\right)\right], \tag{4.21}$$

де $\tau \equiv T/\varepsilon_{\rm F}(y) \ll 1$. Завдяки малості температурної поправки отримаємо з цього рівняння наступний розв'язок в головному наближенні по малим температурам T (див. [487]):

$$g(T,y;a) \approx g(0,y;a)\left\{1 - 16\left(\frac{T}{G_{\rm F}(T,y;a)}\right)^4 \cdot \left[1 + 8\left(\frac{T}{G_{\rm F}(T,y;a)}\right)^2\right]\right\} \lesssim$$

$$\lesssim g(0,y;a)\left\{1 - 16\left(\frac{T}{G_{\rm F}(0,y;a)}\right)^4 \cdot \left[1 + 8\left(\frac{T}{G_{\rm F}(0,y;a)}\right)^2\right]\right\}. \tag{4.22}$$

Підкреслимо, що отримана тут в (4.22) головна степенева залежність від температури $\sim T^4$ (поблизу $T = 0$) для щілини в енергетичному спектрі ННМ (з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням) знаходиться в якісній відповідності до подібного результату, отриманого раніше для надплинної фази $^3\mathrm{He} - A$ в рідкому гелії-3 (див., наприклад, огляд [334]), але це зовсім інший результат порівняно з експоненціальною температурною залежністю ізотропної енергетичної щілини поблизу $T = 0$ в традиційних надпровідниках зі спін-синглетним s–спарюванням [2], [97].

4.3. Розв'язок рівняння для ПП в ННМ при температурах в околі $T_{\mathrm{c}0}$

Розглянемо ННМ при температурах в околі $T_{\mathrm{c}0}$, коли $|T - T_{\mathrm{c}0}| \ll T_{\mathrm{c}0}$ (див. [487]). Але спочатку вивчимо граничний випадок, $T \to T_{\mathrm{c}0}$. Можна показати, що рівняння (4.8) в цьому граничному випадку зводиться до наступного трансцендентного рівняння:

$$1 \approx -c_3(y)\frac{n_0 y m^*(y)}{2} \cdot \left[\ln\left(\frac{2E_{\mathrm{c}}\gamma}{\pi T_{\mathrm{c}0}}\right) + \frac{3}{16}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(y)}\right)^2 + \frac{3}{512}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(y)}\right)^4\right], \quad (4.23)$$

де $\gamma = e^C \approx 1.781072418$ ($C = 0.5772156649...$ — стала Ейлера, див. [140], [176]). Тут в [...] ми знехтували малими доданками $\mathrm{O}\left(\frac{T_{\mathrm{c}0}}{\varepsilon_{\mathrm{F}}}\right)^2$. Отримаємо з (4.23) наступний наближений розв'язок для температури фазового переходу $T_{\mathrm{c}0}(y; E_{\mathrm{c}})$ надплинної нейтронної матерії (в загальному випадку для *довільної параметризації* сил Скірма):

$$T_{\mathrm{c}0}(y; E_{\mathrm{c}}) \approx \frac{2\gamma}{\pi} \cdot E_{\mathrm{c}} \cdot \exp\left[\frac{2}{c_3(y) n_0 y m^*(y)} + \frac{3}{16}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(y)}\right)^2 + \frac{3}{512}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(y)}\right)^4\right]. \quad (4.24)$$

Зауважимо, що числовий множник перед експонентою тут $\frac{2\gamma}{\pi} \approx 1.134$ є більш

точним у порівнянні з аналогічними виразами в [482], [485] для ФП температури в ННМ.

Тепер введемо за означенням зведену ФП температуру $t_{c0}(y;a)$ в ННМ (див. (3.24) в попередньому розділі):

$$t_{c0}(y;a) \equiv \frac{T_{c0}(y;a)}{\varepsilon_F(y)} \ll 1$$

і потім, використовуючи отриманий вираз (4.19) для зведеної енергетичної щілини $g(0,y;a)$ (в граничному випадку $T=0$), знайдемо в результаті наступне відношення для цих функцій:

$$\frac{g(0,y;a)}{t_{c0}(y;a)} \approx \frac{\pi}{2\gamma}\exp\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{\pi}{2}\exp\left(\frac{5}{6}-C\right) \approx 2.02931921. \tag{4.25}$$

Це відношення є «універсальним», так як воно не залежить ні від параметра обрізання $a<1$, ні від природи взаємодії в надплинній фермі-рідині з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням (зокрема, (4.25) справедливо для довільної параметризації сил Скірма в ННМ) і воно в точності збігається з аналогічним відношенням для надплинної фази $^3\mathrm{He}-A$ рідкого гелію 3 (див., наприклад, [507]). Відношення (4.25) залежить тільки від симетрії ПП надплинної системи.

Тепер, щоб розв'язати рівняння (4.8) для ННМ при температурах $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$, перепишемо його в наступному вигляді:

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T}\right) = \frac{3}{4}\sqrt{\delta(T)}\cdot\int_{-a}^{a}\mathrm{d}y(1+y)\int_0^1\mathrm{d}x(1-x^2)\times$$

$$\times\left[\frac{\sqrt{1+y}\cdot\tanh\left(\frac{\varepsilon_F}{2T}y\right)}{\sqrt{\delta(T)}\cdot y} - \frac{\tanh\left(\frac{A(y)}{2}\cdot\sqrt{b^2(y,\delta(T))-x^2}\right)}{\sqrt{b^2(y,\delta(T))-x^2}}\right], \tag{4.26}$$

де використали (4.23) і знехтували малими доданками $\mathrm{O}\left(\frac{T_{c0}}{\varepsilon_F}\right)^2$. Функції $\delta(T)\gg 1$, $b^2(y,\delta(T))$ і $A(y,T,\delta(T))$ визначені формулами (4.9), (4.13) і (4.14) від-

повідно. З (4.26) отримаємо в головному наближенні за малим параметром $\frac{1}{\delta(T)} \equiv g^2(T) \ll 1$ наступне наближене рівняння:

$$\ln\left(\frac{T_{\rm c0}}{T}\right) \approx -\frac{1}{5\delta(T)} \cdot \int_0^a {\rm d}y \frac{(1-y)^{5/2}+(1+y)^{5/2}}{y} \cdot \frac{\rm d}{{\rm d}y}\left(\frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_{\rm F}}{2T}y\right)}{y}\right). \quad (4.27)$$

Використаємо наступне розкладання у ряд [2], [97]:

$$\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = 4x\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{[\pi^2(2n+1)^2+x^2]}. \quad (4.28)$$

Підставляючи це розкладання в рівняння (4.27), отримаємо в результаті обчислень остаточне наближене рівняння (див. також зауваження після (4.9)) справедливе при $|T - T_{\rm c0}(n)| \ll T_{\rm c0}(n)$:

$$\ln\left(\frac{T_{\rm c0}(n)}{T}\right) \approx \frac{1}{\delta(T)}\left(\frac{\varepsilon_{\rm F}}{T}\right)^2\frac{7\zeta(3)}{10\pi^2} = \left(\frac{G_{\rm F}(T,n)}{T}\right)^2\frac{7\zeta(3)}{10\pi^2}, \quad (4.29)$$

($\zeta(x)$ — це дзета-функція Рімана, див. [140], [176]). З рівняння (4.29) очевидно, що енергетична щілина має вигляд:

$$G_{\rm F}(T,n) \approx T\sqrt{\frac{10\pi^2}{7\zeta(3)}\cdot\ln\left(\frac{T_{\rm c0}(n)}{T}\right)}, \quad (4.30)$$

де $\sqrt{\frac{10\pi^2}{7\zeta(3)}} \approx 3.4248$. Це знаходиться у відповідності з аналогічним результатом [507] для $^3{\rm He}-A$, але в той же час формула (4.30) точніша, ніж в [507], де $T\sqrt{\ln\left(\frac{T_{\rm c0}}{T}\right)}$ апроксимується функцією $T_{\rm c0}\sqrt{1-T/T_{\rm c0}}$ (зауважимо тут, що така температурна залежність енергетичної щілини в околі $T_{\rm c0}$ узгоджується з теорією Ландау про фазові переходи другого роду; див., наприклад, Додаток II в [2]). Крім того, для ННМ (зі спін-триплетним анізотропним p–спарюванням і з узагальненими силами Скірма) залежність від густини для ФП температури $T_{\rm c0}(n)$ істотно відрізняється від тієї, що має місце в $^3{\rm He}-A$, і це буде наочно показано в наступному підрозділі.

4.4. Розв'язки рівняння для ПП в ННМ з узагальненими силами Скірма при температурах поблизу $T = 0$, в околі T_{c0} і їх залежності від температури і густини

Формули (4.19), (4.21), (4.22), (4.24), (4.30) містять ефективну масу нейтрона m^*_n, яка залежить від густини $n \equiv yn_0$ нейтронної матерії (НМ) і від узагальнених параметрів Скірма $t'_1(n)$ і $t'_2(n)$ виду (4.4) і (4.2) відповідно до загальної формули (4.5). Для кожної конкретної параметризації сил Скірма параметри $t'_1(n)$ и $t'_2(n)$ набувають явний вид з конкретними (специфічними саме для цих сил) числовими коефіцієнтами (див. Табл. А.3). Для визначеності розглянемо в цьому підрозділі одні з «кращих» (сучасних) узагальнених сил Скірма з BSk21 і BSk24 узагальненими параметризаціями [298, 299] і тоді із загальної формули (4.5) отримаємо, що ефективна маса нейтрона для цих сил приймає такий вигляд (див. [487]):

$$m^*_{n,BSk21}(y) \approx \frac{m}{1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)}, \tag{4.31}$$

$$m^*_{n,BSk24}(y) \approx \frac{m}{1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89025)}. \tag{4.32}$$

Тоді з урахуванням цих формул (4.31) і (4.32) вирази для енергії Фермі нейтронної матерії з цими узагальненими BSk21 і BSk24 силами Скірма приймають відповідно наступні форми (які близькі один одному через близькість числових значень відповідних їм параметрів Скірма і це наочно проявляється на графіках для енергії Фермі; див. Рис. 4.1):

$$\varepsilon_{F,BSk21}(y) \approx y^{2/3} \cdot [1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)] \cdot 60.902 \text{ (МеВ)}, \tag{4.33}$$

$$\varepsilon_{F,BSk24}(y) \approx y^{2/3} \cdot [1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89025)] \cdot 60.902 \text{ (МеВ)}. \tag{4.34}$$

За відсутності магнітного поля (при $H = 0$) із загальної формули (4.24) (з урахуванням (4.2) і (4.31)–(4.34)) слідують вирази для температур ФП густої

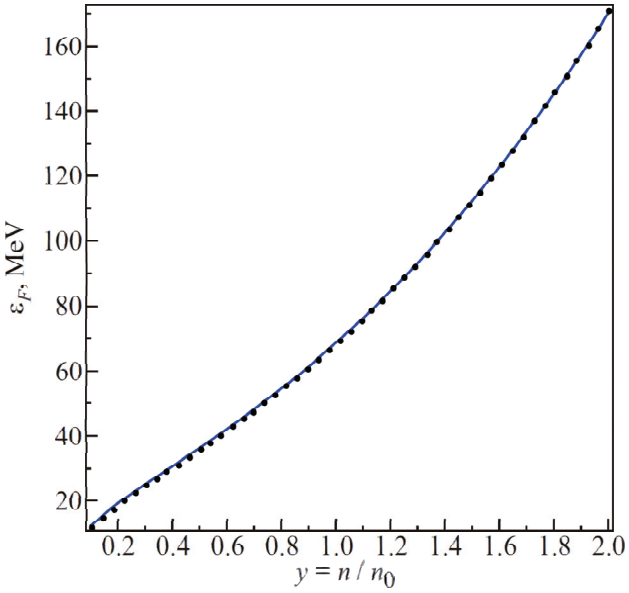


Рис. 4.1: Енергії Фермі $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$ (лінія) і $\varepsilon_{F,BSk24}(y)$ (точки) (див. (4.33) і (4.34)) для ННМ з узагальненими силами Скірма BSk21 і BSk24, як функції від зведеної густини $y = n/n_0$, які взаємно близькі за величиною.

НМ (з BSk21 і BSk24 параметризаціями Скірма) в ННМ з анізотропним спін-триплетним спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$:

$$T_{\mathrm{c0,BSk21}}(E_{\mathrm{c}}; y) \approx \frac{2\gamma}{\pi} \cdot E_{\mathrm{c}} \cdot \exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F,BSk21}}(y)}\right)^2 + \frac{3}{512}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F,BSk21}}(y)}\right)^4\right] \times$$

$$\times \exp\left[\frac{1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)}{y \cdot (2.65286 y^{1/12} - 2.85028)}\right], \qquad (4.35)$$

$$T_{\mathrm{c0,BSk24}}(E_{\mathrm{c}}; y) \approx \frac{2\gamma}{\pi} \cdot E_{\mathrm{c}} \cdot \exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F,BSk24}}(y)}\right)^2 + \frac{3}{512}\left(\frac{E_{\mathrm{c}}}{\varepsilon_{\mathrm{F,BSk24}}(y)}\right)^4\right] \times$$

$$\times \exp\left[\frac{1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89025)}{y \cdot (2.65286 y^{1/12} - 2.84870)}\right], \qquad (4.36)$$

(тут E_{c} — це енергія обрізання, яка менше енергій Фермі, $E_{\mathrm{c}} < \varepsilon_{\mathrm{F,BSk24}}(y)$ і $E_{\mathrm{c}} < \varepsilon_{\mathrm{F,BSk21}}(y)$; див. про енергію обрізання короткі пояснення перед форму-

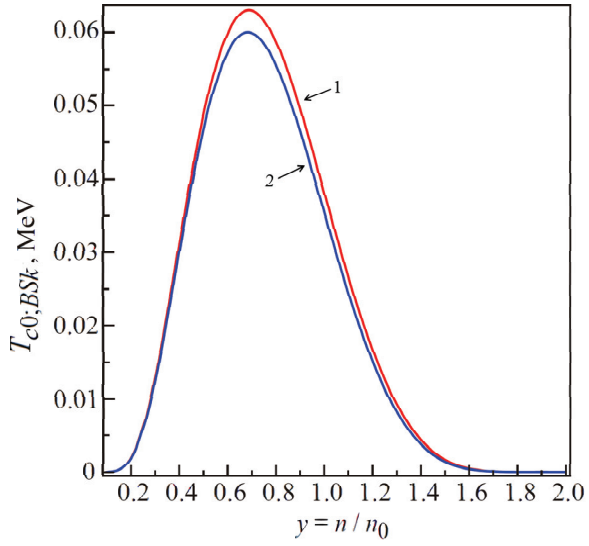


Рис. 4.2: Температури ФП для ННМ з узагальненими BSk21 і BSk24 силами Скірма (див. (4.35) і (4.36) при $E_{\rm c} = 10$ МеВ): $T_{\rm c0;BSk21}(10; y)$ - крива 1; $T_{\rm c0;BSk24}(10; y)$ - крива 2.

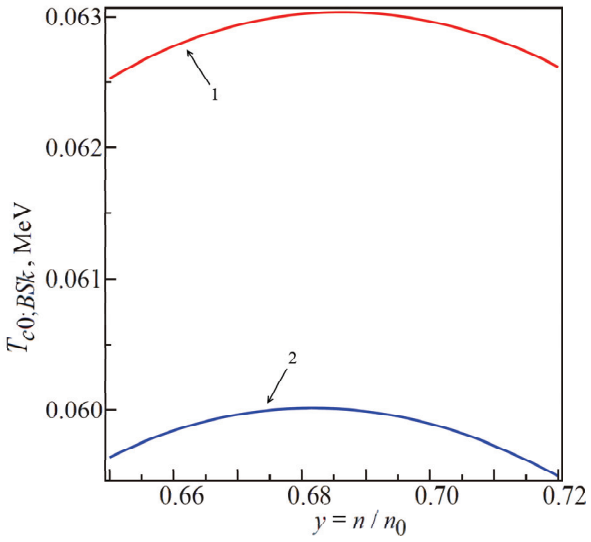


Рис. 4.3: Ті ж температури ФП для ННМ, що і на Рис. 4.2, з BSk21 і BSk24 силами при $E_{\rm c} = 10$ МеВ поблизу їх максимумів: $T_{\rm c0;BSk21}(10; y)$ - крива 1; $T_{\rm c0;BSk24}(10; y)$ - крива 2.

лами (3.24) в попередньому розділі). Пор. уточнену формулу (4.35) (див. зауваження після (4.24)) з аналогічною формулою (16) з [485] для $T_{\rm c0,BSk21}(E_{\rm c}; y)$.

Якщо для визначеності ми виберемо значення енергії обрізання $E_{\rm c} = 10$ МеВ (так, що виконуються нерівності $E_{\rm c} < \varepsilon_{\rm F,BSk21}(y)$ і $E_{\rm c} < \varepsilon_{\rm F,BSk24}(y)$, див. Рис. 4.1), то можна побудувати графіки (див. Рис. 4.2 і Рис. 4.3) для температур ФП (4.35), (4.36) нейтронної матерії при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини з інтервалу зміни $0.1 \cdot n_0 < n < 2.0 \cdot n_0$.

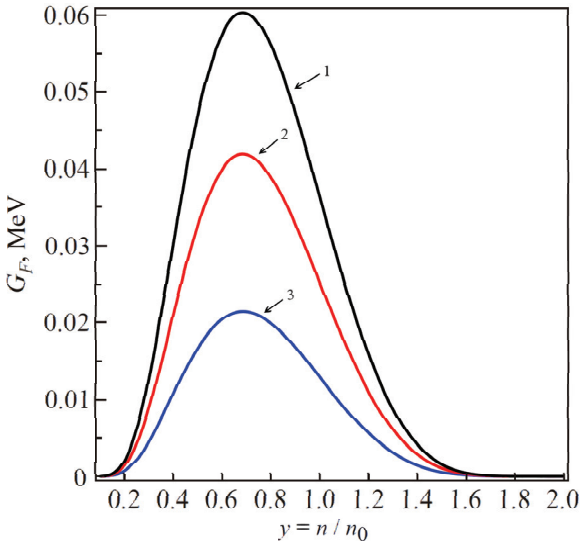


Рис. 4.4: Енергетична щілина $G_{\rm F}(T, y; 10)$ (див. (4.30)) для ННМ з BSk21 параметризацією сил Скірма і з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням (при $E_{\rm c} = 10$ МеВ і $H = 0$) як функція зведеної густини $y = n/n_0$ при трьох значеннях температури поблизу $T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ (див. (4.35)): при $T = 0.91 \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ – крива 1; $T = 0.96 \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ – крива 2; $T = 0.99 \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ – крива 3.

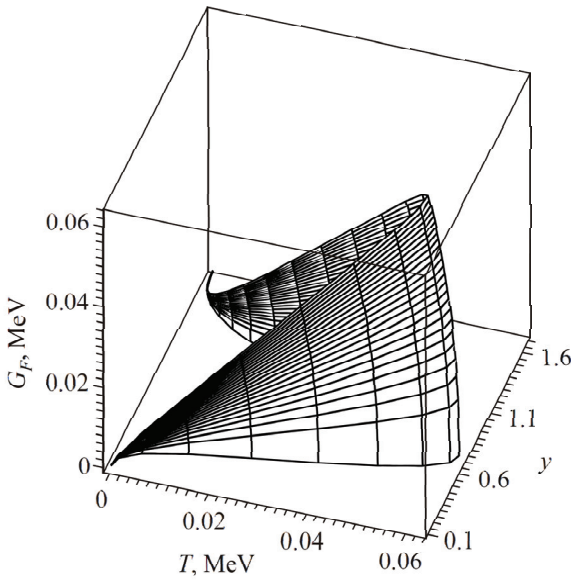


Рис. 4.5: Та ж, що і на Рис. 4.4, енергетична щілина $G_{\rm F}(T, y; 10)$ (МеВ) (див. (4.30)) для ННМ з BSk21 параметризацією сил Скірма (при $E_{\rm c} = 10$ МеВ і $H = 0$), але як тривимірна функція температури T(МеВ) (поблизу $T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$) і зведеної густини $y = n/n_0$.

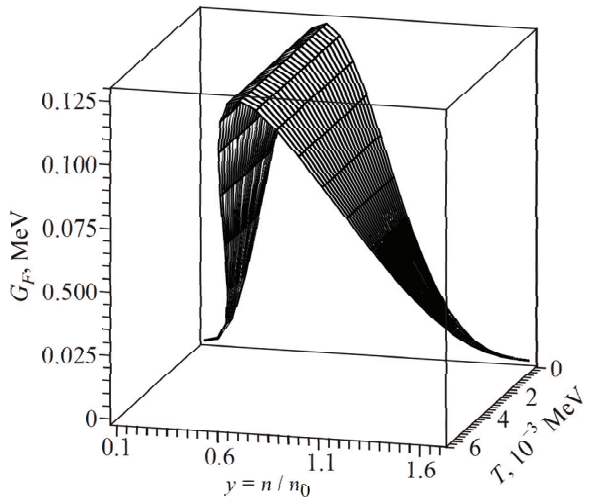


Рис. 4.6: Енергетична щілина $G_{\rm F}(T, y; 10)$ (МеВ) (див. (4.22)) для ННМ з BSk21 силами Скірма (при $E_{\rm c} = 10$ МеВ і $H = 0$) як тривимірна функція температури T(МеВ) (поблизу $T = 0$) і зведеної густини $y = n/n_0$.

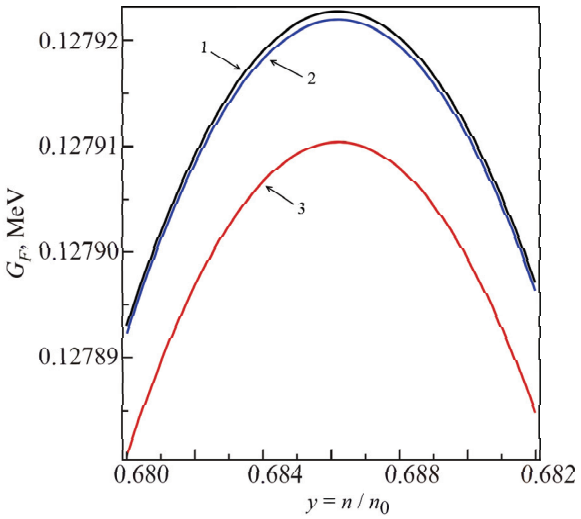


Рис. 4.7: Енергетична щілина $G_{\rm F}(T, y; 10)$ (МеВ) (див. (4.22)) для ННМ з BSk21 силами Скірма і з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням (при $H = 0$) як функція зведеної густини $y = n/n_0$ при трьох значеннях температури поблизу $T = 0$ (див. (4.25) і (4.35), де $E_{\rm c} = 10$ МеВ): при $T = 0$ – крива 1; при $T = 0.05 \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ – крива 2; при $T = 0.1 \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10; y)$ – крива 3 в околі їх максимумів.

4.5. Загальні формули для питомої теплоємності НФР (або ННМ) з анізотропним p – спарюванням ферміонів

Знайдемо аналітичний вираз для питомої теплоємності (одиниці об'єму) надплинної фермі-рідини (НФР) зі спін-триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ за відсутності магнітного поля (див. статтю автора [153]). Зауважимо при цьому, що, так як ферміони НФР сильно вироджени, то теплоємності при постійному об'ємі V і тиску P майже збігаються (як відомо [91], [97], при низьких температурах в граничному випадку при $T \to 0$ різниця $C_P - C_V \sim T^{2n+1}$, якщо ентропія $S \sim T^n$). Тому в подальшому не будемо для теплоємності НФР (або ННМ) використовувати індекси "V" або "P". Будемо виходити із загальної формули

$$C = T\frac{\partial S}{\partial T}, \tag{4.37}$$

де S — питома ентропія НФР, яка виражається відомою комбінаторною формулою [97], [76]:

$$S = -\sum_{\mathbf{p}\sigma}\{(1-f_p)\ln(1-f_p) + f_p \ln f_p\}. \tag{4.38}$$

Тут σ — спінові індекси і

$$f_p(z) = (\exp(z)+1)^{-1},\ z = \frac{E(\mathbf{p})}{T}. \tag{4.39}$$

З (4.37) з урахуванням (4.38) і (4.39) випливає, що

$$C = T\cdot\sum_{\mathbf{p}\sigma} z\frac{\partial f_p(z)}{\partial T} = \sum_{\mathbf{p}\sigma} E(\mathbf{p})\frac{\partial f_p(\frac{E(\mathbf{p})}{T})}{\partial T}. \tag{4.40}$$

У разі НФР з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при $H = 0$ (тобто за відсутності магнітного поля) і при $v_n = v_s = 0$ (тобто при відсутності макроскопічної течії нормальної і надплинної компонент НФР) енергетичний спектр має такий вигляд (див., наприклад, [507], а також статті

автора [148], [151], [487]):

$$E(\mathbf{p};T)=\sqrt{\vec{\Delta}_p\cdot\vec{\Delta}_p^{*}+\xi_p^2}=\sqrt{{\Delta_0}^2(T)\cdot\sin^2\theta+(\varepsilon(p)-\mu(T))^2}\approx$$

$$\approx\sqrt{{\Delta_0}^2(T)\cdot\sin^2\theta+(\varepsilon(p)-\varepsilon_{\rm F}(n))^2}. \tag{4.41}$$

Тут $\Delta_0(T)$ — амплітуда (тобто max значення) щілини в анізотропному енергетичному спектрі квазічастинок в НФР, θ — кут між імпульсом $\mathbf{p}$ квазічастинки і віссю квантування, тобто напрямком $[\mathbf{m},\mathbf{n}]$ в орбітальному просторі. У зв'язку з цим відзначимо, що в ${}^3\mathrm{He}-A$ (при $H=0$) параметр порядку має такий вигляд [507]

$${\Delta_\alpha}^A(\mathbf{p},T)\equiv\Delta_0(T)\hat{\mathbf{d}}_\alpha\psi(\hat{\mathbf{p}}), \tag{4.42}$$

$$\psi(\hat{\mathbf{p}})\equiv(\hat{m}_j+\imath\hat{n}_j)\hat{p}_j,\quad \hat{\mathbf{p}}\equiv\frac{\mathbf{p}}{p}.$$

Тут $\hat{\mathbf{m}}^2=\hat{\mathbf{n}}^2=1,\ \ \hat{\mathbf{m}}\perp\hat{\mathbf{n}}$ — одиничні взаємно ортогональні вектори в орбітальному просторі, $\hat{\mathbf{d}}$ — одиничний вектор в спіновому просторі.

У разі просторово-однорідної густої надплинної нейтронної матерії зі спарюванням нейтронів типу ${}^3\mathrm{He}-A$ енергетичний спектр квазічастинок (4.41) в наших позначеннях (див. вище формулу (4.6) і текст після формули (4.9)) має вигляд:

$$E(\mathbf{p};T)=\sqrt{|\vec{\Delta}_p|^2+\xi_p^2}\approx\sqrt{{G_{\rm F}}^2(T,n;a)\cdot\sin^2\theta+(\varepsilon(p)-\varepsilon_{\rm F}(n))^2}. \tag{4.43}$$

Тут n — густина ННМ, $a(n)=E_c/\varepsilon_{\rm F}(n)<1$ — параметр обрізання, який вводимо (див. початок підрозділу 3.4 вище, а також статтю автора [487]), щоб виключити «нефізичну» розбіжність інтегралів, яка виникає через різке зростання відштовхування частинок (нейтронів) на малих відстанях (причому точна поведінка взаємодії нейтронів на малих відстанях на теперішній час не відома).

Тепер, з огляду на те, що в разі спарювання ферміонів типу $^3\mathrm{He}-A$ явний вид функції $E(\mathbf{p};T)$ визначається формулою (4.41) (для НФР) або (4.43) (для ННМ), отримаємо з (4.40) і (4.39) наступний *загальний вираз* для питомої теплоємності НФР (або ННМ):

$$C(T)=\frac{1}{T}\cdot\sum_{\mathbf{p}\sigma}E(\mathbf{p};T)\cdot\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{T}-\frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T}\right)\frac{e^z}{(e^z+1)^2}, \tag{4.44}$$

де $z=E(\mathbf{p};T)/T$. Зауважимо тут, що в разі НФР (або ННМ) функція $E(\mathbf{p};T)$ залежить від температури T і густини n не тільки за посередництвом залежності від хімічного потенціалу $\mu(T,n)\approx\varepsilon_{\mathrm{F}}(n)$ (як це має місце в нормальній фазі фермі-рідини), але і за посередництвом залежності $E(\mathbf{p};T)$ від амплітуди щілини $\Delta_0(T)$ з (4.41) для НФР (або $G_{\mathrm{F}}(T,n;a)$ з (4.43) в разі ННМ).

У загальному виразі (4.44) для $C(T,n)$ величина температури T поки не конкретизована. Тому розглянемо нижче окремо два випадки, а саме: 1) випадок низьких температур, коли $0<T\ll T_{c0}(n)$ (де $T_{c0}(n)$ — температура фазового переходу з нормального в надплинний стан типу $^3\mathrm{He}-A$, індекс 0 означає, як і в попередніх підрозділах, що $H=0$); 2) випадок температур близьких до $T_{c0}(n)$, тобто при $|T-T_{c0}(n)|\ll T_{c0}(n),\ \ T<T_{c0}(n)$. Вивченню цих випадків присвячені наступні два підрозділи.

4.6. Аналітичний розрахунок питомої теплоємності ННМ (або НФР) з анізотропним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ в низькотемпературній області, $T<<T_{c0}(n)$

Тепер, виходячи із загальної формули (4.44), знайдемо вираз для питомої теплоємності $C(T,n)$ для ННМ (або НФР) справедливе в області низьких температур, при $0<T\ll T_{c0}(n)$. В цьому випадку необхідно знати явну залежність амплітуди щілини $\Delta_0(T)$ для НФР або явний вид функції $G_{\mathrm{F}}(T,n;a)$ для ННМ при $0<T\ll T_{c0}(n)$. Для визначеності розглянемо нижче випадок

ННМ і при цьому використаємо отриману нами раніше залежність амплітуди щілини $G_{\rm F}(T,y;a)$ (де $y\equiv n/n_0$ - зведена густина ННМ, $n_0=0.17$ Фм$^{-3}$ - ядерна густина), залежну від температури згідно з наступною формулою (див. (20) з [487] і формулу (4.22) тут вище):

$$G_{\rm F}(T,y;a)\approx G_{\rm F}(0,y;a)\left\{1-16\left(\frac{T}{G_{\rm F}(T,y;a)}\right)^4\cdot\left[1+8\left(\frac{T}{G_{\rm F}(T,y;a)}\right)^2\right]\right\}\lesssim$$

$$\lesssim G_{\rm F}(0,y;a)\left\{1-16\left(\frac{T}{G_{\rm F}(0,y;a)}\right)^4\cdot\left[1+8\left(\frac{T}{G_{\rm F}(0,y;a)}\right)^2\right]\right\}.$$

Звідси випливає, що при $0<T\ll T_{c0}(n)\ll\varepsilon_{\rm F}(n)$:

$$\frac{\partial G_{\rm F}(T,y;a)}{\partial T}\approx -64\cdot\frac{T^3}{G^3_{\rm F}(0,y;a)}. \tag{4.45}$$

З урахуванням цієї формули отримаємо з (4.43), що в розглядаємої тут низькотемпературної області справедливо наближене співвідношення:

$$-\frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T}\approx 64\cdot\frac{T^3}{G^3_{\rm F}(0,y;a)}\cdot\frac{G_{\rm F}(T,y;a)}{E(\mathbf{p};T)}\cdot\sin^2\theta. \tag{4.46}$$

Тут $0<T\ll T_{c0}(n)$, причому $T_{c0}(n)<G_{\rm F}(0,y;a)$. Дійсно, згідно з формулою (4.25), справедливо наступне загальне співвідношення для ННМ (і для НФР) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3{\rm He}-A$:

$$\frac{G_{\rm F}(0,y;a)}{T_{\rm c0}(y;a)}\approx\frac{\pi}{2\gamma}\exp\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{\pi}{2}\exp\left(\frac{5}{6}-C\right)\approx 2.02931921.$$

Це «універсальне» відношення не залежить ні від густини $n\equiv y\cdot n_0$, ні від величини параметра обрізання $0<a(n)=E_c/\varepsilon_{\rm F}(n)<1$, ні від типу взаємодії між фермі частинками в ННМ (НФР).

Тепер з (4.43) і (4.46) з урахуванням «універсального» відношення (4.25) випливає, що при малих температурах ($0<T\ll T_{c0}(n)$) справедливі наступні нерівності

$$\frac{E(\mathbf{p};T)}{T} \gg -\frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T} > 0 \tag{4.47}$$

і тому із загальної формули (4.44) в цьому випадку отримаємо наступний наближений вираз для питомої теплоємності ННМ (або НФР) з p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$:

$$C(T,n) \approx \frac{1}{4T^2}\cdot\sum_{\mathbf{p}\sigma}\frac{E^2(\mathbf{p};T)}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)}, \tag{4.48}$$

(де $E(\mathbf{p};T)$ виду (4.43) для ННМ або (4.41) для НФР).

Перейдемо тепер в цій формулі (4.48) від підсумовування по імпульсам $\mathbf{p}$ і проекціям σ спіна ($s=1/2$) до інтегрування згідно з формулою:

$$\sum_{\mathbf{p}\sigma}...\to 2\cdot\int\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}... = \frac{\nu(y)}{2}\cdot\int_{-E_c}^{E_c}d\xi\int_0^{\pi}d\theta\sin\theta..., \tag{4.49}$$

де

$$\nu_F(y) = \frac{m^*(y)p_F(y)}{\pi^2\hbar^3}, \quad (y=n/n_0)$$

є щільність станів на поверхні Фермі з урахуванням двох проекцій спіна ферміона (нейтрона для ННМ або атома ^{3}He, якщо в якості НФР розглядати гелій-3); в (4.49) також входить інтегрування по змінній

$$\xi = \varepsilon(p) - \varepsilon_{\mathrm{F}}(n) = p^2/2m^*(n) - \varepsilon_{\mathrm{F}}(n).$$

Таким чином, з (4.48) з урахуванням (4.49) маємо (для одиничного об'єму, $V=1$), що

$$C(T,n) \approx \frac{1}{4T^2}\cdot\frac{\nu_F(y)}{2}\cdot\int_{-E_c}^{E_c}d\xi\int_0^{\pi}d\theta\sin\theta\frac{E^2(\mathbf{p};T)}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)} \equiv \frac{1}{4T^2}\cdot\frac{\nu_F(y)}{2}\cdot J(T). \tag{4.50}$$

Тут $E_c = max(\varepsilon(p)-\varepsilon_{\mathrm{F}}(n))$ — енергія обрізання (див. зауваження після формули (4.43)), для якої в разі ННМ з силами Скірма ми вибрали раніше в

підрозділі 4.4 для визначеності значення $E_c = 10(\text{МеВ}) < \varepsilon_{\text{F}}(n)$. Однак тут у формулі (4.50) ми можемо з досить великою точністю замінити E_c на ∞, тому що $\cosh^{-2}\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)$ є швидко спадною функцією свого аргументу. Зважаючи на сказане, можемо тепер записати вираз для подвійного інтеграла $J(T)$ для ННМ (і аналогічно для НФР з урахуванням (4.41)) в низькотемпературної області (при $0 < T \ll T_{c0}(n)$) в наступному наближеному вигляді (див. також (4.43) для $E(\mathbf{p};T)$):

$$J(T) \approx 4G_{\text{F}}^3(0) \cdot (J_1(T) + J_2(T)), \tag{4.51}$$

де

$$J_1(T) + J_2(T) \equiv \int_0^\infty dy y^2 \int_0^1 dx \frac{1}{\cosh^2\left[A(T) \cdot \sqrt{y^2 + 1 - x^2}\right]} + \\ + \int_0^\infty dy \int_0^1 dx \frac{1 - x^2}{\cosh^2\left[A(T) \cdot \sqrt{y^2 + 1 - x^2}\right]}. \tag{4.52}$$

У формулі (4.51) ми врахували також, що при $0 < T \ll T_{c0}(n)$ функція $G_{\text{F}}(T, y; a)$ слабо залежить від температури (див. формулу (4.22) вище) і тому замінили її значенням $G_{\text{F}}(0)$ в граничному випадку $T = 0$ (залежність G_{F} від зведеної густини $y \equiv n/n_0$ і від параметра обрізання $0 < a(n) = E_c/\varepsilon_{\text{F}}(n) < 1$ ми для скорочення запису формул пропустили). В (4.52) введена функція $A(T)$ виду:

$$A(T) \equiv \frac{G_{\text{F}}(0)}{2T} \gg \frac{G_{\text{F}}(0)}{2T_{c0}(n)} \gtrsim 1 \tag{4.53}$$

(при цьому враховано, що $0 < T \ll T_{c0}(n)$ і в останньої нерівності врахована «універсальна» формула (4.25)).

Зауважимо тепер, що за допомогою математичних перетворень суму подвійних інтегралів (4.52) можна представити в наступному еквівалентному вигляді:

$$J_1(T)+J_2(T)=\int_0^{\infty}dy\frac{y^2}{\cosh^2\big[A(T)\cdot y\big]}+$$

$$+\frac{2}{A^2(T)}\int_0^{\infty}dy\sqrt{1+y^2}\int_{A(T)\cdot y}^{A(T)\cdot\sqrt{1+y^2}}dzz\sqrt{1-\frac{z^2}{A^2(T)\cdot(1+y^2)}}\cdot\frac{1-z\cdot\tanh z}{\cosh^2 z}=$$

$$=\frac{1}{A^4(T)}\cdot\int_0^{\infty}\frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}\int_{A(T)\cdot y}^{A(T)\cdot\sqrt{1+y^2}}dz\frac{z^3}{\cosh^2 z}+$$

$$+\frac{1}{2A^6(T)}\cdot\int_0^{\infty}\frac{dy}{(1+y^2)^{3/2}}\int_{A(T)\cdot y}^{A(T)\cdot\sqrt{1+y^2}}dz\frac{z^5}{\cosh^2 z}+$$

$$+\frac{3}{8A^8(T)}\cdot\int_0^{\infty}\frac{dy}{(1+y^2)^{5/2}}\int_{A(T)\cdot y}^{A(T)\cdot\sqrt{1+y^2}}dz\frac{z^7}{\cosh^2 z}+...\qquad(4.54)$$

(підкреслимо, що тут в (4.54) знаки рівності точні). Однак в силу того, що при $0<T\ll T_{c0}(n)$ функція $A(T)\gg 1$ (див. (4.53)), врахуємо нижче тільки два перших доданки з подвійними інтегралами у правій частині асимптотичного розкладу (4.54) за ступенями $1/A(T)$, а третій доданок наведено тут для довідок.

Таким чином, з огляду на сказане, отримаємо в результаті математичних розрахунків для суми інтегралів $J_1(T)+J_2(T)$ (при $0<T\ll T_{c0}(n)$) асимптотичний розклад виду:

$$J_1(T)+J_2(T)\approx\frac{1}{A^5(T)}\cdot\left[3\cdot\frac{7\zeta(4)}{8}+\frac{1}{A^2(T)}\cdot\frac{15}{2}\cdot\frac{31\zeta(6)}{32}\right]=$$

$$=\frac{1}{A^5(T)}\cdot\left[\frac{7\pi^4}{240}+\frac{1}{A^2(T)}\cdot\frac{31\pi^6}{64\cdot 63}\right].\qquad(4.55)$$

Зауважимо, що відповідно до Таблиці 23.3. з [140] маємо, що

$$\frac{7\zeta(4)}{8}\approx 0.9470328295,\quad\frac{31\zeta(6)}{32}\approx 0.9855510913.\qquad(4.56)$$

Підставляючи тепер асимптотичний розклад (4.55) в (4.51), отримаємо з (4.50) наступний шуканий наближений вираз для питомої теплоємності ННМ (і аналогічний вираз для НФР) з анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при $0<T\ll T_{c0}(n)$:

$$C_{SNM(SFL)}(T,y)\approx 2\cdot\nu_F(y)\cdot\frac{(2T)^3}{G_{\mathrm{F}}^2(0)}\cdot\left[\frac{7\pi^4}{240}+\frac{4T^2}{G_{\mathrm{F}}^2(0)}\cdot\frac{31\pi^6}{64\cdot 63}\right]=$$

$$=C_N(T,y)\cdot\frac{7\pi^2}{5}\cdot\left(\frac{T}{G_{\mathrm{F}}(0)}\right)^2\cdot\left[1+\frac{155\cdot\pi^2}{147}\cdot\left(\frac{T}{G_{\mathrm{F}}(0)}\right)^2\right]. \tag{4.57}$$

Тут $C_N(T,y)$ — питома (од. об'єму) теплоємність нормальної (ненадплинної) фермі-рідини, яка має, як добре відомо [97], [112], такий вигляд (тут $y\equiv n/n_0$ — зведена густина)

$$C_N(T,y)=\frac{m^*(y)\cdot p_F(y)}{3\hbar^3}\cdot T=\frac{\pi^2\cdot\nu_F(y)}{3}\cdot T. \tag{4.58}$$

Зауважимо, що якщо температуру T виражати не в енергетичних одиницях, а в градусах Кельвіна, то формулу (4.58) потрібно помножити на k_B^2. Для ННМ температуру T зручніше виражати в МеВ, а розмірність щільності станів наступна $[\nu_F(y)]=[\mathrm{МеВ}^{-1}\cdot\ \mathrm{Фм}^{-3}]$, і в цьому випадку потрібно помножити формулу (4.58) на сталу Больцмана $k_B\approx 8.617343\cdot 10^{-11}$ МеВ $\cdot\,\mathrm{K}^{-1}$ (див. [377]) і тоді питома теплоємність ННМ буде виражатися в МеВ$\cdot\ \mathrm{Фм}^{-3}\cdot\mathrm{K}^{-1}$.

Підкреслимо, що отримана автором формула (4.57) для питомої теплоємності є спільною для ННМ (або НФР) зі спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при $0<T\ll T_{c0}(n)$. Тобто формула (4.57) справедлива в тому числі і для надпровідників з незвичайним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ (пор., наприклад, з [109]).

Зазвичай для $C(T)$ в $^3\mathrm{He}-A$ використовується вираз виду (див., наприклад, гл. 3 в [507]):

$$C_{^3\mathrm{He}-A}(T)=C_N(T)\cdot\frac{7\pi^2}{5}\cdot\left(\frac{T}{\Delta_0}\right)^2 \tag{4.59}$$

(див. також теоретичну роботу [193] Андерсона і Морела, де вперше була приведена формула для теплоємності НФР $C(T) \sim T^3$ в граничному випадку $T \to 0$ для анізотропного p–спарювання типу $^3\mathrm{He} - A$). На відміну від (4.59) в отриманій нами формулі (4.57) міститься мала за величиною додаткова поправка, яка при $t \equiv T/T_{c0}(n) \ll 1$ має вигляд (врахуємо тут «універсальне» відношення (4.25)):

$$\frac{155 \cdot \pi^2}{147} \cdot \frac{t^2}{(2.02931921)^2} << 1 \tag{4.60}$$

і, як легко бачити, може в області її застосування (при $0 < t \ll 1$) вносити додатковий внесок в питому теплоємність НФР типу $^3\mathrm{He} - A$, що досягає декількох % в порівнянні з традиційною формулою (4.59), яка фактично справедлива лише в граничному випадку, коли $T \to 0$.

Щоб побудувати тривимірний графік для питомої теплоємності ННМ виду (4.57) ($0 < t \ll 1$), як функції від безрозмірних змінних: зведеної температури t і зведеної густини $y \equiv n/n_0$ (де $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ — ядерна густина), виберемо для визначеності узагальнену BSk21 параметризацію [298] сил Скірма в ННМ. У цьому випадку щільність станів на поверхні Фермі $\nu_{F,BSk21}(y)$ має наступний явний вигляд (див. формулу (28) з [152] і пор. з (3.55) і (4.31) тут вище, а також див. Табл. А.3):

$$\nu_{F,BSk21}(y) = \frac{3n_0 y}{2\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \approx$$

$$\approx \frac{0.004187088 y^{1/3}}{1 + y(3.97930 y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)} \; \frac{1}{(\mathrm{MeB} \cdot \mathrm{fm}^3)}. \tag{4.61}$$

Температура фазового переходу $T_{\mathrm{c0,BSk21}}(E_\mathrm{c}; y)$ з нормальної фази в надплинну (типу $^3\mathrm{He} - A$) для ННМ з BSk21 силами Скірма має вигляд (4.35) (див. також (35) з [487]), а для уточненого виразу $\varepsilon_{\mathrm{F,BSk21}}(y)$ енергії Фермі маємо формулу (4.33) (див. (25) з [152]):

$$\varepsilon_{\mathrm{F,BSk21}}(y) \approx y^{2/3} \cdot [1 + y \cdot (3.97930 y^{1/12} +$$

$$+0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)] \cdot 60.90152 \ (\mathrm{MeB}). \tag{4.62}$$

Для визначеності виберемо тут (як і вище в підрозділі 4.4 та в [485], [487], [152]) енергію обрізання $E_{\rm c} = 10$ МеВ (так, що $E_{\rm c} < \varepsilon_{\rm F,BSk21}(y)$ в ННМ суб'ядерних і над'ядерних густин при $0.1 < y$). Тепер запишемо нашу формулу (4.57) для $C_{SNM}(t,y)$ в безрозмірних змінних $t \equiv T/T_{c0}(n)$ і $y \equiv n/n_0$ в наступному вигляді (з урахуванням «універсального» відношення (4.25) і додаткової поправки у вигляді (4.60)):

$$C_{BSk21}(t,y) \approx \nu_{F,BSk21}(y) \cdot T_{\rm c0,BSk21}(10;y) \times$$

$$\times \frac{t^3}{(2.02931921)^2} \cdot \frac{7\pi^4}{15} \cdot \left[1 + \frac{155 \cdot \pi^2}{147} \cdot \frac{t^2}{(2.02931921)^2}\right]. \qquad (4.63)$$

Зауважимо, що від конкретного виду взаємодії (BSk21 [298], або BSk24, або ін., див. [299]) залежать в цій формулі тільки $\nu_{F,SNM}(y)$ (МеВ$^{-1}\cdot$ Фм$^{-3}$) і $T_{\rm c0,SNM}(10;y)$ (МеВ), інші ж безрозмірні множники в (4.63) зберігають свій вигляд для будь-яких інших взаємодій між ферміонами в ННМ (або в НФР) з енергетичним спектром виду (4.43) (або (4.41)) типу $^3{\rm He}-A$.

Таким чином, тепер для наочності, виходячи з (4.63), побудуємо тривимірний графік (див. Рис. 4.8) для функції $C_{BSk21}(t,y)$ (при $0 < t \leq 0.1$ і $0.1 \leq y \leq 1.7$). При цьому виразимо питому теплоємність ННМ в більш «звичних» для фізики конденсованих середовищ одиницях виміру, а саме, в МеВ$\cdot$ см$^{-3}\cdot$ К$^{-1}$ (див. також зауваження після ф-ли (4.58)).

4.7. Питома теплоємність ННМ (або НФР) з анізотропним p-спарюванням типу $^3{\rm He}-A$ поблизу $T_{c0}(n)$

Тепер розглянемо випадок температур T близьких до $T_{c0}(n)$, а саме, коли $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$ за відсутності магнітного поля, $H = 0$. В цьому випадку для ННМ (або НФР) з анізотропним триплетним p–спарюванням типу $^3{\rm He}-A$ щілина $G_{\rm F}(T,n)$ в енергетичному спектрі (4.43) (або див. (4.41)) має

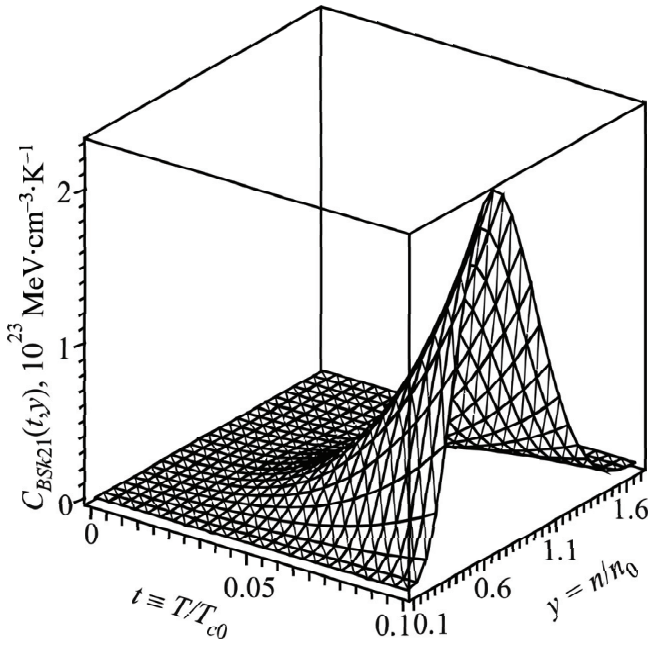


Рис. 4.8: Функція $C_{BSk21}(t,y)$ (див. (4.63) з урахуванням (4.35), (4.61), (4.62)), яка залежить від зведених температури $t \equiv T/T_{c0}$ (при $0 < t \leq 0.1$) і густини $y \equiv n/n_0$, для густої ННМ з узагальненими BSk21 силами Скірма.

наступний наближений вигляд (див. (4.30) вище і (28) в статті автора [487]):

$$G_{\rm F}(T,n) \approx T\sqrt{\frac{10\pi^2}{7\zeta(3)} \cdot \ln\left(\frac{T_{c0}(n)}{T}\right)},$$

де $\sqrt{\frac{10\pi^2}{7\zeta(3)}} \approx 3.4248$. Зауважимо, що в загальну формулу (4.44) для питомої теплоємності входить похідна $\frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T}$, для якої з (4.43) (пор. також (4.41)) отримаємо (при $H = 0$ і $v_n = v_s = 0$) з урахуванням (4.30), що при $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$:

$$\frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T} = \frac{\sin^2\theta}{E(\mathbf{p};T)} \cdot G_{\rm F}(T,n) \cdot \frac{\partial G_{\rm F}(T,n)}{\partial T} \approx \frac{\sin^2\theta}{E(\mathbf{p};T)} \cdot \left[\frac{G_{\rm F}^2(T,n)}{T} - \frac{5\pi^2}{7\zeta(3)} \cdot T\right]. \tag{4.64}$$

Тому маємо тепер, що (див. входить в (4.44)):

$$\frac{E(\mathbf{p};T)}{T} \cdot \left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{T} - \frac{\partial E(\mathbf{p};T)}{\partial T}\right) \approx$$

$$\approx \frac{1}{T^2}\cdot\left(E^2(\mathbf{p};T)-\sin^2\theta\cdot G_{\rm F}^2(T,n)\right)+\sin^2\theta\cdot\frac{5\pi^2}{7\zeta(3)}=\frac{\xi_p^2}{T^2}+\sin^2\theta\cdot\frac{5\pi^2}{7\zeta(3)}. \quad (4.65)$$

Тепер підставимо цей вираз (4.65) в (4.44) і отримаємо для питомої теплоємності ННМ (або НФР) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при $|T-T_{c0}(n)|\ll T_{c0}(n)$ наступний наближений вираз:

$$C(T,n)\approx\frac{1}{4T^2}\cdot\sum_{\mathbf{p}\sigma}\frac{\xi_p^2}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)}+\frac{1}{4}\cdot\frac{5\pi^2}{7\zeta(3)}\cdot\sum_{\mathbf{p}\sigma}\frac{\sin^2\theta}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)} \quad (4.66)$$

(пор. цей вираз з формулою (4.48) вище при $0<T\ll T_{c0}(n)$). Врахуємо далі формулу (4.49) і тоді з (4.66) отримаємо (для одиничного об'єму, $V=1$):

$$C(T,n)\approx\frac{1}{4T^2}\cdot\frac{\nu_F(y)}{2}\cdot\int_{-E_c}^{E_c}d\xi\int_0^\pi d\theta\sin\theta\frac{\xi^2}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)}+$$

$$+\frac{1}{4}\cdot\frac{5\pi^2}{7\zeta(3)}\cdot\frac{\nu_F(y)}{2}\cdot\int_{-E_c}^{E_c}d\xi\int_0^\pi d\theta\sin\theta\frac{\sin^2\theta}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)}\equiv$$

$$\equiv\frac{\nu_F(y)}{8}\cdot\left[\frac{1}{T^2}\cdot I_1(T)+\frac{5\pi^2}{7\zeta(3)}\cdot I_2(T)\right] \quad (4.67)$$

(пор. цей вираз з формулою (4.50) для $C(T,n)$ при $0<T\ll T_{c0}(n)$).

Розмірковуючи далі аналогічно виведенню формул (4.51), (4.52) вище, отримаємо, що подвійні інтеграли I_1 і I_2 набувають наступний наближений вигляд (з досить великою точністю через швидке спадання підінтегральної функції $\cosh^{-2}\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)$ з ростом її аргументу):

$$I_1(T,y)\equiv\int_{-E_c}^{E_c}d\xi\int_0^\pi d\theta\sin\theta\frac{\xi^2}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)}\approx$$

$$\approx 4\cdot\int_0^\infty d\xi\int_0^1 dx\frac{\xi^2}{\cosh^2\left[\frac{\sqrt{\xi^2+G_{\rm F}^2(T,y)\cdot(1-x^2)}}{2T}\right]}, \quad (4.68)$$

$$I_2(T,y) \equiv \int_{-E_c}^{E_c} d\xi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{\sin^2\theta}{\cosh^2\left(\frac{E(\mathbf{p};T)}{2T}\right)} \approx$$

$$\approx 4 \cdot \int_0^{\infty} d\xi \int_0^1 dx \frac{1-x^2}{\cosh^2\left[\frac{\sqrt{\xi^2+G_{\rm F}^2(T,y)\cdot(1-x^2)}}{2T}\right]}. \qquad (4.69)$$

Тут $T < T_{c0}(y)$, але поблизу $T_{c0}(y)$, тобто $|T - T_{c0}(y)| \ll T_{c0}(y)$ (де $y \equiv n/n_0$). Зауважимо, що

$$\lim_{T \to T_{c0}(y)} G_{\rm F}(T,y;a) = 0$$

і тому з формул (4.68), (4.69) випливає в граничному випадку при $T \to T_{c0}(y)$, що

$$I_1(T_{c0}(y),y) = \frac{8\pi^2}{3} \cdot T_{c0}^3(y) \qquad (4.70)$$

і

$$I_2(T_{c0}(y),y) = \frac{16}{3} \cdot T_{c0}(y). \qquad (4.71)$$

Підставимо тепер отримані формули (4.70) і (4.71) в (4.67) і отримаємо для питомої теплоємності $C_{SNM}(T,y)$ в граничному випадку при $T \to T_{c0}(y)$ наступний вираз:

$$C_{SNM}(T_{c0},y) \equiv \lim_{T \to T_{c0}(y)} C_{SNM}(T,y) \approx C_N(T_{c0}(y)) \cdot \left(1 + \frac{10}{7\zeta(3)}\right), \qquad (4.72)$$

де $C_N(T)$ має вигляд (4.58). І, отже,

$$\frac{C_{SNM} - C_N}{C_N}\Big|_{T=T_{c0}} = \frac{10}{7\zeta(3)} \approx 1.188439104. \qquad (4.73)$$

Точно такі ж вирази (4.72) і (4.73) справедливі, як відомо (див., наприклад, гл. 3 в [507]), і для НФР з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ (див. вище (4.41) для $E(\mathbf{p};T)$).

Таким чином, формули (4.72) і (4.73) є загальними і не залежать від типу взаємодії між ферміонами НФР (або в ННМ), а є наслідком тільки виду куперівського спарювання, а саме типу $^3\mathrm{He} - A$ в даному випадку зі спектром

(4.41) (або (4.43) для ННМ). Загальне співвідношення (4.73) описує стрибок, який зазнає питома теплоємність $C(T,y)$ ферміˊ-рідини при фазовому переході з нормальною фази в надплинну (НФР або в ННМ) зі спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при температурі $T=T_{c0}(y)$.

Тепер зауважимо, що подвійні інтеграли $I_1(T,n)$ і $I_2(T,n)$ (див. (4.68) і (4.69)) легко перетворити до вигляду:

$$I_1(T,y)=4G_{\mathrm{F}}^3(T,n)\cdot\int_0^\infty dyy^2\int_0^1 dx\frac{1}{\cosh^2\left[A(T,n)\cdot\sqrt{y^2+1-x^2}\right]}\equiv$$

$$\equiv 4G_{\mathrm{F}}^3(T,n)\cdot J_1(T,n), \tag{4.74}$$

$$I_2(T,y)=4G_{\mathrm{F}}(T,n)\cdot\int_0^\infty dy\int_0^1 dx\frac{1-x^2}{\cosh^2\left[A(T,n)\cdot\sqrt{y^2+1-x^2}\right]}\equiv$$

$$\equiv 4G_{\mathrm{F}}(T,n)\cdot J_2(T,n), \tag{4.75}$$

де інтеграли $J_1(T,n)$ і $J_2(T,n)$ мають таку ж структуру, як і в (4.52). Але тут функція $G_{\mathrm{F}}(T,n)$ має явний вигляд (4.30) і, як і раніше (див. (4.53)), введена функція $A(T,n)$ виду:

$$A(T,n)\equiv\frac{G_{\mathrm{F}}(T,n)}{2T}\gtrsim\frac{G_{\mathrm{F}}(T,n)}{2T_{c0}(n)}<1, \tag{4.76}$$

яка, однак, тепер мала за величиною при $|T-T_{c0}(n)|\ll T_{c0}(n)$ на відміну від формули (4.53), в якій $A(T)\equiv\frac{G_{\mathrm{F}}(0)}{2T}\gg 1$ для випадку $T\ll T_{c0}(n)$ (який розглянуто в попередньому підрозділі).

Підставимо (4.74) і (4.75) в формулу (4.67) і тоді отримаємо наступний шуканий вираз для питомої теплоємності ННМ (або НФР) з триплетним анізотропним спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ при $|T-T_{c0}(n)|\ll T_{c0}(n)$:

$$C_{SNM(SFL)}(T,n) \approx \frac{\nu_F(n)}{2} \cdot G_{\rm F}(T,n) \cdot \left[\frac{G_{\rm F}^2(T,n)}{T^2} \cdot J_1(T,n) + \frac{5\pi^2}{7\zeta(3)} \cdot J_2(T,n) \right]. \tag{4.77}$$

Знайдемо тепер аналітичну формулу для відношення питомих теплоємностей $C_{SNM(SFL)}(T,n)$ і $C_N(T,n)$, які мають вигляд (4.77) і (4.58) відповідно, і, з огляду на наближену формулу (4.30) для $G_{\rm F}(T,n)$, отримаємо в підсумку такий вираз для цього відношення при $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$:

$$\frac{C_{SNM(SFL)}(T,n)}{C_N(T,n)} \approx \frac{3\pi}{2} \cdot \left(\frac{10}{7\zeta(3)} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{1}{t}\right)} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{t}\right) \cdot J_1(T,n) + \frac{1}{2} \cdot J_2(T,n) \right], \tag{4.78}$$

де $t \equiv T/T_{c0}(n) \lesssim 1$. Можна показати, що це відношення питомих теплоємностей ННМ (або НФР) типу ^{3}He$-A$ і нормальної фермі-рідини в граничному випадку при $T \to T_{c0}(n)$ узгоджується з формулою (4.72), тобто

$$\lim_{T \to T_{c0}(y)} \frac{C_{SNM(SFL)}(T,n)}{C_N(T,n)} = 1 + \frac{10}{7\zeta(3)} \approx 2.188439104. \tag{4.79}$$

Див. Рис. 4.9, на якому побудовано тривимірний графік для питомої теплоємності $C_{SNM,BSk21}(t,n)$ (див. (4.77) з урахуванням (4.35), (4.61), (4.62) при $E_{\rm c} = 10$ МеВ і (4.30)) для випадку ННМ з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма. На Рис. 4.10 див. графік для «універсального» відношення теплоємностей $C_{SNM(SFL)}(t,n)$ і $C_N(t,n)$ (див. (4.78)) при $t \lesssim 1$. З Рис. 4.10 наочно видно, що відношення (4.78) теплоємностей в граничному випадку при $T \to T_{c0}(n)$ співпадає з (4.79).

4.8. Аналіз результатів розділу 4

Таким чином, на підставі результатів, отриманих в цьому розділі, приходимо до висновку, що температурна залежність ($\sim (\frac{T}{T_{c0}})^4 \ll 1$, див. (4.22)) енергетичної щілини надплинної рідини типу ^{3}He $-$ A поблизу $T = 0$ і в

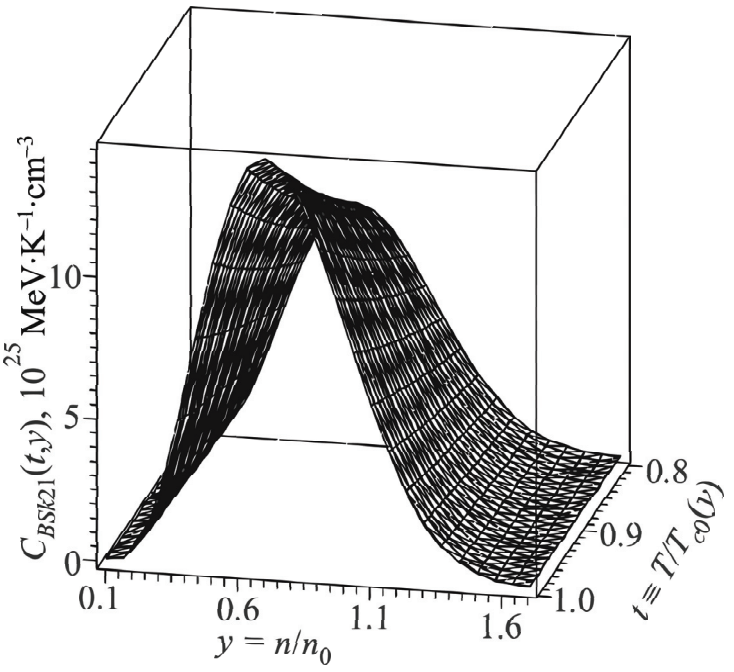


Рис. 4.9: Функція $C_{BSk21}(t, y)$ (див. (4.77) з урахуванням (4.35), (4.61), (4.62) при $E_{\rm c} = 10$ МеВ і (4.30)) для густої ННМ (при $0.1 \leq y \equiv n/n_0 \leq 1.7$) з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма (при $t \equiv T/T_{c0} \lesssim 1$).

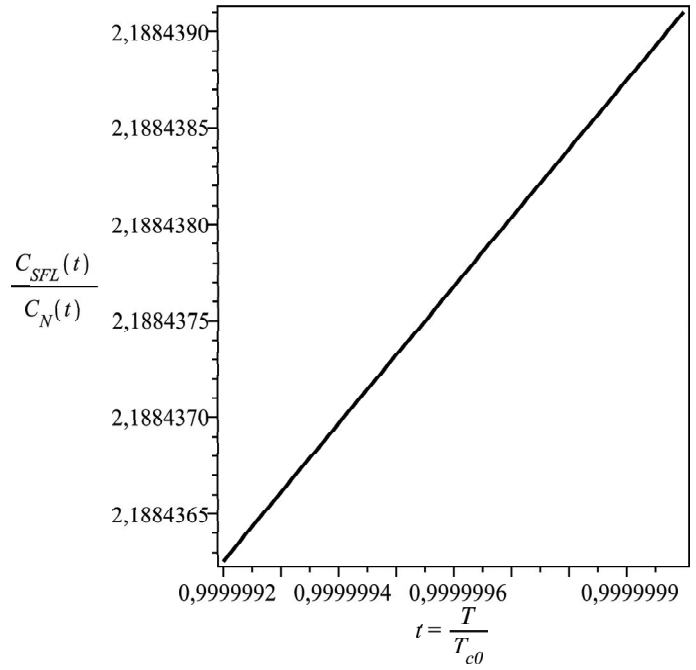


Рис. 4.10: «Універсальне» відношення теплоємностей $C_{SNM(SFL)}(t,n)$ і $C_N(t,n)$ (див. (4.78) і (4.79)) при $t \lesssim 1$.

околі $T_{\rm c0}(n)$ (див. (4.30)) визначається тільки симетрією параметра порядку і не залежить від природи взаємодій, які призводять до спін-триплетного куперівського спарювання в системі. Але, як легко бачити з Рис. 4.2— 4.7, залежності від густини для температур ФП $T_{\rm c0,BSk}(E_{\rm c};y)$ і для енергетичної щілини в ННМ істотно відрізняються (і якісно і кількісно) від відповідних величин в надплинній фазі $^3{\rm He}-A$ рідкого гелію 3 (див., наприклад, в [507]).

Зауважимо також, що отримана тут формула (4.24) для ФП температури $T_{\rm c0,BSk}(E_{\rm c};y)$ густої НМ (за відсутності магнітного поля) в надплинний стан з анізотропним p–спарюванням типу $^3{\rm He}-A$ і з узагальненими взаємодіями Скірма [298, 299] залежить від густини немонотонним чином ((4.35) і (4.36) демонструють «дзвіноподібний» профіль залежності (a bell-shaped density profile), див. Рис. 4.2). Така поведінка цих ФП температур $T_{\rm c0,BSk21}(10;y)$ і $T_{\rm c0,BSk24}(10;y)$ і їх максимальні значення знаходяться в якісній згоді з результатами недавніх статей [390], [437], [270] і є того ж порядку величини при $E_{\rm c}=10$ МеВ (а саме, $max(T_{\rm c0,BSk21}(10;y))\approx 0.063$ МеВ

і $max(T_{c0,\mathrm{BSk24}}(10;y)) \approx 0.060$ МеВ, див. Рис. 4.3). Відзначимо також, що результати (4.22), (4.30) для енергетичної щілини є загальними і графіки залежності подібні Рис. 4.4— 4.7 також справедливі для ННМ з BSk24 параметризацією узагальнених сил Скірма (запропонованої порівняно недавно в [299], [280]) і вони близькі до графіків для BSk21 (це ясно з (4.22), (4.30) і з Рис. 4.1, Рис. 4.2 для енергій Фермі (4.33), (4.34) і температур ФП (4.35), (4.36) для BSk21 і BSk24, які близькі один з одним).

Також в цьому розділі автором отримано аналітичні формули (4.57) і (4.77) для питомої теплоємності ННМ (або НФР) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$, які справедливі при температурах $0 < T \ll T_{c0}(n)$ і $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$ відповідно. Підкреслимо, що *характер залежності питомої теплоємності від температури T в надплинній фазі* (при $0 < T < T_{c0}(n)$) *виявився не залежним від типу взаємодії між ферміонами* (для нейтронів в ННМ не залежить від параметризації сил Скірма, а для атомів ^{3}He в разі надплинного $^3\mathrm{He}-A$ або для електронів в разі надпровідників з незвичайним анізотропним куперівським спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ не залежить від конкретного виду міжчастинкової взаємодії). Тобто *степенева температурна залежність* (на відміну від експоненційної температурної залежності в разі синглетного s–спарювання електронів в традиційних надпровідниках) *питомої теплоємності НФР (або ННМ) визначається типом незвичайного анізотропного куперівського спарювання ферміонів при* $0 \le T \le T_{c0}(n)$.

Разом з тим, *залежність питомої теплоємності $C_{SNM(SFL)}(T,n)$ від густини числа частинок n істотно розрізняється для різних НФР (або для ННМ з різними параметризаціями сил Скірма, наприклад) і визначається параметрами взаємодії*, від якої залежить і $\nu_F(n)$ (див., наприклад, (4.61) для ННМ з BSk21 силами Скірма) і функція $G_{\mathrm{F}}(T,n)$, що представляє собою максимальну величину щілини в анізотропному енергетичному спектрі (4.43) (або див. (4.41)). Див. також формули (4.22), (4.25) і (4.30) для $G_{\mathrm{F}}(T,n)$ при $0 \le T \ll T_{c0}(n)$ і при $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$ відповідно, в яких $T_{c0}(n)$ зале-

жить від взаємодії (докладніше і наочно див., наприклад, графіки Figs. 2-7 зі статті автора [487] і відповідно Рис. 4.2— 4.7 тут вище).

Відзначимо також, що *отримана автором формула* (4.57) *для питомої теплоємності ННМ (або НФР) містить додаткову поправку* $\sim T^5$ (див. (4.60)), *яка може досягати за величиною кількох* % *порівняно з головним доданком* $\sim T^3$ *виду* (4.59) *на інтервалі зміни температури* $0 < T \ll T_{c0}(n)$ (див. також після (4.59) посилання на знамениту теоретичну статтю [193] Андерсона і Морела, яка опублікована задовго до експериментального відкриття $^3\mathrm{He} - A$ і інших надплинних фаз рідкого ^{3}He, [385, 386]).

Отримана автором додаткова поправка (4.60) приводить, наприклад, в фізиці нейтронних зірок до уточнення для функції $R_C(T)$, яка введена в огляді [174] (присвяченому теоретичному опису процесу охолодження нейтронних зірок і надплинності в їх ядрах). Ця функція $R_C(T)$ характеризує зміну теплоємності нейтронів (у зовнішній рідкій частині ядра нейтронної зірки, густина якої змінюється від суб'ядерних до над'ядерних величин) під дією їх триплетної надплинності з анізотропним енергетичним спектром як в $^3\mathrm{He} - A$ (див. формулу (4.43) тут вище) в порівнянні з теплоємністю нормальних (ненадплинних) нейтронів, а саме (в наших позначеннях):

$$\frac{C_{SNM}(T)}{C_N(T)} \equiv R_C(T). \tag{4.80}$$

Причому, згідно [174], $R_C(T_{c0}) \approx 2.188$ (пор. з (4.79) тут вище), а при $t \equiv T/T_{c0} \ll 1$ функція $R_C(t)$ має наближений вигляд (див. формулу (17) з огляду [174])

$$R_C(t) \approx 3.353 \cdot t^2, \tag{4.81}$$

який справедливий фактично в граничному випадку при $t \to 0$ і є наслідком формул (4.59) і (4.25) (тут вище). *З урахуванням знайденої автором поправки* (4.60) ця *формула* (4.81) *набуває тепер наступний уточнений вигляд* (при $0 < t \ll 1$):

$$R_C(t) \approx \frac{7\pi^2}{5} \cdot \frac{t^2}{(2.02931921)^2} \cdot \left[1 + \frac{155 \cdot \pi^2}{147} \cdot \frac{t^2}{(2.02931921)^2}\right]. \tag{4.82}$$

4.8.1. Висновки з результатів розділу 4

Цей розділ засновано на статтях автора [487], [153] і публікаціях у матеріалах міжнародних конференцій [488], [490]).

З результатів цього розділу можна зробити наступні **основні висновки:**

1. Температурна залежність енергетичної щілини надплинної рідини типу ^{3}He $-$ A поблизу $T = 0$ і в околі $T_{c0}(n)$ (при $H = 0$) визначається тільки симетрією параметра порядку і не залежить від природи взаємодій, які призводять до спін-триплетного куперівського спарювання в системі. Але залежності від густини для ФП температур $T_{c0,\mathrm{BSk}}(E_c; y)$ і для енергетичної щілини в ННМ з узагальненими BSk силами Скірма (демонструють немонотонний — «дзвіноподібний» — профіль залежності від густини) істотно відрізняються (і якісно і кількісно) від відповідних величин в надплинній фазі ^{3}He$-A$ рідкого гелію 3.

2. Автором отримано наближені аналітичні формули для питомої теплоємності ННМ (і НФР) з триплетним анізотропним p–спарюванням типу ^{3}He$-A$, які справедливі при температурах $0 < T \ll T_{c0}(n)$ і $|T - T_{c0}(n)| \ll T_{c0}(n)$. *Встановлено, що характер залежності питомої теплоємності від температури T в надплинній фазі* (при $0 < T < T_{c0}(n)$) *не залежить від типу взаємодії між ферміонами* (для нейтронів в ННМ — не залежить від параметризації сил Скірма, а для атомів ^{3}He в разі надплинного ^{3}He$-A$ або для електронів в разі надпровідників з незвичайним анізотропним куперівським спарюванням типу ^{3}He $-$ A — не залежить від конкретного виду міжчастинкової взаємодії). Тобто степенева температурна залежність питомої теплоємності ННМ (і НФР) визначається типом анізотропного куперівського спарювання ферміонів.

3. Отримана автором *уточнена аналітична формула для питомої теплоємності ННМ (і НФР) містить додаткову поправку* $\sim T^5$, яка може досягати за величиною кількох % порівняно з відомим головним доданком $\sim T^3$ *на інтервалі зміни температури* $0 < T \ll T_{c0}(n)$.

4. Показано, що залежність питомої теплоємності $C_{SNM(SFL)}(T, n)$ від густини числа частинок n істотно різниться для різних НФР (або для ННМ з різними узагальненими параметризаціями сил Скірма, наприклад) і визначається параметрами взаємодії.

РОЗДІЛ 5

НАДПЛИННІСТЬ НЕЙТРОННОЇ МАТЕРІЇ З УЗАГАЛЬНЕНИМИ СИЛАМИ СКІРМА І ТРИПЛЕТНИМ СПАРЮВАННЯМ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

В цьому розділі, який засновано на статтях автора [482, 483], [485], [152] (а також на публікаціях в матеріалах міжнародних конференцій [474], [476–481], [484], [486], [489]), досліджуємо аналітичними і чисельними методами рівноважні властивості просторово однорідної густої надплинної нейтронної матерії (ННМ) з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ в сильному магнітному полі при температурах, як в околі температури фазового переходу $T_{c0}(n)$ з нормальної в надплинну фазу (індекс 0 означає, що $H=0$), так і поблизу від $T=0$. При цьому в якості взаємодії між нейтронами в ННМ будемо використовувати (як і в попередньому розділі) *узагальнені сили Скірма* (див., наприклад, [250], [298, 299], [280] і ін.), які містять три доданки, що залежать від густини.

5.1. Вступ

Порівняно недавно за допомогою космічної орбітальної рентгенівської обсерваторії НАСА (названої «Чандра» в честь відомого фізика – теоретика і астрофізика С. Чандрасекара; див., наприклад, його роботи [254–257]) в сузір'ї Кассіопея було відкрито незвично швидке охолодження нейтронної зірки (НЗ) в залишку наднової (який називається «Кассіопея А» (Cas A) в науковій астрофізичній літературі). Ця НЗ є наймолодшою (вік її близько 340 років) з відомих в теперішній час численних нейтронних зірок в нашій Галактиці «Чумацький Шлях». Це відкриття привернуло велику увагу фахів-

ців (див., наприклад, [319], [312], [390, 391], [437], [172], [224, 225], [428, 429], [270] і посилання там). Деякі автори [390, 391], [437], [172] пояснюють таке швидке охолодження НЗ в Кассіопеї А протягом останніх років (з серпня 1999 року, коли обсерваторія «Чандра» виявила точкове джерело рентгенівського випромінювання в Кассіопеї А, до 2010 р.) завдяки існуванню саме спін-триплетної надплинності нейтронів всередині зовнішньої рідкої частини ядра великої густини в цій НЗ. Але в той же час і альтернативні пояснення спостережуваного швидкого охолодження НЗ в Кассіопеї А були також запропоновані (див., наприклад, [224, 225], [428, 429] і обговорення [224] в [172], [391]). Зауважимо, що НЗ в Кассіопеї А є першою нейтронною зіркою, чиє охолодження спостерігається в режимі реального часу [437], [172].

Це відкриття відродило інтерес до проблеми правильного (коректного) теоретичного опису спін-триплетної надплинності нейтронів в ядрах (серцевинах) нейтронних зірок і, зокрема, в густої нейтронної матерії в рамках різних альтернативних теоретичних методів. У цьому розділі будемо використовувати узагальнений фермі-рідинний підхід, який вже застосовувався автором в попередніх розділах, для опису густої надплинної нейтронної матерії з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням при наявності постійного і просторово однорідного «помірно» сильного магнітного поля H (для H має виконуватися нерівність виду (3.61)). Раніше, в розділі 3 дисертації, використовувалися три параметризації, а саме, SLy2 [448], Gs [287] і RATP [410] традиційних сил Скірма (див. (3.2) тільки з одним членом, що залежить від густини n числа частинок, але з різними значеннями показника степені цієї залежності) для опису властивостей густої ННМ і це призвело до виникнення розбіжностей різних величин в ННМ і, зокрема, до феромагнітної нестійкості, що проявилася в розбіжності магнітної сприйнятливості для кожної з цих параметризацій при досягненні певних критичних значень густини (див. Рис. 3.17–3.19) в підрозділі 3.5 і див. також (A.31) в Додатку А). У цьому розділі будемо використовувати головним чином узагальнені параметризації BSk18 [250], BSk19, BSk20, BSk21 [298] (результати, отримані в

цьому розділі для магнітних сприйнятливостей в ННМ з цими узагальненими параметризаціями сил Скірма, порівняємо з аналогічними результатами для згаданих параметризацій SLy2, Gs, RATP, а також для BSk17 параметризації [297] традиційних сил Скірма). При цьому отримаємо в підсумку, що феромагнітні нестійкості і розбіжність інших величин (див. (A.32) в Додатку A) зникають в густій ННМ з узагальненими силами Скірма.

Разом з тим відзначимо, що не всі зі згаданих узагальнених параметризацій сил Скірма однаково хороші для коректного опису властивостей ядерної та нейтронної матерії при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини. Виявилося, що узагальнені BSk20 і BSk21 сили Скірма [298] (а також BSk24 і ряд інших параметризацій [299]) більш придатні (ніж, наприклад, BSk19 параметризація) для опису фізики нейтронних зірок, так як призводять до більш «жорстких» рівнянь стану нейтронної матерії (тобто відповідають більш сильному відштовхуванню між нейтронами на малих відстанях), які допускають існування нейтронних зірок з масами що перевищують подвоєну масу Сонця $M_\odot$ (без колапсу в чорну діру). Тобто, це означає, що узагальнені BSk20 і BSk21 сили Скірма узгоджуються (див., більш детально в [251, 252]) з існуванням недавно відкритих масивних пульсарів PSR J1614-2230 [267] і PSR J0348-0432 [194], маси яких вдалося виміряти досить точно за астрофізичними мірками і вони становлять відповідно $(1.97 \pm 0.04)M_\odot$ і $(2.01 \pm 0.04)M_\odot$. На відміну від цього використання параметризації BSk19 [298] призводить до занадто «м'якого» рівняння стану нейтронної матерії (при над'ядерних значеннях густини), для якого максимально допустима маса нейтронної зірки (без колапсу в чорну діру) помітно менше мас кожного з цих двох реальних масивних пульсарів. Тому BSk19 (хоча і може застосовуватися для опису властивостей атомних ядер) слід усе ж таки виключити зі списку узагальнених параметризацій, придатних для опису властивостей нейтронних зірок (див., наприклад, [251, 252], а також оглядову статтю [273] з аналізом різних параметризацій сил Скірма).

Отримані автором раніше загальні інтегральні рівняння для компонент

параметра порядку (3.22) і ефективного магнітного поля (3.18) в ННМ, а також формули (3.23) (справедливі для довільної традиційної параметризації ефективної взаємодії Скірма (3.2) в нейтронної матерії) для температур фазового переходу (ФП) $T_{c1,2}(n,H)$ (які є функціями густини n і магнітного поля H) модифікуються в цьому розділі для *узагальнених* сил Скірма і конкретизуються потім для BSk18 і BSk20 параметризацій при суб'ядерних і над'ядерних значень густини з інтервалу зміни $0.1\cdot n_0 < n < 3.0\cdot n_0$, де $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ — ядерна густина числа частинок (нейтронів). Крім того, отримаємо тут математичні вирази і побудуємо графіки для температур ФП нейтронної матерії (НМ) з нормального в анізотропні надплинні стани зі спін-триплетним p–спарюванням за відсутності магнітного поля, $T_{c0,BSk18}(n)$, $T_{c0,BSk19}(n)$ і $T_{c0,BSk20}(n)$, а також $T_{c1,2}(n,H)$ в сильних магнітних полях (які відповідно до оцінки (3.61) можуть досягати значень 10^{17} Гс або навіть більше того, як, мабуть, має місце всередині рідкої зовнішньої частини ядра магнетарів (magnetars) — сильно намагнічених нейтронних зірок, які проявляють себе як аномальні рентгенівські пульсари (anomalous X-ray pulsars — AXP) і як джерела повторюваного м'якого гамма-випромінювання (soft gamma-ray repeaters — SGR); див., наприклад, [272], [494–496], [522, 523], [336], [368, 369] і посилання там).

Ці дослідження автора можуть бути важливі в зв'язку з вивченням надплинних властивостей нейтронів в зовнішньому шарі ядра (серцевини) особливого різновиду одиночних (ізольованих) магнетарів, що мають сильні магнітні поля і які повільно обертаються (їх періоди обертання складають кілька секунд [98]). При цьому використання в якості взаємодії між нейтронами узагальнених сил Скірма [250], [298, 299], [280], які містять три доданки (замість одного), що залежать від густини числа частинок n нейтронної матерії, дозволяє більш адекватно описувати взаємодію в густої нейтронної речовині і, зокрема, враховувати багаточастинкові взаємодії нейтронів. На відміну від цього в рідкому ^{3}He роль багаточастинкових (зокрема, трехчастинкових) взаємодій між атомами ^{3}He є менш суттєвою і зазвичай не враховується.

В цьому розділі вивчаємо два граничних випадки: 1) коли $T \lesssim T_{c0}$ і $H \lesssim 10^{17}$ Гс, а також 2) при $T = 0$ за наявності «помірно» сильних магнітних полів (див. (3.61)), що змінюються в інтервалі значень 10^{16} Гс $\leq H \leq 10^{17}$ Гс.

Як вже зазначалося вище, використовуємо тут фермі-рідинний підхід, узагальнений на надплинні системи. Вперше цей підхід в узагальненій для надплинних систем формі було запропоновано С.В. Пелетминським (див. огляди [15], [180], а також главу 2 в монографії [76] і посилання наведені там). В роботі [14] цей же теоретичний метод був застосований до опису властивостей симетричної ядерної матерії (без урахування магнітного поля) і з використанням в якості взаємодії звичайних («традиційних») сил Скірма, які містять лише один доданок, що залежить від густини (див., наприклад, [410], монографії [21], [80], статтю [173] і посилання там).

Надалі при розгляді другого граничного випадку нульової температури ($T = 0$) для визначеності обмежимося вивченням ННМ тільки з BSk21 узагальненою параметризацією сил Скірма (для параметризації BSk24, згаданої вище, результати будуть якісно подібні і близькі в кількісному вираженні, що ясно з порівняння між собою графіків для енергій Фермі $\varepsilon_{F,BSk21}(n)$ і $\varepsilon_{F,BSk24}(n)$, див. Рис. 4.1, а також графіків для температур фазового переходу НМ в триплетний надплинний стан $T_{c0,BSk21}(n)$ і $T_{c0,BSk24}(n)$, див. Рис. 4.2 і Рис. 4.3. Спочатку перетворимо нелінійні інтегральні рівняння (3.22) для компонент анізотропного параметра порядку ННМ (типу $^3\mathrm{He} - A$) в магнітному полі до іншого більш зручного для чисельного рішення виду. Далі, так як знаходження з достатньою точністю наближених розв'язків нелінійних інтегральних рівнянь в аналітичному вигляді являє собою досить значні труднощі з математичної точки зору, ми тут чисельно розв'яжемо ці нелінійні інтегральні рівняння при трьох фіксованих значеннях густини НМ, а саме, при $n = 0.3n_0$, $n = 0.6n_0$ і $n = n_0$ (тобто при суб'ядерних і ядерної значеннях густини нейтронної матерії). Будуть обчислені величини розщеплення компонент анізотропного параметра порядку (ПП) для кожної з цих густин при трьох значеннях помірно сильного магнітного поля з інтервалу зміни 10^{16}Гс

$\leq H \leq 10^{17}$ Гс (а саме, при $H = 10^{16}$ Гс, $H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс і $H = 10^{17}$ Гс) і представлені результати для наочності у вигляді графіків і таблиць. У заключному підрозділі цієї глави будуть проаналізовані результати розрахунків і сформульовані наступні (що випливають) з них основні висновки.

5.2. Загальні рівняння для ЕМП і ПП в густій ННМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів в сильному магнітному полі

Раніше в підрозділі 3.2 наведено виведення загальних нелінійних інтегральних рівнянь (3.18) для ефективного магнітного поля і (3.22) для компонент параметра порядку виду (3.1) в густої надплинної нейтронної матерії з анізотропним спін – триплетним p–спарюванням нейтронів (і спин і орбітальний момент куперівських пар рівні 1) подібним спарюванню в надплинних фазах $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. При цьому передбачалась наявність просторово однорідного «помірно» сильного магнітного поля H (що задовольняє нерівності (3.61) — це пояснювалося вже в підрозділі 3.6) і в якості сильної взаємодії між нейтронами ми вибрали ефективну взаємодію Скірма загального вигляду (3.2) *довільної параметризації* в традиційній формі, яка містить тільки один доданок, що залежить від густини n числа нейтронів.

Далі, в наступному розділі 4 було розглянуто випадок просторово однорідної надплинної НМ з триплетним анізотропним p–спарюванням (типу $^3\mathrm{He} - A$) нейтронів в стані статистичної рівноваги при скінченних температурах з інтервалу зміни $0 < T < T_{\mathrm{c0}}(n)$, але за відсутності магнітного поля (тобто при $H = 0$). При цьому в якості взаємодії між нейтронами було вибрано ефективну взаємодію Скірма виду (3.2) *довільної параметризації*, але вже в узагальненій (вдосконаленої нетрадиційної) формі, яка містить не одне, а відразу три доданки, що залежать від густини n числа нейтронів, причому в загальному випадку — з різними показниками степеневої залежності цих доданків від густини n.

Тепер, після цих коротких зауважень, і відповідно до плану досліджень, намічених вище у вступі до цієї глави, для зручності подальшого викладення випишемо тут ще раз відразу всі разом *узагальнені параметри сил Скірма* (які вже виписувалися раніше в різних місцях з відповідними поясненнями, див. (4.2), (4.4) і після (3.18)):

$$t_0' = t_0 \cdot (1 - x_0), \quad t_3' = t_3 \cdot (1 - x_3), \tag{5.1}$$

$$t_1'(n) = t_1 \cdot (1 - x_1) + t_4 \cdot (1 - x_4) \cdot n^{\beta}, \tag{5.2}$$

$$t_2'(n) = t_2 \cdot (1 + x_2) + t_5 \cdot (1 + x_5) \cdot n^{\gamma}, \tag{5.3}$$

причому ще один параметр сил Скірма, а саме, α тепер задовольняє наступним нерівностям: $1/12 \leq \alpha \leq 1/3$ (пор. після (3.18) для традиційних параметризацій сил Скірма були дещо інші нерівності, а саме: $1/6 \leq \alpha \leq 1/3$). Важливо відзначити тут ще раз, що в порівнянні з традиційними силами Скірма для узагальнених сил Скірма [250], [298] були введені нові додаткові параметри t_4, t_5, x_4, x_5, а також додаткові показники степені β і γ в залежності від густини n. Інакше кажучи, *щоб отримати явний вираз для узагальнених сил Скірма необхідно у відомій формулі (3.2) для традиційних сил Скірма замінити параметри* $t_1 \cdot (1 - x_1)$ і $t_2 \cdot (1 + x_2)$ на $t_1'(n)$ і $t_2'(n)$ *відповідно до формул (5.2) і (5.3)* (див. детальне обговорення і обгрунтування цієї процедури в оригінальній статті [250], в якій вперше була введена перша з серії узагальнених — параметризація BSk18).

Після введення узагальнених параметрів Скірма випишемо загальне нелінійне інтегральне рівняння для ефективного магнітного поля, яке зовні по формі не відрізняється від рівняння (3.18) (воно виведено в підрозділі 3.2 для довільної параметризації сил Скірма) і має наступний вигляд [482–485]:

$$\xi(p) = -\mu_{\mathrm{n}} H + (r + sp^2) K_2(\xi) + s K_4(\xi). \tag{5.4}$$

Тут коефіцієнт r в разі узагальнених параметрів Скірма (5.1) не змінився

порівняно з його видом для традиційних параметризацій Скірма (так як виражається тільки через такі ж параметри t'_0, t'_3 і α):

$$r = t'_0 + \frac{t'_3}{6} \cdot n^{\alpha}. \tag{5.5}$$

Але *коефіцієнт* s, будучи подібним по формі з випадком традиційних сил Скірма (див. після (3.18)), тепер *для узагальнених сил Скірма набув якісно нову відмітну властивість — він став залежати від густини* $n \equiv yn_0$ *нейтронної матерії*, а саме:

$$s = \frac{t'_1(n) - t'_2(n)}{4\hbar^2}, \tag{5.6}$$

де $t'_1(n)$ і $t'_2(n)$ визначаються узагальненими формулами (5.2) і (5.3).
Функціонали $K_\sigma(\xi)$ $(\sigma = 2, 4)$ в узагальненому рівнянні (5.4) мають в точності такий же зовнішній вигляд, як і (3.19) (в рівнянні (3.18)), а також подальша формула (3.20) не змінюється — тому ми тут повторно їх виписувати не будемо. Однак формулу (3.21) для енергії квазічастинок (нейтронів) необхідно привести тут ще раз (так як в ній міститься важлива відмінність від випадку традиційних сил Скірма), а саме:

$$E_{\pm}(q, x^2) = \sqrt{q^2\Delta^2_{\uparrow(\downarrow)} \cdot (1 - x^2) + (z(q) \pm \xi(q))^2}, \tag{5.7}$$

де $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}$ — компоненти параметру порядка виду (3.1) і $z(q) = q^2/2m^*_{\rm n} - \mu$. Тут $m^*_{\rm n}(n)$ — ефективна маса нейтрона, яка тепер для узагальнених параметризацій сил Скірма залежить від густини у відповідності з формулою (4.5) замість формули (3.30), яку використовували раніше для традиційних сил Скірма (в розділі 3); μ — хімічний потенціал, який, як відомо з статистичної фізики (див., наприклад, [91], [97]), містить квадратичні поправки по температурі і магнітному полю, але вони малі в ННМ при низьких температурах $0 < T < T_{c0}(n) \ll \varepsilon_F(n)$ (так як мало відношення $(T/\varepsilon_F)^2 \ll 1$) і навіть для «помірно» сильних магнітних полів $((|\mu_n| \cdot H/\varepsilon_F)^2 \ll 1$ в силу нерівностей (3.61)) і тому наближено замінюємо хімпотенціал енергією Фермі $\varepsilon_{F,Skyrme}(n)$ нейтронної матерії (пор. з аналогічною формулою (4.6) при $H = 0$ вище).

Тепер випишемо *узагальнені* нелінійні інтегральні рівняння для компонент параметра порядку, які зовні за формою не відрізняються від рівнянь (3.22) (вони виведені в підрозділі 3.2 для довільної параметризації сил Скірма) і мають такий вигляд [482–485]:

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T,\xi)=-\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T,\xi)\frac{c_3(n)}{8\pi^2\hbar^3}\cdot\int_{p_{\min}}^{p_{\max}}\mathrm{d}qq^4\int_0^1\mathrm{d}x(1-x^2)\frac{\tanh(E_{\pm}(q,x^2)/2T)}{E_{\pm}(q,x^2)},\tag{5.8}$$

($p_{\max}>p_{\mathrm{F}}$, $p_{\min}<p_{\mathrm{F}}$, $(p_{\max}-p_{\min})/p_{\mathrm{F}}<1$ и p_{F} — імпульс Фермі). Важливо відзначити, що тут (в *узагальнених* рівняннях (5.8)) $c_3(n)\equiv t_2'(n)/\hbar^2<0$ — «константа» взаємодії, що приводить до спін – триплетного p–спарювання нейтронів, яка виражається через *узагальнені параметри* взаємодії Скірма, що залежать від густини n згідно з формулою (5.3) (пор. з аналогічним *узагальненим* рівнянням (4.1), де розглядався окремий випадок ННМ за відсутності магнітного поля, коли $H=0$). На відміну від цього в рівняння (3.22) для традиційних сил Скірма входить загальний множник $c_3\equiv t_2\cdot(1+x_2)/\hbar^2<0$ (див. [473], [475]), який не залежить від густини n ННМ. Зауважимо для визначеності, що тут (як і в (3.22)) ми розглядаємо модель куперівського спарювання в шарі симетричному щодо сфери Фермі, тобто $p_{\max}-p_{\mathrm{F}}=p_{\mathrm{F}}-p_{\min}$.

Ця система нелінійних інтегральних рівнянь (5.4) і (5.8) для ефективного магнітного поля (ЕМП) і компонент параметра порядку (ПП) дає нам можливість описувати термодинаміку надплинних неунітарних фаз типу $^3\mathrm{He}-A_{1,2}$ в густої нейтронної матерії з узагальненими силами Скірма (введеними в [250], [298]) і зі спін – триплетним p–спарюванням нейтронів в постійному просторово однорідному «помірно» сильному магнітному полі (що задовольняє нерівностям виду (3.61)) при довільних температурах з інтервалу зміни $0\leq T\leq T_{\mathrm{c}}(H)$. У загальному випадку ці нелінійні рівняння не можуть бути розв'язані аналітично і тому необхідно використовувати чисельні методи для їх розв'язування. Але можна розв'язати рівняння (5.4) і (5.8), використовуючи аналітичні методи, в граничних випадках: 1) коли температура ($T\lesssim T_{\mathrm{c0}}(n)$) поблизу температури фазового переходу $T_{\mathrm{c0}}(n)$ густої нейтрон-

ної матерії в надплинний стан і 2) при нульовій температурі. Вивченню цих граничних випадків присвячені наступні підрозділи.

5.3. Розв'язки рівнянь для ПП і ЕМП в густій надплинній НМ з узагальненими силами Скірма при температурах поблизу $T_{\rm c0}$

Формули (5.7), (5.8) містять ефективну масу нейтрона $m^*_{\rm n}(n)$, що залежить від густини $n \equiv y \cdot n_0$ нейтронної матерії згідно *узагальненої* формули (4.5), яка набуває конкретного явного вигляду для кожної параметризації Скірма. Для нейтронної матерії з узагальненими BSk21 і BSk24 (див. [298] і [299]) параметризаціями сил Скірма вже були виписані в попередньому розділі явні формули для ефективної маси нейтрона $m^*_{\rm n,BSk21}(y)$ і $m^*_{\rm n,BSk24}(y)$ (див. (4.31) і (4.32)), для енергії Фермі $\varepsilon_{\rm F,BSk21}(y)$ і $\varepsilon_{\rm F,BSk24}(y)$ (див. (4.33) і (4.34)) і для температури фазового переходу (ФП) нейтронної матерії $T_{\rm c0,BSk21}(E_{\rm c}; y)$ і $T_{\rm c0,BSk24}(E_{\rm c}; y)$ (див. (4.35) і (4.36)) з нормального в надплинний стан з анізотропним спін – триплетним p–спарюванням типу $^3{\rm He} - A$ за відсутності магнітного поля (при $H = 0$). Тепер випишемо тут аналогічні явні формули для таких же функцій (вони нам знадобляться нижче в цьому і наступному підрозділах) для нейтронної матерії з узагальненими BSk18 і BSk19, BSk20 параметризаціями сил Скірма (див. конкретні числові значення узагальнених параметрів Скірма BSk18 і BSk19, BSk20 з Табл. A.3, складеної на основі даних з оригінальних статей [250] і [298]). Ці явні вирази отримані автором в [482] і [485] відповідно (див. також [487]). А саме, виходячи із загальної формули (4.5), отримаємо відповідні вирази для ефективної маси нейтрона в нейтронної матерії:

$$m^*_{\rm n,BSk18}(y) \approx \frac{m}{1 + 0.253920 \cdot y}, \tag{5.9}$$

$$m^*_{\rm n,BSk19}(y) \approx \frac{m}{1 + y \cdot (2.8650099 y^{1/12} - 0.238482 y^{1/3} - 2.775669)}, \tag{5.10}$$

$$m^*_{\rm n,BSk20}(y) \approx \frac{m}{1 + y \cdot (3.18344 y^{1/12} - 0.305158 y^{1/6} - 2.90372)}, \tag{5.11}$$

де $m \approx (m_{\rm p}+m_{\rm n})/2 \approx 938.919$ МеВ$/c^2$ — середня величина маси вільних нуклонів. Вирази для енергії Фермі нейтронної матерії з узагальненими BSk18 і BSk19, BSk20 силами Скірма мають з урахуванням (5.9), (5.10), (5.11) наступний явний вигляд:

$$\varepsilon_{\rm F,BSk18}(y) \approx y^{2/3}\cdot(1+0.253920\cdot y)\cdot 60.902\ ({\rm MeB}), \tag{5.12}$$

$$\varepsilon_{\rm F,BSk19}(y) \approx y^{2/3}\cdot[1+y\cdot(2.8650099y^{1/12}-0.238482y^{1/3}-2.775669)]\cdot 60.902\ ({\rm MeB}), \tag{5.13}$$

$$\varepsilon_{\rm F,BSk20}(y) \approx y^{2/3}\cdot[1+y\cdot(3.18344y^{1/12}-0.305158y^{1/6}-2.90372)]\cdot 60.902\ ({\rm MeB}), \tag{5.14}$$

За відсутності магнітного поля ($H=0$) два рівняння (5.8) для компонент параметра порядку зводяться до одного рівняння для щілини в енергетичному спектрі квазічастинок (нейтронів) в ННМ (див. більш докладні аналогічні пояснення в попередньому розділі в зв'язку з виведенням загальної формули (4.24) для функції $T_{\rm c0,Skyrme}(E_{\rm c};y)$ для довільної параметризації сил Скірма і пор. з формулою (4.35) для $T_{\rm c0,BSk21}(E_{\rm c};y)$). В результаті ми отримали аналогічним чином такі вирази для ФП температур густої нейтронної матерії (з BSk18 і BSk19, BSk20 узагальненими параметризаціями сил Скірма) з нормального в надплинний стан (тобто в ННМ) з анізотропним спін – триплетним спарюванням типу $^3{\rm He}-A$:

$$T_{\rm c0,BSk18}(E_{\rm c};y) \approx \frac{2\gamma}{\pi}\cdot E_{\rm c}\cdot\exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm F,BSk18}(y)}\right)^2+\frac{3}{512}\left(\frac{E_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm F,BSk18}(y)}\right)^4\right]\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1+0.253920\cdot y}{y\cdot(0.139400y-0.389652)}\right]\ ({\rm MeB}), \tag{5.15}$$

$$T_{\rm c0,BSk19}(E_{\rm c};y) \approx \frac{2\gamma}{\pi}\cdot E_{\rm c}\cdot\exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm F,BSk19}(y)}\right)^2+\frac{3}{512}\left(\frac{E_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm F,BSk19}(y)}\right)^4\right]\times$$

$$\times \exp\left[\frac{1+y\cdot(2.8650099y^{1/12}-0.238482y^{1/3}-2.775669)}{y\cdot(1.910066y^{1/12}-2.163878)}\right]\ (\text{МеВ}), \qquad (5.16)$$

$$T_{\text{c0,BSk20}}(E_{\text{c}};y)\approx\frac{2\gamma}{\pi}\cdot E_{\text{c}}\cdot\exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_{\text{c}}}{\varepsilon_{\text{F,BSk20}}(y)}\right)^2+\frac{3}{512}\left(\frac{E_{\text{c}}}{\varepsilon_{\text{F,BSk20}}(y)}\right)^4\right]\times$$

$$\times \exp\left[\frac{1+y\cdot(3.18344y^{1/12}-0.305158y^{1/6}-2.90372)}{y\cdot(2.12230y^{1/12}-2.35266)}\right]\ (\text{МеВ}), \qquad (5.17)$$

(тут E_{c} — енергія обрізання, яка менше енергії Фермі: $E_{\text{c}}<\varepsilon_{\text{F,BSk18}}(y)$, $E_{\text{c}}<\varepsilon_{\text{F,BSk19}}(y)$ і $E_{\text{c}}<\varepsilon_{\text{F,BSk20}}(y)$).

Тепер випишемо *загальні справедливі для довільної параметризації сил Скірма* остаточні вирази (отримані з формул (3.23), детальне виведення яких з рівнянь (3.18) і (3.22) (або з еквівалентних їм по формі *узагальнених* рівнянь (5.4) і (5.8)) наведено в Додатку А) для температур $T_{\text{c1}}(E_{\text{c}};H,y)$ і $T_{\text{c2}}(E_{\text{c}};H,y)$ фазових переходів густої нейтронної матерії в «помірно» сильному магнітному полі H (що задовольняє нерівностям (3.61)) в надплинний стан типу $^3\text{He}-A_1$ і потім в надплинний стан типу $^3\text{He}-A_2$ відповідно:

$$T_{\text{c1,2}}(E_{\text{c}};H,y)\approx T_{\text{c0}}(E_{\text{c}};y)\Bigg\{1\mp\frac{Z\cdot 0.60308}{\varepsilon_{\text{F}}(y)\cdot I_0(E_{\text{c}};y)}\times$$

$$\times\big[A_{\text{c0}}(E_{\text{c}};y)\cdot I_{\text{A}}(E_{\text{c}};y)+B_{\text{c0}}(E_{\text{c}};y)\cdot I_{\text{B}}(E_{\text{c}};y)\big]\Bigg\}\ (\text{МеВ}), \qquad (5.18)$$

де верхній знак "$-$" відповідає ФП температурі $T_{\text{c1}}(E_{\text{c}};H,y)$, а нижній знак "$+$" — ФП температурі $T_{\text{c2}}(E_{\text{c}};H,y)$. Ми ввели тут змінну Z, визначену згідно з формулою: $H\equiv Z\cdot 10^{17}$ Гс, так що $|\mu_{\text{n}}|\cdot H\approx Z\cdot 0.60308$ (МеВ) $\ll E_{\text{c}}$ (де врахували, що $\mu_n\approx -0.60308\times 10^{-17}$ МеВ/Гс — магнітний дипольний момент нейтрона [414]; пор. після (3.15)). Зауважимо також, що інтеграли $I_0(E_{\text{c}};y)$, $I_{\text{A}}(E_{\text{c}};y)$, $I_{\text{B}}(E_{\text{c}};y)$ і функції $A_{\text{c0}}(E_{\text{c}};y)$, $B_{\text{c0}}(E_{\text{c}};y)$ в (5.18) мають точно такий же вигляд (3.26), (3.37), (3.38) і (А.17), (А.18) (з урахуванням (А.19) і

наступних формул (A.20)–(A.26), див. в Додатку А), справедливий для всіх параметризацій Скірма, але з параметром обрізання другого типу (див. про вибір параметра обрізання докладніше після формули (3.23) в підрозділі 3.3): $a \equiv E_{\rm c}/\varepsilon_{\rm F}(y) < 1$.

Тепер, для визначеності, виберемо конкретне числове значення енергії обрізання: $E_{\rm c} = 10$ МеВ (так, що $E_{\rm c} < \varepsilon_{\rm F,BSk18}(y)$ і $E_{\rm c} < \varepsilon_{\rm F,BSk20}(y)$) і побудуємо графіки для температур ФП (5.15), (5.17) і (5.18) (для BSk18 при $H = 10^{17}$Гс, тобто при $Z = 1$, — див. Рис. 5.1, і на інтервалі зміни магнітного поля $0 < H < 10^{17}$Гс — див. Рис. 5.2; а також для BSk20 при $H = 2 \cdot 10^{17}$Гс, тобто при $Z = 2$, — див. Рис. 5.3, і на интервалі зміни магнітного поля $0 < H < 2 \cdot 10^{17}$Гс — див. Рис. 5.4) для нейтронної матерії при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини з інтервалу $0.1 \cdot n_0 < n < 3.0 \cdot n_0 < n_{\rm c}(BSk20) \approx 3.44 \cdot n_0$ (при критичному значенні густини $n_{\rm c}(BSk20)$ триплетна надплинність нейтронів зникає, $T_{\rm c0,BSk20}(E_{\rm c}; y_{\rm c}) = 0$). Графіки для для випадку узагальнених параметризацій BSk19 і BSk21 сил Скірма (в нейтронної матерії) якісно подібні Рис. 5.1 і Рис. 5.2 для BSk18, а також Рис. 5.3 і Рис. 5.4 для BSk20, але відрізняються від них в кількісному відношенні. Див. також Рис. 5.5, де наочно порівнюються між собою температури фазових переходів $T_{\rm c0,BSk}(E_{\rm c}; y)$ за відсутності магнітного поля (при $H = 0$) для різних BSk18 – BSk21 параметризацій узагальнених сил Скірма в нейтронної матерії.

Відзначимо також, що подібно розгляду, викладеному вище в розділі 3 [475], можемо використовувати інший спосіб обрізання меж в інтегралах. А саме, можна вибрати більш простий параметр (*першого типу*) $a \equiv \varepsilon_{\rm max}/\varepsilon_{\rm F} - 1 = const < 1$, який не залежить від густини на відміну від попереднього визначення (*другого типу*) для $a(y) \equiv E_{\rm c}/\varepsilon_{\rm F}(y) < 1$, і встановити взаємно однозначну відповідність між цими параметрами обрізання $E_{\rm c}$ і $a = const < 1$, якщо поставити вимогу, щоб виконувалася умова:

$$\max(T_{\rm c0,Skyrme}(E_{\rm c}; y)) = \max(T_{\rm c0,Skyrme}(a; y)). \tag{5.19}$$

Тоді отримаємо подібні результати для температур фазових переходів в ней-

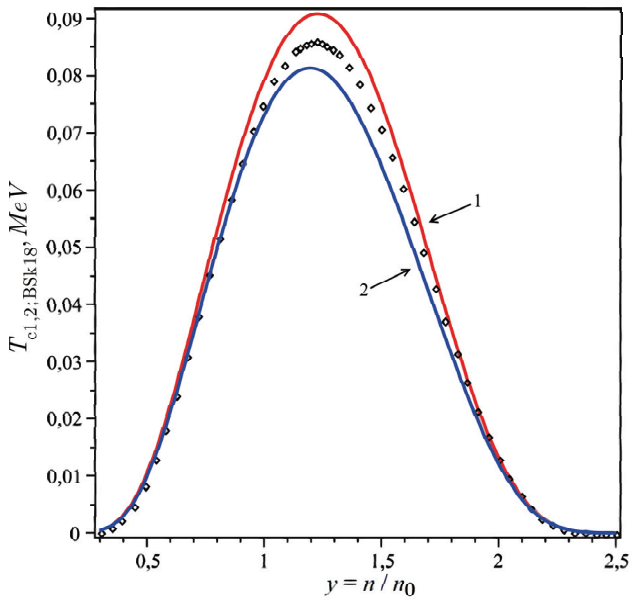


Рис. 5.1: Температури ФП (5.15) і (5.18) для узагальненої параметризації BSk18 сил Скірма при $E_c = 10$MeB і $H = 10^{17}$Гс (при $Z = 1$): $T_{c1;BSk18}(10; Z = 1, y)$ – крива 1; $T_{c0;BSk18}(10; y)$ - крива з окремих «точок» (при $Z = 0$); $T_{c2;BSk18}(10; Z = 1, y)$ - крива 2.

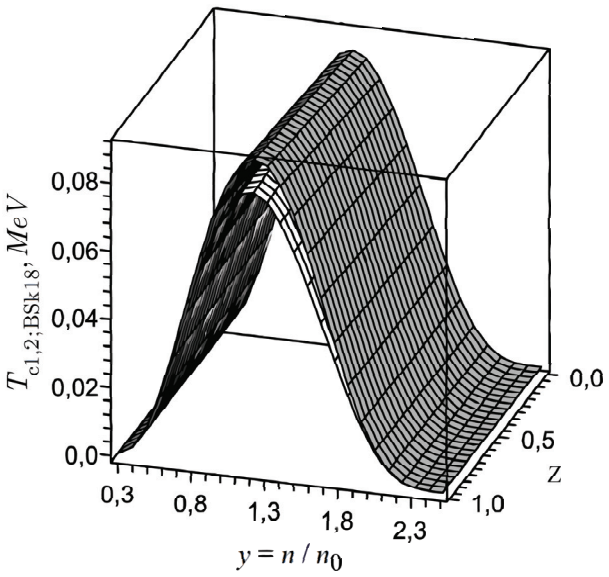


Рис. 5.2: Температури ФП (5.18) для узагальненої параметризації BSk18 сил Скірма при $E_c = 10$ MeB і $0 < H < 10^{17}$Гс: $T_{c1;BSk18}(10; Z, y) > T_{c2;BSk18}(10; Z, y)$.

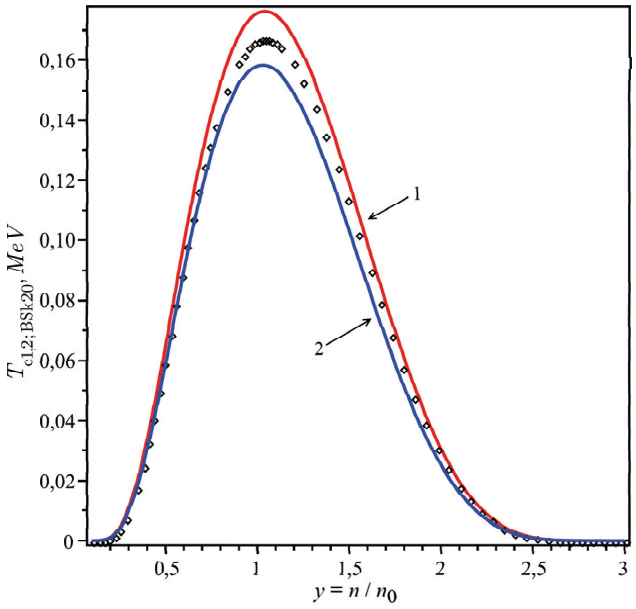


Рис. 5.3: Температури ФП (5.17) і (5.18) для BSk20 при $E_c = 10$МеВ і $H = 2 \cdot 10^{17}$Гс (при $Z = 2$): $T_{c1;BSk20}(10; Z = 2, y)$ – крива 1; $T_{c0;BSk20}(10; y)$ – крива з окремих «точок» (при $Z = 0$); $T_{c2;BSk20}(10; Z = 2, y)$ – крива 2.

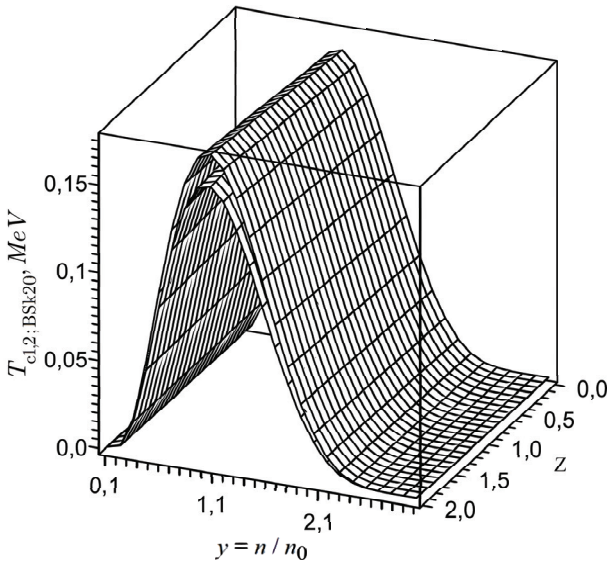


Рис. 5.4: Температури ФП (5.18) для узагальненої параметризації BSk20 сил Скірма при $E_c = 10$ МеВ і $0 < H < 2 \cdot 10^{17}$Гс: $T_{c1;BSk20}(10; Z, y) > T_{c2;BSk20}(10; Z, y)$.

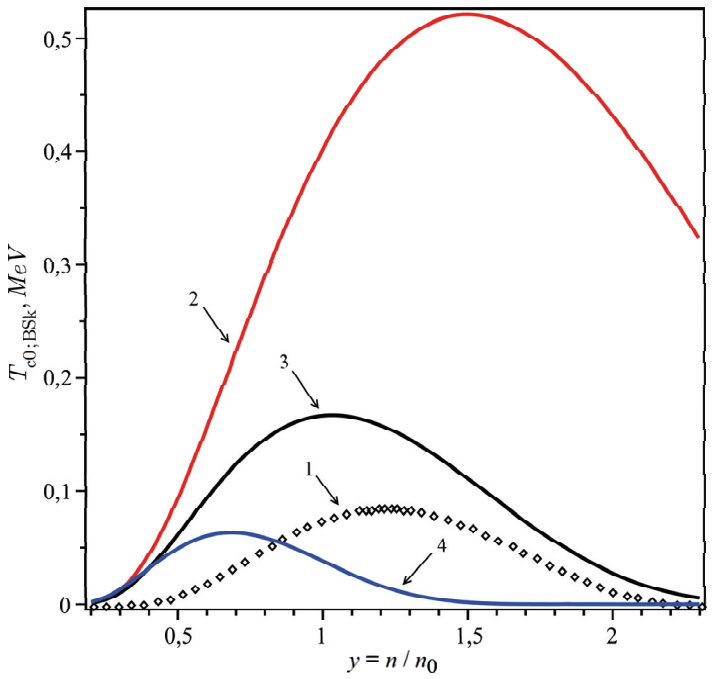


Рис. 5.5: Порівняння температур ФП густої НМ (з узагальненими параметризаціями BSk18, BSk19, BSk20 і BSk21 сил Скірма) з нормального в надплинні стани з анізотропним триплетним p-спарюванням (в нульовому магнітному полі $H = 0$): $T_{c0,BSk18}(10; y)$ – лінія 1 з окремих «точок» (див. (5.15)), $T_{c0,BSk19}(10; y)$ – лінія 2 (див. (5.16)), $T_{c0,BSk20}(10; y)$ – лінія 3 (див. (5.17)) і $T_{c0,BSk21}(10; y)$ – лінія 4 (див. (4.35)) (тут всі температури ФП обчислені з енергією обрізання $E_c = 10$ МеВ).

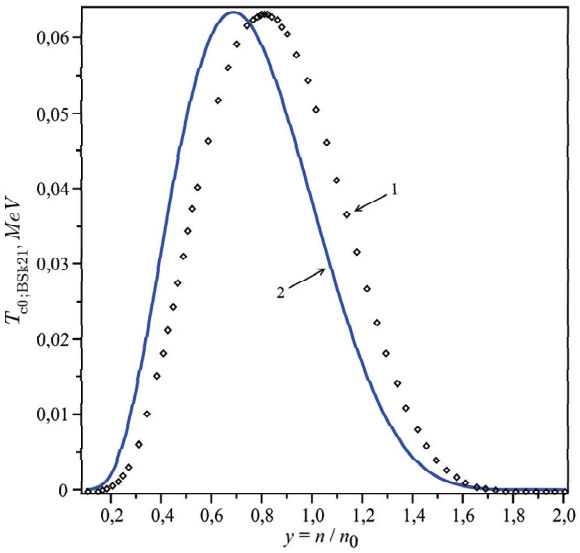


Рис. 5.6: Температура ФП для BSk21 сил Скірма (див. (4.35)) при $H = 0$, $E_c = 10$MeB: $T_{c0,BSk21}(10; y)$ – крива 2; $T_{c0,BSk21}(0.197; y)$ –крива 1 з окремих «точок» (для іншого параметра обрізання 1-го типу: $a = \varepsilon_{max}/\varepsilon_{F,BSk21} - 1 \approx 0.197$).

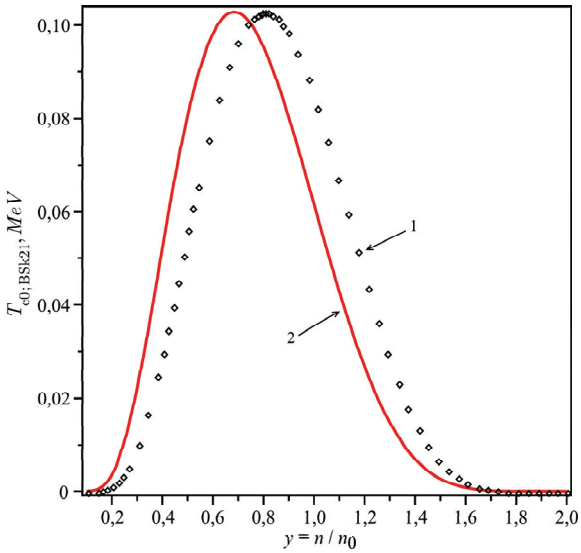


Рис. 5.7: Температура ФП для BSk21 сил Скірма (див. (4.35)) при $H = 0$, $E_c = 16$MeB: $T_{c0,BSk21}(16; y)$ – крива 2; $T_{c0,BSk21}(0.316; y)$ –крива 1 з окремих «точок» (для іншого параметра обрізання 1-го типу: $a = \varepsilon_{max}/\varepsilon_{F,BSk21} - 1 \approx 0.316$).

тронної матерії з однаковими за величиною максимумами, але зміщеними по густині. Наприклад [485], для BSk21 параметризації сил Скірма в густої НМ див. Рис. 5.6 – 5.7, де з урахуванням виконання умови (5.19) порівнюються між собою ФП температури при $H = 0$ для двох різних конкретно обраних способів обрізання.

5.4. Розв'язки рівнянь для ЕМП і ПП в густій ННМ при $T = 0$ для традиційних і узагальнених сил Скірма

Тепер розглянемо ННМ при $T = 0$. Для цього граничного випадку ми вже вивели раніше формулу (3.54) (див. докладніше в підрозділі А.2 До-

датка А виведення формули (А.78), яка тотожна формулі (3.54)), виходячи із загального інтегрального рівняння (3.18) для ефективного магнітного поля (ЕМП) $H_{eff}(p_F, H)$ в нейтронної матерії з будь-якою з традиційних параметризацій сил Скірма (або з аналогічного за структурою інтегрального рівняння (5.4) для ЕМП в разі узагальнених параметризацій сил Скірма). Ця загальна формула (3.54) (яку ми для зручності викладення ще раз тут випишемо) встановлює співвідношення між ЕМП на поверхні Фермі і магнітним полем H в лінійному (головному) наближенні за малим параметром $h_{ext} \equiv |\mu_n| \cdot H/\varepsilon_F \ll a < 1$:

$$\gamma \equiv \frac{|\mu_n| H_{eff}(p_F, H)}{\varepsilon_F(y)} = \frac{h_{ext}(H, y)}{1 - (r + 2s{p_F}^2)\nu_F/2}. \tag{5.20}$$

Підкреслимо, що з виведення загальної формули (5.20) для $H_{eff}(p_F, H)$ випливає її справедливість *для всіх параметризацій (традиційних і узагальнених) сил Скірма*, які застосовні для опису густої НМ [448], [273], і, крім цього, H_{eff} не залежить ні від параметра обрізання $a < 1$ ($a \equiv \varepsilon_{max}/\varepsilon_F - 1$), ні від щілини в енергетичному спектрі нейтронів в ННМ (в першому порядку теорії збурень по малим величинам функцій $\gamma \ll 1$ і $g_{\uparrow(\downarrow)} \ll 1$, див. відповідно (А.46b) і (А.53) і докладніше виведення формули (А.78) в підрозділі А.2 Додатка А).

Величини r і s в (5.20) визначаються виразами, виписаними після (3.18) — для традиційних сил Скірма, а також формулами (5.5), (5.6) — для узагальнених параметризацій сил Скірма. Для щільності станів $\nu_F = (m_n^* p_F)/(\pi^2\hbar^3)$ на поверхні Фермі раніше отримано формулу виду (3.55), в яку входить ефективна маса нейтрона $m_n^*(y)$ в нейтронної матерії, що залежить від густини $n = yn_0$ відповідно до загальної наближеної формули (3.30) — для традиційних параметризацій сил Скірма, і згідно з формулою (4.5) — для узагальнених сил Скірма. Для енергії Фермі відповідно справедлива формула (3.32) — для традиційних параметризацій сил Скірма, а для узагальнених сил Скірма — справедливий аналогічний вираз, але в ньому потрібно врахувати узагальнену формулу (4.5) для ефективної маси нейтрона. Випишемо тут ще явні

вирази для ефективної маси нейтрона і енергії Фермі в НМ з відносно більш новою традиційною параметризацією BSk17 [297] сил Скірма:

$$m^*_{\mathrm{n,BSk17}}(y) \approx \frac{m}{1+0.237909\cdot y}, \tag{5.21}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{F,BSk17}}(y) \approx y^{2/3}\cdot(1+0.237909\cdot y)\cdot 60.902\ (\mathrm{MeB}), \tag{5.22}$$

(пор. ці дві формули з аналогічними близькими зовні формулами (5.9) і (5.12) для узагальненої BSk18 [250] параметризації сил Скірма).

Тепер розглянемо для порівняння надплинну нейтронну матерію (ННМ) з традиційними SLy2, Gs і RATP (які вже розглядали докладніше в підрозділі 3.5) і BSk17 параметризаціями сил Скірма. Ця конкретизація сил Скірма дає нам можливість побудувати графіки для відношення парамагнітних сприйнятливостей ННМ з взаємодією Скірма $\chi_{Skyrme}(y)$ і парамагнітної сприйнятливості Паулі для фермі-газу вільних нейтронів χ_{free} (див. (5.20))

$$\frac{\chi_{Skyrme}(y)}{\chi_{free}} = \frac{1}{1-(r+2sp_F^2)\nu_F/2}, \tag{5.23}$$

яке описує (характеризує) перенормування магнітного поля всередині нейтронної матерії з триплетним p–спарюванням типу ${}^3\mathrm{He}-A_{1,2}$. Див. Рис. 5.8 тут (і докладніше в підрозділі 3.5 див. формули (3.57), (3.58) і (3.59), а також відповідні їм графіки Рис. 3.17 – 3.19) для відношення оберненого до відношення (5.23) з SLy2, Gs і RATP різновидами традиційної взаємодії Скірма з показниками степеневої залежності від густини $\alpha_{SLy2}=1/6$, $\alpha_{Gs}=0.30$ і $\alpha_{RATP}=0.20$.

Для традиційної BSk17 параметризації сил Скірма [297] (з $\alpha_{BSk17}=0.30$) ми отримали з (5.23) обернене відношення:

$$\frac{\chi_{free}}{\chi_{BSk17}(y)} \approx 1 - \frac{2y^{1/3}(0.407660\cdot y^{3/10}-1.13208)}{(1+0.237909\cdot y)} - \frac{2.68438\cdot y}{(1+0.237909\cdot y)}. \tag{5.24}$$

Див. Рис. 5.8 – 5.9, де точки перетину ліній графіків з віссю абсцис відповідають критичним значенням густини $n_c(SLy2)\approx 1.72\cdot n_0$, $\quad n_c(Gs)\approx 1.33\cdot n_0$,

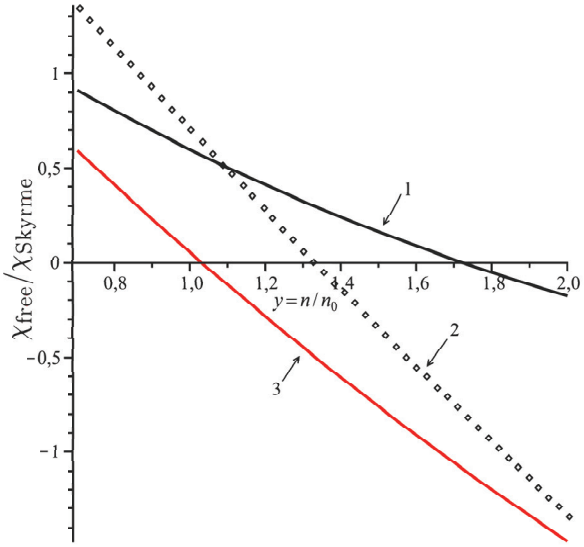


Рис. 5.8: Відношення (див. [473, 483]) $\chi_{free}/\chi_{Skyrme}(y)$ для ННМ з традиційними параметризаціями сил Скірма (SLy2–лінія 1, Gs–лінія 2 з «точок» і RATP–лінія 3) і триплетним p–спарюванням нейтронів типу $^3\mathrm{He}-A$ при $T=0$, як функції зведеної густини $y=n/n_0$.

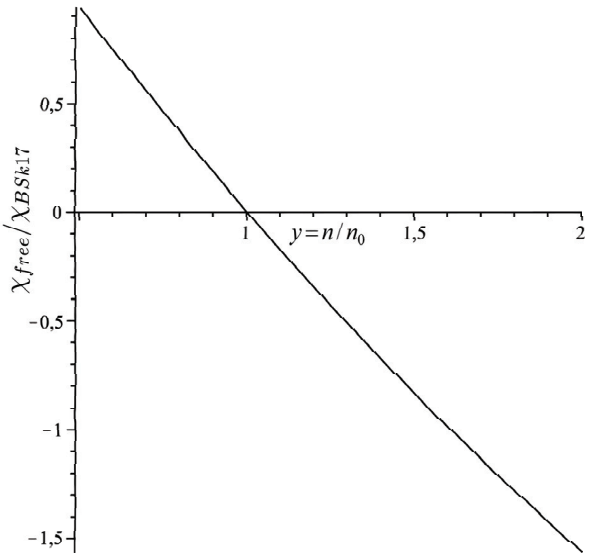


Рис. 5.9: Відношення $\chi_{free}/\chi_{BSk17}(y)$ (див. (5.24) і [483]) для ННМ з традиційною BSk17 параметризацією [297] сил Скірма і спін–триплетним p–спарюванням нейтронів типу $^3\mathrm{He}-A$ при $T=0$, як функція зведеної густини $y=n/n_0$.

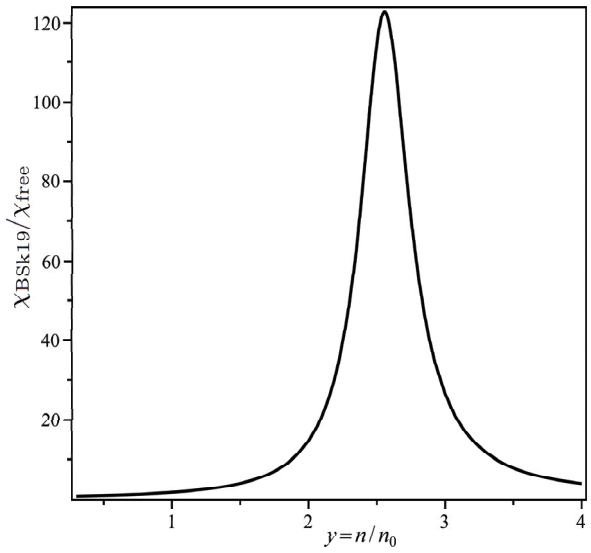


Рис. 5.10: Відношення $\chi_{BSk19}(y)/\chi_{free}$ (див. (5.26) і [483]) для ННМ з узагальненою BSk19 параметризацією [298] сил Скірма і триплетним p–спарюванням нейтронів типу $^3\mathrm{He}-A$ при $T=0$, як функція зведеної густини $y=n/n_0$.

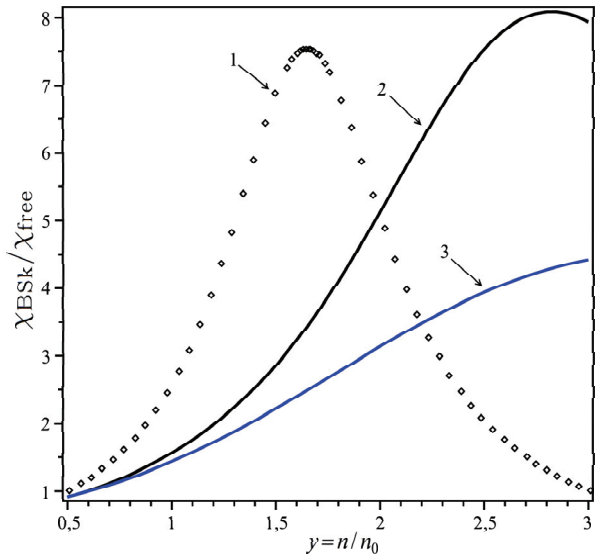


Рис. 5.11: Відношення $\chi_{BSk}(y)/\chi_{free}$ (див. (5.25), (5.27), (5.28) і [483]) для ННМ з узагальненими параметризаціями (BSk18 – лінія 1 з окремих «точок», BSk20 – лінія 2 і BSk21 – лінія 3) сил Скірма [250], [298] і триплетним p - спарюванням нейтронів типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ при $T=0$, як функція зведеної густини $y=n/n_0$.

$n_c(RATP) \approx 1.03 \cdot n_0$ і $n_c(BSk17) \approx 1.001 \cdot n_0$, при яких відбуваються фазові переходи з надплинного парамагнітного стану нейтронної матерії з традиційними силами Скірма і з триплетним p–спарюванням нейтронів в феромагнітний стан, який співіснує з триплетною надплинністю при значеннях густини, що перевищують відповідні $n_c(Skyrme)$. Такі фазові переходи можуть виникати в рідкому зовнішньому шарі ядер (серцевин) нейтронних зірок.

На відміну від цього, в ННМ з узагальненими силами Скірма BSk18, BSk19–BSk21 [250], [298] фазовий перехід в феромагнітний стан усувається (принаймні на досліджуваному тут інтервалі зміни густини нейтронної матерії, а саме, при $0.5 \cdot n_0 \lesssim n \lesssim 3 \cdot n_0$). Дійсно, для узагальненої BSk18 параметризації сил Скірма (з додатковими доданками, що залежать від густини, див. (5.1)–(5.3)) ми отримали із загальної формули (5.23) і Табл. А.3 вираз (див. Рис. 5.11):

$$\frac{\chi_{BSk18}(y)}{\chi_{free}(y)} \approx \left[1 - \frac{2y^{1/3} \cdot (0.373605 \cdot y^{3/10} - 1.11339)}{1 + 0.253920 \cdot y} - \right.$$

$$\left. - \frac{4 \cdot y \cdot (0.774775 - 0.209061 \cdot y)}{1 + 0.253920 \cdot y}\right]^{-1}. \qquad (5.25)$$

Аналогічним чином для узагальнених BSk19, BSk20 і BSk21 параметризацій [298] сил Скірма ми отримали з (5.23) (з урахуванням числових значень параметрів Скірма з Табл. А.3) явні вирази. А саме, для BSk19 маємо

$$\frac{\chi_{BSk19}(y)}{\chi_{free}(y)} \approx \left[1 - \frac{2y^{1/3} \cdot (2.22596 \cdot y^{1/12} - 2.58957)}{1 + y \cdot (2.86510 \cdot y^{1/12} - 0.238482 \cdot y^{1/3} - 2.77567)} - \right.$$

$$\left. - \frac{4 \cdot y \cdot (1.16385 - 0.178829 \cdot y^{1/3} - 0.716143 \cdot y^{1/12})}{1 + y \cdot (2.86510 \cdot y^{1/12} - 0.238482 \cdot y^{1/3} - 2.77567)}\right]^{-1} \qquad (5.26)$$

(див. Рис. 5.10), а також див. Рис. 5.11 для BSk20 і BSk21 з відношеннями відповідних парамагнітних сприйнятливостей наступного вигляду

$$\frac{\chi_{BSk20}(y)}{\chi_{free}(y)} \approx \left[1 - \frac{2y^{1/3}\cdot(1.35019\cdot y^{1/12} - 1.82731)}{1 + y\cdot(3.18344\cdot y^{1/12} - 0.305158\cdot y^{1/6} - 2.90372)} - \right.$$

$$\left. - \frac{4\cdot y\cdot(1.35095 - 0.228827\cdot y^{1/6} - 0.795714\cdot y^{1/12})}{1 + y\cdot(3.18344\cdot y^{1/12} - 0.305158\cdot y^{1/6} - 2.90372)}\right]^{-1}, \tag{5.27}$$

$$\frac{\chi_{BSk21}(y)}{\chi_{free}(y)} \approx \left[1 - \frac{2y^{1/3}\cdot(-0.133544\cdot y^{1/12} - 0.475909)}{1 + y\cdot(3.97930\cdot y^{1/12} + 0.0422618\cdot\sqrt{y} - 3.89571)} - \right.$$

$$\left. - \frac{4\cdot y\cdot(1.35338 + 0.0316905\cdot\sqrt{y} - 0.994643\cdot y^{1/12})}{1 + y\cdot(3.97930\cdot y^{1/12} + 0.0422618\cdot\sqrt{y} - 3.89571)}\right]^{-1}. \tag{5.28}$$

5.5. Загальні рівняння для компонент параметра порядку і ЕМП в ННМ з узагальненими силами Скірма і анізотропним триплетним спарюванням нейтронів при $T = 0$

Раніше в цьому розділі була виписана загальна система рівнянь (5.8) для компонент $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, n, \xi)$ параметра порядку в ННМ з анізотропним триплетним p–спарюванням (типу $^3\mathrm{He} - A$) в магнітному полі H. Ці компоненти ПП залежать від температури T (де $0 < T < T_{c0}(n)$), густини n числа нейтронів і величини ефективного магнітного поля, $\xi(p) \equiv |\mu_n| H_{eff}(p)$ (де $\mu_n < 0$ — магнітний дипольний момент нейтрона [377], $H_{eff}(p)$ — ефективне магнітне поле, яке перенормується в густої НМ за рахунок фермі-рідинних ефектів (див. рівняння (5.4)) і діє на нейтрон з імпульсом p). У граничному випадку нульової температури ця система рівнянь для визначення шуканих функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi) \neq 0$ набуває такого вигляду:

$$-\frac{8\pi^2\hbar^3}{c_3(n)} = J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi). \tag{5.29}$$

Функції $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi)$ являють собою подвійні інтеграли:

$$J_{(\pm)}(a;T=0,n,\xi)=\int_{p_{\min}}^{p_{\max}}\mathrm{d}qq^4\int_0^1\mathrm{d}x\frac{(1-x^2)}{E_{(\pm)}(q,x^2;\xi)}. \tag{5.30}$$

Тут, як і вище, $p_{\max}=p_F\sqrt{1+a}$, $p_{\min}=p_F\sqrt{1-a}$ з параметром обрізання $0<a<1$, $a=E_c/\varepsilon_F(n)$; де E_c — енергія обрізання, $\varepsilon_F(n)=p_F^2/2m_n^*$ і $p_F(n)$ — енергія і імпульс Фермі відповідно; m_n^* — ефективна маса нейтрона, яка залежить від густини n числа нейтронів в ННМ і від узагальнених параметрів $t_1'(n)$ і $t_2'(n)$ Скірма (5.2), (5.3) відповідно до загальної формули (4.5). Для одних з «кращих» (для астрофізичних застосувань, як уже зазначалося вище в попередньому розділі 4 і в підрозділі 5.1 «Вступ») BSk21 і BSk24 узагальнених параметризацій сил Скірма [298, 299] явний вигляд функцій $m^*_{n,BSk21}(y)$ і $m^*_{n,BSk24}(y)$ був уже виписаний у вигляді формул (4.31) і (4.32), а також див. явні формули (4.33) і (4.34) для енергії Фермі $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$ і $\varepsilon_{F,BSk24}(y)$ (де $y\equiv n/n_0$ — зведена густина нейтронної матерії і $n_0=0.17$ Фм$^{-3}$). Однак, в цьому підрозділі для більшого узагальнення не будемо поки конкретизувати параметризацію сил Скірма. Важливо відзначити тут ще раз, що в рівнянні (5.29) фігурує функція $c_3(n)\equiv t_2'(n)/\hbar^2<0$, яка є залежною від густини n «константою взаємодії», що призводить до спін-триплетного p–спарювання нейтронів в ННМ.

В загальну формулу (5.30) також входить енергія $E_{(\pm)}(q,x^2;\xi)$ квазічастинок (нейтронів) в ННМ з анізотропним спін-триплетним p–спарюванням (типу $^3\mathrm{He}-A$) в магнітному полі (з двома протилежними значеннями проекції спіна $S=1$ куперівської пари нейтронів уздовж і проти магнітного поля; як і в $^3\mathrm{He}-A$ в магнітному полі, де для сумарного спіна ядер атомів ^{3}He, що утворюють куперівські пари, проекції дорівнюють ±1 на відміну від квазіізотропної надплинної фази $^3\mathrm{He}-B$, де крім ±1 є ще проекція спіна пари, що дорівнює нулю):

$$E_{(\pm)}(q,x^2;\xi)=E_{(\pm)}(q,x^2;T=0,\xi)=$$

$$=\sqrt{q^2{\Delta_{\uparrow(\downarrow)}}^2(T=0,n,\xi)\cdot(1-x^2)+(z(q)\pm\xi(q,H))^2(q)}, \tag{5.31}$$

де $z(q, T = 0) = q^2/2m^* - \mu(T = 0) \approx \varepsilon(q) - \varepsilon_F \equiv z(q)$.

Для функції $\xi(q, H)$, зв'язаної з ефективним магнітним полем в ННМ, справедливо рівняння (5.4), в коефіцієнти якого входять функції $r(n)$ і $s(n)$, що залежать від густини числа нейтронів ($n \equiv yn_0$) згідно формулам (5.5) і (5.6). Принципово важливо відзначити ще раз, що тепер коефіцієнт $s(n)$ в рівнянні (5.4) залежить від густини n на відміну від звичайних (традиційних) сил Скірма (див. розділ 3 вище і [475]). Ця обставина призводить до якісних відмінностей в результатах порівняно з випадком звичайних сил Скірма, для яких тільки коефіцієнт $r(n)$ залежав від густини (див. після рівняння (3.18)).

Функціонали $K_2(\xi)$ і $K_4(\xi)$ в рівнянні (5.4) при скінченних температурах з интервалу $0 < T < T_{c0}(n)$ були вже раніше виписані (див. (3.19), (3.20)). Тепер в граничному випадку $T = 0$ функціонали $K_2(\xi)$ і $K_4(\xi)$ набувають такий вигляд:

$$K_\sigma(\xi) = \frac{1}{8\pi^2\hbar^3}\int_{p_{\min}}^{p_{\max}} dq q^\sigma \int_0^1 dx \kappa(q, x; \xi), \quad (\sigma = 2,\ 4), \tag{5.32}$$

де

$$\kappa(q, x; \xi) = \frac{z(q) + \xi(q)}{E_+(q, x^2; \xi)} - \frac{z(q) - \xi(q)}{E_-(q, x^2; \xi)}. \tag{5.33}$$

В результаті розв'язання рівняння (5.4) з урахуванням (5.32), (5.33) було отримано наступний результат при $T = 0$ (див. тут (5.20), а також див. в Додатку А більш докладне виведення формули (А.78), яка еквівалентна формулі (3.54); див. також формулу (10) в [484] – для узагальнених сил Скірма; пор. також з формулою (7) в [473] – для звичайних сил Скірма в нейтронної матерії):

$$\gamma_{BSk}(y, H) \equiv \frac{|\mu_n| H_{eff}(p_F, H)}{\varepsilon_{F,BSk}(y)} = \frac{h_{ext,BSk}(y, H)}{1 - R_{BSk}(y) - 2S_{BSk}(y)} \ll 1,\ (y \equiv n/n_0), \tag{5.34}$$

де

$$h_{ext,BSk}(y, H) \equiv \frac{|\mu_n| \cdot H}{\varepsilon_{F,BSk}(y)} \ll a < 1. \tag{5.35}$$

Тут $h_{ext,BSk}(y,H)$ — зведена (безрозмірна) енергія Зеемана нейтрона в магнітному полі H. Введена в (5.34) функція $\gamma_{BSk}(y,H)$ є зведеною (безрозмірною) енергією Зеемана нейтрона в ефективному магнітному полі $H_{eff}(p_F,H)$ в нейтронної матерії. Індекси "BSk" позначають узагальнені сили Скірма (див. [250], [298, 299], [280]), які поки не конкретизуємо.

Функції $R_{BSk}(y)$ і $S_{BSk}(y)$ в (5.34) виражаються через $r(n)$ і $s(n)$ (див. (5.5), (5.6)) наступними формулами (індекси "BSk" тут пропустимо для спрощення запису формул):

$$R(y) \equiv \frac{\nu_F(n)}{2} \cdot r(n), \quad S(y) \equiv \frac{\nu_F(n)}{2} \cdot s(n) \cdot p_F^2(n), \tag{5.36}$$

де

$$\nu_F(n) = \frac{3n}{2\varepsilon_F(n)} = \frac{m^* \cdot p_F}{\pi^2\hbar^3} \tag{5.37}$$

є щільність станів на поверхні Фермі в нейтронної матерії з густиною $n = yn_0$ числа нейтронів. Величина $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ — характерна ядерна густина, яка відіграє тут лише роль «одиниці виміру» зручної при великих значеннях густини, що властиві нейтронним зіркам (НЗ) в їх глибинних областях (в ядрі НЗ).

Тепер перетворимо два нелінійних інтегральних рівняння (5.29) до виду більш зручному для знаходження їх розв'язків щодо шуканих функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T=0,n,\xi)$. Для цього введемо по визначенню нові величини, а саме:

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T=0,n,\xi) \equiv \frac{G_{F\uparrow(\downarrow)}(T=0,n,\xi)}{p_F(n)} \equiv$$

$$\equiv \frac{\varepsilon_F(n) \cdot g_{\uparrow(\downarrow)}(T=0,n,\xi)}{p_F(n)} \equiv \frac{\varepsilon_F \cdot g \cdot x_{1,(2)}}{p_F}. \tag{5.38}$$

Введені тут позначення

$$g_{\uparrow(\downarrow)}(T=0,y,\xi) \equiv g(T=0,y) \cdot x_{1,(2)}(y,H) \tag{5.39}$$

пор. з аналогічними позначеннями, які використовувалися при $H=0$ і $0 < T < T_{c0}(n)$ в попередньому розділі. А саме, після формули (4.9) було відзна-

чено, що при $H = 0$ функція $p_F(n) \cdot \Delta(T, n) \equiv G_F(T, n)$ — це максимальна величина щілини в анізотропному енергетичному спектрі нейтронів в ННМ. А функція $g(T, n) \equiv G_F(T, n)/\varepsilon_F(n)$ — це зредукована (зведена) енергетична щілина при $H = 0$. При $H = 0$ і $T = 0$ функція $g(a; T = 0, y)$, яка залежить ще і від параметра обрізання $0 < a < 1$, зв'язана зі зведеною температурою

$$t_{c0}(a; y) \equiv \frac{T_{c0}(a; y)}{\varepsilon_F(y)} \ll a < 1$$

фазового переходу НМ з нормального в надплинний стан з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$ (при $H = 0$) наступною «універсальною» формулою (див. (4.25) в розділі 4 і коментарі там):

$$g(a; T = 0, y) = \frac{\pi}{2} \exp\left(\frac{5}{6} - C\right) \cdot t_{c0}(a; y), \tag{5.40}$$

де $C = 0.5772156649...$ – стала Ейлера [140].

У формулах (5.38), (5.39) враховано наявність магнітного поля (в граничному випадку нульової температури) і дві проекції спіна ($S = 1$) на напрямок поля триплетної куперівської пари нейтронів в ННМ типу $^3\mathrm{He} - A$ (про що докладніше вже згадували перед (5.31)). Таким чином, нам необхідно розв'язати два нелінійних інтегральних рівняння (5.29) щодо двох нових невідомих функцій $x_{1,(2)}(n, H)$, які не рівні між собою і це свідчить про «розщеплення» енергетичної щілини в ННМ в магнітному полі. Очевидно, що при $H = 0$:

$$x_1(n, H = 0) = x_2(n, H = 0) = 1. \tag{5.41}$$

Підставляючи (5.38) в формулу (5.31) для $E_{(\pm)}(q, x^2; \xi)$ і потім в (5.30), отримаємо для подвійних інтегралів $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi)$ такі вирази:

$$J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi) = \frac{p_F^5(n)}{\varepsilon_F(n)} \cdot \int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}} \mathrm{d}u u^4 \times$$
$$\times \int_0^1 \mathrm{d}x \frac{1 - x^2}{\sqrt{u^2 \cdot g^2 x_{1,(2)}^2 \cdot (1 - x^2) + [u^2 \cdot (1 \pm \gamma S(y)) - 1 \pm \gamma(1 - S(y))]^2}}. \tag{5.42}$$

Ці вирази для функцій $J_{(\pm)}(a;T=0,n,\xi)$ можна привести до виду, який містить лише однократні інтеграли:

$$J_{(\pm)}(a;T=0,n,\gamma)=\frac{p_F^5(n)}{\varepsilon_F(n)}\cdot\frac{1}{gx_{1,(2)}}\cdot\int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}}\mathrm{d}u\Bigg\{\Bigg[u^3\cdot\Bigg[\frac{1}{2}-$$

$$-\frac{1}{g^2x_{1,(2)}^2}\cdot\Big(\gamma^2S(y)(1-S(y))\pm\gamma(1-2S(y))-1\Big)\Bigg]-u^5\cdot\frac{(1\pm\gamma S(y))^2}{2g^2x_{1,(2)}^2}-$$

$$-u\cdot\frac{(\pm\gamma(1-S(y))-1)^2}{2g^2x_{1,(2)}^2}\Bigg]\cdot\arctan\left(\frac{u\cdot gx_{1,(2)}}{(1\pm\gamma S(y))\cdot\left|u^2-1\pm\frac{\gamma}{1\pm\gamma S(y)}\right|}\right)+$$

$$+u^2\cdot\frac{1\pm\gamma S(y)}{2gx_{1,(2)}}\cdot\left|u^2-1\pm\frac{\gamma}{1\pm\gamma S(y)}\right|\Bigg\},\qquad(5.43)$$

(тут $|...|$ — це знак модуля, тобто абсолютного значення). Сюди входять відомі вже нам функції: $0<a(n)=E_c/\varepsilon_F(n)<1$ (де енергія обрізання $E_c=const$ – не залежить від густини n); $\gamma(y,H)\equiv\xi(p_F,H)/\varepsilon_F(n)\ll 1$ виду (5.34), а також $S(y)$ виду (5.36) (і див. (5.6) і (5.37)) і $g(a;T=0,y)$ (див. (5.40)).

Введемо тепер за визначенням такі інтеграли (k=1,3,5):

$$I_k(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)\equiv\int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}}\mathrm{d}u u^k\cdot\arctan\left(\frac{u\cdot gx_{1,(2)}}{(1\pm\gamma S(y))\cdot\left|u^2-1\pm\frac{\gamma}{1\pm\gamma S(y)}\right|}\right).\qquad(5.44)$$

Використовуючи це визначення інтегралів $I_k(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)$ і формулу (5.43) для $J_{(\pm)}(a;T=0,n,\gamma)$, запишемо нелінійні інтегральні рівняння (5.29) щодо шуканих невідомих функцій $x_{1,(2)}(y,H)$ в наступному загальному вигляді (в якому узагальнена параметризація сил Скірма BSk поки не конкретизована):

$$1=-\frac{t_2'(n)}{\hbar^2}\frac{3n_0ym_n^*(y)}{4gx_{1,(2)}}\cdot\Bigg\{\left[\frac{1}{2}-\frac{\gamma^2S(y)(1-S(y))\pm\gamma(1-2S(y))-1}{g^2x_{1,(2)}^2}\right]\times$$

$$\times I_3(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)-\frac{1}{2g^2x_{1,(2)}^2}\cdot\Big[(1\pm\gamma S(y))^2\cdot I_5(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)+$$

$$+\big(1\mp\gamma(1-S(y))\big)^2\cdot I_1(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)\Big]+\frac{1\pm\gamma S(y)}{2gx_{1,(2)}}\cdot\frac{1}{5}\Big((1+a)^{5/2}+(1-a)^{5/2}\Big)+$$

$$+\frac{1\pm\gamma(S(y)-1)}{2gx_{1,(2)}}\cdot\frac{1}{3}\Big[\frac{4}{5}\Big(1\mp\frac{\gamma}{1\pm\gamma S(y)}\Big)^{3/2}-(1+a)^{3/2}-(1-a)^{3/2}\Big]\Big\}. \quad (5.45)$$

Щоб розв'язати наближено (з достатньою точністю) два нелінійних інтегральних рівняння (5.45) щодо невідомих функцій $x_1(y,H)\neq x_2(y,H)$, що визначають розщеплення компонент ПП в магнітному полі (див. (5.38)), обмежимося тут розглядом конкретної узагальненої параметризації BSk21 сил Скірма в ННМ [298]. Знаходженню цих розв'язків присвячений підрозділ 5.6.

5.6. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь для компонент ПП в ННМ з узагальненими BSk21 силами Скірма і анізотропним триплетним p-спарюванням в помірно сильних магнітних полях при $T=0$

Для випадку узагальненої BSk21 параметризації сил Скірма [298] із загальної формули (4.5) в попередньому розділі вже було отримано явний вираз (4.31) для ефективної маси нейтрона в густої нейтронної матерії, а також отримано уточнений вираз (4.62) для енергії Фермі в НМ з BSk21 силами Скірма, де в загальному множнику 60.90152 (МеВ) були спеціально утримані 7 значущих цифр. Підвищена точність обчислень (порівняно з (4.33)) пов'язана тут з тим, що точність результату наближеного розв'язку двох нелінійних інтегральних рівнянь (5.45), як виявилося, дуже сильно залежить від точності обчислення всіх величин, які входять в (5.45).

Наведемо тут для зручності уточнене значення фундаментальної величини $(\hbar\cdot c)^2$ (див. [377]), яка входить в знаменник загального множника перед $\{...\}$ в рівняннях (5.45) і яка врахована при виведенні уточненого загального множника в (4.62), а саме:

$$(\hbar \cdot c)^2 \approx 38937.9304 \ (\mathrm{MeV}^2 \cdot \mathrm{fm}^2). \tag{5.46}$$

Вираз для щільності станів $\nu_{F,BSk21}(y)$ нейтронів на поверхні Фермі в НМ з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма має уточнений вид (4.61). Тепер, використовуючи уточнені вирази (4.31), (4.61), (4.62) і (5.46), отримаємо з формул (5.36) з урахуванням (5.6), що функція $S_{BSk21}(y)$ (яка входить в (5.45) і є, як легко переконатися, безрозмірною величиною) має наступний явний вигляд:

$$S_{BSk21}(y) \approx \frac{0.001537217y \cdot [1760.82 + 41.2311\sqrt{y} - 1294.08y^{1/12}]}{1 + y(3.97930y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)}. \tag{5.47}$$

Див. також графік (Рис. 5.12) цієї монотонної функції $S_{BSk21}(y)$ на інтервалі зміни зведеної густини $0.1 \leq y \leq 1.7$ (тобто при суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини НМ).

Аналогічним чином з урахуванням виразу (4.61) для $\nu_{F,BSk21}(y)$, а також формул (5.36) і (5.5), отримаємо для немонотонної функції $R_{BSk21}(y)$ (яка, як і $S_{BSk21}(y)$, є безрозмірною величиною і входить в формулу (5.34) для функції $\gamma_{BSk21}(y, H)$) наступну формулу:

$$R_{BSk21}(y) \approx -\frac{0.002093544y^{1/3} \cdot [454.645 + 127.577y^{1/12}]}{1 + y(3.97930y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)}. \tag{5.48}$$

Тепер з формули (5.34) з урахуванням (5.35), (4.62), а також (5.47) і (5.48) для $S_{BSk21}(y)$ і $R_{BSk21}(y)$, можна отримати явний вираз для функції $\gamma_{BSk21}(y, H)$ (яка лінійним чином залежить від H, нелінійно залежить від $y \equiv n/n_0$ і входить в рівняння (5.45), які нижче розв'яжемо чисельно). Врахуємо при цьому також уточнене значення магнітного дипольного моменту нейтрона: $\mu_n \approx -0.603077 \cdot 10^{-17}$ МеВ/Гс (див. [377]). Однак, не будемо тут виписувати функцію $\gamma_{BSk21}(y, H)$ через її громіздкий явний вигляд, як нелінійної функції від y, але наведемо тут графік функції $\gamma_{BSk21}(y, H = 10^{16}$ Гс)

(див. Рис. 5.13). Відзначимо тут також, що узагальнений параметр Скірма $t'_{2,BSk21}(y)$ (див. загальний множник в рівняннях (5.45) перед {...}) має відповідно до формули (5.3) такий вигляд (при цьому ми використовували чисельні значення параметрів Скірма з Табл. А.3 (в Додатку А), які наведені в оригінальній статті [298] авторів, що вперше запропонували узагальнені параметризації BSk19 — BSk21):

$$t'_{2,BSk21}(y) = (-1390.38 + 1294.08y^{1/12}) \ (\text{MeV} \cdot \text{fm}^5). \tag{5.49}$$

Причому в інтервалі зміни зведеної густини НМ $0.1 \leq y \leq 2.0$, який тут досліджуємо, функція $t'_{2,BSk21}(y) < 0$ набуває від'ємних значень. Це призводить до взаємного тяжіння нейтронів і до їх триплетного p–спарювання (див. вище загальне зауваження після формули (5.8)).

Зауважимо, що параметр обрізання $0 < a_{BSk21}(y) = E_c/\varepsilon_{F,BSk21}(y) < 1$ є нелінійною функцією від зведеної густини $y \equiv n/n_0$ (див. (4.62) для $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$) і щоб його конкретизувати виберемо енергію обрізання $E_c = 10$ МеВ, як і в статтях автора [482], [484, 485], [487], [152].

Нарешті, наведемо тут вираз для функції $g_{BSk21}(E_c; T = 0, y)$ (див. (5.39), (5.40) і див. її графік (Рис. 5.14) при $E_c = 10$ МеВ):

$$g_{BSk21}(E_c; T = 0, y) \approx$$
$$\approx e^{5/6} \frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \exp\left[\frac{3}{16}\left(\frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)}\right)^2 + \frac{3}{512}\left(\frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)}\right)^4\right] \times$$
$$\times \exp\left[\frac{1 + y \cdot (3.97930y^{1/12} + 0.0422618\sqrt{y} - 3.89571)}{y \cdot (2.65286y^{1/12} - 2.85028)}\right] \tag{5.50}$$

(пор. з формулою (4.35) з попереднього розділу для функції $T_{c0,BSk21}(E_c; y)$).

Таким чином, для випадку ННМ з BSk21 силами Скірма ми навели вище вирази для всіх величин і функцій, які входять в інтегральні рівняння (5.45). Зауважимо, що рівняння (5.45) можна звести до розв'язання системи двох трансцендентних рівнянь. Однак це не призводить до помітного спрощення

завдання через громіздкий вигляд цих рівнянь, а при утриманні в трансцендентних рівняннях лише головних за порядком величини доданків (і нехтуванні іншими доданками) втрачається точність отриманих розв'язків настільки, що істотно спотворює шукані розв'язки і призводить до неправильних результатів. Так як розв'язки цих двох нелінійних інтегральних рівнянь (5.45) в загальному аналітичному вигляді для шуканих функцій $x_{1,(2)}(y,H)$ отримати математично складно, то обмежимося тут знаходженням $x_{1,(2)}(y,H)$ при трьох фіксованих значеннях зведеної густини: $y=0.3$, $y=0.6$ і $y=1.0$, а також при трьох значеннях помірно сильного магнітного поля: $H=10^{16}$ Гс, $H=5\cdot 10^{16}$ Гс і $H=10^{17}$ Гс. Спочатку знайдемо графічним способом наближені розв'язки $x_{1,(2)}(y,H)$ при цих фіксованих значеннях густини і магнітного поля (див., наприклад, Рис. 5.15 і Рис. 5.16, на яких представлені результати графічного розв'язання рівнянь (5.45) при $y=0.3$ і при $y=1.0$, тобто при суб'ядерній і ядерній густинах, і при трьох обраних вище значеннях магнітного поля H), а потім прямою підстановкою в рівняння (5.45) уточнимо чисельні значення отриманих розв'язків і представимо їх у вигляді таблиці (див. Табл. 5.2). Отримані таким способом результати розрахунків ілюструють основні особливості розв'язків нелінійних рівнянь (5.45), які проаналізуємо в заключному підрозділі цієї глави.

Результати чисельних розрахунків за формулами (4.62) для енергії Фермі $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$, (5.47) для функції $S_{BSk21}(y)$ (див. також Рис. 5.12), (5.50) для $g_{BSk21}(10;T=0,y)$ (при $E_{\rm c}=10$ МеВ – див. Рис. 5.14), а також значення, які приймає функція $\gamma_{BSk21}(y,H)$ (див. (5.34) і Рис. 5.13, де $H=10^{16}$Гс) при $y=0.3,\ 0.6,\ 1.0$ наведені в Табл. 5.1. Ці значення підставляємо потім в рівняння (5.45) і отримані уточнені розв'язки для $x_1(y,H)\neq x_2(y,H)$ при трьох обраних значеннях помірно сильного магнітного поля див. в Табл. 5.2.

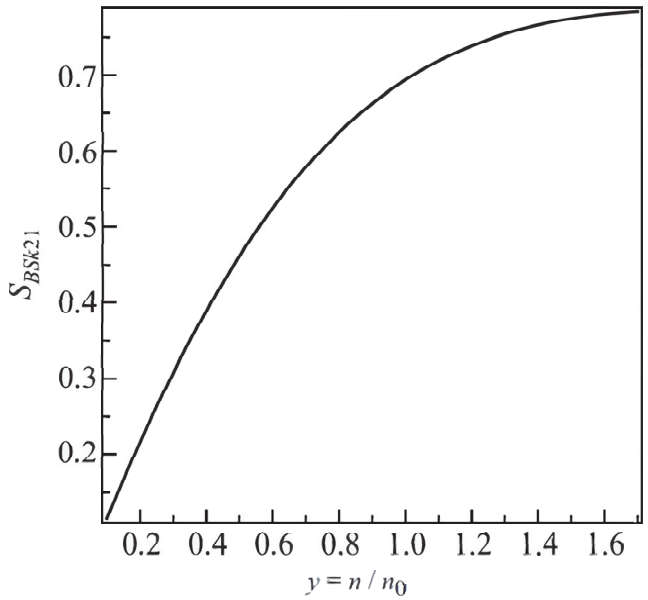


Рис. 5.12: Функція $S_{BSk21}(y)$ (див. (5.47)), що залежить від зведеної густини $y \equiv n/n_0$, для густої НМ з узагальненими BSk21 силами Скірма.

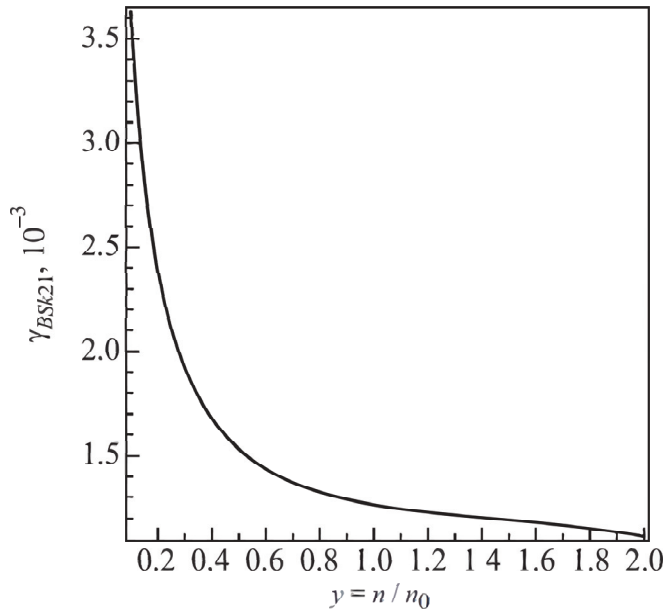


Рис. 5.13: Функція $\gamma_{BSk21}(y, H = 10^{16}$ Гс) (див. (5.34)) при $H = 10^{16}$ Гс для густої НМ з узагальненими BSk21 силами Скірма.

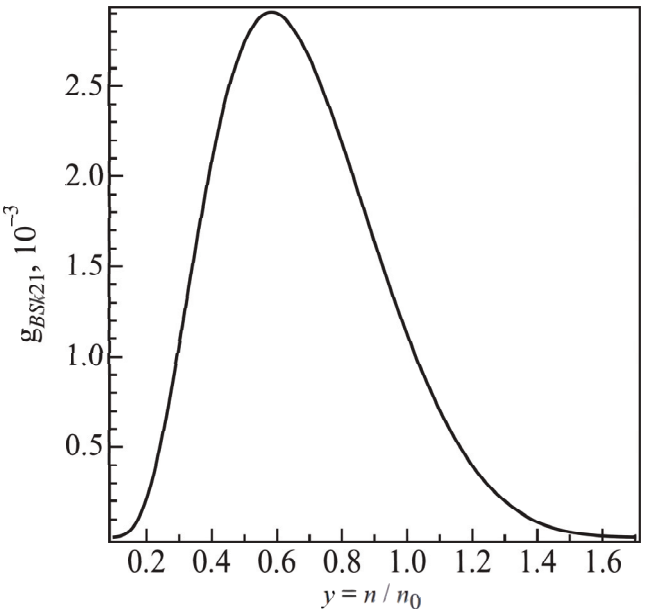


Рис. 5.14: $g_{BSk21}(10; T = 0, y)$ – зредукована щілина (як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$ при $H = 0$, див. (5.39), (5.41), (5.50)) в енергетичному спектрі ННМ з BSk21 силами Скірма при $E_c = 10$ МеВ і $T = 0$.

5.7. Аналіз результатів розділу 5

Ми отримали, що температури фазового переходу $T_{\mathrm{c0,BSk18}}(10; y)$, а також $T_{\mathrm{c0,BSk19}}(10; y)$, $T_{\mathrm{c0,BSk20}}(10; y)$ (див. (5.15), (5.16), (5.17)) і $T_{\mathrm{c0,BSk21}}(10; y)$ (див. (4.35)) для густої НМ (за відсутності магнітного поля) в надплинний стан з анізотропним p–спарюванням нейтронів типу $^3\mathrm{He} - A$ і з узагальненими BSk18 [250] і BSk19, BSk20, BSk21 [298] взаємодіями Скірма залежать від густини немонотонним чином (мають «дзвіноподібний» профіль залежності від густини, див. Рис. 5.5). Така поведінка цих ФП температур і їх максимальні значення знаходяться в якісної відповідності з результатами недавніх статей [390], [437], [270], [529] і мають такий же порядок величини при $E_{\mathrm{c}} = 10$ МеВ (а саме, $T_{\mathrm{c0,BSk18}}(10; y) < 0.09$ МеВ для BSk18 — див. Рис. 5.1 і Рис. 5.5; $T_{\mathrm{c0,BSk20}}(10; y) < 0.17$ МеВ для BSk20 — див. Рис. 5.3 і Рис. 5.5; і $T_{\mathrm{c0,BSk21}}(10; y) < 0.064$ МеВ для BSk21 — див. Рис. 5.5 і Рис. 5.6). З формул (5.15), (5.16), (5.17) і (4.35) (див. також (5.50)) випливає, що $^3\mathrm{He}-A$ тип три-

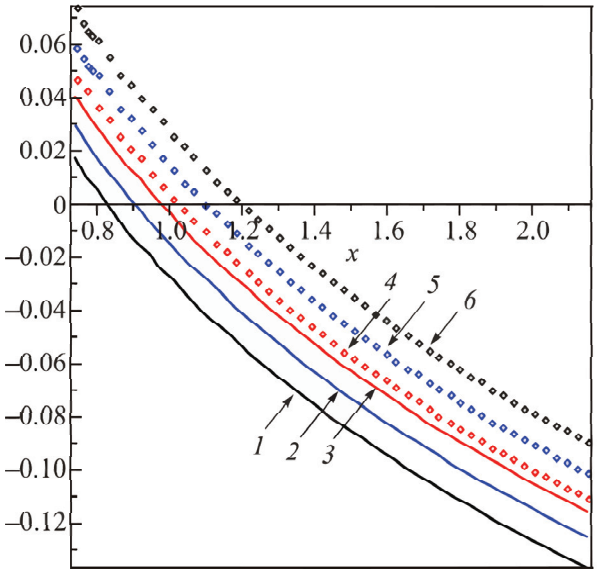


Рис. 5.15: Розв'язки (див. (5.39)) $x_{1,(2)}(y = 0.3, H)$ в граничному випадку $T = 0$ системи двох нелінійних інтегральних рівнянь (5.45) (з верхніми (нижніми) знаками відповідно) при $E_c = 10$МеВ для ННМ (з BSk21 силами Скірма) суб'ядерної густини $n = 0.3n_0$ при трьох значеннях помірно сильного магнітного поля. А саме, розв'язки $x_{1,(2)}(y = 0.3, H)$ визначаються точками перетину осі абсцис суцільними лініями (лініями з окремих точок), відповідними трьом значенням поля: для $H = 10^{16}$ Гс – лінія 3 (4), $H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс – лінія 2 (5) і $H = 10^{17}$ Гс – лінія 1 (6).

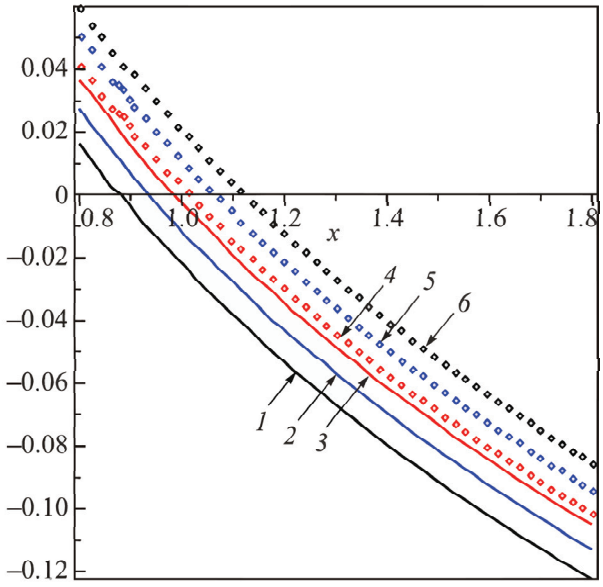


Рис. 5.16: Аналогічні (як і на Рис. 5.15) розв'язки $x_{1,(2)}(y = 1, H)$ (див. (5.39)) в граничному випадку $T = 0$ системи двох нелінійних інтегральних рівнянь (5.45) при $E_c = 10$МеВ для ННМ (з BSk21 силами Скірма) ядерної густини $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ при трьох значеннях помірно сильного магнітного поля: для $H = 10^{16}$Гс – лінія 3 (4), $H = 5 \cdot 10^{16}$Гс – лінія 2 (5) і $H = 10^{17}$Гс – лінія 1 (6).

Табл. 5.1: Значення функцій, які входять в нелінійні рівняння (5.45) (при $T = 0$) при фіксованих значеннях зведеної густини $y = n/n_0$ для ННМ з BSk21 силами Скірма (див. [298]) і при $E_c = 10$ МеВ.

y	$\varepsilon_{F,BSk21}(y)$ [МеВ]	$S_{BSk21}(y)$	$g_{BSk21}(10; T = 0, y)$	$\gamma_{BSk21}(y, H)$ ($[H] = $ Гс)
0.3	25.0561	0.3078548	0.001064179	$0.01918614 \cdot 10^{-17} \cdot H$
0.6	42.0370	0.5252933	0.002900552	$0.01435668 \cdot 10^{-17} \cdot H$
1.0	68.5661	0.6935742	0.001124166	$0.01264630 \cdot 10^{-17} \cdot H$

Табл. 5.2: Результати чисельного розв'язання нелінійних рівнянь (5.45) (при $T = 0$ і наявності помірно сильних магнітних полів $H \equiv Z \cdot 10^{17}$ Гс таких, що 10^{16} Гс $\leq H \leq 10^{17}$ Гс) для ННМ з BSk21 силами Скірма і при $E_c = 10$ МеВ.

y	$Z = 0.10$ $x_1(y, H)$	$Z = 0.10$ $x_2(y, H)$	$Z = 0.50$ $x_1(y, H)$	$Z = 0.50$ $x_2(y, H)$	$Z = 1.0$ $x_1(y, H)$	$Z = 1.0$ $x_2(y, H)$
0.3	0.975	1.025	0.906	1.100	0.828	1.202
0.6	0.987	1.012	0.942	1.058	0.885	1.119
1.0	0.981	1.015	0.937	1.060	0.875	1.122

плетної надплинності зникає в нейтронної матерії, коли над'ядерна густина $n > n_0$ наближається до відповідного критичного значення $n_{\rm c}(BSk)$, тобто:

$$\frac{n_{\rm c}(BSk18)}{n_0} \approx \frac{0.389652}{0.139400} \approx 2.80, \quad \frac{n_{\rm c}(BSk19)}{n_0} \approx \left(\frac{2.163878}{1.910066}\right)^{12} \approx 4.47,$$

і

$$\frac{n_{\rm c}(BSk20)}{n_0} \approx \left(\frac{2.35266}{2.12230}\right)^{12} \approx 3.44, \quad \frac{n_{\rm c}(BSk21)}{n_0} \approx \left(\frac{2.85028}{2.65286}\right)^{12} \approx 2.37.$$

При цих критичних значеннях густини $n_{\rm c}(BSk)$ нейтронної матерії (для конкретних BSk параметризацій узагальнених сил Скірма) перетворюється в нуль узагальнена «константа» взаємодії, $c_{3,BSk}(n_{\rm c}) \equiv t'_{2,BSk}(n_{\rm c})/\hbar^2 = 0$, яка входить в загальне інтегральне рівняння (5.8) для компонент параметра порядку типу $^3{\rm He}-A$, і це відповідає зникненню анізотропної триплетної надплинності нейтронів (див. для $t'_{2,BSk}(n)$ формулу (5.3) і Табл. А.3; див. також Рис. 5.5 в зв'язку з наведеними вище значеннями $n_{\rm c}(BSk)$ для ННМ).

Головними результатами автора, отриманими в цьому розділі, є аналітичні вирази (5.18) для ФП температур $T_{\rm c1,2}(E_{\rm c}; H, y)$ (див. Рис. 5.1– 5.2 для BSk18; Рис. 5.3– 5.4 для BSk20 і аналогічні графіки можна побудувати для BSk21), що залежать лінійним чином від магнітного поля в «помірно» сильних магнітних полях (що задовольняють нерівностям типу (3.61)). Ці поля можуть досягати значень 10^{17} Гс або навіть перевищувати їх, як в рідких зовнішніх шарах ядер магнетарів [272, 494–496, 522, 523], [336], [368, 369]. Функції $T_{\rm c1,2}(E_{\rm c}; H, y)$ виду (5.18) мають (при будь-якому фіксованому значенні магнітного поля H) також дзвіноподібний профіль залежності від густини, як і ФП температури $T_{\rm c0,BSk}(E_{\rm c}; y)$, через які вони виражаються (на відміну від монотонного зростання цих функцій зі збільшенням густини і їх розбіжність, що виникає при досягненні критичного значення густини $n_{\rm c}(Skyrme)$, для традиційних параметризацій сил Скірма (3.2) с одним доданком, що залежить від густини, які докладніше вивчалися в розділі 3 і див. (А.31) в

Додатку А, а також статтю автора [475]). Ширина області фазової діаграми, розташованої між двома криволінійними поверхнями, які визначаються двома рівняннями (5.18) при $E_{\rm c} = 10$ МеВ, хоча і зростає лінійно з ростом магнітного поля, але при цьому залишається вузькою навіть при досить сильних магнітних полях (це наочно видно на Рис. 5.2 для BSk18 і Рис. 5.4 для BSk20). Ця «проміжна» область (зміни термодинамічних параметрів: температури, густини і магнітного поля) являє собою область існування фази надплинної нейтронної матерії (ННМ) з параметром порядку (ПП) типу ^{3}He$-A_1$ з компонентами $\Delta_{\downarrow}(T,\xi) = 0, \quad \Delta_{\uparrow}(T,\xi) \neq 0$ (див. (3.1) і (5.8)). При температурах $T < T_{\rm c2}(E_{\rm c}; H, y)$ (див., наприклад, для BSk20 на Рис. 5.3 — це область під нижньою кривою лінією фазового переходу (ФП) і на Рис. 5.4 — область під нижньою кривою поверхнею ФП) ННМ знаходиться в надплинній фазі типу $^3\text{He} - A_2$ з компонентами ПП: $\Delta_{\uparrow}(T,\xi) \neq \Delta_{\downarrow}(T,\xi) \neq 0$.

Крім того, в цьому розділі до числа головних результатів автора відноситься також узагальнена формула виду (5.23) (для відношення парамагнітної сприйнятливості $\chi_{Skyrme}(y)$ надплинної нейтронної матерії і сприйнятливості Паулі $\chi_{free}(y)$ для фермі-газу вільних нейтронів; див. також (5.34) і (5.35)) в граничному випадку $T = 0$, отримана (див. в підрозділі А.2 Додатка А виведення результуючої формули (А.78) і коментарі там після неї), виходячи із загальних інтегральних рівнянь (5.4) і (5.8) для ефективного магнітного поля в ННМ і для компонент параметра порядку типу $^3\text{He} - A$.

У зв'язку з цим зазначимо, що в ряді робіт інших авторів (див., наприклад, [229], [505], [343], [281], [364], [502–504], [416], [398, 399], [325, 326]), які вивчали в різних теоретичних підходах магнітні властивості нормальної (ненадплинної) просторово однорідної багаточастинкової системи нейтронів (що є фермі – газом або фермі – рідиною), була встановлена розбіжність цього відношення магнітних сприйнятливостей при використанні традиційних (звичайних) параметризацій сил Скірма при ядерних і над'ядерних значеннях густини, що свідчить про феромагнітну нестійкість нормальної нейтронної матерії (НМ) з такими силами Скірма.

У цій частині дослідження (що складається з трьох розділів 3-5) вивчалися рівноважні властивості густої просторово – однорідної надплинної нейтронної матерії з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$ в магнітному полі. При цьому *автором встановлено* (див. докладніше підрозділи 3.5, 3.6 і 5.4 з глав 3 і 5, засновані на роботах автора [473, 483, 484]), *що феромагнітна нестійкість виникає не тільки в нормальній НМ, але і в ННМ, якщо використовувати в якості взаємодії традиційні сили Скірма* виду (3.2). Про це наочно свідчать графіки для оберненого відношення магнітних сприйнятливостей $\chi_{Skyrme}(y)$ і $\chi_{free}(y)$ (пор. з (5.23)) на Рис. 5.8 для традиційних параметризацій $SLy2$, Gs, $RATP$, а також Рис. 5.9 для традиційної $BSk17$ параметризації Скірма, які перетворюються в нуль при ядерних і над'ядерних критичних значеннях $n_{\mathrm{c}}(Skyrme)$, при яких і виникає феромагнітна нестійкість в ННМ.

На відміну від цього, для узагальнених параметризацій типу BSk18 — BSk21 сил Скірма відношення (5.23) сприйнятливостей $\chi_{BSk}(y)$ і $\chi_{free}(y)$ проявляє регулярну (несінгулярну) поведінку в залежності від зведеної густини $y \equiv n/n_0$ (де $n_0 = 0.17$ Фм$^{-3}$ — характерна ядерна густина) нейтронної матерії. Така регулярна поведінка (див. (5.26) і Рис. 5.10 для BSk19, а також (5.25), (5.27), (5.28) і Рис. 5.11 для BSk18, BSk20 і BSk21 узагальнених параметризацій Скірма) свідчить про усунення феромагнітних розбіжностей (!) в разі ННМ з узагальненими силами Скірма (на досліджуваному тут інтервалі зміни густини $0.5 \lesssim n/n_0 \lesssim 3.0$).

Відзначимо, що надплинні поправки до $\chi_{BSk18-21}(n)$, тобто до магнітних сприйнятливостей в ННМ з різними BSk параметризаціями, настільки малі, що ними можна знехтувати. Їх відносний внесок має порядок величини відношення $(G_F/\varepsilon_F)^2 \lesssim 10^{-5}$, де G_F — максимальна величина щілини в анізотропному енергетичному спектрі (5.31) (і див. (A.36), (A.53)) квазічастинок (нейтронів) в ННМ. Див. також, наприклад, вираз (5.50) для функції $g_{BSk21}(E_c; T = 0, y)$ (див. (5.39), (5.40)) і див. її графік на Рис. 5.14 при $E_c = 10$ МеВ.

Зауважимо у зв'язку з цим, що подібна поведінка магнітної сприйнятливості спостерігається в лабораторних умовах у разі фазового переходу між реальним рідким ^{3}He і надплинною фазою $^3\mathrm{He}-A$ в магнітному полі, де їх магнітні сприйнятливості в нормальній фазі рідкого ^{3}He і в надплинному $^3\mathrm{He}-A$ майже збігаються один з одним (різниця становить $\sim 0.1\%$, див., наприклад, в [107]).

Проаналізуємо тепер результати розрахунків, що ілюструють основні особливості розв'язків нелінійних рівнянь (5.45). Відзначимо, що *з математичної структури інтегральних рівнянь (5.45) (справедливих в граничному випадку $T=0$ для довільних узагальнених BSk параметризацій сил Скірма)* для компонент ПП виходить, що розщеплення розв'язків в магнітному полі, $\Delta_\uparrow(y,H)\neq\Delta_\downarrow(y,H)$ (див. (5.38), (5.39)), має, очевидно, місце при всіх суб'ядерних і над'ядерних значеннях густини, при яких в ННМ може існувати анізотропне триплетне p–спарювання типу $^3\mathrm{He}-A$ (див., наприклад, для BSk21 Рис. 5.14 для функції $g_{BSk21}(10;T=0,y)$). Величина цього розщеплення визначається значеннями функцій $x_1(y,H)<1.0<x_2(y,H)$ (див. (5.38), (5.39), (5.41)), які мало відрізняються від 1.0 (див., наприклад, для BSk21 узагальнених сил Скірма Табл. 5.2) навіть в помірно сильних магнітних полях 10^{16} Гс $\leq H\leq 10^{17}$ Гс. Сильніші магнітні поля $H>10^{17}$ Гс ми спеціально тут не розглядали, тому що в використовуваному тут фермі-рідинному підході припускаємо, що справедливі нерівності виду: $|\mu_n|\cdot H\ll E_c<\varepsilon_{F,BSk}(n)$. Аналогічний розгляд в принципі можна провести і для більш складного випадку будь-якого фіксованого значення температури з інтервалу $0<T<T_{c0,BSk}(n)$ існування ННМ при наявності магнітного поля. *Головне, що* це *розщеплення розв'язків $x_1(y,H)\neq x_2(y,H)$ інтегральних рівнянь* (5.45) *для компонент ПП свідчить про виникнення в магнітному полі «нової» фази надплинної нейтронної матерії з анізотропним триплетним p–спарюванням (аналог фази $^3\mathrm{He}-A_1$, що виникає в надплинному ^{3}He в магнітному полі)*. Поблизу $T_{c0,BSk}(n)$ при $H\neq 0$ вже проведено аналогічне дослідження в підрозділі 5.3 цієї глави (і в роботі автора [487]). Але поблизу $T_{c0,BSk}(n)$ (при $T\lesssim T_{c0,BSk}(n)$)

компоненти ПП стають малими за величиною і інтегральні рівняння (5.8) можна спростити (лінеаризувати; див. більш докладні коментарі в тексті до і після розв'язків (5.18) рівнянь (5.8), а також — в Додатку А.1) на відміну від граничного випадку $T = 0$, розглянутого в підрозділах 5.5 і 5.6.

Підкреслимо тут, що хоча деяка аналогія з надплинними фазами ^{3}He$-A_{1,2}$ має місце, але конкретний характер залежності поверхонь на фазовій діаграмі, які розмежовують різні фази для випадку ННМ з анізотропним триплетним p–спарюванням, має якісно і кількісно іншу залежність і від густини (немонотонну) і від магнітного поля. Відзначимо також, що, як випливає з структури загальних інтегральних рівнянь (5.45) (при $T = 0$), саме розщеплення $1.0 - x_1(y, H) \neq x_2(y, H) - 1.0$ є слабо асиметричним (як і в надплинному ^{3}He, див. [107], [507] і посилання там) через різні величини інтегралів $I_k(a; x, y, \gamma) \neq I_k(a; x, y, -\gamma)$ (де k=1, 3, 5; див. визначення (5.44)), хоча різниця їх мала (для значень x близьких до $x = 1$). Мала різниця цих інтегралів, як функцій від x, може бути наочно продемонстрована, якщо побудувати їх графіки при фіксованих значеннях густини і помірно сильного магнітного поля. Для цього потрібно попередньо обчислити значення функцій, які входять в формули (5.44) (див., наприклад, Табл. 5.1). Причому, мала асиметрія розщеплення розв'язків рівнянь (5.45) слабо нелінійно зростає з ростом магнітного поля. Див. чисельні результати в Табл. 5.2 для знайдених розв'язків $x_1(y, H)$ і $x_2(y, H)$ (а також Рис. 5.15 і Рис. 5.16), які ілюструють наочно ці твердження і про малу асиметрію розв'язків відносно $x_1(y, H = 0) = x_2(y, H = 0) = 1.0$ (див. (5.41)), і про слабо нелінійну залежність цієї асиметрії від H (яка проявляється вже в помірно сильних магнітних полях з інтервалу 10^{16} Гс $\leq H \leq 10^{17}$ Гс).

Відзначимо також, що розщеплення розв'язків при $y = 0.3$ більше за величиною, ніж при $y = 1.0$ (пор. між собою Рис. 5.15 і Рис. 5.16, а також див. уточнені результати чисельних розрахунків в Табл. 5.2). Це пояснюється тим, що енергія Фермі $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$ в НМ (див. (4.62)) монотонно зростає з густиною і в порівнянні з нею енергія Зеемана в ефективному магнітному полі віді-

грає помітнішу роль при менших значеннях густини (див. (5.34) і Рис. 5.13, наприклад, для монотонно спадної функції $\gamma_{BSk21}(y,H)$ при $H = 10^{16}$ Гс). Зауважимо тут ще, що особливістю рівнянь (5.45) є те, що залежні від магнітного поля доданки $\pm\gamma(1-2S(y))$ в чисельнику дробу всередині множника виду [...] перед інтегралом $I_3(a;x_{1,(2)},y,\pm\gamma)$ в рівняннях (5.45) стають малими за величиною поблизу максимуму функції $g_{BSk21}(10;T=0,y)$ (див. (5.50) і Рис. 5.14). Це пояснюється тим, що функція $S_{BSk21}(y) \approx 0.500002$ при $y = 0.558$ (див. (5.47) і Рис. 5.12). Тому розщеплення розв'язків рівнянь (5.45) (для випадку BSk21 параметризації сил Скірма в НМ) при $y = 0.6$ виявилося менше за величиною не тільки в порівнянні з розщепленням розв'язків при $y = 0.3$, але і порівняно з $y = 1.0$ (див. Табл. 5.2).

Нарешті відзначимо, що відкрите ще в 1948 році англійськими астрономами М. Райлом (M. Ryle) і Ф.Г. Смітом (F.G. Smith) в сузір'ї Кассіопея найяскравіше джерело радіовипромінювання в нашій Галактиці «Чумацький Шлях», назване ними «Кассіопея А», виявилося пов'язаним з нейтронною зіркою, яка випромінює також в рентгенівському діапазоні, як це було встановлено в серпні 1999 року за допомогою рентгенівського космічного телескопа «Чандра» (про це вже згадувалося у вступі до цієї глави 5). Особливістю цієї наймолодшої НЗ в нашій Галактиці є її незвично швидке охолодження в режимі реального часу (з 1999 року по теперішній час її температура знизилася на кілька % — див. в [319], [312], [277] докладніше).

Ряд авторів [390, 391], [437], [172], [318] пояснюють настільки швидке охолодження НЗ в «Кассіопеї А» існуванням саме триплетної надплинності нейтронів в рідкому густому зовнішньому шарі ядра (товщиною кілька кілометрів) всередині цієї нейтронної зірки. Тобто, ця молода НЗ є реальним прикладом (одним з багатьох подібних компактних надгустих об'єктів у Всесвіті), де може існувати триплетне спарювання нейтронів. У магнетарах же (про які було зазначено в підрозділі 5.1 «Вступ» і до яких має відношення дане дослідження), крім такого типу надплинності нейтронів присутнє сильне магнітне поле, яке в серцевині цих НЗ може перевищувати 10^{17} Гс.

5.7.1. Висновки з результатів розділу 5

Головними результатами автора, отриманими в цьому розділі, є:
1. Загальні аналітичні наближені вирази для температур $T_{c1,2}(E_c; H, y)$ фазових переходів в ННМ з триплетним спарюванням типу $^3\mathrm{He}-A$, що залежать лінійним чином від магнітного поля H в «помірно» сильних магнітних полях (що задовольняють нерівностям типу (3.61)), які можуть досягати значень 10^{17} Гс або навіть перевищувати їх, як в рідких зовнішніх шарах ядер магнетарів (сильно намагнічених нейтронних зірок). Крім того, ці вирази для ФП температур залежать немонотонним чином від густини ННМ з узагальненими ефективними силами Скірма (мають дзвіноподібний профіль залежності від n при кожному фіксованому значенні магнітного поля).
2. Не тільки в нормальній (ненадплинній) НМ, але і в ННМ з анізотропним триплетним p–спарюванням нейтронів (типу $^3\mathrm{He}-A$) і з узагальненими параметризаціями типу BSk18 — BSk21 взаємодій Скірма (які містять додаткові доданки, що залежать від густини n числа нейтронів) усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість $\chi_{BSk}(n)$ проявляє регулярну (несингулярну) поведінку в залежності від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях (на інтервалі зміни $0.5 \cdot n_0 < n < 3.0 \cdot n_0$).
3. В результаті чисельного розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь для компонент параметра порядку ННМ з узагальненою BSk21 параметризацією сил Скірма (в граничному випадку нульової температури, $T = 0$) встановлено, що в помірно сильних магнітних полях (з інтервалу 10^{16} Гс $\leq H \leq 10^{17}$ Гс) починає проявлятися слабка нелінійна залежність від магнітного поля величини розщеплення розв'язків для компонент параметра порядку надплинної нейтронної матерії з анізотропним p–спарюванням (типу $^3\mathrm{He}-A$). Знайдене розщеплення розв'язків для компонент ПП має також малу асиметрію, зростаючу слабо нелінійним чином із зростанням магнітного поля на цьому інтервалі зміни.

ВИСНОВКИ

В результаті проведених в дисертації досліджень можна зробити головний висновок про те, що узагальнений фермі-рідинний підхід є ефективним методом теоретичної фізики, який дозволяє розв'язувати складні проблеми, пов'язані з описом властивостей різних конденсованих середовищ зі спонтанно порушеними симетріями і з сильною міжчастинковою взаємодією: і в тому числі надплинних фаз рідкого гелію–3 і надщільної матерії в компактних астрофізичних об'єктах — нейтронних зірках. Підкреслимо в зв'язку з цим, що для мікроскопічної теорії знайти явний вигляд термодинамічних функцій для таких конденсованих середовищ, виходячи з перших принципів і використовуючи явний вид взаємодії між частинками, представляє принципово важко переборну проблему (еквівалентну фактично відомій у фізиці проблемі багатьох взаємодіючих тіл). Використання ж полуфеноменологічного узагальненого фермі-рідинного підходу дозволяє обходити принципові труднощі мікроскопічної теорії при опису середовищ такого роду і отримувати результати, які виражаються в тому числі і через феноменологічні підганяльні параметри (які знаходяться з порівняння результатів теорії з експериментальними даними). Важливо відзначити, що мікроскопічні і феноменологічні підходи, які використовуються в теоретичній фізиці, взаємно доповнюють один одного.

У дисертації поставлена основна мета — подальший розвиток і застосування узагальненого нерелятивістського фермі-рідинного підходу для опису рівноважних властивостей надплинних фаз гелію–3 і щільної надплинної нейтронної матерії зі спин-триплетним анізотропним спарюванням при наявності сильних постійних однорідних магнітних полів. При досягненні поставленої мети дисертантом отримано ряд нових результатів, які перераховані нижче.

В узагальненому фермі-рідинному підході для надплинної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонів (типу ^{3}He), вперше виведено інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку з малою просторовою неоднорідністю, яке справедливо при температурах близьких до температури T_c фазового переходу з нормального в надплинний стан в загальному

випадку триплетного спарювання ферміонів (атомів ^{3}He), коли спін куперівської пари дорівнює одиниці, а орбітальний момент пари – будь-яке непарне число, а також при обліку обмінних фермі-рідинних амплітуд взаємодії Ландау і наявності просторово однорідного помірно сильного магнітного поля H і однорідного потоку зі швидкістю v_n нормальної компоненти надплинної фермі-рідини (передбачається, що надплинна швидкість дорівнює нулю).

Отримане інтегро-диференціальне рівняння для параметра порядку представляє самостійний інтерес, так як справедливо в загальному випадку триплетного спарювання і тому може служити основою для виведення рівняння Гінзбурга—Ландау для надплинної фермі-рідини типу ^{3}He при температурах близьких до T_c при наявності одночасно і помірно сильного магнітного поля і течії з $v_n \neq 0$, а також не тільки при p–спарюванні ферміонів, але і при більш складному типі спарювання — f–спарюванні (коли орбітальний момент пари дорівнює 3), яке теоретично можливо в таких надплинних фермі-рідинах.

Перелік нових результатів і висновків, отриманих дисертантом, які виносяться на захист:

1. *Вперше* знайдено нову нелінійну за магнітним полем поправку до коефіцієнту при просторових похідних від параметра порядку в рівнянні Гінзбурга-Ландау для надплинного гелія-3, врахування якої необхідно в сильних полях.

2. *Вперше* здобуто уточнену формулу для температури фазового переходу з надплинної фази гелію-3А в гелій-3В в помірно сильному магнітному полі з новою додатковою нелінійною по полю поправкою.

3. В узагальненому фермі-рідинному підході отримано *вперше* загальні аналітичні вирази для аномальних і нормальних функцій розподілу квазічастинок у довільних фазах надплинної парамагнітної фермі-рідини, що складається з електронейтральних ферміонов з триплетним спарюванням у постійному однорідному магнітному полі і при наявності течії нормальної компоненти надплинної рідини.

4. *Вперше* виведено систему нелінійних інтегральних рівнянь для ефективного магнітного поля і компонент параметра порядку густої надплин-

ної просторово однорідної нейтронної матерії з триплетним анізотропним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Передбачалося, що постійне і просторово однорідне магнітне поле – «помірно» сильне, а параметризація сил Скірма в нейтронній матерії – довільна.

5. З інтегральних рівнянь *вперше* отримано загальні наближені аналітичні вирази для температур фазових переходів просторово однорідної нейтронної матерії з довільною параметризацією ефективних сил Скірма в надплинні стани з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A_{1,2}$. Здобуті функції для температур фазових переходів лінійно залежать від «помірно» сильних магнітних полів H і нелінійно – від густини числа нейтронів в інтервалі від суб'ядерних до над'ядерних значень.

6. *Вперше* виведено загальну наближену аналітичну формулу для ефективного магнітного поля справедливу при нульовій температурі *для довільних параметризацій сил Скірма* в щільній надплинній нейтронній матерії з триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - A$. Отримано явні вирази для відношення парамагнітних сприйнятливостей ідеального фермі-газу нейтронів і надплинної нейтронної матерії з конкретними традиційними параметризаціями сил Скірма.

7. Встановлено, що в магнітному полі різниця температур фазових переходів нейтронної матерії в надплинні стани з анізотропним триплетним p–спарюванням (спочатку з нормального стану в стан типу $^3\mathrm{He} - A_1$, а потім – в стан $^3\mathrm{He} - A_2$), нелінійно зростаючи з ростом густини стає розбіжною при наближенні густини до граничного критичного значення, яке зазвичай перевищує ядерну густину і є різним для різних традиційних параметризацій сил Скірма в нейтронній матерії. При цьому ж критичному значенні густини прямує до нескінченності й парамагнітна сприйнятливість надплинної нейтронної матерії з традиційними силами Скірма, що інтерпретується як фазовий перехід цієї матерії до феромагнітного стану, який співіснує з анізотропною триплетною надплинністю.

8. Показано, що температурні залежності енергетичної щілини надплин-

них рідин типу ^{3}He$-A$ поблизу $T = 0$ і в околі T_{c0} (при $H = 0$) визначаються тільки симетрією параметра порядку і не залежать від природи взаємодій, які призводять до триплетного куперівського спарювання в системі. Але залежності від густини для температур фазових переходів $T_{c0,BSk}$ і для енергетичної щілини в надплинній нейтронній матерії з узагальненими BSk силами Скірма демонструють немонотонний – «дзвоноподібний» – профіль залежності і відрізняються якісно і кількісно від відповідних величин в надплинній фазі ^{3}He $- A$ рідкого гелію–3.

9. *Вперше* теоретично здобуто уточнені аналітичні вирази з додатковими поправками для питомої теплоємності надплинних нейтронної матерії та фермі-рідини типу гелію-3A з триплетним анізотропним p-спарюванням справедливі при температурах поблизу нульової температури і в околі критичної температури у відсутності магнітного поля. Характер степеневої залежності питомої теплоємності від температури в надплинній фазі не залежить від взаємодії між ферміонами, а визначається типом їх анізотропного спарювання. Залежність питомої теплоємності від щільності частинок визначається параметрами взаємодії і істотно розрізняється для різних надплинних фермірідин.

10. *Вперше* отримано загальні аналітичні наближені вирази для температур фазових переходів у надплинній нейтронній матерії з триплетним спарюванням типу гелію-3A, що залежать лінійним чином від помірно сильного магнітного поля і немонотонним чином від густини надплинної нейтронної матерії з узагальненими BSk ефективними силами Скірма: мають дзвоноподібний профіль залежності від густини числа частинок при кожному фіксованому значенні магнітного поля.

11. Показано *вперше*, що не тільки в нормальній, але і в надплинній нейтронній матерії з анізотропним триплетним p-спарюванням нейтронів подібним до спарювання в гелії-3A і з узагальненими BSk параметризаціями сил Скірма, які містять додаткові складові залежні від густини числа нейтронів, усувається феромагнітна нестійкість, тобто магнітна сприйнятливість прояв-

ляє несингулярну залежність від густини при суб'ядерних і над'ядерних її значеннях.

Таким чином, виконано усі основні задачі дослідження і мету дисертації досягнуто.

ПОДЯКА

На закінчення висловлюю щиру подяку моєму учителю і науковому консультанту — академіку НАН України Сергію Володимировичу ПЕЛЕТМИНСЬКОМУ — за увагу, цінні обговорення отриманих результатів і підтримку моєї роботи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрагам А., Гольдман М. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок: в 2-х т. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. Т.1 — 300 с., т.2 — 360 с.
2. Абрикосов А.А. Введение в теорию металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.
3. Абрикосов А.А. Сверхпроводники второго рода и вихревая решетка (Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 2003 г.). *Успехи Физ. Наук.* 2004. Т. 174, №11. С. 1234–1239.
4. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962. 444 с.
5. Абрикосов А.А., Халатников И.М. Теория ферми-жидкости (свойства жидкого He^3 при низких температурах). *Успехи Физ. Наук.* 1958. Т. 66, вып.2. С. 177–212.
6. Авотина М.П., Золотавин А.В. Моменты основных и возбужденных состояний ядер. Часть 1. М.: Атомиздат, 1979. 328 с.
7. Айзенберг И., Грайнер В. Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975. 456 с.
8. Айзенберг И., Грайнер В. Микроскопическая теория ядра. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1976. 488 с.
9. Алексеевский Н.Е., Хомский Д.И. Сверхпроводники с тяжелыми фермионами. *Успехи Физ. Наук.* 1985. Т. 147, вып. 4. С. 767–779.
10. Алонсо В., Попов В.Н. Функционал гидродинамического действия и бозе-спектр сверхтекучих систем типа ^{3}He. *ЖЭТФ.* 1977. Т. 73, вып. 4(10). С. 1445–1459.
11. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. К вопросу о сосуществовании сверхпроводимости и ферромагнетизма. *ЖЭТФ.* 1962. Т. 43, вып. 6(12). С. 2208–2216.
12. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.:

Наука, 1967. 368с.

13. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика, изд. 3-е. М.: Наука, 1969. 624 с.
14. Ахиезер А.И., Исаев А.А., Пелетминский С.В., Рекало А.П., Яценко А.А. К теории сверхтекучести ядерной материи на основе ферми-жидкостного подхода. *ЖЭТФ*. 1997. Т. 112, вып. 1(7). С. 3-24.
15. Ахиезер А.И., Красильников В.В., Пелетминский С.В., Яценко А.А. Теория сверхтекучей ферми-жидкости. *УФН*. 1993. Т. 163, №2. С. 1-32.
16. Ахиезер А.И., Ласкин Н.В., Пелетминский С.В. Спонтанная намагниченность в плотном газе нейтронов и плотной плазме частиц и античастиц; магнитогидродинамические волны в плотной нейтронной материи. *ЖЭТФ*. 1996. Т. 109, вып. 6. С. 1981–1993.
17. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. М.: Наука, 1977. 368 с.
18. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Поля и фундаментальные взаимодействия. Киев: Нукова думка, 1986. 552 с.
19. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Теория фундаментальных взаимодействий. Киев: Нукова думка, 1993. 576 с.
20. Баранов М.А., Ефремов Д.В., Каган М.Ю., Капэл Х.В., Марьенко М.С. Поправки сильной связи в сверхтекучем ферми газе с отталкиванием. *Письма в ЖЭТФ*. 1994. Т. 59, №4. С. 268–273.
21. Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра. Киев: Наукова Думка, 1982. 208 с.
22. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, тт. 1, 2. М.: Наука, 1973. 296 с.
23. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика (Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая Физика. Т. 4.). М.: Наука, 1980. 704 с.
24. Бескин В.С. Нейтронные звезды и уравнение состояния ядерной материи. *Успехи Физ. Наук*. 1987. Т. 152, вып. 4. С. 683–689.

25. Бескин В.С. Радиопульсары. *УФН*. 1999. Т. 169, №11. С. 1169–1198.
26. Бескин В.С. Радиопульсары — уже пятьдесят лет! *Успехи Физ. Наук*. 2018. Т. 188, №4. С. 377–408.
27. Бете Г. Квантовая механика. Пер. с англ. М.: Мир, 1965. 336 с.
28. Бете Г. Теория ядерной материи. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 240 с.
29. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М.: Гостехиздат, 1946; (Избранные труды по статистической физике. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 5–114.)
30. Боголюбов Н.Н. К теории сверхтекучести. *Изв. АН СССР, сер. физ.* 1947. Т. 11, №1. С. 77–90.
31. Боголюбов Н.Н. О новом методе в теории сверхпроводимости. *ЖЭТФ*. 1958. Т. 34, вып. 1. С. 58–65.
32. Боголюбов Н.Н. К вопросу об условии сверхтекучести в теории ядерной материи. *ДАН СССР*. 1958. Т. 119, №1. С. 52–55.
33. Боголюбов Н.Н. Квазисредние в задачах статистической механики. Препринт ОИЯИ Д-781. Дубна, 1961; (Избранные труды по статистической физике. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 193–269.)
34. Боголюбов Н.Н. К вопросу о гидродинамике сверхтекучей жидкости. Препринт ОИЯИ Р-1395. Дубна, 1963. 41 с.; (Избранные труды по статистической физике. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 292–336.)
35. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.). Введение в квантовую статистическую механику. М.: Наука, 1984. 384 с.
36. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 128 с.
37. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. Изд. 3-е, перераб. М.: Наука, 1976. 480 с.
38. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Квантовые поля. М.: Наука, 1980. 320 с.
39. Боголюбов Н.Н. (мл.)., Ковалевский М.Ю., Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.**, Курбатов А.М. Гидродинамика сверхтекучих систем и метод квазисредних. *Физ. ЭЧАЯ*. 1985. Т. 16, вып. 4. С. 875–926.

40. Боголюбов Н.Н. (мл.), Ковалевский М.Ю., Курбатов А.М., Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.** К микроскопической теории сверхтекучих жидкостей. *Успехи Физ. Наук.* 1989. Т. 159, вып. 4. С. 585–620.
41. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение. (Пер. с англ. под ред. Л.А. Слива). М.: Мир, 1971. 456 с.
42. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. Том 2. Деформация ядер. (Пер. с англ. под ред. Л.А. Слива). М.: Мир, 1977. 664 с.
43. Бракнер К. Теория ядерной материи. (Пер. с англ.). М.: Мир, 1964. 302с.
44. Браун Дж. Единая теория ядерных моделей и сил. (Пер. с англ.). М.: Атомиздат, 1970. 286 с.
45. Брусов П.Н., Попов В.Н. Сверхтекучесть и коллективные свойства квантовых жидкостей. М.: Наука, 1988. 216 с.
46. Брусов П.Н., Ломаков М.В. Коллективные возбуждения в планарной 2D фазе сверхтекучего ^{3}He. *ЖЭТФ.* 1991. Т. 100, вып. 3. С. 849–854.
47. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, Ленингр. отд., 1975. 439 с.
48. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций, ч. I, перевод со 2-го англ. изд. М.: ИЛ, 1949. 799 с.
49. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. Киев: Наукова думка. 544 с.
50. Вдовин Ю.А. Эффекты спаривания в ферми системе в p–состоянии. *Труды МИФИ.* М., 1962. С. 94–109.
51. Воловик Г.Е. Сверхтекучие свойства А-фазы He^3. *Успехи Физ. Наук.* 1984. Т. 143, вып.1. С. 73–109.
52. Воловик Г.Е., Горьков Л.П. Сверхпроводящие классы в системах с тяжелыми фермионами. *ЖЭТФ.* 1985. Т. 88, вып. 4. С. 1412–1428.
53. Воловик Г.Е., Минеев В.П. Гиромагнетизм куперовских пар в сверхтекучем ^{3}He-B. *ЖЭТФ.* 1984. Т. 86, вып. 5. С. 1667–1680.
54. Вонсовский С.В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
55. Гинзбург В.Л. Сверхтекучесть и сверхпроводимость во Вселенной. *Ус-*

пехи Физ. Наук. 1969. Т. 97, вып.4. С. 601–619.

56. Гинзбург В.Л. О физике и астрофизике: Статьи и выступления. М.: Наука. 1985. 400 с.
57. Гинзбург В.Л., Киржниц Д.А. Высокотемпературная сверхпроводимость (обзор теоретических представлений). *УФН.* 1987. Т. 152, вып. 4. С. 575–582.
58. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости. *ЖЭТФ.* 1950. Т. 20, вып. 6. С. 1064–1082; (Ландау Л.Д. [86] Статья №71. С. 126–152).
59. Горьков Л.П. Об энергетическом спектре сверхпроводников. *ЖЭТФ.* 1958. Т. 34, вып. 3. С. 735–739.
60. Горьков Л.П. Микроскопический вывод уравнений Гинзбурга–Ландау в теории сверхпроводимости. *ЖЭТФ.* 1959. Т. 36, вып. 6. С. 1918–1923.
61. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, изд. 4-е. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.
62. Гугенгольц Н. Квантовая теория систем многих тел. Пер. с англ. Под ред. С.В. Тябликова. М.: Мир, 1967. 175 с.
63. Давыдов А.С. Теория атомного ядра. М.: Физматгиз, 1958. 612 с.
64. Давыдов А.С. Квантовая механика. 2-е изд. М.: Наука, 1973. 704 с.
65. Давыдов А.С. Высокотемпературная сверхпроводимость. Киев: Наукова думка, 1990. 176с.
66. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968. 280с.
67. Засов А.В., Постнов К.А. Общая астрофизика. Фрязино, 2006. 496 с.
68. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971. 484 с.
69. Иваненко Д., Курделаидзе Д.Ф. Гипотеза о кварковых звездах. *Астрофизика.* 1965. Т. 1. С. 479–482
70. Исаев А.А., Пелетминский С.В. К теории триплетного спаривания в модели ферми-жидкости. *Укр. Физ. Ж.* 1992. Т. 37, №6. С. 952–960.
71. Каган М.Ю., Мицкан В.А., Коровушкин М.М. Аномальная сверхпроводимость и сверхтекучесть в фермионных системах с отталкиванием.

Успехи Физ. Наук. 2015. Т. 185, №8. С. 785–815.

72. Квантовые жидкости и кристаллы/ Сб. статей. Пер. с англ. Под ред. акад. АН СССР А.С. Боровика-Романова. М.: Мир, 1979. 336 с.
73. Квантовые кристаллы/ Сб. статей. Пер. с англ. Под ред. академика С.В. Вонсовского. М.: Мир, 1975. 280 с.
74. Киржниц Д.А. Полевые методы теории многих частиц. М.: Госатомиздат, 1963. 344 с.
75. Киржниц Д.А. Экстремальные состояния вещества (сверхвысокие давления и температуры). *УФН.* 1971. Т. 104, вып. 3. С. 489–508.
76. Ковалевский М.Ю., Пелетминский С.В. Статистическая механика квантовых жидкостей и кристаллов. М.: Физматлит, 2006. 368с.
77. Ковалевский М.Ю., Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.**, Шишкин А.Л. К термодинамике и кинетике многоподрешеточных спиновых систем. *ДАН СССР.* 1990. Т. 314, №5. С. 1115–1118.
78. Ковалевский М.Ю., **Тарасов А.Н.** Включение электромагнитного взаимодействия в обобщенных системах и калибровочная инвариантность физических величин. В кн.: IV Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ Д17-88-95, Дубна, 1988. С. 216–223.
79. Ковалевский М.Ю., **Тарасов А.Н.** К квантовой механике обобщенных систем заряженных частиц и фотонов. *УФЖ.* 1989. Т. 34. С. 1110–1115.
80. Коломиец В.М. Ядерная ферми-жидкость. Киев: Наукова думка, 2009. 416 с.
81. Красильников В.В., Пелетминский С.В., Яценко А.А., Рожков А.А. К теории сверхтекучей ферми-жидкости. *Физ. ЭЧАЯ.* 1988. Т. 19, вып. 6. С. 1440–1466.
82. Красильников В.В., Пелетминский С.В., Шишкин А.Л. Теория сверхтекучей ферми-жидкости, взаимодействующей с электромагнитным полем. *ФММ.* 1989. Т. 68, вып. 5. С. 863–872.
83. Красильников В.В., Полуэктов Ю.М. К теории двухкомпонентной свер-

хпроводящей ферми-жидкости. *ФНТ*. 1990. Т. 16, №7. С. 819–830.

84. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию). М.: Наука, 1975. 304 с.
85. Ландау Л.Д. Собрание трудов. Т. 1. (Под ред. Е.М. Лифшица). М.: Наука, 1969. 512 с.
86. Ландау Л.Д. Собрание трудов. Т. 2. (Под ред. Е.М. Лифшица и И.М. Халатникова). М.: Наука, 1969. 450 с.
87. Ландау Л.Д. Теория ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1956. Т. 30, вып. 6. С. 1058–1064 (Ландау Л.Д. Статья №87 в [86]. С. 328–336).
88. Ландау Л.Д. Колебания ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1957. Т. 32, вып. 1. С. 59–66 (Ландау Л.Д. Статья №88 в [86]. С. 337–348).
89. Ландау Л.Д. К теории ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1958. Т. 35, вып. 1. С. 97–103 (Ландау Л.Д. Статья №93 в [86]. С. 363–373).
90. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. 3-е изд. (Теоретическая физика. Т. 3). М.: Наука, 1974. 752 с.
91. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть 1. Изд. 3-е доп. Е.М. Лифшицем и Л.П. Питаевским (серия: Теоретическая физика. Т. 5). М.: Наука, 1976. 584 с.
92. Леггетт Э.Дж. Сверхтекучий ^{3}He: ранняя история глазами теоретика (Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 2003 г.). *Успехи Физ. Наук*. 2004. Т. 174, №11. С. 1256–1268.
93. Либерман М.А., Йоханссон Б. Вещество в сверхсильном магнитном поле и структура поверхности нейтронных звезд. *УФН* 1995. Т. 165, №2. С. 121–142.
94. Линтон Э. Сверхпроводимость. Изд. 2-е, испр. и доп. (Перев. с англ. Под ред Л.П. Горькова). М.: Мир, 1971. 264 с.
95. Липкин Г. Квантовая механика. (Пер. с англ. под ред В.В. Толмачева). М.: Мир, 1977. 592с.
96. Липунов В.М. Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987. 296 с.
97. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая Физика, Часть 2: Тео-

рия конденсированного состояния. (Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая Физика. Т. 9.) М.: Наука, 1978. 448с.

98. Малов И.Ф., Мачабели Г.З. Аномальные пульсары. М: Наука, 2009. 144с.
99. Манчестер Р., Тейлор Дж. Пульсары. (Перевод с англ. под ред. А.Д. Кузьмина). М.: Мир, 1980. 296 с.
100. Марч Н., Янг У., Сампантхар С. Проблема многих тел в квантовой механике. М.: Мир, 1969. 496 с.
101. Марченко В.И. Теория фазового перехода ^{3}He в сверхтекучее состояние. *ЖЭТФ*. 1987. Т. 93, вып. 1. С. 141–150.
102. Маттис Д. Теория магнетизма. Введение в изучение кооперативных явлений. (Пер.с англ. Под ред. И.М. Лифшица и М.И. Каганова). М.: Мир, 1967. 408 с.
103. Мессиа А. Квантовая механика. В 2-х томах. (Перевод с фр. Под ред. Л.Д. Фаддеева): Т.1. М.: Наука, 1978. 480 с.; Т.2. М.: Наука, 1979. 584 с.
104. Мигдал А.Б. Сверхтекучесть и моменты инерции ядер. *ЖЭТФ*. 1959. Т. 37, вып. 1. С. 249–263.
105. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1983. 432 с.
106. Мигдал А.Б., Воскресенский Д.Н., Саперштейн Э.Е., Троицкий М.А. Пионные степени свободы в ядерном веществе. М.: Наука, 1991. 336 с.
107. Минеев В.П. Сверхтекучий ^{3}He: введение в предмет. *Успехи Физ. Наук.* 1983. Т. 139, вып.2. С. 303-332.
108. Минеев В.П. Сверхпроводимость в урановых ферромагнетиках. *Успехи Физ. Наук.* 2017. Т. 187, №2. С. 129–158.
109. Минеев В.П., Самохин К.В. Введение в теорию необычной сверхпроводимости. М.: Изд-во МФТИ, 1998. 144 с.
110. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1978. 320 с.
111. Пайнс Д. Проблема многих тел. М.: ИЛ, 1963. 192 с.
112. Пайнс Д., Нозьер Ф. Теория квантовых жидкостей (Нормальные ферми-

жидкости). М.: Мир, 1967. 384 с.

113. Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1982. 382 с.
114. Пелетминский С.В. Сверхтекучесть в модели ферми-жидкости. *Труды Математического инст-та им. В.А. Стеклова АН СССР*. 1989. Т. 191. С. 174–191.
115. Пелетминский С.В., Соколовский А.И. Операторы потоков физичеких величин и метод квазисредних. *ТМФ*. 1974. Т. 18, №1. С. 121–129.
116. Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.** Вариационный принцип в статистической механике и потоки физических величин. Сб. Аннотаций V Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. 22–24 авг. 1989, Дубна, СССР. ОИЯИ Д17-89-535, Дубна, 1989. С. 49.
117. Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.**, Шишкин А.Л. Вариационный принцип и потоки аддитивных интегралов движения в сверхтекучих системах. Препринт ХФТИ 90-5. М.: - ЦНИИатом-информ-1990. 9 с.
118. Пелетминский С.В., **Тарасов А.Н.**, Шишкин А.Л. Применение вариационного принципа для нахождения потоков аддитивных интегралов движения в сверхтекучих системах. *УФЖ*. 1990. Т. 35, №8. С. 1267–1274.
119. Пескин М.Е., Шредер Д.В. Введение в квантовую теорию поля. (Перевод с англ. Под ред. А.А. Белавина). Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 784 с.
120. Питаевский Л.П. К вопросу о сверхтекучести жидкого He^3. *ЖЭТФ*. 1959. Т. 37, вып. 6(12). С. 1794–1807.
121. Померанчук И.Я. Стабильность ферми-жидкости. *ЖЭТФ*. 1958. Т. 35, вып. 3. С. 524–531.
122. Попов В.Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Наука, 1976. 256 с.
123. Попов С.Б., Прохоров М.Е. Астрофизика одиночных нейтронных звезд: радиотихие нейтронные звезды и магнитары. *Труды ГАИШ*. Т. 72, серия

научная. М.: ГАИШ МГУ, 2003. 84 с.

124. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости. Под ред. В.Л. Гинзбурга и Д.А. Киржница. М.: Наука, 1977. 400 с.
125. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981. 800 с.
126. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 752 с.
127. Пульсары. Сб-к статей. *Труды ФИАН им. П.Н. Лебедева.* Т. 199 (Отв. редактор тома А.Д. Кузьмин). М.: Наука, 1989. 160 с.
128. Радциг А.А., Смирнов Б.М. Параметры атомов и атомных ионов. Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1986. 344 с.
129. Сан-Жам Д., Сарма Г., Томас Е. Сверхпроводимость второго рода. Перев. с англ. Под ред А.А. Абрикосова. М.: Мир, 1970. 364 с.
130. Сверхтекучесть гелия–3. Сб. статей. Пер. с англ. Под ред. чл.-корр. АН СССР И.М. Халатникова. М.: Мир, 1977. 288 с.
131. Свидзинский А.В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1982. 312 с.
132. Седракян Д.М., Шахабасян К.М. Сверхтекучесть и магнитное поле пульсаров. *Успехи Физ. Наук.* 1991. Т. 161, №7. С. 3–40.
133. Силин В.П. К теории вырожденной электронной жидкости. *ЖЭТФ.* 1957. Т. 33, вып. 2. С. 495–500.
134. Ситенко А.Г., Тартаковский В.К. Лекции по теории ядра. М.: Атомиздат, 1972. 352 с.
135. Слив Л.А., Стрикман М.И., Франкфурт Л.Л. Проблемы построения микроскопической теории ядра и квантовая хромодинамика. *Успехи Физ. Наук.* 1985. Т. 145, №4. С. 553–592.
136. Соловьев В.Г. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. М.: Госатомиздат, 1963. 76 с.
137. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971. 560 с.
138. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра: Ядерные модели. М.: Энергоиздат,

1981. 296 с.

139. Сонин Э.Б. Слабый ферромагнетизм А фазы и сингулярности сверхтекучего фазового перехода в He^3. *Письма в ЖЭТФ.* 1978. Т. 27, вып. 12. С. 703–706.
140. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами, под ред. Абрамовица М., Стиган И. М.: Наука, 1979. 832 с.
141. **Тарасов А.Н.** Уравнения гидродинамики и низкочастотная асимптотика функций Грина обобщенных нормальных и сверхтекучих систем. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук. ХФТИ АН УССР, Харьков, 1985. 158 с.
142. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Сб. аннотаций. Всесоюзная конференция «Современные проблемы статистической физики», ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А.Стеклова, Харьков, 1991. С. 122–123.
143. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. *Вопр. атом. науки и техники. Сер.: Ядерно-физич. Исследования (Теория и эксперимент).* 1992, вып. 3(24). С. 176–182.
144. **Тарасов А.Н.** О выводе уравнений Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Препринт ХФТИ 92-29. Харьков, 1992. 11 с.
145. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. См. в: «30-е Совещание по физике низких температур», 6-8 сент. 1994г. Тезисы докладов. РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». ОИЯИ, Д14-94-269. Часть 2. Дубна, 1994. С. 49–50.
146. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. *ФНТ.*

1995. Т. 21, №1. С. 24–37; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1995. Vol. 21, №1. P. 17–26].

147. **Тарасов А.Н.** О поправках в уравнениях Гинзбурга-Ландау, обусловленных течением нормальной компоненты сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным p-спариванием. *ФНТ*. 1997. Т. 23, №3. С. 243–248; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1997. Vol. 23, №3. P. 177–180].
148. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 1998. Т. 24, №5. С. 429–437; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1998. Vol. 24, №5. P. 324–330].
149. **Тарасов А.Н.** Применение обобщенного ферми-жидкостного подхода в теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. См. в: «31-е Совещание по физике низких температур», 2–3 дек. 1998г. Тезисы докладов. (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Инст. Физич. Проблем им. П.Л. Капицы РАН). Москва, 1998. С. 178–179.
150. **Тарасов А.Н.** К вопросу об описании неунитарных фаз сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. См. в: «32-е Совещание по физике низких температур», (НТ32), Казань, 3–6 окт. 2000. Тезисы докладов секции QL: «Квантовые Жидкости и Кристаллы». Казанский госуниверситет, 2000. С. 35–36.
151. **Тарасов А.Н.** Некоторые вопросы теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 2000. Т. 26, №11. С. 1059–1066; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2000. Vol. 26, No11. P. 785–790].
152. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучести плотной нейтронной материи с анизотропным триплетным p-спариванием в сильных магнитных полях. *ФНТ*. 2018. Т. 44, №4. С. 368–378; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2018. Vol. 44, №4. P. 278–285].
153. **Тарасов А.Н.** Аналитический вывод выражений для удельной теплоемкости сверхтекучих ферми-жидкостей со спин-триплетным анизо-

тропным p-спариванием при конечных температурах. *ФНТ*. 2019. Т. 45, №4. С. 423–433; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2019. Vol. 45, №4. P. 367–375].

154. Таулес Д. Квантовая механика систем многих частиц. Перевод со 2-го англ. изд. М.: Мир, 1975. 384 с.
155. Теория сверхпроводимости. Сб. статей перев. с англ. и нем. под ред. академика Боголюбова Н.Н. М.: ИЛ, 1960. 416 с.
156. Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость. (Перев. с англ. Под ред К.К. Лихарева). М.: Атоимиздат, 1980. 313 с.
157. Толмачев В.В. Теория ферми-газа. М.: Изд-во МГУ, 1973. 354 с.
158. Уайт Р. Квантовая теория магнетизма. Пер. с англ. 2-е изд., испр. и доп. М.: Мир, 1985. 304 с.
159. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа, изд. 2-е. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1, Основные операции анализа. 344с.; 1963. Ч. 2, Трансцендентные функции. 516 с.
160. Фейнман Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1975. 408 с.
161. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников. Сб. статей. Под ред. Д.М. Гинзберга. (Пер. с англ. Под ред. Н.В. Заварицкого). М.: Мир, 1990. 543 с.
162. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1–3. М.: Наука, 1969.
163. Форстер Д. Гидродинамические флуктуации, нарушенная симметрия и корреляционные функции. М.: Атомиздат, 1980. 288 с.
164. Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика. (Перевод с англ. Под ред. В.В. Толмачева). М.: Мир, 1979. 736 с.
165. Халатников И.М. Теория сверхтекучести. М.: Наука, 1971. 320 с.
166. Хьюиш Э. Пульсары. *Успехи Физ. Наук*. 1969. Т. 97, вып.4. С. 715–732.
167. Цакадзе Дж.С., Цакадзе С.Дж. Сверхтекучесть в пульсарах. *Успехи Физ. Наук*. 1975. Т. 115, вып. 3. С. 503–519.
168. Чандрасекхар С. О звездах, их эволюции и устойчивости (Перев. с англ.

Нобелевской лекции по физике за 1983 г.). *Успехи Физ. Наук.* 1985. Т. 145, вып. 3. С. 489–506.

169. Ширков Д.В. 60 лет нарушенным симметриям в квантовой теории (от теории сверхтекучести Боголюбова до Стандартной модели). *Успехи Физ. Наук.* 2009. Т. 179, №6. С. 581–589.
170. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: МЦНМО, 2000. XIV + 402 с.
171. Шриффер Дж. Теория сверхпроводимости.М.: Наука, 1970. 312 с.
172. Штернин П.С., Яковлев Д.Г. Сверхтекучие нейтронные звезды. *Успехи Физ. Наук.* 2012. Т. 182, №9. С. 1006–1012.
173. Шульга С.Н., Слюсаренко Ю.В. Теория сверхтекучих состояний с синглетным и триплетным типами спаривания в ядерной материи. *ФНТ.* 2013. Т. 39, №10. С. 1123–1140.
174. Яковлев Д.Г., Левенфиш К.П., Шибанов Ю.А. Остывание нейтронных звезд и сверхтекучесть в их ядрах. *УФН.* 1999. Т. 169, №8. С. 825–868.
175. Яковлев Д.Г., Хэнсель П., Бейм Г., Петик К. Л.Д. Ландау и концепция нейтронных звезд. *Успехи Физ. Наук.* 2013. Т. 183, №3. С. 307–314.
176. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы, изд. 3-е. М.: Наука, 1977. 344 с.
177. Abrikosov A.A., Khalatnikov I.M. The theory of a Fermi liquid. *Rep. Prog. Phys.* 1959. Vol. 22. P. 329–367.
178. Aguirre R. Nuclear superfluidity in isospin asymmetric matter within the Skyrme model. *Phys. Rev. C.* 2012. Vol. 85, №6. 064314 (8 pp.).
179. Ainsworth T.L., Wambach J., and Pines D. Effective interactions and superfluid energy gaps for low density neutron matter. *Phys. Lett. B.* 1989. Vol. 222. P. 173–178.
180. Akhiezer A.I., Krasil'nikov V.V., Peletminskii S.V., and Yatsenko A.A. Research on superfluidity and superconductivity on the basis of the Fermi liquid concept. *Phys. Rep.* 1994. Vol. 245, №1&2. P. 1–110.
181. Akhiezer A.I., Isayev A.A., Peletminsky S.V., and Yatsenko A.A. Fermi-

liquid theory of superfluid asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C.* 2001. Vol. 63. 021304(R) (5 pp.).

182. Akhiezer A.I., Laskin N.V., and Peletminsky S.V. Spontaneous magnetization of dense neutron matter and electron-positron plasma. *Phys.Lett. B.* 1996. Vol. 383, Iss. 4. P. 444–449.
183. Akmal A., Pandharipande V.R., Ravenhall D.G. Equation of state of nucleon matter and neutron star structure. *PRC.* 1998. Vol. 58. P. 1804–1828.
184. Alford M., Good G., and Reddy S. Isospin asymmetry and type-I superconductivity in neutron star matter. *Phys. Rev. C.* 2005. V. 72. 055801 (5pp.).
185. Alford M.G. and Good G. Flux tubes and the type-I/type-II transition in a superconductor coupled to a superfluid. *Phys. Rev. B.* 2008. Vol. 78, №2. 024510 (11 pp.).
186. Alford M.G., Schmitt A., Rajagopal K., and Schäfer T. Color superconductivity in dense quark matter. *Rev. Mod. Phys.* 2008. Vol. 80, №4. P. 1455–1515; (arXiv:hep-ph/0709.4635v2. 63pp.).
187. Ambegaokar V., de Gennes P.G., and Rainer D. Landau-Ginsburg equations for an anisotropic superfluid. *Phys. Rev. A.* 1974. Vol. 9, Iss. 6. P. 2676–2685; (Див. переклад на рос. м. Стаття 12 в сб. [130]. С. 147–169.).
188. Ambegaokar V. and Mermin N.D. Thermal Anomalies of ^{3}He: Pairing in a Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.* 1973. Vol. 30, Iss. 3. P. 81–84.
189. Amundsen L. and Østgaard E. Superfluidity of neutron matter (II). Triplet pairing. *Nucl. Phys. A.* 1985. Vol. 442, Iss. 1. P. 163–188.
190. Anderson P.W. Plasmons, Gauge Invariance, and Mass. *Phys. Rev.* 1963. Vol. 130, Iss. 1. P. 439–441.
191. Anderson P.W. and Brinkman W.F. Anisotropic Superfluidity in ^{3}He: A Possible Interpretation of Its Stability as a Spin-Fluctuation Effect. *Phys. Rev. Lett.* 1973. Vol. 30, Iss. 22. P. 1108–1111.
192. Anderson P.W. and Brinkman W.F. Theory of anisitropic superfluidity in He^3. In : The Physics of Liquid and Solid Helium, Part II, edited by K.H. Bennemann and J.B. Ketterson. Wiley, New York, 1978. P. 287-388.

193. Anderson P.W. and Morel P. Generalized Bardeen–Cooper–Schrieffer states and the proposed low temperature phase of liquid He^3. *Phys. Rev.* 1961. Vol. 123, Iss. 6. P. 1911–1934.
194. Antoniadis J., Freire P.C.C., Wex N., Tauris T.M., Lynch R.S., *et al.* A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. *Science.* 26 April 2013. Vol. 340, Issue: 6131. P. 448; [arXiv:astro-ph.HE/1304.6875v1. 54 pp.]
195. Ashida M. and Nagai K. A-B Transition of Superfluid ^{3}He under Magnetic Field at Low Pressures. *Prog. Theor. Phys.* 1985. Vol. 74, No.5. P. 949–957.
196. Baade W. and Zwicky F. On super-novae. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* 1934. Vol. 20. P. 254–259.
197. Bäckman S.-O., Brown G.E., and Niskanen J.A. The nucleon-nucleon interaction and the nuclear many-body problem. *Phys. Rep.* 1985. Vol. 124, Issue 1. P. 1-68.
198. Bäckman S.-O., Källman C.-G., and Sjöberg O. Calculation of Landau's fermi-liquid parameters in pure neutron matter. *Phys. Lett. B.* 1973. Vol. 43, Iss. 4. P. 263–266.
199. Bailin D., and Love A. Superfluidity and superconductivity in relativistic fermion systems. *Phys. Rep.* 1984. Vol. 107, №6. P. 325-385.
200. Baker G.A. (Jr.). Singularity Structure of the Perturbation Series for the Ground-State Energy of a Many-Fermion Systems. *Rev. Mod. Phys.* 1971. Vol. 43, №4. P. 479–531.
201. Baldo M. and Burgio G.F. Properties of the nuclear medium. *Rep. Prog. Phys.* 2012. Vol. 75, №2. 026301 (53 pp.).
202. Baldo M., Elgaroy Ø., Engvik L., Hjorth-Jensen M., and Schulze H.-J. $^3P_2{-}^3F_2$ pairing in neutron matter with modern nucleon-nucleon potentials. *Phys. Rev. C.* 1998. Vol. 58, Iss. 4. P. 1921–1928; (arXiv:nucl-th/9806097. 19 pp.).
203. Baldo M., Lombardo U., Pankratov S.S., and Saperstein E.E. Microscopic evaluation of the pairing gap. *J. Phys. G.* 2010. Vol. 37, Iss. 6. 064016 (16 pp.); (arXiv:nucl-th/1001.0743v2. 21 pp.).
204. Baldo M. and Maieron C. Equation of State of Nuclear Matter at high baryon

density. arXiv:nucl-th/0703004v1. 2007. 51 pp.

205. Balian R. and Werthamer N.R. Superconductivity with pairs in a relative p-wave. *Phys. Rev.* 1963. Vol. 131, Iss. 4. P. 1553–1564.
206. Bardeen J., Cooper L.N., and Schrieffer J.R. Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 1957. Vol. 108, Iss. 5. P. 1175–1204.
207. Barton G. and Moore M.A. Some p-wave phases of superfluid helium-3 in strong-coupling theory. *J. Phys. C.* 1974. Vol. 7, №23. P. 4220–4235; (див. переклад на рос. м. Стаття 13 в сб. [130]. С. 170–191).
208. Bassa C.G., Wang Z., Cumming A., Kaspi V.M. (Eds.). 40 YEARS of PULSARS: Millisecond pulsars, Magnetars and More. *AIP CP.* 2008. Vol. 983.
209. Baym G., and Pethick C.J. Neutron stars. *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 1975. Vol. 25. P. 27–77.
210. Baym G., and Pethick C.J. Physics of neutron stars. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1979. Vol. 17. P. 415–443.
211. Baym G. and Pethick C. Landau Fermi-Liquid Theory: Concepts and Applications. Weinheim: Wiley-VCH, 2004. 209 pp.
212. Baym G., Hatsuda T., Kojo T., Powell P.D., Song Y., and Takatsuka T. From hadrons to quarks in neutron stars: a review. *Reports on Progress in Physics.* 2018. Vol. 81, Iss. 5. 056902 (38 pp.); (arXiv:astro-ph.HE/1707.04966v3. 42 pp.).
213. Becker W. (ed.) Neutron Stars and Pulsars, Astrophysics and Space Science Library. Vol. 357. Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 712 pp.
214. Bedaque P.F. and Nicholson A.N. Low lying modes of triplet-condensed neutron matter and their effective theory. *Phys. Rev. C.* 2013. Vol. 87, №5. 055807 (10 pp.).
215. Bedaque P.F., Rupak G., and Savage M.J. Goldstone bosons in the $^3P_2$ superfluid phase of neutron matter and neutrino emission. *Phys. Rev. C.* 2003. Vol. 68, №6. 065802 (7 pp.).
216. Belyaev S.T. Effect of pairing correlations on nuclear properties. *Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat.-Fys. Medd.* 1959. Vol. 31, №11. P. 1–55.

217. Bender M., Heenen P.-H., and Reinhard P.-G. Self-consistent mean-field models for nuclear structure. *Rev. Mod. Phys.* 2003. Vol.75. P. 121–180.
218. Bethe H.A. Three-body correlations in nuclear matter. *Phys. Rev.* 1965. Vol. 138, Iss. 4B. P. B804–B822.
219. Bethe H.A. Thomas—Fermi theory of nuclei. *Phys. Rev.* 1968. Vol. 167, No 4. P. 879–907.
220. Bethe H.A. Supernova mechanisms. *Rev. Mod. Phys.* 1990. Vol. 62, №4. P. 801–866.
221. Bethe H.A. and Goldstone J. Effect of a Repulsive Core in the Theory of Complex Nuclei. *Proc. Roy. Soc. A.* 1957. Vol. 238, Iss. 1215. P. 551–567.
222. Bethe H.A., and Johnson M.B. Dense baryon matter calculations with realistic potentials. *Nucl. Phys. A.* 1974. Vol. 230. P. 1–58.
223. Blaschke D., Grigorian H., and Voskresensky D.N. Cooling of neutron stars. Hadronic model. *Astron. Astrophys.* 2004. Vol. 424. P. 979–992.
224. Blaschke D., Grigorian H., Voskresensky D.N., Weber F. Cooling of the neutron star in Cassiopeia A. *PRC.* 2012. Vol. 85, №2. 022802(R) (4pp.).
225. Blaschke D., Grigorian H., and Voskresensky D.N. Nuclear medium cooling scenario in light of new Cas A cooling data and the $2M_{Sun}$ pulsar mass measurements. *Phys. Rev. C.* 2013. Vol. 88, №6. 065805 (10 pp.).
226. Bogner S.K., Furnstahl R.J., and Schwenk A. From low-momentum interactions to nuclear structure. arXiv:nucl-th/0912.3688v1. 76 pp.
227. Bohr A., Mottelson B.R., and Pines D. Possible analog between the excitation spectra of nuclei and those of superconducting metal state. *Phys. Rev.* 1958. Vol. 110, Iss. 4. P. 936–938.
228. Bombaci I., Fabrocini A., Polls A., and Vidaña I. Spin-orbit and tensor interactions in homogeneous matter of nucleons: accuracy of modern many-body theories. *Phys. Lett. B.* 2005. Vol. 609. P. 232–240.
229. Bombaci I., Polls A., Ramos A., Rios A., and Vidaña I. Microscopic calculations of spin polarized neutron matter at finite temperature. *Phys. Lett. B.* 2006. Vol. 632. P. 638–643.

230. Brack M., Guet C., and Håkansson H.-B. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties — a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* 1985. Vol. 123, Iss. 5. P. 275–364.
231. Braun-Munzinger P., Wambach J. Colloquium: Phase diagram of strongly interacting matter. *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81, №3. P. 1031–1050.
232. Brink D.M. and Broglia R.A. Nuclear Superfluidity: pairing in finite systems. Cambridge University Press, 2005. XIV + 378 pp.
233. Brinkman W.F. and Anderson P.W. Anisotropic Superfluidity in ^{3}He: Consequences of the Spin-Fluctuation Model. *Phys. Rev. A.* 1973. Vol. 8, №5. P. 2732–2734.
234. Brinkman W.F. and Cross M.C. Spin and orbital dynamics of superfluid ^{3}He. In: Progress in Low Temperature Physics. Ed. D.F. Brewer. Amsterdam: North Holland, 1978. Vol.VIIa. P. 105–190.
235. Brinkman W.F., Serene J.W., and Anderson P.W. Spin-fluctuation stabilization of anisotropic superfluid states. *Phys. Rev. A.* 1974. Vol. 10, №6. P. 2386–2394.
236. Broderick A., Prakash M., and Lattimer J.M. The equation of state of neutron star matter in strong magnetic fields. *Astrophys J.* 2000. Vol. 537, №1. P. 351–367.
237. Broglia R.A. and Zelevinsky V. 50 Years of Nuclear BCS: Pairing in Finite Systems. World Scientific, 2013. 692 pp.
238. Brown G.E. Landau, Brueckner-Bethe, and Migdal theories of Fermi Systems. *Rev. Mod. Phys.* 1971. Vol. 43, №1. P. 1-14.
239. Brown G., Kalogera V., and van den Heuvel E. (Eds.). The Hans Bethe Centennial Volume 1906–2006. *Phys. Rep.* 2007. Vol. 442, Iss. 1–6. P. 1-284.
240. Brown G.E., Lee C.-H., and Rho M. Recent developments on kaon condensation and its astrophysical implications. *Phys. Rep.* 2008. Vol. 462, №1. P. 1–20.
241. Brusov P.N. Mechanisms of HTSC. Vol.1, 2. Rostov State University publishing, 1999. 1389 pp. (in English).

242. Brusov Peter and Brusov Pavel. Collective Excitations in Unconventional Superconductors and Superfluids. Singapore: World Scientific, 2010. XXXVII + 820pp.
243. Buckley K.B.W., Metlitski M.A., Zhitnitsky A.R. Neutron Stars as Type-I Superconductors. *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 92, №15. 151102 (4 pp.); (arXiv:astro-ph/0308148v2. 4 pp.)
244. Buckley K.B.W., Metlitski M.A., Zhitnitsky A.R. Vortices and type-I superconductivity in neutron stars. *PRC.* 2004. Vol. 69, №5. 055803 (10pp.).
245. Capel H.W. Stability of the phase diagram of liquid ^{3}He. В кн.: IV Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ Д17-88-95, Дубна, 1988. С. 194–201.
246. Capel H.W., Nijhoff F.W., Den Breems A. Separable interactions and liquid ^{3}He: V. Phase diagram in the presence of a Hubbard interaction. *Physica A.* 1986. Vol. 139, Iss. 2–3. P. 256–305.
247. Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., and Schaeffer R. A Skyrme parameterization from subnuclear to neutron star densities. *Nucl. Phys. A.* 1997. Vol. 627. P. 710–746.
248. Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R. A Skyrme parameterization from subnuclear to neutron star densities. Part II. Nuclei far from stabilities. *Nucl. Phys. A.* 1998. Vol. 635. P. 231–256.
249. Chadwick J. Possible existence of a neutron. *Nature.* 1932. Vol. 129. P. 312.
250. Chamel N., Goriely S., Pearson J.M. Further explorations of Skyrme–Hartree–Fock–Bogoliubov mass formulas. XI. Stabilizing neutron stars against a ferromagnetic collapse. *PRC.* 2009. Vol. 80, №6. 065804 (12 p.).
251. Chamel N., Fantina A.F., Pearson J.M., and Goriely S. Masses of neutron stars and nuclei. *Phys. Rev. C.* 2011. Vol. 84, No. 6. 062802(R) (4 pp.).
252. Chamel N., Fantina A.F., Pearson J.M., and Goriely S. Phase transitions in dense matter and the maximum mass of neutron stars. *Astron. Astrophys.* 2013. Vol. 553, A22 (8 pp.).
253. Chamel N., Haensel P., Zdunik J.L., and Fantina A.F. On the maximum

mass of neutron stars. *Int. J. Mod. Phys. E.* 2013. Vol. 22, No. 7. 1330018 (25pp.).

254. Chandrasekhar S. The maximum mass of ideal white dwarfs. *Astrophys. J.* 1931. Vol. 74. P. 81–82.
255. Chandrasekhar S. An Introduction to the Study of Stellar Structure. Chicago: University of Chicago Press, 1939.
256. Chandrasekhar S. and Fermi E. Problems of gravitational stability in the presence of a magnetic field. *Astrophys. J.* 1953. Vol. 118. P. 116–141.
257. Chandrasekhar S. On stars, their evolution and their stability. *Rev. Mod. Phys.* 1984. Vol. 56, №2, Part 1. P. 137–147.
258. Charbonneau J. and Zhitnitsky A. Novel mechanism for type I superconductivity in neutron stars. *Phys. Rev. C.* 2007. Vol. 76, №1. 015801 (10p.).
259. Chen J.M.C., Clark J.W., Dave R.D., and Khodel V.V. Pairing gaps in nucleonic superfluids. *Nuclear Physics A.* 1993. Vol. 555, №1. P. 59–89.
260. Chen J.M.C., Clark J.W., Krotschek E., and Smith R.A. Nucleonic superfluidity in neutron stars: $^1S_0$ neutron pairing in the inner crust. *Nuclear Physics A.* 1986. Vol. 451. P. 509–540.
261. Chen W., Li B., Wen D., and Liu L. $^3P_2$ superfluidity in neutron star matter. *Phys. Rev. C.* 2008. Vol. 77, №6. 065804 (6 pp.).
262. Clark J.W. Magnetic susceptibility of neutron matter. *Phys. Rev. Lett.* 1969. Vol. 23, №25. P. 1463–1466.
263. Clark J.W., Sedrakian A., Stein M., Huang X.-G., Khodel V.A., Shaginyan V.R., and Zverev M.V. Conventional and Unconventional Pairing and Condensates in Dilute Nuclear Matter. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2016. Vol. 702, Iss. 1. 012012 (19 pp.); (arXiv:nucl-th/1601.02005v2. 19 pp.).
264. Cross M.C. A generalized Ginzburg-Landau approach to the superfluidity of helium 3. *J. Low Temp. Phys.* 1975. Vol. 21, Iss. 5–6. P. 525–534.
265. Davesne D., Pastore A., and Navarro J. Extended Skyrme Equation of State in asymmetric nuclear matter. *Astron. Astrophys.* January 2016. Vol. 585. A83 (11 pp.); (arXiv:nucl-th/1509.05744. 14 pp.).

266. Dean D.J., and Hjorth-Jensen M. Pairing in nuclear systems: from neutron stars to finite nuclei. *Rev. Mod. Phys.* 2003. Vol.75, No. 2. P. 607–656.
267. Demorest P.B., Pennucci T., Ransom S.M., Roberts M.S.E., and Hessels J.W.T. A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. *Nature.* 2010. Vol. 467, Issue 7319. P. 1081–1083.
268. Ding D., Rios A., Dussan H., Dickhoff W.H., Witte S.J., Carbone A., and Polls A. Pairing in high-density neutron matter including short- and long-range correlations. *Phys. Rev. C.* 2016. Vol. 94, №2. 025802 (17 pp.).
269. Dobbs E.R. Helium three. Oxford University Press, 2001. 1088 pp.
270. Dong J.M., Lombardo U., and Zuo W. ${}^3PF_2$ pairing in high-density neutron matter. *Phys. Rev. C.* 2013. Vol. 87, №6. 062801(R) (3 pp.).
271. Drischler C., Krüger T., Hebeler K., and Schwenk A. Pairing in neutron matter: New uncertainty estimates and three-body forces. *Phys. Rev. C.* 2017. Vol. 95, №2. 024302 (14 pp.); [arXiv:nucl-th/1610.05213v1. 15 pp.].
272. Duncan R.C. and Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts. *Astrophys. J.* 1992. Vol. 392. P. L9–L13.
273. Dutra M., Lourenço O., Sá Martins J.S., Delfino A., Stone J.R., and Stevenson P.D. Skyrme interaction and nuclear matter constraints. *Phys. Rev. C.* 2012. Vol. 85, No. 3. 035201 (36pp.).
274. Dzyaloshinskii I.E. and Volovick G.E. Poisson brackets in condensed matter physics. *Ann. Phys.* 1980. Vol. 125, Iss. 1. P. 67–97.
275. Elgarøy Ø., Engvik L., Hjorth-Jensen M., and Osnes E. Triplet pairing of neutrons in β-stable neutron star matter. *Nucl. Phys. A.* 1996. Vol. 607. P. 425–441; (arXiv:nucl-th/9604032. 17 pp.).
276. Elgarøy Ø., Engvik L., Hjorth-Jensen M., and Osnes E. Superfluidity in β-Stable Neutron Star Matter. *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77, №8. P. 1428–1431.
277. Elshamouty K.G., Heinke C.O., Sivakoff G.R., Ho W.C.G., Shternin P.S., Yakovlev D.G., Patnaude D.J., and David L. Measuring the Cooling of

the Neutron star in Cassiopeia A with all Chandra X-Ray Observatory Detectors. *Astrophys. J.* 2013. Vol. 777:22 (10 pp.); [arXiv:astro-ph.HE/1306.3387v2. 10 pp.].

278. Eltsov V.B., Krusius M., and Volovik G.E. Vortex Formation and Dynamics in Superfluid He^3 and Analogies in Quantum Field Theory. In: *Progress in Low Temperature Physics*. Ed. W.P. Halperin. Amsterdam: Elsevier B.V., 2005. Vol.XV. P. 1–137.
279. Epelbaum E., Hammer H.-W., and Meißner U.-G. Modern theory of nuclear forces. *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81, №4. P. 1773–1825.
280. Fantina A.F., Chamel N., Pearson J.M., and Goriely S. Neutron-star matter within the energy-density functional theory and neutron-star structure. *AIP Conf. Proc.* 2015. Vol. 1645. P. 92–100.
281. Fantoni S., Sarsa A., and Schmidt K.E. Spin Susceptibility of Neutron Matter at Zero Temperature. *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 87, №18. 181101 (4p.).
282. Fetter A.L. Hydrodynamic shifts in the NMR of superfluid ^{3}He. *J. Low Temp. Phys.* 1976. Vol. 23, Iss. 3–4. P. 245–265.
283. Fetter A.L. and Walecka J.D. Quantum theory of many-particle systems. New York: McGraw-Hill, 1971. 615 pp.
284. Fishman R.S. and Sauls J.A. Response functions and collective modes of superfluid $^3\mathrm{He} - B$ in strong magnetic fields. *Phys. Rev. B.* 1986. Vol. 33, Iss. 9. P. 6068–6087.
285. Frankfurt L., Sargsian M., and Strikman M. Recent Observation of Short Range Nucleon Correlations in Nuclei and their Implications for the Structure of Nuclei and Neutron Stars. arXiv:nucl-th/0806.4412v2. 2008. 74 p.
286. Friedman B., and Pandharipande V. Hot and cold, nuclear and neutron matter. *Nuclear Physics A.* 1981. Vol. 361, №2. P. 502–520.
287. Friedrich J. and Reinhard P.-G. Skyrme-force parametrization: Least squares fit to nuclear ground-state properties. *Phys. Rev. C.* 1986. Vol. 33, №1. P. 335–351.
288. Frossati G., Wiegers S.A.J., Tata T., Jochemsen R., van de Haar P.G., and

Roobol L.P. Superfluid ^{3}He in high magnetic fields: New results. *Czechoslovak J. Phys.* 1990. Vol. 40, Iss. 8. P. 909–926.

289. Fukushima K. QCD matter in extreme environments. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2012. Vol. 39, №1. P. 013101 (36pp.).
290. Furusawa H., Shimahara H., and Nagai K. Effect of the Landau parameter F_2^a on the magnetic phase diagram of superfluid ^{3}He *Physica B.* 1994. Vol. 194–196, Part 1. P. 801–802.
291. Gezerlis A., Pethick C.J., and Schwenk A. Pairing and superfluidity of nucleons in neutron stars. 2015. arXiv:nucl-th/1406.6109v2. 48pp.
292. Ginzburg V.L. On Superconductivity and Superfluidity. A Scientific Autobiography. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. XI+232 pp.
293. Giorgini S., Pitaevskii L.P., and Stringari S. Theory of ultracold Fermi gases. *Rev. Mod. Phys.* 2008. Vol. 80, №4. P. 1215–1274; [arXiv:cond-mat.other/0706.3360v1. 2007. 78 pp.]
294. Glendenning N.K. Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity. 2nd ed. New York: Springer, 2000. 459 pp.
295. Gold T. Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources. *Nature.* 1968. Vol. 218. P. 731–732.
296. Goldstone J. Field theories with "superconductor" solutions. *Nuovo Cimento.* 1961. Vol. 19, №1. P. 154–164.
297. Goriely S., Chamel N., and Pearson J.M. Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov Nuclear Mass Formulas: Crossing the 0.6 MeV Accuracy Threshold with Microscopically Deduced Pairing. *Phys. Rev. Lett.*. 2009. Vol. 102, №15. 152503 (4 pp.).
298. Goriely S., Chamel N., and Pearson J.M. Further explorations of Skyrme-Hartree- Fock-Bogoliubov mass formulas. XII. Stiffness and stability of neutron-star matter. *Phys. Rev. C.* 2010. Vol. 82, №3. 035804 (18 pp.).
299. Goriely S., Chamel N., and Pearson J.M. Further explorations of Skyrme-Hartree- Fock-Bogoliubov mass formulas. XIII. The 2012 atomic mass evaluation and the symmetry coefficient. *Phys. Rev. C.* 2013. Vol. 88, No. 2.

024308 (14 pp.).

300. Greywall D.S. ^{3}He specific heat and thermometry at millikelvin temperatures. *Phys. Rev. B.* 1986. Vol. 33, №11. P. 7520–7538.
301. Grigorian H.A., Blaschke D.B., and Voskresensky D.N. Nuclear medium cooling scenario in the era of Cas A cooling data and $2M_{Sun}$ pulsar mass measurements. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2014. Vol. 496. 012014 (6 pp.).
302. Gully W.J., Osheroff D.D., Lawson D.T., Richardson R.C., and Lee D.M. Effects of Magnetic Field on the "A" Transition in Liquid ^{3}He. *Phys. Rev. A.* 1973. Vol. 8, Iss. 3. P. 1633–1637.
303. Haensel P. and Jerzak A.J. Tensor forces and spin susceptibility of a Fermi liquid. *Phys. Lett. B.* 1982. Vol. 112, №4,5. P. 285–288.
304. Haensel P., Potekhin A.Y., and Yakovlev D.G. Neutron Stars 1. Equation of State and Structure. New York: Springer, 2007. 642 pp.
305. Hall H.E. and Hook J.R. The hydrodynamics of superfluid ^{3}He. In: *Progress in Low Temperature Physics.* Ed. D.F. Brewer. Amsterdam: North Holland, 1986. Vol.IX. P. 143–264.
306. Halperin W.P., Archie C.N., Rasmussen F.B., Alvesalo T.A., and Richardson R.C. Specific heat of normal and superfluid ^{3}He on the melting curve. *Phys. Rev. B.* 1976. Vol. 13, Iss. 5. P. 2124–2131.
307. Halperin W.P. and Pitaevskii L.P. (Eds.). Helium Three. Amsterdam: North Holland, 1990. 994 pp.
308. Hammer H.-W., Nogga A., and Schwenk A. Colloquium: Three-body forces: From cold atoms to nuclei. *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85, №1. P. 197–217; [arXiv:nucl-th/1210.4273. 2012. 25 pp.]
309. Harding A.K. and Lai D. Physics of Strongly Magnetized Neutron Stars. *Rep. Prog. Phys.* 2006. Vol. 69, №9. P.2631–2708; (arXiv:astro-ph/0606674v2. 93pp.)
310. Hasegawa Y. Superfluid ^{3}He in a magnetic field. *Progr. Theor. Phys.* 1980. Vol. 63, №3. P. 1040–1043.
311. Haskell B. and Sedrakian A. Superfluidity and superconductivity in neutron

stars. arXiv:astro-ph.HE/1709.10340. 41 pp.

312. Heinke C.O. and Ho W.C.G. Direct observation of the cooling of the Cassiopeia A neutron star. *Astrophys. J. Lett.* 2010. Vol. 719. P. L167–L171.
313. Heiselberg H., and Hjorth-Jensen M. Phases of dense matter in neutron stars. *Phys. Rep.* 2000. Vol. 328, Issue 5-6. P. 237–327; [arXiv:nucl-th/9902033v1. 1999. 119 pp.]
314. Heiselberg H., and Pandharipande V. Recent progress in neutron star theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science.* 2000. Vol. 50. P. 481–524; [arXiv:astro-ph/0003276v1. 2000. 44 pp.]
315. Hewish A., Bell S.J., Pilkington J.D.H., Scott P.F., Collins R.A. Observation of rapidly pulsating radio source. *Nature.* 1968. Vol. 217. P. 709–713. (Див. переклад: Хьюиш Э., Белл С., Пилкингтон Дж., Скотт П., Коллинс Р. Наблюдение быстро пульсирующего радиоисточника. *Успехи Физ. Наук.* 1968. Т. 95, вып.4. С. 705–711.)
316. Hewish A. Pulsars and high density physics. *Rev. Mod. Phys.* 1975. Vol. 47. P. 567–572.
317. Hjorth-Jensen M., Kuo Th.T.S., and Osnes E. Realistic effective interactions for nuclear systems. *Phys. Rep.* 1995. Vol. 261, Iss. 3. P. 125–270.
318. Ho W.C.G., Elshamouty K.G., Heinke C.O., and Potekhin A.Y. Tests of the nuclear equation of state and superfluid and superconducting gaps using the Cassiopeia A neutron star. *Phys. Rev. C.* 2015. Vol. 91, №1. 015806 (11 pp.).
319. Ho W.C.G. and Heinke C.O. A neutron star with a carbon atmosphere in the Cassiopeia A supernova remnant. *Nature.* 2009. Vol. 462. P. 71–73.
320. Hoffberg M., Glassgold A.E., Richardson R.W., and Ruderman M. Anisotropic Superfluidity in Neutron Star Matter. *Phys. Rev. Lett.* 1970. Vol. 24, Iss. 14. P. 775–777.
321. Holt J.W., Kaiser N., and Weise W. Chiral Fermi liquid approach to neutron matter. *Phys. Rev. C.* 2013. Vol. 87. 014338 (18pp.).
322. Holt J.W., Kaiser N., and Weise W. Nuclear chiral dynamics and thermodynamics. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2013. Vol. 73. P. 35–83; (arXiv:nucl-

th/1304.6350. 63 pp.)

323. Holt J.W., Rho M., Weise W. Chiral symmetry and effective field theories for hadronic, nuclear and stellar matter. *Phys. Rep.* 2016. Vol. 621. P. 2–75.
324. Isayev A.A. and Yang J. Spin polarized states in strongly asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C.* 2004. Vol. 69. 025801 (8 pp.).
325. Isayev A.A. and Yang J. Spin-polarized states in neutron matter in a strong magnetic field. *Phys. Rev. C.* 2009. Vol. 80. 065801 (7pp.).
326. Isayev A.A. and Yang J. Magnetization of dense neutron matter in a strong magnetic field. *Ukr. J. Phys.* 2010. Vol. 55, №5. P. 515–523.
327. Isayev A.A. and Yang J. Anisotropic pressure in dense neutron matter under the presence of a strong magnetic field. *Phys. Lett. B.* 2012. Vol. 707. P. 163–168; (arXiv:nucl-th/1112.5420. 7 pp.).
328. Ivanenko D., Kurdgelaidze D.F. Remarks on quark stars. *Lett. Nuovo Cimento.* 1969. Vol. 2. P. 13–16.
329. Jones R.B. Stability of inert p-wave phases of superfluid helium-3 in strong-coupling theory. *J. Phys. C.* 1977. Vol. 10, №5. P. 657–670.
330. Kaspi V.M. and Beloborodov A. Magnetars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics.* 2017. Vol. 55, Iss. 1. P. 261–301; (arXiv:astro-ph.HE/1703.00068. 40pp.).
331. Khodel V.A., Khodel V.V., and Clark J.W. Universalities of Triplet Pairing in Neutron Matter. *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81, Iss. 18. P. 3828–3831;
332. Khodel V.V., Khodel V.A., and Clark J. W. Triplet pairing in neutron matter. *Nucl. Phys. A.* 2001. Vol. 679, Iss. 3. P. 827–867;
333. Khodel V.A. New Method in Bardeen-Cooper-Schrieffer Theory: Triplet Pairing in Superfluid Dense Neutron Matter. *Physics of Atomic Nuclei.* 2001. Vol. 64, Iss. 3. P. 393–415.
334. Kleinert H. Collective Quantum Fields. *Fortschr. Phys.* 1978. Vol. 26. P. 565–671.
335. Kobyakov D.N. and Pethick C.J. Two-component superfluid hydrodynamics of neutron star cores. *Astrophys. J.* 2017. Vol. 836, Iss. 2. 203 (9pp.);

336. Kouveliotou C., Dieters S., Strohmayer T., van Paradijs J., Fishman G.J., et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft γ-ray repeater SGR1806 – 20. *Nature*. 1998. Vol. 393 (Iss. 6682). P. 235–237.
337. Kovalevskij M.Yu., **Tarasov A.N.**, Shishkin A.L. Method of quasiaverages and hydrodynamics of superfluid phases of ^{4}He and ^{3}He. In: Proceedings. Contributed Papers. *Statistical Physics and Phase Transitions*. Int. Conf. "Physics in Ukraine", 22–27 June 1993, Kiev, Ukraine. Kiev, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, 1993. P. 60–63.
338. Krasil'nikov V.V., Peletminskii S.V., and Yatsenko A.A. On the theory of a superfluid Fermi liquid. *Physica A*. 1990. Vol. 162, Iss. 3. P. 513–541.
339. Krasil'nikov V.V. and Poluektov Yu.M. Fermi-liquid description and Ginzburg—Landau equations of two-band superconductors. *Phys.Lett. A*. 1990. Vol. 148, No. 5. P. 285–290.
340. Krastev P.G. and Li B.-A. Nuclear Limits on Properties of Pulsars and Gravitational Waves. Chapter 1. In: Pulsars: Theory, Categories and Applications. Editor: Frank Columbus et al. Nova Science Publishers, Inc., 2010. P. 1–45; (arXiv:astro-ph.SR/1001.0353v1. 45 pp.).
341. Kuroda Y. Paramagnon and the BCS State in ^{3}He. II. *Progr. Theor. Phys.* 1975. Vol. 53, Iss. 2. P. 349–365.
342. Kutschera M. and Wojcik W. Magnetic properties of strongly asymmetric nuclear matter. *Phys. Lett. B*. 1989. Vol. 223. P. 11–15.
343. Kutschera M. and Wojcik W. Polarized neutron matter with Skyrme forces. *Phys. Lett. B*. 1994. Vol. 325, Iss. 3–4. P. 271–275.
344. Kyynäräinen J.M., Pekola J.P., Manninen A.J., and Torizuka K. Superfluid ^{3}He in strong magnetic fields: Anomalous sound attenuation in the B phase and evidence for splitting of the AB transition. *Phys. Rev. Lett.*. 1990. Vol. 64, Iss. 9. P. 1027–1030.
345. Lai D. Matter in strong magnetic fields. *Rev. Mod. Phys.* 2001. Vol. 73. P. 629–661; (arXiv:astro-ph/0009333v2. 45 pp.).
346. Lai D. and Shapiro S.L. Cold equation of state in a strong magnetic field:

effects of inverse β-decay. *Astrophys. J.* 1991. Vol. 383. P. 745–751.

347. Landau L.D. On the theory of stars. *Phys. Z. Sowjetunion.* 1932. Vol. 1. P. 285–288. (Див. пер. на рос. м. Стаття №8 в [85]. С. 86–89.).
348. Lange R.V. Nonrelativistic Theorem Analogous to the Goldstone Theorem. *Phys. Rev.* 1966. Vol. 146, Iss. 1. P. 301–303.
349. Lattimer J.M. The Nuclear Equation of State and Neutron Star Masses. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2012. Vol. 62. P. 485–515; [arXiv:nucl-th1305.3510v1. 2013. 61 pp.].
350. Lattimer J.M., and Prakash M. Nuclear matter and its role in supernovae, neutron stars and compact object binary mergers. *Phys. Rep.* 2000. Vol. 333. P. 121–146; [arXiv:astro-ph/0002203. 2000. 37pp.].
351. Lattimer J.M. and Prakash M. Neutron star observations: Prognosis for equation of state constraints. *Phys. Rep.* 2007. Vol. 442. P. 109–165.
352. Lattimer J.M. and Prakash M. The equation of state of hot, dense matter and neutron stars. *Phys. Rep.* 2016. Vol. 621. P. 127–164; (arXiv:astro-ph.SR/1512.07820. 87 pp.).
353. Leggett A.J. A theoretical description of the new phases of liquid ^{3}He. *Rev. Mod. Phys.* 1975. Vol. 47, №2. P. 331–414.
354. Leggett A.J. Nobel Lecture: Superfluid ^{3}He: the early days as seen by a theorist. *Rev. Mod. Phys.* 2004. Vol. 76, №4. P. 999–1011.
355. Leggett A.J. Quantum Liquids. Bose condensation and Cooper pairing in condensed-matter systems. New York: Oxford University Press, 2006. 404p.
356. Leinson L.B. Superfluid phases of triplet pairing and rapid cooling of the neutron star in Cassiopeia A. *Phys. Lett. B.* 2015. Vol. 741. P. 87–91; [arXiv:astro-ph.SR/1411.6833v2. 15 pp.].
357. Levin K. and Valls O.T. Simple model for the quasiparticle interactions in ^{3}He. I. The superfluid transition temperatures. *Phys. Rev. B.* 1979. Vol. 20, №1. P. 105–119.
358. Levin K. and Valls O.T. Simple model for the quasiparticle interactions in ^{3}He. II. Transport coefficients and the superfluid free energy. *Phys. Rev. B.*

1979. Vol. 20, №1. P. 120–130.

359. Levin K. and Valls O.T. Phenomenological theories of liquid ^{3}He. *Phys. Rep.* 1983. Vol. 98, Iss. 1. P. 1–56.
360. Link B. Constraining Hadronic Superfluidity with Neutron Star Precession. *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91, №10. 101101 (4 pp.); (arXiv:astro-ph/0302441v2. 10pp.).
361. Lombardo U. and Schulze H.-J. Superfluidity in Neutron Star Matter. In: Physics of Neutron Star Interiors, edited by D. Blaschke, N. K. Glendenning, and A. Sedrakian, *Lecture Notes in Physics*. 2001. Vol. 578. Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag. P. 30–54.
362. Machleidt R., and Entem D.R. Chiral effective field theory and nuclear forces. *Phys. Rep.* 2011. Vol. 503, №1. P. 1-75.
363. Mackenzie A.P. and Maeno Y. The superconductivity of Sr_2RuO_4 and the physics of spin-triplet pairing. *Rev. Mod. Phys.* 2003. Vol. 75. P. 657–712.
364. Margueron J., Navarro J., Giai N.V. Instabilities of infinite matter with effective Skyrme-type interactions. *Phys. Rev. C.* 2002. Vol. 66. 014303 (8pp.).
365. Margueron J., Sagawa H., and Hagino K. BCS-BEC crossover of neutron pairs in symmetric and asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C.* 2007. Vol. 76. 064316 (11 pp.); (arXiv:nucl-th/0710.4241v1. 14 pp.).
366. Matsuo M. Spatial structure of neutron Cooper pair in low density uniform matter. *Phys. Rev. C.* 2006. Vol. 73. 044309 (16 pp.).
367. Maurizio S., Holt J.W., and Finelli P. Nuclear pairing from microscopic forces: Singlet channels and higher-partial waves. *Phys. Rev. C.* 2014. Vol. 90, №4. 044003. (7 pp.).
368. Mereghetti S., The strongest cosmic magnets: Soft Gamma-ray Repeaters and Anomalous X-ray Pulsars. *Astron. Astrophys. Review.* 2008. Vol. 15, Iss. 4. P. 225–287; (arXiv:astro-ph/0804.0250v1. 57pp.).
369. Mereghetti S., Pons J.A., and Melatos A. Magnetars: properties, origin and evolution. *Space Science Reviews.* 2015. Vol. 191, Iss. 1-4. P. 315–338; (arXiv:astro-ph.HE/1503.06313. 24pp.).

370. Mermin N.D. and Stare G. Ginzburg-Landau Approach to $L \neq 0$ Pairing. *Phys. Rev. Lett.* 1973. Vol. 30, Iss. 22. P. 1135–1138; (див. пер. на рос. м. Стаття 7 в сб. [130]. С. 103–109.)
371. Mermin N.D. and Stare G. Report №2186 in: Materials Science Center. Cornell University, 1974; (див. пер. на рос. м. Стаття 9: Н.Д. Мермин, Г. Стэр. "Модели с p-спариванием для A-фазы сверхтекучего гелия–3" в сб. [130]. С. 121–128.)
372. Migdal A. Superfluidity and the moments of inertia of nuclei. *Nucl. Phys.* 1959. Vol. 13. P. 655–674.
373. Migdal A.B. Pion fields in nuclear matter. *Rev. Mod. Phys.* 1978. Vol. 50, №1, Part 1. P. 107–172.
374. Migdal A.B., Saperstein E.E., Troitsky M.A., and Voskresensky D.N. Pion degrees of freedom in nuclear matter. *Phys. Rep.* 1990. Vol. 192, Iss. 4–6. P. 179–437.
375. Mineev V.P. Theory of type-II superconductivity in ferromagnetic metals with triplet pairing. *Fiz. Nizk. Temp.* 2018. Vol. 44, No.6. P. 663–673.
376. Muzikar P., Sauls J.A., and Serene J.W. $^3P_2$ pairing in neutron-star matter: Magnetic field effects and vortices. *Phys. Rev. D.* 1980. Vol. 21, Iss. 6. P. 1494–1502.
377. Nakamura K. et al. (Particle Data Group). *J. Phys. G.* 2010. Vol. 37. 075021.
378. Nambu Y. Quasi-particles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 1960. Vol. 117, Iss. 3. P. 648–662.
379. Nijhoff F.W., Capel H.W., Den Breems A. Separable interactions and liquid ^{3}He: III. Landau expansion in the presence of a Hubbard interaction. *Physica A.* 1985. Vol. 130, Iss. 3. P. 375–411.
380. Nijhoff F.W., Capel H.W., Den Breems A. Separable interactions and liquid ^{3}He: IV. Extrema of Landau expansion. *Physica A.* 1986. Vol. 135, Iss. 2–3. P. 295–327.
381. Noda T., Hashimoto M., Yasutake N., Maruyama T., Tatsumi T., and Fujimoto M. Cooling of Compact Stars with Color Superconducting Phase in

Quark–Hadron Mixed Phase. *Astrophys. J.* 2013. Vol. 765:1. (5 pp.).

382. Oertel M., Hempel M., Klähn T., and Typel S. Equations of state for supernovae and compact stars. *Rev. Mod. Phys.* 2017. Vol. 89, Iss. 1. P. 015007 (68 pp.); (arXiv:astro-ph.HE/1610.03361. 74 pp.).
383. Ofengeim D.D., Fortin M., Haensel P., Yakovlev D.G., and Zdunik J.L. Neutrino luminosities and heat capacities of neutron stars in analytic form. 2017. arXiv:astro-ph.HE/1708.08272v1. 15pp.
384. Oppenheimer J.R. and Volkoff G.M. On massive neutron cores. *Phys. Rev.* 1939. Vol. 55. P. 374–381.
385. Osheroff D.D., Richardson R.C., and Lee D.M. Evidence for a new phase of solid ^{3}He. *Phys. Rev. Lett.* 1972. Vol. 28, Iss. 14. P. 885–888.
386. Osheroff D.D., Gully W.J., Richardson R.C., and Lee D.M. New Magnetic Phenomena in Liquid He^3 below 3 mK. *Phys. Rev. Lett.* 1972. Vol. 29, Iss. 14. P. 920–923; (Див. переклад на рос. м. Стаття 1 в сб. [130]).
387. Page D. Pairing and the Cooling of Neutron Stars. Chapter 1 in: 50 Years of Nuclear BCS: Pairing in Finite Systems, R.A. Broglia and V. Zelevinsky, editors. World Scientific, 2013; [arXiv:astro-ph.HE/1206.5011. 15pp.].
388. Page D., Lattimer J.M., Prakash M., and A.W. Steiner A.W. Minimal Cooling of Neutron Stars: A New Paradigm. *Astrophys. J. Supplement Ser.* 2004. Vol. 155. P. 623–650; (arXiv:astro-ph/0403657v2. 49pp.).
389. Page D. and Reddy S. Dense Matter in Compact Stars: Theoretical Developments and Observational Constraints. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2006. Vol. 56. P. 327–374; (arXiv:astro-ph/0608360v1. 51pp.).
390. Page D., Prakash M., Lattimer J.M., and Steiner A.W. Rapid Cooling of the Neutron Star in Cassiopeia A Triggered by Neutron Superfluidity in Dense Matter. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106. 081101 (4pp.).
391. Page D., Prakash M., Lattimer J.M., and Steiner A.W. Stellar Superfluids. Book chapter in: Novel Superfluids. Volume 2, eds. K.H. Bennemann and J.B. Ketterson (International Series of Monographs on Physics, vol. 156). Oxford: Oxford University Press, 2014. P. 505–579; [arXiv:astro-

ph.HE/1302.6626v2. 89pp.].

392. Parks R.D. (ed.). Superconductivity. Vol. 1&2. New York: Marcel Dekker, 1969. 1412 pp.
393. Paulson D.N., Kojima H., and Wheatley J.C. Profound Effect of a Magnetic Field on the Phase Diagram of Superfluid ^{3}He. *Phys. Rev. Lett.* 1974. Vol. 32, Iss. 20. P. 1098–1101.
394. Paulson D.N., Krusius M., Wheatley J.C. Measurements of the A $\rightleftarrows$ B transition in a magnetic field for superfluid ^{3}He near the polycritical point. *J. Low Temp. Phys.* 1976. Vol. 25, Iss. 5–6. P. 699–715.
395. Peletminskij S.V., **Tarasov A.N.** Variational principle in statistical mechanics and fluxes of physical quantities. In: Proceed. of the 5-th Int. Symposium on selected topics in statistical mechanics, 22–24 Aug. 1989, Dubna, USSR. Singapore: World Scientific Publ. Co. Pte. Ltd., 1990. P. 485–488.
396. Peng Q.-H., Luo Z.-Q., and Chou C.-K. The Origin of Glitches in Pulsars — Phase Oscillation between Anisotropic Superfluid and Normal State of Neutrons in Neutron Stars. *Chinese J. Astron. Astrophys.* 2006. Vol. 6, №3. P. 297–304.
397. Peng Q.-H. and Luo Z.-Q. The Origin of Magnetars – The Role of Anisotropic neutron superfluid of Neutron Stars. *Chinese J. Astron. Astrophys.* 2006. Vol. 6, Suppl. 2. P. 248–253.
398. Pérez-García M.A. Magnetization of a neutron plasma with Skyrme and Gogny forces in the presence of a strong magnetic field. *Phys. Rev. C.* 2008. Vol. 77. 065806 (9 pp.).
399. Pérez-García M.A., Navarro J., and Polls A. Neutron Fermi liquids under the presence of a strong magnetic field with effective nuclear forces. *Phys. Rev. C.* 2009. Vol. 80. 025802 (8 pp.).
400. Pethick C.J. Cooling of neutron stars. *Rev. Mod. Phys.* 1992. Vol. 64, №4. P. 1133–1140.
401. Pethick C.J., and Ravenhall D.G. Matter at large neutron excess and the physics of neutron-star crusts. *Ann. Rev. Nucl. Particle Sci.* 1995. Vol. 45.

P. 429–484.

402. Pethick C.J., Schäfer T., and Schwenk A. Bose-Einstein condensates in neutron stars. arXiv:nucl-th/1507.05839v1. 22 pp.
403. Pines D. and Alpar M.A. Superfluidity in neutron stars. *Nature* (London). 04 July 1985. Vol. 316 (№6023). P. 27–32.
404. Poluektov Yu. M. and Soroka A. A. Critical Temperature of the Superfluid Transition in Fermi-System at an Arbitrary Pair Potential. *East Eur. J. Phys.* 2014. Vol. 1, №4. P. 31–41.
405. Potekhin A.Y., Pons J.A., and Page D. Neutron Stars — Cooling and Transport. 2015. arXiv:astro-ph.HE/1507.06186. 57 pp.
406. Prakash M. Neutron stars. In: Nuclear and Particle Astrophysics. Proceedings of the Mexican School on Nuclear Astrophysics, held in Guanajuato, Mexico, August 13–20, 1997. Edited by J.G. Hirsch and D. Page. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. P. 153–211.
407. Rainer D. and Serene J.W. Free energy of superfluid ^{3}He. *Phys. Rev. B.* 1976. Vol. 13, №11. P. 4745–4765.
408. Rajagopal K. and Wilczek F. The Condensed Matter Physics of QCD. 2000. arXiv:hep-ph/0011333v2. 91 pp.
409. Rasul J.W., Li T., and Beck H. ^{3}He as an almost localized Fermi liquid: The superfluid transition temperature. *Phys. Rev. B.* 1989. Vol. 39, №7. P. 4191–4196.
410. Rayet M., Arnould M., Tondeur F., and Paulus G. Nuclear Forces and the Properties of Matter at High Temperature and Density. *Astron. Astrophys.* 1982. Vol. 116. P. 183–187.
411. Reisenegger A. Magnetic Fields of Neutron Stars: an Overview. In: G. Mathys, S.K. Solanki, D.T. Wickramasinghe (Eds.). Magnetic Fields across the Hertzsprung– Russell Diagram. ASP Conf. Series. Vol. 248. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2001. P. 469; (arXiv:astro-ph/0103010v1. 10 pp.).
412. Reisenegger A. Origin and Evolution of Neutron Star Magnetic Fields. In:

H.J. Mosquera Cuesta, H. Perez Rojas, C.Z. Vasconcellos (Eds.). Strong Magnetic Fields and Neutron Stars. 2005; (arXiv:astro-ph/0307133v1. 2003. 16 pp.).

413. Reisenegger A., Prieto J.P., Benguria R., Lai D., and Araya P.A. Magnetic fields in neutron stars: A theoretical perspective. In: Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures. *AIP Conf. Proc.* 2005. Vol. 784. P. 263–273; (arXiv:astro-ph/0503047v1. 11 pp.).
414. Review of Particle Properties. *Phys. Rev. D.* 1994. Vol.50, Part 1. P. 1233, 1673, 1680.
415. Ring P. and Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. Berlin: Springer-Verlag, 1980. 711 pp.
416. Rios A., Polls A., and Vidaña I. Ferromagnetic instabilities in neutron matter at finite temperature with the Skyrme interaction. *Phys. Rev. C.* 2005. Vol. 71, №5. 055802 (9 pp.).
417. Salasnich L. Fermionic condensation in ultracold atoms, nuclear matter and neutron stars. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2014. Vol. 497. 012026 (9pp.).
418. Sato K. and Tatsumi T. Spontaneous magnetization in QCD and non-Fermi-liquid effects. *Nucl. Phys. A.* 2009. Vol. 826, Iss. 1. P. 74–100; (arXiv:hep-ph/0812.1347v2. 26 pp.).
419. Sauls J.A. f-wave correlations in superfluid ^{3}He. *Phys. Rev. B.* 1986. Vol. 34, №7. P. 4861–4864.
420. Sauls J.A. Superfluidity in the Interiors of Neutron Stars. In: Ögelman H. and van den Heuvel E.P.J. (Eds.), Timing Neutron Stars. Dordrecht, Kluwer, 1989. P. 457–490.
421. Sauls J.A. and Serene J.W. $^3P_2$ pairing near the transition temperature in neutron-star matter. *Phys. Rev. D.* 1978. Vol. 17, №6. P. 1524–1528.
422. Sauls J.A. and Serene J.W. Potential-scattering models for the quasiparticle interactions in liquid ^{3}He. *Phys. Rev. B.* 1981. Vol. 24, №1. P. 183–189.
423. Sauls J.A. and Serene J.W. Higher order strong-coupling effects in superfluid ^{3}He. *Physica B+C.* 1981. Vol. 108, Iss. 1–3. P. 1137–1138.

424. Schopohl N. Magnetic field dependence of the Leggett angle, the susceptibility, and the longitudinal nuclear magnetic resonance of ^{3}He-B. *J. Low Temp. Phys.* 1982. Vol. 49, Iss. 3–4. P. 347–367.
425. Schopohl N., Warnke M., and Tewordt L. Effect of Gap Distortion on the Field Splitting of Collective Modes in Superfluid ^{3}He-B. *Phys. Rev. Lett.* 1983. Vol. 50, Iss. 14. P. 1066–1069.
426. Sedrakian A. Type-I superconductivity and neutron star precession. *Phys. Rev. D.* 2005. Vol. 71, №8. 083003; [arXiv:astro-ph/0408467v2. 2005. 6pp.].
427. Sedrakian A. The physics of dense hadronic matter and compact stars. *Progress in Particle and Nuclear Physics.* 2007. Vol. 58. P. 168–246; [arXiv:nucl-th/0601086v2. 2006. 84 pp.]
428. Sedrakian A. Dense QCD and Phenomenology of Compact Stars. 2013. arXiv:astro-ph.HE/1301.2675. 8 pp.
429. Sedrakian A. Rapid cooling of Cassiopeia A as a phase transition in dense QCD. *Astron. Astrophys.* 2013. Vol. 555. L10 (5 pp.).
430. Sedrakian A. and Clark J.W. Superfluidity in nuclear systems and neutron stars. arXiv:astro-ph.HE/1802.00017v3. 58 pp.
431. Sedrakian A., Huang X.-G., Sinha M., and Clark J.W. From microphysics to dynamics of magnetars. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 861. 012025 (10 pp.); [arXiv:astro-ph.HE/1701.00895v1. 10 pp.].
432. Serene J.W. and Rainer D. Response theory for superfluid ^{3}He. *Phys. Rev. B.* 1978. Vol. 17, №7. P. 2901–2914.
433. Serene J.W. and Rainer D. Comment on the specific heat of superfluid ^{3}He. *J. Low Temp. Phys.* 1979. Vol. 34, Iss. 5–6. P. 589–594.
434. Serene J.W. and Rainer D. The quasiclassical approach to superfluid ^{3}He. *Phys. Rep.* 1983. Vol. 101, Iss. 4. P. 221–311.
435. Shapiro S.L., Teukolsky S.A. Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects. New York: Wiley, 1983; [Пер. с англ.: Шапиро С.Л., Тьюколски С.А. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Физика компактных объектов.: В 2-х ч. М.: Мир, 1985. 656 с.]

436. Shivaram B.S., Meisel M.W., Sarma B.K., Halperin W.P., and Ketterson J.B. Nonlinear Zeeman Shifts in the Collective-Mode Spectrum of ^{3}He-B. *Phys. Rev. Lett.* 1983. Vol. 50, Iss. 14. P. 1070–1072.
437. Shternin P.S., Yakovlev D.G., Heinke C.O., Ho W.C.G., and Patnaude D.J. Cooling neutron star in the Cassiopeia A supernova remnant: evidence for superfluidity in the core. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2011. Vol. 412. P. L108–L112.
438. Sigrist M. and Ueda K. Phenomenological Theory of Unconventional Superconductivity. *Rev. Mod. Phys.* 1991. Vol. 63, Iss. 2. P. 239–312.
439. Silverstein S.D. Criteria for ferromagnetism in dense neutron Fermi liquids — neutron stars. *Phys. Rev. Lett.* 1969. Vol. 23, №3. P. 139–141.
440. Sinha M., Mukhopadhyay B., and Sedrakian A. Hypernuclear matter in strong magnetic field. *Nucl. Phys. A.* 2013. Vol. 898, Iss.1. P. 43–58; (arXiv:astro-ph.HE/1005.4995v4. 17 pp.).
441. Sinha M. and Sedrakian A. Magnetar superconductivity versus magnetism: Neutrino cooling processes. *Phys. Rev. C.* 2015. Vol. 91, №3. 035805 (9pp.).
442. Skokov V.V., Illarionov A.Yu., and Toneev V.D. Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions. *Int. J. Mod. Phys. A.* 2009. Vol. 24, №31. P. 5925–5932; (arXiv:nucl-th/0907.1396. 8pp.).
443. Skyrme T.H.R. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* 1959. Vol. 9, №4. P. 615–634.
444. Soloviev V.G. In: Selected Topics in Nuclear Theory. (Transl. from Russian ed. 1963). Vienna: IAEA, 1963. P. 223.
445. Srinivas S. and Ramanan S. Triplet pairing in pure neutron matter. *Phys. Rev. C.* 2016. Vol. 94, №6. 064303 (12 pp.).
446. Stein M., Sedrakian A., Huang X.-G., and Clark J.W. Spin-polarized neutron matter: Critical unpairing and BCS-BEC precursor. *Phys. Rev. C.* 2016. Vol. 93, No.1. 015802 (12 pp.); (arXiv:nucl-th/1510.06000v1. 13 pp.).
447. Steiner A.W., Prakash M., Lattimer J.M., and Ellis P.J. Isospin asymmetry in nuclei and neutron stars. *Phys. Rep.* 2005. Vol. 411, Iss. 6. P. 325–375.

448. Stone J.R., Miller J.C., Koncewicz R., Stevenson P.D., and Strayer M.R. Nuclear matter and neutron-star properties calculated with the Skyrme interaction. *Phys. Rev. C.* 2003. Vol. 68, No. 3. 034324 (16 pp.).

449. Stone J.R., and Reinhard P.-G. The Skyrme Interaction in finite nuclei and nuclear matter. *Progress in Particle and Nuclear Physics.* 2007. Vol. 58. P. 587–657; [arXiv:nucl-th/0607002. 2006. 71 pp.].

450. Takagi S. Susceptibility Discontinuity at the ^{3}He-A–Normal Transition. *Progr. Theor. Phys.* 1974. Vol. 51, №6. P. 1998–2000.

451. Takagi S. On the NMR properties near the ^{3}He A – normal transition. *J. Low Temp. Phys.* 1975. Vol. 18, Iss. 3–4 . P. 309–314.

452. Takatsuka T. and Tamagaki R. Superfluidity in Neutron Star Matter and Symmetric Nuclear Matter. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 1993. Vol. 112. P. 27–65.

453. Tamagaki R. Superfluid State in Neutron Star Matter. I: Generalized Bogoliubov Transformation and Existence of $^3P_2$ Gap at High Density. *Prog. Theor. Phys.* 1970. Vol. 44, Iss. 4. P. 905–928.

454. Tang Y.H., Hahn I., Bozler H.M., and Gould C.M. Magnetic suppression of the B phase of superfluid ^{3}He. *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67, Iss. 13. P. 1775–1778.

455. **Tarasov A.N.** About corrections to the coefficients in the Ginzburg-Landau equations for superfluid Fermi liquid with triplet pairing. In: Conference Handbook, XXI Int. Conf. on Low Temperature Physics, Aug. 8-14, 1996, Prague, Czech Republic. P. 419.

456. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. In: "Special Problems in Physics of Liquids". Int. Conf., May 31–June 4, 1999, Odessa, Ukraine. Abstracts. Odessa, "Astro Print", 1999. P. 139–140.

457. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. *J. Mol. Liquids* (Elsevier Science). 2001. Vol. 93, №1–3. P. 87–90.

458. **Tarasov A.N.** Self-consistency equations for nonunitary phases of super-

fluid Fermi liquid with spin-triplet pairing in a magnetic field. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2001. №6(2). P. 356–359.

459. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. The 23rd Inter. Conf. On Low Temperature Physics. August 20-27, 2002, Hiroshima, Japan. Program&Abstracts. P. 404.
460. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. *Physica B.* 2003. Vol. 329-333, Part 1. P. 100–101 [LT23].
461. **Tarasov A.N.** About phase transitions of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. In: Abstracts of the 2nd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems", Sept. 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine. P. 158.
462. **Tarasov A.N.** Phase transition temperatures of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. *Europhysics Letters.* 2004. Vol. 65, №5. P. 620–626.
463. **Tarasov A.N.** On the theory of superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in a magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv confer. "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", Sept. 13-16, 2004, Kyiv. P. 93.
464. **Tarasov A.N.** Application of generalized Fermi-liquid approach for description of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing in strong magnetic field. In: Abstracts of the 3rd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27-30, 2005, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 225.
465. **Tarasov A.N.** About superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. Abstract PA Th.6, in: Official Conference Book of the 24th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2005, Orlando, Florida, USA (LT24). P. 4.
466. **Tarasov A.N.** Superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-

wave pairing in strong magnetic field. *AIP Conf. Proc.* 2006. Vol. 850. P. 109–110 [LT24].

467. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 199-200.
468. **Tarasov A.N.** About magnetic properties of superfluid dense neutron matter with Skyrme interactions at zero temperature. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 203.
469. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2007. №3(2). P. 418–423.
470. **Tarasov A.N.** Some questions of superfluidity with triplet p-wave pairing in neutron matter at subnuclear and supernuclear densities in strong magnetic field. Abstract 7-11. O., in: Abstracts of the 4th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23-26, 2008, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 219.
471. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in strong magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 106.
472. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 190.
473. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. *Ukr. J. Phys.* 2010. Vol. 55, №5. P.

644–650.

474. **Tarasov A.N.** About absence of ferromagnetic instability in dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interactions and spin-triplet pairing. Abstract 8-9. P., in: Abstracts of the 5th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2010), May 21-24, 2010, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 333.
475. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in a strong magnetic field. *Centr. Eur. J. Phys.* 2011. Vol. 9, №4. P. 1057–1076.
476. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. Abstract 13P-C064, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230.
477. **Tarasov A.N.** Dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interaction and spin-triplet pairing without ferromagnetic instabilities. Abstract 13P-C066, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230-231.
478. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interaction and anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract OE25, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 171-172.
479. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing for models with conventional and generalized Skyrme forces. Abstract PE28, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics"(QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 198.
480. **Tarasov A.N.** Spin-triplet anisotropic superfluidity in dense neutron matter

with generalized Skyrme interactions in strong magnetic field. Abstract O-35, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 51.

481. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. Abstract P-39, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 109.
482. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 400. 032101 (4 pp.) [LT26]; [arXiv:nucl-th/1301.5528. 4pp.].
483. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. *Ukr. J. Phys.* 2013. Vol. 58, №7. P. 611–617.
484. **Tarasov A.N.** About phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme forces to superfluid states with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. **Plenary talk** in: Proceedings of the Int. School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD–2013). May 22-24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine. P. 25–32.
485. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions and anisotropic spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *EPL (Europhys. Lett.)*. 2014. Vol. 105, №5. 52001 (6 pp.).
486. **Tarasov A.N.** Superfluidity without ferromagnetic instabilities in dense neutron matter with modern generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing. Abstract 1-3.O., in: the ABSTRACTS of the 6th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2014), May 23-27, 2014, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 15.

487. **Tarasov A.N.** Analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. *ФНТ*. 2016. Т. 42, №3. С. 222–229; [Tarasov A.N. Low Temp. Phys. 2016. Vol. 42, №3. P. 169–175].

488. **Tarasov A.N.** About analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. Abstract 2-7.O, in: the ABSTRACTS of the 7th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2016), May 27-30, 2016, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 45.

489. **Tarasov A.N.** Splitting of energy gap in superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract P.826 in Poster session 4 at LT28 (28th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 9-16, 2017, Gothenburg, Sweden). See pp.413–414 in "LT28 ABSTRACTS ORAL & POSTER".

490. **Tarasov A.N.** About calculation of specific heat for dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at low temperatures. Abstract 4-7.O, in: the ABSTRACTS of the 8th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2018), May 18–22, 2018, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 72.

491. Tatsumi T. and Sato K. Magnetic susceptibility of quark matter within Fermi-liquid theory. *Phys. Lett. B*. 2008. Vol. 663. P. 322–325.

492. Tewordt L., Fay D., Dorre P., and Einzel D. Self-consistent calculation of the thermodynamic potential for superfluid states in ^{3}He near T_c. *Phys. Rev. B*. 1975. Vol. 11, Iss. 5. P. 1914–1923.

493. Tewordt L., Fay D., and Schopohl N. Spin-fluctuation theory of strong coupling corrections to the free energy in superfluid ^{3}He. *J. Low Temp. Phys.* 1978. Vol. 30, Iss. 1–2. P. 177–204.

494. Thompson C. and Duncan R.C. Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism. *Astrophys. J.* 1993. Vol. 408. P. 194–217.

495. Thompson C. and Duncan R.C. The soft gamma repeaters as very strongly

magnetized neutron stars. I. Radiative mechanism for outbursts. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. Vol. 275. P. 255–300.

496. Thompson C. and Duncan R.C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-ray, and Alfvén wave emission. *Astrophys. J.* 1996. Vol. 473. P. 322–342.
497. Tilley D.R. and Tilley J. Superfluidity and Superconductivity. 2nd edition. Bristol and Boston: Adam Hilger Ltd., 1986. 429 pp.
498. Tolman R.C. Static solutions of Einstein's field equations for spheres of fluid. *Phys. Rev.* 1939. Vol. 55. P. 364–373.
499. Tsuneto T. Superconductivity and Superfluidity. 2-nd edition. Cambridge University Press, 2005. XIII + 208 pp.
500. van Dalen E. and Müther H. Relativistic Effects in Nuclear Matter and Nuclei. arXiv:nucl-th/1004.0144v1. 57 pp.
501. Vautherin D. and Brink D.M. Hartree-Fock calculations with Skyrm's interaction. *Phys. Rev. C.* 1972. Vol. 5, №3. P. 626–647.
502. Vidaña I., Polls A., and Ramos A. Spin polarized neutron matter and magnetic susceptibility within the Brueckner-Hartree-Fock approximation. *Phys. Rev. C.* 2002. Vol. 65. 035804 (5 pp.).
503. Vidaña I. and Bombaci I. Equation of state and magnetic susceptibility of spin polarized isospin asymmetric nuclear matter. *Phys. Rev. C.* 2002. Vol. 66. 045801 (11 pp.).
504. Vidaña I., Polls A., and Durant V. Role of correlations in spin-polarized neutron matter. *Phys.Rev.C.* 2016. Vol. 94, №5. 054006 (6 pp.); (arXiv:nucl-th/ 1609.03005v2. 7 pp.).
505. Vidaurre A., Navarro J., and Bernabéu J. Magnetic susceptibility of neutron matter and nuclear effective interactions. *Astron. Astrophys.* 1984. Vol. 135. P. 361–364.
506. Vollhardt D. Normal ^{3}He: an almost localized Fermi liquid. *Rev. Mod. Phys.* 1984. Vol. 56, №1. P. 99–120.
507. Vollhardt D. and Wölfle P. The Superfluid Phases of Helium 3. London:

Taylor and Francis, 1990. XIX + 619 pp.

508. Volovik G.E. Exotic properties of superfluid helium-3. Singapore: World Scientific, 1992. 215pp.
509. Volovik G.E. The Universe in a Helium Droplet. Oxford: Clarendon Press, 2003. 526 pp.
510. Vulovic V.Z. and Sauls J.A. Influence of strong-coupling corrections on the equilibrium phase for $^3P_2$ superfluid neutron-star matter. *Phys. Rev. D.* 1984. Vol. 29, №12. P. 2705–2711.
511. Walecka J.D. Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics. Second Ed. London: World Scientific, 2004. 627 pp.
512. Wambach J., Ainsworth T.L., and Pines D. Quasiparticle interactions in neutron matter for applications in neutron stars. *Nuclear Physics A.* 1993. Vol. 555, №1. P. 128–150.
513. Weber F. Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics. Bristol: IOP Publishing, 1999. 684 pp.
514. Weber F. Strange Quark Matter and Compact Stars. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2005. Vol. 54, Iss. 1. P. 193–288; (arXiv:astro-ph/0407155. 2004. 83pp.).
515. Weber F., Negreiros R., Rosenfield P., and Stejner M. Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics. *Progr. in Part. and Nucl. Phys.*. 2007. Vol. 59, Iss. 1. P. 94-113; (arXiv:astro-ph/0612054. 19 pp.).
516. Weber F., Negreiros R., Rosenfield P. Neutron Star Interiors and the Equation of State of Superdense Matter. arXiv:astro-ph/0705.2708v2. 2007. 33pp.
517. Werthamer N.R. The Ginzburg—Landau equations and their extensions. (See in Vol. 1 (1969) [392]. P. 321–370).
518. Wheatley J.C. Experimental properties of superfluid ^{3}He. *Rev. Mod. Phys.* 1975. Vol. 47, №2. P. 415–470.
519. Wheatley J.C. Further experimental properties of superfluid ^{3}He. In: *Progress in Low Temperature Physics.* Ed. D.F. Brewer. Amsterdam: North Holland, 1978. Vol.VIIa. P. 1–103.
520. Wiringa R.B. From deuterons to neutron stars: variations in nuclear many-

body theory. *Rev. Mod. Phys.* 1993. Vol. 65, №1. P. 231–242.

521. Wölfle P. On the Ginzburg-Landau expansion of the free energy of a spatially inhomogeneous anisotropic BCS-superfluid. *Phys. Lett. A.* 1974. Vol. 47, Iss. 3. P. 224–226; (див. переклад на рос. м. Стаття 14 в сб. [130]. С. 192–196.)
522. Woods P.M. and Thompson C. Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates. Chapter 14 in: Compact Stellar X-ray Sources, eds. W.H.G. Lewin and M. van der Klis, *Cambridge Astrophysics Series*, No. 39. New York: Cambridge University Press, 2006. P. 547–586; [arXiv:astro-ph/0406133v3. 4 Nov. 2004. 51 pp.].
523. Woods P.M. Observations of Magnetars. *AIP CP.* 2008. V. 983. P. 227–233.
524. Yakovlev D.G., Kaminker A.D., Gnedin O.Y., and Haensel P. Neutrino Emission from Neutron Stars. *Phys. Rep.* 2000. Vol. 354, Iss. 1–2. P. 1–155; [arXiv:astro-ph/0012122v1. 165 pp.].
525. Yakovlev D.G., Pethick C.J. Neutron Star Cooling. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 2004. Vol. 42, Issue 1. P. 169–210; [arXiv:astro-ph/0402143v1. 2004. 41 pp.].
526. Zheng H., Sahagun J., Bonasera A. Neutron stars and supernova explosions in the framework of Landau's theory. *Int. J. Modern Phys. E.* 2015. Vol. 24, №7. 1550059 (18 pp).
527. Zuo W., Cui C.X., Lombardo U., and Schulze H.-J. Three-body force effect on $^3PF_2$ neutron superfluidity in neutron matter, neutron star matter, and neutron stars. *Phys. Rev. C.* 2008. Vol. 78, №1. 015805 (7 pp.).
528. Zuo W., Mi A.J., Cui C.X., and Lombardo U. Isospin dependence of nucleon $^3PF_2$ superfluidity in asymmetric nuclear matter. *EPL.* 2008. Vol. 84, №3. 32001 (6 pp.).
529. Zuo W. and Lombardo U. Superfluidity in dense nuclear matter. *Ядерная физика.* 2009. Т. 72, №8. С. 1359–1362.

ДОДАТОК А

А.1. Аналітичне розв'язання інтегральних рівнянь для ЕМП і ПП в густій ННМ поблизу T_{c0}

Знайдемо розв'язок рівняння (3.18) (яке є нелінійним інтегральним рівнянням Гаммерштейна з виродженим ядром, див., наприклад, [49], [84] і посилання там) для ефективного магнітного поля (ЕМП) в густій надплинній нейтронній матерії (ННМ) з анізотропним триплетним p–спарюванням нейтронів при температурах T поблизу $T_{c0}(n)$. Для цього запишемо рівняння (3.18) в нульовому (головному) наближенні за степенями функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$ (які малі при T поблизу $T_{c0}(n)$):

$$\xi^{(0)}(T,p,H) = |\mu_n| \cdot H + (r + sp^2) \cdot K_2^{(0)}(T,\xi) + s \cdot K_4^{(0)}(T,\xi). \tag{A.1}$$

Тут $\mu_n = -|\mu_n|$ – магнітний момент нейтрона, коефіцієнти $r(n)$ і s виражаються через параметри ефективної взаємодії Скірма в нейтронній матерії (див. ці вирази після рівняння (3.18)). Функції $K_2^{(0)}(T,\xi)$ і $K_4^{(0)}(T,\xi)$ позначимо для стислості запису через k_2 і k_4 відповідно. Тоді з (3.18) отримаємо, що

$$k_2 \equiv K_2^{(0)}(T,\xi) = \frac{\sqrt{2} \cdot (m^* \varepsilon_F)^{3/2}}{8\pi^2 \hbar^3} \cdot I_1^{(0)}(a;t,\xi) \equiv u_1 \cdot I_1^{(0)}(a;t,\xi), \tag{A.2}$$

де

$$I_1^{(0)}(a;t,\xi) = \int_{-a}^{a} dx \sqrt{1+x}\, \kappa^{(0)}(x;t,\xi), \quad (0 < a < 1), \tag{A.3}$$

$$\kappa^{(0)}(x;t,\xi) = \tanh\left(\frac{x+\tilde{h}}{2t}\right) - \tanh\left(\frac{x-\tilde{h}}{2t}\right). \tag{A.4}$$

Тут введені безрозмірні величини $\tilde{h}$ і t згідно з формулами:

$$\tilde{h} \equiv \frac{\xi^{(0)}}{\varepsilon_F} \ll 1, \qquad t \equiv \frac{T}{\varepsilon_F} \lesssim \frac{T_{c0}}{\varepsilon_F} \equiv t_{c0}. \tag{A.5}$$

В рівняння (A.1) також входить функція $K_4^{(0)}(T,\xi) \equiv k_4$ виду:

$$k_4 \equiv K_4^{(0)}(T,\xi) = \frac{2^{3/2}\cdot(m^*\varepsilon_F)^{5/2}}{8\pi^2\hbar^3}\cdot I_3^{(0)}(a;t,\xi) \equiv u_3 \cdot I_3^{(0)}(a;t,\xi), \tag{A.6}$$

де

$$I_3^{(0)}(a;t,\xi) = \int_{-a}^{a} dx(1+x)^{3/2}\cdot\kappa^{(0)}(x;t,\xi). \tag{A.7}$$

Використовуючи (A.5), запишемо вихідне рівняння (A.1) в термінах безрозмірних величин, а саме:

$$\tilde{h}(x) = h + (\tilde{r} + \tilde{s}p_F^2\cdot(1+x))\cdot k_2(h) + \tilde{s}\cdot k_4(h), \tag{A.8}$$

де

$$h \equiv \frac{|\mu_n|\cdot H}{\varepsilon_F} \ll 1, \quad p^2 \equiv (1+x)\cdot p_F^2, \quad \tilde{r} \equiv \frac{r}{\varepsilon_F}, \quad \tilde{s} \equiv \frac{s}{\varepsilon_F}\ . \tag{A.9}$$

Зауважимо, що для величин u_1 і u_3 (які визначаються з формул (A.2) і (A.6)) справедливо очевидне співвідношення:

$$u_3 = u_1\cdot p_F^2\ . \tag{A.10}$$

Тепер, з огляду на малість $h \ll 1$ і $\tilde{h}(x) \ll 1$ (див. (A.8) і (A.9)), розкладемо функцію $\kappa^{(0)}(x;t,\xi) \equiv \kappa^{(0)}(x;t,k_2,k_4)$ в ряд за степенями $\tilde{h}$, тобто:

$$\kappa^{(0)}(x;t,k_2,k_4) = \tanh\left(\frac{x+\tilde{h}(x,t)}{2t}\right) - \tanh\left(\frac{x-\tilde{h}(x,t)}{2t}\right) \approx$$

$$\approx 2\tilde{h}(x,t)\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\tanh\left(\frac{x}{2t}\right) + \frac{\tilde{h}^3(x,t)}{3}\cdot\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{dx}^3}\tanh\left(\frac{x}{2t}\right) + \ldots\ . \tag{A.11}$$

Надалі обмежимося в (A.11) урахуванням тільки головного по порядку величини (лінійного по $\tilde{h} \ll 1$) члена розкладання функції $\kappa^{(0)}(x;t,k_2,k_4)$ і

тоді з (A.2) і (A.6) з урахуванням рівняння (A.8) отримаємо наступну просту систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих k_2 і k_4:

$$[1 - 2u_1 \cdot (\tilde{r} \cdot i_1 + \tilde{s} p_F^2 \cdot i_3)] \cdot k_2 - 2u_1 \cdot \tilde{s} \cdot i_1 \cdot k_4 = 2u_1 \cdot i_1 \cdot h, \quad \text{(A.12a)}$$

$$-2u_3 \cdot (\tilde{r} \cdot i_3 + \tilde{s} p_F^2 \cdot i_5) \cdot k_2 + [1 - 2u_3 \cdot \tilde{s} \cdot i_3] \cdot k_4 = 2u_3 \cdot i_3 \cdot h. \quad \text{(A.12b)}$$

У коефіцієнти при невідомих k_2 і k_4 в праві частини цих алгебраїчних рівнянь входять наступні інтеграли, які ми позначили через $i_j(a;t)$ (j=1, 3, 5):

$$i_j \equiv \int_{-a}^{a} \mathrm{d}x \sqrt{(1+x)^j} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \tanh\left(\frac{x}{2t}\right), \quad (0 < a < 1). \quad \text{(A.13)}$$

Розв'язком системи рівнянь (A.12a) і (A.12b) є вираження для шуканих функцій $k_2(a;t,h)$ і $k_4(a;t,h)$ виду:

$$k_2(a;t,h) = h \cdot \frac{2u_1 i_1}{D}, \quad \text{(A.14a)}$$

$$k_4(a;t,h) = h \cdot \frac{2u_3}{D} \cdot [i_3 + 2u_1 \tilde{s} p_F^2 \cdot (i_1 i_5 - i_3^2)], \quad \text{(A.14b)}$$

де

$$D = 1 - 2u_1 \cdot [i_1 \cdot \tilde{r} + 2i_3 \cdot \tilde{s} p_F^2 + 2u_1 \cdot \tilde{s}^2 p_F^4 \cdot (i_1 i_5 - i_3^2)] \quad \text{(A.15)}$$

(в цьому виразі для D враховано співвідношення (A.10)).

Підставляючи тепер знайдені вирази (A.14a) і (A.14b) для функцій $k_2(a;t,h)$ і $k_4(a;t,h)$ в рівняння (A.8), отримаємо в результаті шуканий вираз для зведеної енергії Зеемана $\tilde{h}$ в ефективному магнітному полі H_{eff} в нейтронної матерії (в нульовому наближенні за степенями функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$) в лінійному наближенні по $h \ll 1$ (див. (A.9)) при температурах T поблизу T_{c0}. Крім лінійної залежності від $h \ll 1$ (ця сильна нерівність справедлива навіть для «помірно» сильних (ПС) магнітних полів, див. кількісну оцінку виду (3.61) в підрозділі 3.6) $\tilde{h}$ залежить нелінійним чином від температури T і від густини n нейтронної матерії, а також від параметра обрізання $0 < a < 1$ і від параметрів ефективної взаємодії Скірма, через які виражаються коефіцієнти r і s (див. (A.9) і див. формули для r і s після рівняння (3.18)).

Таким чином, в лінійному по $h \ll 1$ наближенні з рівняння (A.8) з урахуванням формул (A.14a) і (A.14b) для функцій $k_2(a;t,h)$ і $k_4(a;t,h)$ отримаємо, що

$$\tilde{h}(x) \approx h \cdot [A(a;t,y) + x \cdot B(a;t,y)], \tag{A.16}$$

де $y \equiv n/n_0$ — зведена густина нейтронної матерії. Функції $A(a;t,y)$ і $B(a;t,y)$, які входять в (A.16), мають наступний вид [475]:

$$A(a;y,t_{c0}(a;y)) \equiv \frac{1}{D(a;y,t_{c0})}\left[1 + d_{12}y \cdot \frac{m_n^*(y)}{m_n} \cdot (i_1(a;t_{c0}) - i_3(a;t_{c0})\right], \tag{A.17}$$

$$B(a;y,t_{c0}(a;y)) \equiv \frac{i_1(a;t_{c0})}{D(a;y,t_{c0})} d_{12}y \cdot \frac{m_n^*(y)}{m_n}, \tag{A.18}$$

$$D(a;y,t_{c0}(a;y)) \approx 1 - y^{1/3}(d_3 y^\alpha + d_0) \cdot \frac{m_n^*(y)}{m_n} i_1(a;t_{c0}) - 2d_{12}y \cdot \frac{m_n^*(y)}{m_n} i_3(a;t_{c0})$$

$$-d_{12}^2 y^2 \cdot \left(\frac{m_n^*(y)}{m_n}\right)^2 \big(i_1(a;t_{c0}) i_5(a;t_{c0}) - i_3^2(a;t_{c0})\big). \tag{A.19}$$

Безрозмірні коефіцієнти d_{12}, d_3, d_0 можна представити в наступній загальній формі, яка справедлива для всіх параметризацій сил Скірма:

$$d_{12} \equiv \frac{m_n c^2}{(\hbar c)^2}\frac{3n_0}{16} \cdot (t_1' - t_2') \approx (t_1' - t_2') \cdot 0.00076913765 \ \big(\text{MeV fm}^5\big)^{-1}, \tag{A.20}$$

$$d_3 \equiv \frac{m_n c^2}{2(\hbar c)^2}\left(\frac{3n_0}{8\pi^4}\right)^{1/3} n_0^\alpha \cdot \frac{t_3'}{6} \approx t_3' \cdot 0.0010474922 \cdot (0.17^\alpha/6) \ \big(\text{MeV fm}^{3+3\alpha}\big)^{-1}, \tag{A.21}$$

$$d_0 \equiv \frac{m_n c^2}{2(\hbar c)^2}\left(\frac{3n_0}{8\pi^4}\right)^{1/3} \cdot t_0' \approx t_0' \cdot 0.0010474922 \ \big(\text{MeV fm}^3\big)^{-1}, \tag{A.22}$$

де показник степеня $1/6 \leq \alpha \leq 1/3$ і для скорочення запису формул введено такі позначення для добутків традиційних параметрів Скірма:

$$t_0' \equiv t_0 \cdot (1 - x_0), \quad t_1' \equiv t_1 \cdot (1 - x_1), \quad t_2' \equiv t_2 \cdot (1 + x_2), \quad t_3' \equiv t_3 \cdot (1 - x_3).$$

Інтеграли $i_j(a;t)$ (j=1, 3, 5) виду (А.13), які входять в формули (А.17) – (А.19), можуть бути перетворені до вигляду:

$$i_1(a;t) = \left(\sqrt{1-a} + \sqrt{1+a}\right) \cdot \tanh\left(\frac{a}{2t}\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \tanh\left(\frac{x}{2t}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}} - \frac{1}{\sqrt{1+x}}\right), \tag{А.23}$$

$$i_3(a;t) = \left(\sqrt{(1-a)^3} + \sqrt{(1+a)^3}\right) \cdot \tanh\left(\frac{a}{2t}\right) -$$

$$-\frac{3}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \tanh\left(\frac{x}{2t}\right)\left(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}\right), \tag{А.24}$$

$$i_5(a;t) = \left(\sqrt{(1-a)^5} + \sqrt{(1+a)^5}\right) \cdot \tanh\left(\frac{a}{2t}\right) -$$

$$-\frac{5}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \tanh\left(\frac{x}{2t}\right)\left(\sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3}\right). \tag{А.25}$$

Зауважимо також, що різницю інтегралів $i_1(a;t) - i_3(a;t)$ (див. формулу (А.17) для функції $A(a;y,t)$) можна записати так:

$$i_1(a;t) - i_3(a;t) = a \cdot \left(\sqrt{1-a} - \sqrt{1+a}\right) \cdot \tanh\left(\frac{a}{2t}\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^a \mathrm{d}x \tanh\left(\frac{x}{2t}\right)\left(\frac{3x-2}{\sqrt{1-x}} + \frac{3x+2}{\sqrt{1+x}}\right). \tag{А.26}$$

Тепер знайдемо розв'язки рівнянь (3.22) для ПП при наявності ПС магнітного поля (див. кількісну оцінку (3.61) допустимих величин такого поля). З цією метою запишемо рівняння (3.22) наступним чином:

$$1 + c_3 \cdot \frac{n m_n^*}{4} \cdot I_{\pm}(a; t_{c(1,2)}, \tilde{h}) = 0. \tag{А.27}$$

Тут

$$c_3 \equiv \frac{t_2 \cdot (1 + x_2)}{\hbar^2} < 0$$

— константа взаємодії (що приводить до спін–триплетного p–спарювання нейтронів), яка виражається через параметри t_2 і x_2 взаимодії Скірма. Для функцій $I_{\pm}(a; t_{c(1,2)}, \tilde{h})$ справедлива формула:

$$I_{\pm}(a; t_{c(1,2)}, \tilde{h}) \equiv \int_{-a}^{a} dx (1+x)^{3/2} \cdot \frac{\tanh\left(\frac{x \pm \tilde{h}(x)}{2t_{c(1,2)}}\right)}{x \pm \tilde{h}(x)}, \tag{A.28}$$

де

$$t_{c1,2} \equiv \frac{T_{c1,2}}{\varepsilon_F}.$$

Зауважимо тепер, що зі структури залежності функції $\tilde{h}(x)$ виду (A.16) від x випливає, що для явного обчислення інтегралів $I_{\pm}(a; t_{c(1,2)}, \tilde{h})$ не потрібно знати явний вигляд функцій $A(a; t, y)$ і $B(a; t, y)$, що не залежать від змінної x. Після підстановки наближеного виразу (A.16) для $\tilde{h}(x)$ в формулу (A.28) і обчислення інтегралів $I_{\pm}(a; t_{c(1,2)}, \tilde{h})$ ми отримаємо в результаті з рівнянь (A.27) наступні шукані вирази (3.23) для функцій $t_{c1,2}(a; h, y)$ в лінійному наближенні по ПС магнітному полю:

$$t_{c1,2} \approx t_{c0} \cdot \left[1 \pm \frac{h}{I_0}(AI_A + BI_B)\right]. \tag{A.29}$$

$t_{c1,2}(a; h, y)$ залежать від параметра обрізання

$$a \equiv \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_F} - 1,$$

який являє собою верхню межу в інтегралах I_0, I_A, I_B (див. формули (3.26), (3.37), (3.38) відповідно) і в інтегралах (A.23)–(A.26), які входять в структуру функцій A і B виду (A.17) і (A.18).

Наведемо тут графіки (Рис. A.1 — A.3), що ілюструють залежність функції $D(a; y, t_{c0}(a; y))$ (див. (A.19)) від зведеної густини y для SLy2, Gs і RATP параметризацій сил Скірма в ННМ. Зауважимо, що для SLy2, Gs і RATP параметризацій із загальних формул (A.20)–(A.22) з урахуванням конкретних

Табл. А.1: **Параметри традиційних сил Скірма, які тут використовувались (див. [448], [287], [410]). Розмірності параметрів t_j** (де $j = 0, 1, 2, 3$): $[t_0] =$ МеВ$\cdot$ Фм^3, $[t_1] = [t_2] =$ МеВ$\cdot$ Фм^5, $[t_3] =$ МеВ$\cdot$ Фм$^{3+3\alpha}$; **параметри x_j і α — безрозмірні.**

Сила	t_0	t_1	t_2	t_3	x_0	x_1	x_2	x_3	α
SLy2	-2484.2	482.2	-290.0	13763	0.79	-0.73	-0.78	1.28	1/6
Gs	-1800.16	336.23	-85.74	11113.5	-0.4862	0.00	0.00	-1.0295	0.3
RATP	-2160.0	513.0	121.0	11600.0	0.418	-0.360	-2.290	0.586	0.2

Табл. А.2: **Коефіцієнти загального вигляду (А.20)–(А.22), обчислені для використовуваних тут конкретних традиційних сил Скірма.**

Сила	d_0	d_{12}	d_3
SLy2	-0.5465	0.6907	-0.5007
Gs	-2.80246	0.32455	2.31406
RATP	-1.3168	0.6567	0.5882

значень параметрів Скірма t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, α (див. Табл. А.1 і [448], [287], [410]) ми вирахували наближені значення для безрозмірних коефіцієнтів d_0, d_{12} і d_3 (див. Табл. А.2).

Тепер за допомогою виразів (А.19), (А.23) – (А.25) і величин коефіцієнтів з Табл. А.2 можна знайти розв'язки $y_c(Skyrme)$ рівняння

$$D(a; y, t_{c0}(a; y)) = 0 \tag{A.30}$$

графічним способом з достатньою точністю. А саме, з Рис. А.1—А.3 отримаємо такі наближені значення для критичних густин $n_c(Skyrme) \equiv y_c(Skyrme) \cdot n_0$:

$$n_c(SLy2) \approx 1.724 \cdot n_0, \quad n_c(Gs) \approx 1.331 \cdot n_0, \quad n_c(RATP) \approx 1.03 \cdot n_0. \tag{A.31}$$

При густині $n_c(Skyrme)$ (яка не залежить від використовуваного типу пара-

метра обрізання a в межах обраної в (A.31) точності для густин) відповідна функція

$$\tau_{Skyrme}(a,y) \equiv \frac{t_{c1}(a;h,y) - t_{c2}(a;h,y)}{h}, \qquad \text{(A.32)}$$

що описує розщеплення температури ФП в магнітному полі (див. (3.23), (3.24)), є розбіжною для ННМ зі спін-триплетним p–спарюванням і з традиційними силами Скірма, які вивчалися докладніше в розділі 3.

Важливо відзначити, що при використанні узагальнених (модифікованих) параметризацій сил Скірма, які містять додаткові доданки, що залежать від густини нейтронної матерії (див. формули (5.2) і (5.3) для $t'_1(n)$ і $t'_2(n)$, а також пояснення там в розділі 5), зникає (усувається) розбіжність функції (A.32), що описує розщеплення температури ФП нейтронної матерії в надплинний стан з анізотропним триплетним спарюванням нейтронів в магнітному полі. Більш детально вивчаються рівноважні властивості густої ННМ з узагальненими силами Скірма BSk18, BSk19, BSk20, BSk21 і BSk24 за відсутності магнітного поля в розділі 4, а при наявності помірно сильного магнітного поля (для якого виконуються нерівності типу (3.61)) — в останньому розділі 5.

Наведемо, нарешті, в цьому Додатку для довідок в Табл. A.3 чисельні значення параметрів Скірма для узагальнених параметризацій BSk18 з [250], BSk19, BSk20, BSk21 з [298] і BSk24 з [299], які використовувалися нами в розділах 4 і 5.

Табл. А.3: **Параметри узагальнених сил Скірма з [250], [298], [299].**

.

Параметри Скірма	BSk18	BSk19	BSk20	BSk21	BSk24
t_0[МеВ· Фм^3]	-1837.96	-4115.21	-4056.04	-3961.39	-3970.29
t_1[МеВ· Фм^5]	428.880	403.072	438.219	396.131	395.766
t_2[МеВ· Фм^5]	-3.23704	0	0	0	0
t_3[МеВ· Фм$^{3+3\alpha}$]	11528.9	23670.4	23256.6	22588.2	22648.6
t_4[МеВ· Фм$^{5+3\beta}$]	-400.000	-60.0	-100.000	-100.000	-100.000
t_5[МеВ· Фм$^{5+3\gamma}$]	-400.000	-90.0	-120.000	-150.000	-150.000
x_0	0.421290	0.398848	0.569613	0.885231	0.894371
x_1	-0.907175	-0.137960	-0.392047	0.0648452	0.0563535
t_2x_2[МеВ· Фм^5]	-186.837	-1055.55	-1147.64	-1390.38	-1389.61
x_3	0.683926	0.375201	0.614276	1.03928	1.05119
x_4	-2.00000	-6.0	-3.00000	2.00000	2.00000
x_5	-2.00000	-13.00	-11.0000	-11.0000	-11.0000
α	0.3	1/12	1/12	1/12	1/12
β	1.0	1/3	1/6	1/2	1/2
γ	1.0	1/12	1/12	1/12	1/12

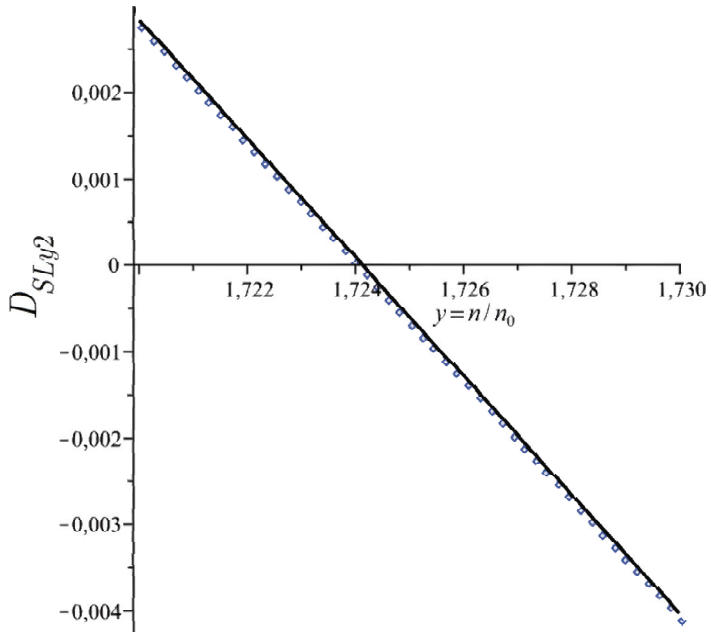


Рис. А.1: $D(a; y, t_{c0}(a; y))$, як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$ для SLy2 параметризації сил Скірма в ННМ зі спін-триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}$ (з *першим* $a = 0.2$ (точки) і *другим* $a_{SLy2}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,SLy2}(y)$ (суцільна лінія) *типами* параметрів обрізання).

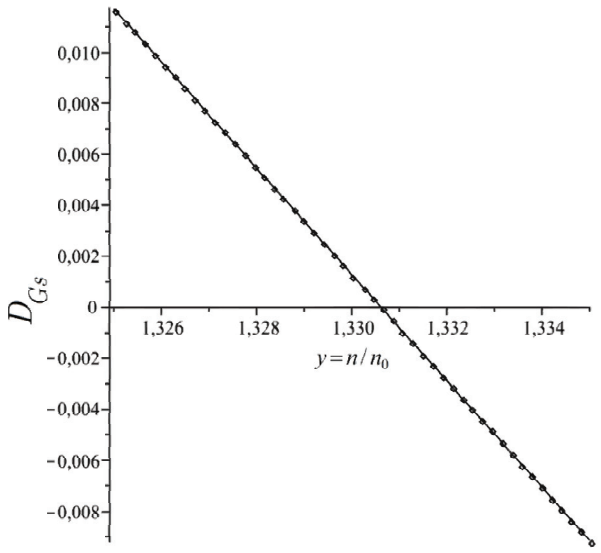


Рис. A.2: $D(a; y, t_{c0}(a; y))$, як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$, для Gs параметризації сил Скірма в ННМ зі спін-триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ (з *першим* $a = 0.4$ (точки) і *другим* $a_{Gs}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,Gs}(y)$ (суцільна лінія) *типами* параметрів обрізання).

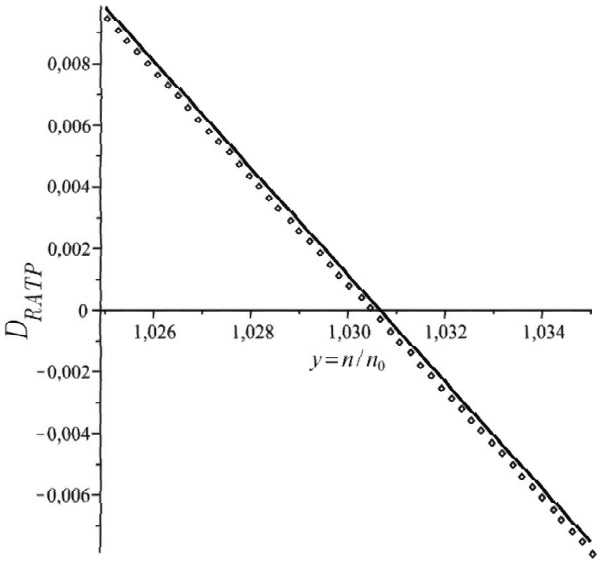


Рис. A.3: $D(a; y, t_{c0}(a; y))$, як функція зведеної густини $y \equiv n/n_0$, для RATP параметризації сил Скірма в ННМ зі спін-триплетним p-спарюванням типу $^3\mathrm{He}-\mathrm{A}$ (з *першим* $a = 0.4$ (точки) і *другим* $a_{RATP}(y) = (25\mathrm{MeB})/\varepsilon_{F,RATP}(y)$ (суцільна лінія) *типами* параметрів обрізання).

А.2. Аналітичне розв'язання рівняння для ЕМП в густій ННМ при $T = 0$

Для густої надплинної нейтронної матерії (ННМ) з анізотропним триплетним p–спарюванням типу $^3\mathrm{He} - \mathrm{A}_2$ в розглянутому тут випадку (при $T = 0$ і $H \neq 0$) рівняння для ЕМП (ефективного магнітного поля) $\xi(p)$ і для функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, \xi)|_{T=0} = \Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$ (що мають розмірність швидкості), які пов'язані з параметром порядку формулою: $\Delta^{A_2}_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, \xi, q) = q\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$ (див. перед формулою (3.22) з підрозділу 3.2), набувають такий вигляд. А саме, виходячи з (3.18), для ЕМП в граничному випадку $T = 0$ маємо рівняння:

$$\xi(T = 0, p, H) = |\mu_n| \cdot H + (r + sp^2)K_2(T = 0, \xi) + sK_4(T = 0, \xi). \quad \text{(A.33)}$$

Тут $\mu_n \approx -1.91304 \cdot \mu_N$ – магнітний момент нейтрона [377], $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p \cdot c}$ – ядерний магнетон, m_p – маса протона. Коефіцієнти $r(n)$ і s виражаються через параметри традиційної ефективної взаємодії Скірма формулами, які наведені після рівняння (3.18).

(3.19-21), де $T \neq 0$):

$$K_\beta(T = 0, \xi) = \frac{1}{8\pi^2\hbar^3} \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^\beta \int_0^1 dx \kappa_0(q, x), \quad \text{(A.34)}$$

де

$$\kappa_0(q, x) = \frac{z(q) + \xi(q)}{E_+(q, x^2)|_{T=0}} - \frac{z(q) - \xi(q)}{E_-(q, x^2)|_{T=0}}, \quad \text{(A.35)}$$

$$E^2_\pm(q, x^2)|_{T=0} = q^2\Delta^2_{\uparrow(\downarrow)}(\xi) \cdot (1 - x^2) + (z(q) \pm \xi(q))^2. \quad \text{(A.36)}$$

Тут в (A.34) входять $p_{max} \equiv \sqrt{2m^* \cdot \varepsilon_{max}} = \sqrt{2m^* \cdot \varepsilon_F \cdot (1 + a)} = p_F \cdot \sqrt{1 + a}$ і $p_{min} \equiv \sqrt{2m^* \cdot \varepsilon_{min}} = \sqrt{2m^* \cdot \varepsilon_F \cdot (1 - a)} = p_F \cdot \sqrt{1 - a}$, де величину $0 < a = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_F(n)} - 1 = 1 - \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_F(n)} < 1$ ми називаємо параметром обрізання (меж в інтегралах в (A.34)), як і в (3.19) в підрозділі 3.5 вище. В (A.35)–(A.36) входить функція $z(q)|_{T=0} = q^2/2m^* - \mu|_{T=0}$ ($m^*(n)$ — ефективна маса нейтрона

в ННМ з густиною n); $\mu(T,\xi)|_{T=0} \equiv \mu_0(\xi) \approx \varepsilon_F(n)$. Щоб спростити розгляд ми нехтуємо тут слабкою залежністю хімічного потенціалу нейтронної матерії від ефективного магнітного поля, тобто від $\xi(q) \equiv |\mu_n| \cdot H_{eff}(q)$, і від $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T,\xi)|_{T=0} = \Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$.

Рівняння для функцій $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$ при $T = 0$ набувають такий вигляд (пор. з рівняннями (3.22), де $T \neq 0$):

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi) = -\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi) \cdot \frac{c_3}{8\pi^2\hbar^3} \cdot J_{\pm}(0,\xi), \tag{A.37}$$

$$J_{\pm}(0,\xi) \equiv \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^4 \int_0^1 dx (1-x^2) \frac{1}{E_{\pm}(q,x^2)|_{T=0}},$$

$E_{\pm}(q,x^2)|_{T=0}$ мають вид (A.36), а $p_{max} = p_F \cdot \sqrt{1+a}$ і $p_{min} = p_F \cdot \sqrt{1-a}$ — імпульси, що обрізають межі інтегрування в (A.37).

Зі структури інтегрального рівняння (A.33) випливає, що величину енергії Зеемана нейтрона $\xi(T=0,p,H) = |\mu_n| \cdot H_{eff}(p,H)$ в ефективному магнітному полі $H_{eff}(p,H)$ можна шукати в наступному вигляді:

$$\xi(T=0,p,H,n) \equiv |\mu_n| \cdot H_{eff}(p,H,n) = \zeta_1(H,n) + p^2 \cdot \zeta_2(H,n). \tag{A.38}$$

З урахуванням цієї явної залежності функції $\xi(T=0,p,H,n)$ від імпульсу p (квазічастинки – нейтрона) випливає, що поки невідомі шукані функції $\zeta_1(H,n)$ і $\zeta_2(H,n)$ *не залежать від імпульсної змінної*. Наявну залежність функцій $\zeta_1(H,n)$, $\zeta_2(H,n)$ і $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)$ від густини n числа частинок нейтронної матерії будемо мати на увазі, але для скорочення запису формул будемо змінну n пропускати в аргументах функцій всюди, де це не викликає непорозумінь. Тому в силу (A.38) можемо обчислити інтеграли $K_\beta(T=0,\xi)$ виду (A.34) (виразивши їх через шукані функції $\zeta_1(H)$, $\zeta_2(H)$ і $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$). З цією метою обчислимо спочатку інтеграл $\int_0^1 dx \kappa_0(q,x)$ по кутової змінної $x = \cos\theta$, який входить в формулу (A.34), враховуючи при цьому формули (A.35), (A.36).

Отже маємо, що

$$\int_0^1 dx\kappa_0(q,x) = \frac{z(q)+\xi(q)}{q\cdot\Delta_\uparrow(\xi)}\cdot\arcsin\frac{1}{b_+(q)} - \frac{z(q)-\xi(q)}{q\cdot\Delta_\downarrow(\xi)}\cdot\arcsin\frac{1}{b_-(q)}, \quad \text{(A.39)}$$

де

$$b_\pm(q) \equiv \sqrt{1+\left(\frac{z(q)\pm\xi(q)}{q\cdot\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)}\right)^2}. \quad \text{(A.40)}$$

Підставимо інтеграл (A.39) в формулу (A.34) і тоді для $K_\beta(T=0,\xi)$ отримаємо, що

$$K_\beta(T=0,\xi) \equiv \frac{1}{8\pi^2\hbar^3}\cdot[Q_{\beta,\uparrow}(0,\xi) - Q_{\beta,\downarrow}(0,\xi)], \ (\beta=2,4), \quad \text{(A.41)}$$

де

$$Q_{\beta,\uparrow(\downarrow)}(0,\xi) \equiv \int_{p_{min}}^{p_{max}} dq q^{\beta-1}\cdot\frac{z(q)\pm(\zeta_1(H)+q^2\cdot\zeta_2(H))}{\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)}\cdot\arcsin\frac{1}{b_\pm(q)}. \quad \text{(A.42)}$$

При $\beta=2$ з (A.42) випливає, що

$$Q_{2,\uparrow(\downarrow)}(0,\xi) \equiv \frac{m^*\cdot\mu_0^2(\xi)}{\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)}\cdot\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)). \quad \text{(A.43)}$$

Тут $0<a<1$ — параметр обрізання, введений вище (див. після формули (A.36)), і функції $\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$, які означаються формулою виду:

$$\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi) \equiv \frac{\mu_0(\xi)}{2m^*\cdot\Delta^2_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)} \gg 1, \quad \text{(A.44)}$$

де $\mu_0(\xi)\approx\varepsilon_F$. Тут і всюди нижче, як це вже відзначали після (A.36), нехтуємо слабкою залежністю хімічного потенціалу нейтронної матерії від магнітного поля, що справедливо при не дуже сильних (при *«помірно» сильних*) значеннях магнітного поля. Оцінка допустимих значень магнітного поля була дана нами в заключному підрозділі 3.6 глави 3 (див. ф-лу (3.61)).

Функції $\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))$ мають наступний явний вигляд:

$$\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)) \equiv \int_{-a}^{a} dx(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)\cdot\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)\cdot\frac{\left(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma\right)^2}{1+x}}}, \tag{A.45}$$

де

$$\gamma_{1,(\pm)} \equiv 1\pm 2m^*\cdot\zeta_2(H), \tag{A.46a}$$

$$\gamma \equiv \frac{\zeta_1(H)}{\mu_0(\xi)} + 2m^*\cdot\zeta_2(H) \approx \frac{\zeta_1(H)+p_F^2\cdot\zeta_2(H)}{\varepsilon_F} \equiv \frac{\xi(p_F,H)}{\varepsilon_F} \ll 1, \tag{A.46b}$$

(див. (A.38)). Відзначимо тут очевидні рівності виду:

$$\lim_{H\to 0}\gamma_{1,(+)} = \lim_{H\to 0}\gamma_{1,(-)} = 1.$$

Тепер із загальної формули (A.42) при $\beta = 4$ отримаємо, що (пор. з (A.43))

$$Q_{4,\uparrow(\downarrow)}(0,\xi) \equiv \frac{2m^{*2}\cdot\mu_0^3(\xi)}{\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)}\cdot\mathcal{K}_4(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)), \tag{A.47}$$

де

$$\mathcal{K}_4(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)) \equiv$$

$$\equiv \int_{-a}^{a} dx(1+x)\cdot(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)\cdot\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)\cdot\frac{\left(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma\right)^2}{1+x}}}, \tag{A.48}$$

(пор. з ф-лою (A.45) для функцій $\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))$).

Зауважимо, що інтеграли $\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))$ можна, виходячи з формули (A.45), представити у вигляді:

$$\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)) =$$

$$= \frac{a^2}{2}\cdot\gamma_{1,(\pm)}\cdot\left[\arctan\left(\sqrt{\frac{1+a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right) - \arctan\left(\sqrt{\frac{1-a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]\pm$$

$$\pm a\cdot\gamma\cdot\left[\arctan\left(\sqrt{\frac{1+a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\sqrt{\frac{1-a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+I_{a,\uparrow(\downarrow)},\tag{A.49}$$

де

$$I_{a,\uparrow(\downarrow)}\equiv\frac{\sqrt{\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}{4}\cdot\int_{-a}^{a}dx[sgn(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)]\cdot\frac{x^2\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm 2x\gamma}{1+x+\delta_{\uparrow(\downarrow)}\cdot(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)^2}\times$$
$$\times\left[2\gamma_{1,(\pm)}\cdot\sqrt{1+x}-\frac{x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma}{\sqrt{1+x}}\right].\tag{A.50}$$

В результаті математичних перетворень формулу (A.49) для функцій $\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))$ можна представити в наступному вигляді:

$$\mathcal{K}_2(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))=\left\{\frac{a^2}{2}\cdot\gamma_{1,(\pm)}+\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4\gamma_{1,(\pm)}}\cdot\left[2\cdot\left(y_{1,\mp}+\frac{\gamma^2}{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}\right)-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\right]\right\}\times$$

$$\times\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)-\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]\pm$$

$$\pm a\cdot\gamma\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+$$

$$+\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{2}\cdot\left[\sqrt{1+a}\cdot\left(\frac{1+a}{3}+y_{1,(\mp)}-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\right)+\sqrt{1-a}\cdot\left(\frac{1-a}{3}+y_{1,(\mp)}-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\right)+\right.$$

$$\left.+2\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\left(\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}-\frac{4}{3}\cdot y_{1,(\mp)}\right)\right]+\frac{g^3_{\uparrow(\downarrow)}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}}{4\gamma^2_{1,(\pm)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}\times$$

$$\times\left\{\ln\left[\left(\frac{1+a+2\cdot\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}{1+a-2\cdot\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}\right)\times\right.$$

$$\times\left(\frac{1-a+2\cdot\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}{1-a-2\cdot\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}\right)\Bigg]-$$

$$-2\cdot\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\gamma^2_{1,(\pm)}}}}{1-\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\gamma^2_{1,(\pm)}}}}\right)\Bigg\}. \tag{A.51}$$

Тут

$$y_{1,(\mp)}\equiv 1\mp\frac{\gamma}{\gamma_{1,(\pm)}}, \tag{A.52}$$

а також замість функцій $\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)\gg 1$ (див. (A.44)) ввели малі за величиною функції $g_{\uparrow(\downarrow)}(\xi)$, які визначаються формулою виду:

$$g_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)\equiv\frac{1}{\sqrt{\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)}}\approx\frac{p_F(n)\cdot\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)}{\varepsilon_F(n)}\equiv\frac{G_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)}{\varepsilon_F(n)}\ll 1. \tag{A.53}$$

Відповідно до цього визначення можна позначати $\mathcal{K}_\beta(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)})$ (де $\beta=2,4$) інакше, а саме наступним (еквівалентним) чином

$$\mathcal{K}_\beta(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)})\equiv\mathcal{K}_{\beta,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g) \tag{A.54}$$

в залежності від того, в термінах яких величин (через $\delta_{\uparrow(\downarrow)}$ або через $g_{\uparrow(\downarrow)}$) ці функції $\mathcal{K}_\beta$ виражені.

Підкреслимо, що рівність точна! у формулі (A.51) для $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)$, тобто при виведення цієї формули, виходячи з (A.49)–(A.50), не робили ніяких додаткових наближень.

Зауважимо, що в формулу (A.51), крім малих за величиною функцій $g_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)\ll 1$, входять ще функції $\gamma_{1,(\pm)}$ і γ виду (A.46a) і (A.46b). Відзначимо також, що магнітні поля H можна вважати «слабкими», якщо $\gamma\ll a<1$ і «сильними» при $\gamma\lesssim a<1$ (пор. також нерівність виду (3.61)).

Теперь (аналогічно (A.47)–(A.50)) випишемо формули для $\mathcal{K}_4(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)})$, виходячи з (A.48):

$$\mathcal{K}_4(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi))=J_{a,\uparrow(\downarrow)}+$$

$$+\frac{a^2}{2}\cdot(\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)\cdot\left[\arctan\left(\sqrt{\frac{1+a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)-\arctan\left(\sqrt{\frac{1-a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{a^3\gamma_{1,(\pm)}}{3}\pm a\gamma\right)\cdot\left[\arctan\left(\sqrt{\frac{1+a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\sqrt{\frac{1-a}{a^2\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}\cdot\frac{1}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right], \tag{A.55}$$

де

$$J_{a,\uparrow(\downarrow)}\equiv\frac{\sqrt{\delta_{\uparrow(\downarrow)}}}{12}\cdot\int_{-a}^{a}dx[sgn(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)]\cdot\frac{2x^3\cdot\gamma_{1,(\pm)}+3x^2\cdot(\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)\pm 6x\gamma}{1+x+\delta_{\uparrow(\downarrow)}\cdot(x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)^2}\times$$

$$\times\left[2\gamma_{1,(\pm)}\cdot\sqrt{1+x}-\frac{x\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma}{\sqrt{1+x}}\right]. \tag{A.56}$$

Після математичних перетворень звідси отримаємо (при $T=0$, $H\neq 0$), що:

$$\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))=\left\{\frac{a^2}{2}\cdot(\gamma_{1,(\pm)}\pm\gamma)+\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{12\gamma_{1,(\pm)}}\cdot\left[6\cdot y^2_{1,(\mp)}+\frac{6\gamma^2}{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}\mp\right.\right.$$

$$\left.\left.\mp\frac{2\gamma^3}{g^2_{\uparrow(\downarrow)}\cdot\gamma_{1,(\pm)}}+\frac{2g^4_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^4_{1,(\pm)}}-\frac{9g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\cdot y_{1,(\mp)}\right]\right\}\times$$

$$\times\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)-\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{a^3}{3}\cdot\gamma_{1,(\pm)}\pm a\gamma\right)\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+$$

$$+\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{6}\cdot\left\{2\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\left[-\frac{2g^4_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^4_{1,(\pm)}}+y_{1,(\mp)}\cdot\left(\frac{23g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{3\gamma^2_{1,(\pm)}}-\frac{12}{5}\cdot y_{1,(\mp)}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\sqrt{1+a}\cdot\left[\frac{2}{5}\cdot(1+a)^2+y_{1,(\mp)}\cdot\left(1+a-\frac{7g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\right)+y^2_{1,(\mp)}-\frac{2(1+a)g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{3\gamma^2_{1,(\pm)}}+\frac{2g^4_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^4_{1,(\pm)}}\right]+\right.$$

$$+\sqrt{1-a}\cdot\left[\frac{2}{5}\cdot(1-a)^2+y_{1,(\mp)}\cdot\left(1-a-\frac{7g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^2_{1,(\pm)}}\right)+y^2_{1,(\mp)}-\frac{2(1-a)g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{3\gamma^2_{1,(\pm)}}+\frac{2g^4_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma^4_{1,(\pm)}}\right]\Bigg\}+$$

$$+\frac{2g^3_{\uparrow(\downarrow)}\cdot\sqrt{y^3_{1,(\mp)}}}{3\gamma^2_{1,(\pm)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}\cdot\left(\frac{5}{8}-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}\right)\times$$

$$\times\Bigg\{\ln\Bigg[\left(\frac{1+a+2\cdot\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}{1+a-2\cdot\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1-a+2\cdot\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}{1-a-2\cdot\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{y_{1,(\mp)}}\cdot\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}+y_{1,(\mp)}}\right)\Bigg]-$$

$$-2\cdot\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}}{1-\sqrt{1-\frac{g^2_{\uparrow(\downarrow)}}{4y_{1,(\mp)}\cdot\gamma^2_{1,(\pm)}}}}\right)\Bigg\}, \tag{A.57}$$

де $y_{1,(\mp)}$ має вид (A.52). Пор. цей точний (!) вираз для $\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)$ з аналогічним точним (!) виразом (A.51) для функцій $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)$.

Зауважимо, що з визначення (A.41) функцій $K_\beta(T=0,\xi)$ (де $\beta=2,4$) і формул (A.42) і (A.40) випливає в граничному випадку $H\to 0$ (тобто за відсутності магнітного поля), що

$$\lim_{H\to 0}K_\beta(T=0,\xi)\equiv\frac{1}{8\pi^2\hbar^3}\cdot\lim_{H\to 0}[Q_{\beta,\uparrow}(0,\xi)-Q_{\beta,\downarrow}(0,\xi)]=0,\quad(\beta=2,4). \tag{A.58}$$

Дійсно, це стає очевидним, якщо врахувати, що

$$\lim_{H\to 0}\mathcal{K}_\beta(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_\uparrow(\xi))=\lim_{H\to 0}\mathcal{K}_\beta(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta_\downarrow(\xi))=\mathcal{K}_\beta(a;\zeta_1,\zeta_2,\delta),\quad(\beta=2,4), \tag{A.59}$$

де функція $\delta(n)$ визначається наступним чином:

$$\lim_{H\to 0}\delta_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)=\lim_{H\to 0}\Big(\frac{\mu_0(\xi,n)}{2m^*(n)\cdot\Delta^2_{\uparrow(\downarrow)}(\xi,n)}\Big)\Big|_{(T=0)}=\frac{\varepsilon_F(n)}{2m^*(n)\cdot\Delta^2_0(n)}\equiv\delta(n)\gg 1, \tag{A.60}$$

причому

$$\lim_{H\to 0}\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T=0,\xi,n)\equiv\Delta_0(n). \tag{A.61}$$

З урахуванням (A.43), (A.47) і (A.59) отримаємо нуль в правій частині формули (A.58), як і повинно бути в граничному випадку $H\to 0$ відповідно до рівняння (A.33) для функції $\xi(T=0,p,H,n)\equiv|\mu_n|\cdot H_{eff}(p,H,n)=\zeta_1(H,n)+p^2\cdot\zeta_2(H,n)$ (див. (A.38) вище).

Щоб знайти розв'язок нелінійного інтегрального рівняння (A.33) щодо ефективного магнітного поля (ЕМП) (див. (A.38)), потрібно підставити знайдені вище точні (!) вирази (A.51) для функцій $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))$ і (A.57) для $\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))$ в (A.43) і в (A.47) для функцій $Q_{2,\uparrow(\downarrow)}(0,\xi)$ і $Q_{4,\uparrow(\downarrow)}(0,\xi)$ відповідно, а потім використати формули (A.41)) для функцій $K_\beta(T=0,\xi)$ (де $\beta=2,4$), які входять у вихідне рівняння (A.33).

Далі використаємо малість функцій $g_{\uparrow(\downarrow)}\ll 1$ (див. (A.53)), $\gamma=\frac{\xi(p_F,H)}{\varepsilon_F}=\frac{|\mu_n|\cdot H_{eff}(H,n)}{\varepsilon_F(n)}\ll 1$ (див. (A.46b)) і $\frac{\gamma}{\gamma_{1,(\pm)}}\ll 1$ (де $\gamma_{1,(\pm)}$ має вид (A.46a)), щоб розкласти в ряди за степенями цих малих величин (параметрів) отримані функції $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))$ і $\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))$. Тоді, обмежуючись урахуванням лише головних за порядком величини поправочних членів розкладання (нехтуючи малими доданками $\sim g^2_{\uparrow(\downarrow)}$, $g^3_{\uparrow(\downarrow)}$, $g^4_{\uparrow(\downarrow)}\ll 1$,... , $\gamma^2\ll 1$, ...), отримаємо, виходячи з формули (A.51), наступний наближений вираз для функцій $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g(\xi))$:

$$\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)\approx$$

$$\approx\frac{a^2}{2}\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)-\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]\pm$$

$$\pm a\gamma\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\right]+$$

$$+\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{2}\cdot\left[\sqrt{1+a}\cdot\left(\frac{1+a}{3}+y_{1,(\mp)}\right)+\sqrt{1-a}\cdot\left(\frac{1-a}{3}+y_{1,(\mp)}\right)-\frac{8}{3}\cdot y_{1,(\mp)}^{3/2}\right]+$$

$$+O(g_{\uparrow(\downarrow)}^2,\gamma^2). \tag{A.62}$$

Зауважимо, що в головному наближенні по малим параметрам $g_{\uparrow(\downarrow)}\ll 1$ і $\gamma\ll 1$ маємо:

$$\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\approx$$

$$\approx\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{a}\cdot\left[\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}\mp\frac{\gamma}{a}\cdot(\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a})\right], \tag{A.63}$$

$$\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\pm\frac{\gamma}{a}}\right)-\arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)}\mp\frac{\gamma}{a}}\right)\approx$$

$$\approx\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{a}\cdot\left[\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}\mp\frac{\gamma}{a}\cdot(\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a})\right]. \tag{A.64}$$

З формули (A.62) отримаємо тепер (нехтуючи членами $O(\gamma^2)$), що

$$\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)\approx\frac{2}{3}\cdot g_{\uparrow(\downarrow)}\cdot\left[\sqrt{(1+a)^3}+\sqrt{(1-a)^3}-2\pm 3\gamma\right]. \tag{A.65}$$

Зауважимо, що згідно з визначеннями виду (A.41) і (A.43) справедливо точне співвідношення виду:

$$K_2(T=0,\xi,n)\equiv\frac{m^*(n)\cdot\mu_0^2(\xi,n)}{8\pi^2\hbar^3}\cdot\left[\frac{\mathcal{K}_{2,\uparrow}(a;\zeta_1,\zeta_2,g,n)}{\Delta_\uparrow(\xi,n)}-\frac{\mathcal{K}_{2,\downarrow}(a;\zeta_1,\zeta_2,g,n)}{\Delta_\downarrow(\xi,n)}\right], \tag{A.66}$$

з якого з урахуванням наближених формул (А.65) отримаємо в головному наближенні по малим параметрам, що:

$$K_2(T=0,\xi,n) \approx \frac{3}{4} n \cdot \gamma + O(\gamma^2). \tag{А.67}$$

Тут враховано, що згідно (А.53)

$$\frac{g_{\uparrow}(\xi,n)}{\Delta_{\uparrow}(\xi,n)} - \frac{g_{\downarrow}(\xi,n)}{\Delta_{\downarrow}(\xi,n)} \approx 0, \quad \frac{g_{\uparrow}(\xi,n)}{\Delta_{\uparrow}(\xi,n)} + \frac{g_{\downarrow}(\xi,n)}{\Delta_{\downarrow}(\xi,n)} \approx 2 \cdot \frac{p_F(n)}{\varepsilon_F(n)}, \tag{А.68}$$

а також, що $\mu_0(\xi,n) \approx \varepsilon_F(n)$ і $p_F^3(n) = 3n\pi^2\hbar^3$ (див. [97]). Підкреслимо тут, що отриманий наближений вираз (А.67) для функції $K_2(T=0,\xi,n)$ в головному наближенні за малим параметром $\gamma \ll 1$ *не залежить* від параметра обрізання $a < 1$.

Тепер аналогічно виведенню наближеної формули (А.67) для $K_2(T=0,\xi,n)$ знайдемо відповідний вираз для функції $K_4(T=0,\xi,n)$ в головному наближенні за малим параметром $\gamma \ll 1$, нехтуючи малими доданками $\sim g_{\uparrow(\downarrow)}^2, g_{\uparrow(\downarrow)}^3, g_{\uparrow(\downarrow)}^4 \ll 1, ..., \gamma^2 \ll 1, ...$. У цьому наближенні з (А.57) отримаємо, що:

$$\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g) \approx$$

$$\approx \frac{a^2}{2}\cdot(\gamma_{1,(\pm)} \pm \gamma)\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)} \pm \frac{\gamma}{a}}\right) - \arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)} \mp \frac{\gamma}{a}}\right)\right] +$$

$$+\left(\frac{a^3}{3}\cdot\gamma_{1,(\pm)} \pm a\gamma\right)\cdot\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1+a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)} \pm \frac{\gamma}{a}}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{1-a}}{a}\cdot\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{\gamma_{1,(\pm)} \mp \frac{\gamma}{a}}\right)\right] +$$

$$+\frac{g_{\uparrow(\downarrow)}}{6}\cdot\left\{-\frac{24}{5}\cdot y_{1,(\mp)}^{5/2} + \sqrt{1+a}\cdot\left[\frac{2}{5}\cdot(1+a)^2 + y_{1,(\mp)}\cdot(1+a) + y_{1,(\mp)}^2\right] +\right.$$

$$\left. +\sqrt{1-a}\cdot\left[\frac{2}{5}\cdot(1-a)^2 + y_{1,(\mp)}\cdot(1-a) + y_{1,(\mp)}^2\right]\right\} + O(g_{\uparrow(\downarrow)}^2, \gamma^2). \tag{А.69}$$

Підставляючи сюди розкладання виду (A.63) і (A.64), отримаємо в результаті, що

$$\mathcal{K}_{4,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g) \approx \frac{2}{5}\cdot g_{\uparrow(\downarrow)}\cdot\left[\sqrt{(1+a)^5}+\sqrt{(1-a)^5}-2\pm 5\gamma\right] \qquad \text{(A.70)}$$

(пор. цю формулу з аналогічною формулою (A.65) для $\mathcal{K}_{2,\uparrow(\downarrow)}(a;\zeta_1,\zeta_2,g)$). Зауважимо тепер, що з визначень (A.41) і (A.47) випливає точне співвідношення виду (пор. з аналогом (A.66)):

$$K_4(T=0,\xi,n) \equiv \frac{m^{*2}(n)\cdot\mu_0^3(\xi,n)}{4\pi^2\hbar^3}\cdot\left[\frac{\mathcal{K}_{4,\uparrow}(a;\zeta_1,\zeta_2,g,n)}{\Delta_\uparrow(\xi,n)}-\frac{\mathcal{K}_{4,\downarrow}(a;\zeta_1,\zeta_2,g,n)}{\Delta_\downarrow(\xi,n)}\right], \qquad \text{(A.71)}$$

з якого з урахуванням наближених формул (A.70) отримаємо в головному наближенні по малим параметрам, що:

$$K_4(T=0,\xi,n)\approx\gamma\cdot\frac{p_F^5}{4\pi^2\hbar^3}=\gamma\cdot\frac{p_F^2\cdot 3n}{4}=p_F^2\cdot K_2(T=0,\xi,n) \qquad \text{(A.72)}$$

(тут враховані формули (A.67) і (A.68)).

Таким чином, як функція $K_2(T=0,\xi,n)$ (див. (A.67)), так і функція $K_4(T=0,\xi,n)$ виду (A.72) в головному наближенні по малим параметрам $\gamma\ll 1$ і $g_{\uparrow(\downarrow)}\ll 1$ *не залежать* від параметра обрізання $0<a<1$.

Тепер, після того, як ми аналітично отримали наближені вирази (A.67) і (A.72) для функцій $K_2(T=0,\xi,n)$ і $K_4(T=0,\xi,n)$, використаємо їх для знаходження розв'язку вихідного рівняння (A.33). Для цього з урахуванням (A.38) замінимо це рівняння еквівалентною йому системою двох рівнянь виду:

$$\zeta_1(H,n)=|\mu_n|\cdot H+r\cdot K_2(T=0,\xi,n)+s\cdot K_4(T=0,\xi,n), \qquad \text{(A.73a)}$$

$$\zeta_2(H,n)=s\cdot K_2(T=0,\xi,n). \qquad \text{(A.73b)}$$

Відповідно до формул (A.67), (A.72) і з урахуванням (A.46b) маємо звідси,

що (аргументи функцій пропускаємо для скорочення запису рівнянь):

$$\zeta_1 = |\mu_n| \cdot H + (r + s \cdot p_F^2) \cdot \frac{\zeta_2}{s}, \tag{A.74a}$$

$$\zeta_2 = s \cdot \frac{3n}{4} \cdot \frac{\zeta_1 + p_F^2 \cdot \zeta_2}{\varepsilon_F} \tag{A.74b}$$

і, отже,

$$\zeta_1 - \zeta_2 \cdot \left(\frac{r}{s} + p_F^2 \right) = |\mu_n| \cdot H, \tag{A.75a}$$

$$\zeta_1 + \zeta_2 \cdot \left(p_F^2 - \frac{4\varepsilon_F}{3ns} \right) = 0. \tag{A.75b}$$

З цієї системи рівнянь отримаємо, що

$$\frac{\zeta_1(H)}{\varepsilon_F} = \frac{|\mu_n| \cdot H}{\varepsilon_F} \cdot \frac{1 - sp_F^2 \cdot \nu_F/2}{1 - (r + 2sp_F^2) \cdot \nu_F/2}, \tag{A.76a}$$

$$\frac{\zeta_2(H)}{\varepsilon_F} = \frac{|\mu_n| \cdot H}{\varepsilon_F} \cdot \frac{s \cdot \nu_F/2}{1 - (r + 2sp_F^2) \cdot \nu_F/2}. \tag{A.76b}$$

Тут враховано, що (див. формулу (3.55) вище в підрозділі 3.5)

$$\nu_F(n) = \frac{m^*(n) \cdot p_F(n)}{\pi^2 \hbar^3} = \frac{3n}{2\varepsilon_F(n)} \tag{A.77}$$

— це щільність станів на поверхні Фермі нейтронної матерії з густиною n (fm^{-3}) числа частинок, $\mu_n \approx -1.91304 \cdot \mu_N$ — магнітний момент нейтрона [377] і μ_N — ядерний магнетон.

Тепер, підставляючи знайдені вирази (A.76a) і (A.76b) для функцій $\frac{\zeta_1(H)}{\varepsilon_F}$ і $\frac{\zeta_2(H)}{\varepsilon_F}$ в формулу (A.46b), отримаємо, що (див. (A.38))

$$\gamma \equiv \frac{|\mu_n| \cdot H_{eff}(p_F, H)}{\varepsilon_F} \equiv \frac{\zeta_1(H) + p_F^2 \cdot \zeta_2(H)}{\varepsilon_F}\Big|_{(T=0)} = \frac{h_{ext}(H, n)}{1 - (r + 2sp_F^2) \cdot \nu_F/2}, \tag{A.78}$$

де

$$h_{ext}(H, n) \equiv \frac{|\mu_n| \cdot H}{\varepsilon_F(n)} \ll 1. \tag{A.79}$$

Результуюча формула (A.78) тотожна формулі (3.54) (див. підрозділ 3.5), **яку і було потрібно тут довести**. Підкреслимо, що формула

(A.78) для малого параметра $\gamma(H,n) \ll 1$ (при $T=0$) є *загальною для будь-яких параметризацій ефективної взаємодії Скірма* допустимих в нейтронної матерії. Причому γ *не залежить* (!) від параметра обрізання $0 < a < 1$ (див. після (A.72)), але передбачається, що $\gamma(H,n) \ll a$. Для r і s див. після рівняння (3.18) явні вирази через традиційні параметри взаємодії Скірма, а для узагальнених параметризацій сил Скірма — див. для r і s відповідні формули (5.5) і (5.6) (з урахуванням визначень (5.1) – (5.3)).

Таким чином, щоб із загальної формули (A.78) отримати явний вигляд функції $\gamma(H,n)$, потрібно вибрати конкретну параметризацію сил Скірма в нейтронної матерії. У підрозділі 3.5 ми використовували SLy2, Gs і RATP традиційні параметризації (див. [448], [287] і [410]), а в підрозділі 5.4, крім цих, використовували ще одну більш нову традиційну BSk17 параметризацію [297] і узагальнені параметризації BSk18 — BSk21 [250], [298].

ДОДАТОК Б

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Праці, де опубліковані основні наукові результати дисертації:

СТАТТІ:

1. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. *ФНТ*. 1995. Т. 21, №1. С. 24–37; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1995. Vol. 21, №1. P. 17–26]; (квартиль Q3).

2. **Тарасов А.Н.** О поправках в уравнениях Гинзбурга-Ландау, обусловленных течением нормальной компоненты сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным p-спариванием. *ФНТ*. 1997. Т. 23, №3. С. 243–248; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1997. Vol. 23, №3. P. 177–180]; (квартиль Q3).

3. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 1998. Т. 24, №5. С. 429–437; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 1998. Vol. 24, №5. P. 324–330]; (квартиль Q3).

4. **Тарасов А.Н.** Некоторые вопросы теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. *ФНТ*. 2000. Т. 26, №11. С. 1059–1066; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2000. Vol. 26, No11. P. 785–790]; (квартиль Q3).

5. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. *J. Mol. Liquids* (Elsevier Science). 2001. Vol. 93, №1–3. P. 87–90; (квартиль Q3).

6. **Tarasov A.N.** Self-consistency equations for nonunitary phases of superfluid Fermi liquid with spin-triplet pairing in a magnetic field. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2001. №6(2). P. 356–359; (квартиль Q4).

7. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. *Physica B.* 2003. Vol. 329-333, Part 1. P. 100–101; (квартиль Q2).

8. **Tarasov A.N.** Phase transition temperatures of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. *Europhysics Letters.* 2004. Vol. 65, №5. P. 620–626; (квартиль Q1).

9. **Tarasov A.N.** Superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *AIP Conf. Proc.* 2006. Vol. 850. P. 109–110; (квартиль Q4).

10. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. *Probl. Atom. Sci. Techn.* 2007. №3(2). P. 418–423; (квартиль Q4).

11. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. *Ukr. J. Phys.* 2010. Vol. 55, №5. P. 644–650; (квартиль Q4).

12. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in a strong magnetic field. *Centr. Eur. J. Phys.* 2011. Vol. 9, №4. P. 1057–1076; (квартиль Q3).

13. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 400. 032101 (4 pp.); (квартиль Q3).

14. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. *Ukr. J. Phys.* 2013. Vol. 58, №7. P. 611–617; (квартиль Q4).

15. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions and anisotropic spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. *EPL (Europhys. Lett.).* 2014. Vol. 105, №5. 52001 (6 pp.); (квартиль Q2).

16. **Tarasov A.N.** Analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at

finite temperatures. *ФНТ*. 2016. Т. 42, №3. С. 222–229; [Tarasov A.N. Low Temp. Phys. 2016. Vol. 42, №3. P. 169–175]; (квартиль Q3).

17. **Тарасов А.Н.** К теории сверхтекучести плотной нейтронной материи с анизотропным триплетным p-спариванием в сильных магнитных полях. *ФНТ*. 2018. Т. 44, №4. С. 368–378; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2018. Vol. 44, №4. P. 278–285]; (квартиль Q3).

18. **Тарасов А.Н.** Аналитический вывод выражений для удельной теплоемкости сверхтекучих ферми-жидкостей со спин-триплетным анизотропным p-спариванием при конечных температурах. *ФНТ*. 2019. Т. 45, №4. С. 423–433; [**Tarasov A.N.** *Low Temp. Phys.* 2019. Vol. 45, №4. P. 367–375]; (квартиль Q3).

ПРЕПРИНТИ:

19. **Тарасов А.Н.** О выводе уравнений Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Препринт ХФТИ 92-29. Харьков, 1992. 11 с.

20. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. [arXiv:nucl-th/1301.5528. 4pp.].

Праці, які свідчать про апробацію матеріалів дисертації:

21. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. Сб. аннотаций Всесоюзной конференции «Современные проблемы статистической физики» (Харьков, 14–17 мая 1991 г.), ХФТИ МАЭП СССР и МИАН СССР им. В.А.Стеклова, Харьков, 1991. С. 122–123.

22. **Тарасов А.Н.** Об уравнениях Гинзбурга-Ландау для сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием. *Вопр. атом. науки и техники. Сер.: Ядерно-физич. Исследования (Теория и эксперимент)*. 1992, вып. 3(24). С. 176–182.

23. **Тарасов А.Н.** Уравнения для параметра порядка сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием вблизи T_c в магнитном поле. Див. в: «30-е Совещание по физике низких температур», (НТ30), 6-8 сент. 1994г. Тезисы докладов. РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». ОИЯИ, Д14-94-269. Часть 2. Дубна, 1994. С. 49–50.

24. **Tarasov A.N.** About corrections to the coefficients in the Ginzburg-Landau equations for superfluid Fermi liquid with triplet pairing. In: Conference Handbook, XXI Int. Conf. on Low Temperature Physics, Aug. 8-14, 1996, Prague, Czech Republic. P. 419. [LT21].

25. **Тарасов А.Н.** Применение обобщенного ферми-жидкостного подхода в теории сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «31-е Совещание по физике низких температур», (НТ31), 2–3 дек. 1998г. Тезисы докладов. (РАН. Научный совет по проблеме «Физика низких температур». МГУ им. М.В. Ломоносова, Инст. Физич. Проблем им. П.Л. Капицы РАН). Москва, 1998. С. 178–179.

26. **Tarasov A.N.** About nonunitary phases of superfluid helium-3 in a magnetic field. In: "Special Problems in Physics of Liquids". Int. Conf., May 31–June 4, 1999, Odessa, Ukraine. Abstracts. Odessa, "Astro Print", 1999. P. 139–140.

27. **Тарасов А.Н.** К вопросу об описании неунитарных фаз сверхтекучей ферми-жидкости с триплетным спариванием в магнитном поле. Див. в: «32-е Всероссийское Совещание по физике низких температур», (НТ32), Казань, 3–6 окт. 2000. Тезисы докладов секции QL: «Квантовые Жидкости и Кристаллы». Казанский госуниверситет, 2000. С. 35–36.

28. **Tarasov A.N.** Equations for the order parameter and effective magnetic field for nonunitary phases of superfluid Fermi liquids with spin-triplet p-wave pairing. The 23rd Inter. Conf. On Low Temperature Physics. August 20-27, 2002, Hiroshima, Japan. Program&Abstracts. P. 404. [LT23].

29. **Tarasov A.N.** About phase transitions of dense neutron matter with Skyrme interaction to superfluid states with spin-triplet pairing in high magnetic field. In: Abstracts of the 2nd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems",

Sept. 12–15, 2003, Kyiv, Ukraine. P. 158.

30. **Tarasov A.N.** On the theory of superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in a magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv confer. "Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics", Sept. 13-16, 2004, Kyiv. P. 93.

31. **Tarasov A.N.** Application of generalized Fermi-liquid approach for description of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing in strong magnetic field. In: Abstracts of the 3rd Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2005), May 27-30, 2005, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 225.

32. **Tarasov A.N.** About superfluidity of dense neutron matter with spin-triplet p-wave pairing in strong magnetic field. Abstract PA Th.6, in: Official Conference Book of the 24th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2005, Orlando, Florida, USA (LT24). P. 4. [LT24].

33. **Tarasov A.N.** Spin-triplet superfluidity of neutron matter with Skyrme forces in strong magnetic field near T_c. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 199-200.

34. **Tarasov A.N.** About magnetic properties of superfluid dense neutron matter with Skyrme interactions at zero temperature. In: Book of Abstracts of the 2nd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2006), Sept. 19-23, 2006, Kharkov, Ukraine. NSC KIPT, Kharkov, 2006. P. 203.

35. **Tarasov A.N.** Some questions of superfluidity with triplet p-wave pairing in neutron matter at subnuclear and supernuclear densities in strong magnetic field. Abstract 7-11. O., in: Abstracts of the 4th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2008), May 23-26, 2008, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P.219.

36. **Tarasov A.N.** Triplet superfluidity in neutron matter with Skyrme forces at subnuclear and supranuclear densities in strong magnetic field. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathe-

matical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 106.

37. **Tarasov A.N.** About magnetic susceptibility of dense superfluid neutron matter with spin-triplet p-wave pairing. In: Book of Abstracts. Bogolyubov Kyiv Confer. "Modern Problems of Theoretical and Mathematical Physics", Sept. 15-18, 2009, Kyiv. P. 190.

38. **Tarasov A.N.** About absence of ferromagnetic instability in dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interactions and spin-triplet pairing. Abstract 8-9. P., in: Abstracts of the 5th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2010), May 21-24, 2010, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 333.

39. **Tarasov A.N.** Phase transitions of dense neutron matter with generalized Skyrme interaction to superfluid states with triplet pairing in strong magnetic field. Abstract 13P-C064, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230. [LT26].

40. **Tarasov A.N.** Dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme interaction and spin-triplet pairing without ferromagnetic instabilities. Abstract 13P-C066, in: LT26 Booklet.pdf of the 26th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 10-17, 2011, Beijing, China. P. 230-231. [LT26].

41. **Tarasov A.N.** On the theory of phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme interaction and anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract OE25, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics" (QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 171-172.

42. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with spin-triplet pairing for models with conventional and generalized Skyrme forces. Abstract PE28, in: "BOOK OF ABSTRACTS". 3rd Intern. Conf. on "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics"(QEDSP 2011), Aug. 29 – Sept. 2, 2011, Kharkov, Ukraine. Kharkov: NSC KIPT, 2011. P. 198.

43. **Tarasov A.N.** Spin-triplet anisotropic superfluidity in dense neutron matter with generalized Skyrme interactions in strong magnetic field. Abstract O-35, in:

"Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 51.

44. **Tarasov A.N.** Magnetic susceptibilities of dense superfluid neutron matter with generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing at zero temperature. Abstract P-39, in: "Program&Proceedings" Int. Conf. "Problems of Theoretical Physics" dedicated to the 100-th anniversary of Alexander Davydov, Oct. 8–11, 2012, Bogolyubov ITP, Kyiv, Ukraine. P. 109.

45. **Tarasov A.N.** About phase transitions in dense neutron matter with generalized Skyrme forces to superfluid states with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. **Plenary talk** in: Proceedings of the Int. School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (NPQCD–2013). May 22-24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine. P. 25–32.

46. **Tarasov A.N.** Superfluidity without ferromagnetic instabilities in dense neutron matter with modern generalized Skyrme forces and spin-triplet pairing. Abstract 1-3.O., in: the ABSTRACTS of the 6th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2014), May 23-27, 2014, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid Bulavin). P. 15.

47. **Tarasov A.N.** About analytical solutions of equation for the order parameter of dense superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at finite temperatures. Abstract 2-7.O, in: the ABSTRACTS of the 7th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2016), May 27-30, 2016, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 45.

48. **Tarasov A.N.** Splitting of energy gap in superfluid neutron matter with anisotropic spin-triplet pairing in strong magnetic field. Abstract P.826 in Poster session 4 at LT28 (28th Int. Conf. on Low Temperature Physics, August 9-16, 2017, Gothenburg, Sweden). See pp.413–414 in "LT28 ABSTRACTS ORAL & POSTER".

49. **Tarasov A.N.** About calculation of specific heat for dense superfluid neutron

matter with anisotropic spin-triplet p-wave pairing at low temperatures. Abstract 4-7.O, in: the ABSTRACTS of the 8th Intern. Conf. "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (PLMMP–2018), May 18–22, 2018, Kyiv, Ukraine (Editor: Leonid A. Bulavin). P. 72.